



中学数学

演进

D. Hilbert 是 19 世纪和 20 世纪数学交界线上高耸着的三位伟大数学家之一。

另外二位是：庞加莱 (Henri Poincaré, 1854–1912) 及克莱因 (Felix Klein, 1849)

D. Hilbert

果？”他还接着说：“历史教导我们，科学的发展具有连续性。我们知道，每个时代都有自己的问题，这些问题后来或者得以解决，或者因为无所裨益而被抛到一边并代之以新的问题。因为一个伟大时代的结束，不仅促使我们追溯过去，而且把我们的思想引向那未知的将来。”

门岂不是变得不可能了吗？为了回答这个问题，我想指出：数学中每一步真正的进展都与更有力的工具和更简单的方法的发现密切联系着，这些工具和方法同时会有助于理解已有的理论并把陈旧的、复杂的东西抛到一边。数学科学发展的这种特点是根深蒂固的。因此，对于个别的数学工作者来说，只要掌握了这些

惯性思维会影响一个人对其它事物的看法

发展或者学习：
低级 → 高级

算术与代数

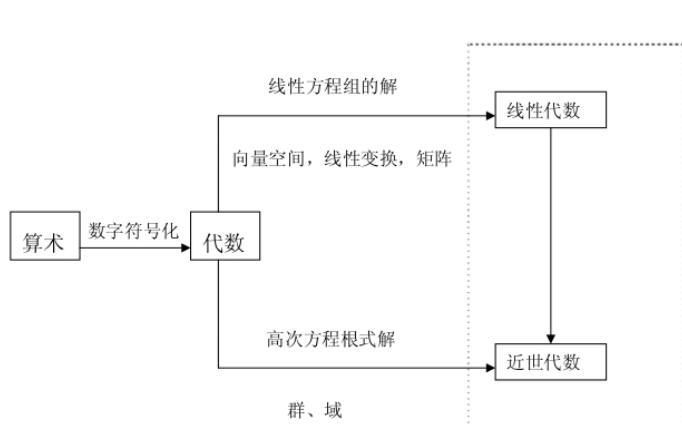
算术不能被代数完全替代

不必学了。这是因为：(1) “算术”中的一些内容不能完全被“代数”所替代，如四则运算等；(2)即使是能被替代的内容，适当的学习一些，有利于对“代数”内容的认识与理解；(3)从教育学的角度考虑，这里有循序渐进的问题，有学生不同年龄段的接受能力的问题等等。

数学的发展

算术 → 代数 → 线性代数 → 群与域的建立 → 非欧几何的产生

划时代的贡献



表示大学的基础课，之外表示中学课程。

几何与三角

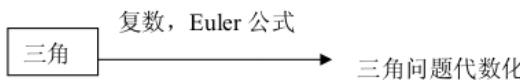
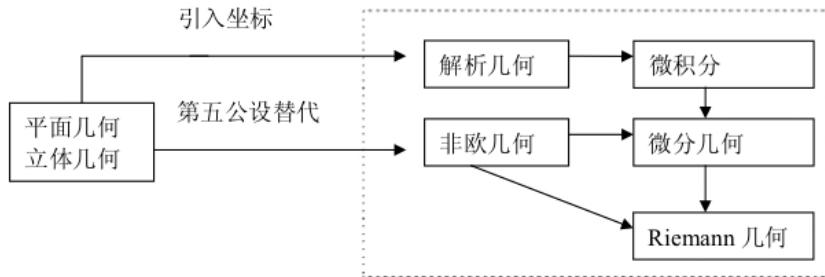
几何真正进展是笛卡尔与费马建立起的解析几何

几何问题 → 代数问题

把陈旧、复杂的的东西抛到一边

坐标

坐标引入 → 讨论二次曲线与曲面 → 高次曲线和其它曲面



□ 内表示大学数学课程或课程内容，之外表示中学课程

说明

- ①一门学科的产生往往有多方面的因素
- ②一门学科对其它学科的影响也是多方面的

启示

- ①高级的数学未必难，低级的数学未必容易

- ②重要的是要有创新思想
- ③一将功成万骨枯

些数学的历史，启示我们，我们应该如何来选择数学问题，如何来思考与处理数学问题，才能避免尽量少的牺牲，以获得成功。

微积分的三个组成部分

主要矛盾

微积分这门学科中，主要矛盾是微分和积分的矛盾

组成

- ① 微分
- ② 积分
- ③ 微分基本定理 \rightarrow 微分和积分互为逆运算

正负定向

多维微积分的微积分学有正负定向

多元微积分

公式：

三个组成部分

- ① 拉林公式
- ② 斯托瓦斯公式
- ③ 高斯定理

定向概念是几何拓扑中最有深刻意义的伟大创造之一

微积分中的各种矛盾

微分中的一条定理或公式，在积分中也有相应的定理或公式，反之亦然，它们是相互独立的

在微积分中，运算更侧重于微分，被作用的对象是函数

求积分的三个
方法：

- ① 指数微分法：将成几个易于求微分的函数之和，然后分别求微分
- ② 分步微分法
- ③ 换元法

三个初等函数

1. 常函数及其反函数
2. 三角函数及其反函数
3. 指数函数及其反函数

微积分将函数局部化，之后是抽象化的工作

其它矛盾

- ① 连续和离散 一条直线 $\xrightarrow{\text{抽象化}}$ 一条连接

微积分的三个发展阶段

一。是否可以这样说：一元微积分的微积分基本定理的建立标志着微积分的诞生；分析算术化的胜利标志着微积分严格化的完成；外微分形式的产生，建立了多元微积分的微积分基本定理，标志着微积分的完成，并从古典走向近代。

分析算术化不是微积分严格化的唯一途径

五 微积分与复化之统

数函数论。多元微积分与一元微积分的根本差别在于有外微分形式，从这点上来看，这两者有质的差异。同样多复变数函数论，或多元复分析，与单复变数函数论，或一元复分析相比有本质上的飞跃，它决定不是一元复分析的平行推广，

而是大多数的内容都是与一元复分析有质的不同的