Def. 1 Пусть $X = \{x_i\}_{i=1}^{\infty}$ - множество переменных, $C = \{c_i\}_{i=1}^{\infty}$ - множество констант. $\mathbb{F}$-множество формул, такое что:

1. $c_i \in \mathbb{F}$;
2. $x_i \in \mathbb{F}$;
3. $\forall f, g \in \mathbb{F} \Rightarrow \vee(f, g), \wedge(f, g), \bar{f} \in \mathbb{F}$.

Def. 2 Уравнением e называется пара (f_1, f_2), где $f_1, f_2 \in \mathbb{F}$.
E- множество всех уравнений.
Уравнение называется **простейшим**, если оно имеет вид (x_i, f), где f - произвольная формула или (c_i, f), где $f\ ! = x_j, \forall j \in \mathbb{N}$.

Def. 3 P-**множество предикатов**, такое что:

1. $f == g \in P$;
2. $f \subset g \in P$;
3. $f =!!\ g \in P$.

Def. 4 U- **множество условий**, таких что:

1. $p \in U$, где $p \in P$;
2. $\forall u_1, u_2 \in U \Rightarrow \vee(u_1, u_2), \wedge(u_1, u_2), \bar{u}_1 \in U$.

Def. 5 Деревом называется $T = (V, \phi, \psi, \alpha, \beta)$, где:
V - множество вершин,
$\phi : V \to (V \times V) \cup V$ - функция потомков;
$\psi : V \to V$ - функция предков;
$\alpha : V \to U$ - функция условия;
$\beta : V \to \{e_i\}_{i=1}^{n}, n \in \mathbb{N}, e \in E$ - функция уравнений.

Алгоритм 1 Алгоритм сведения уравнения к системе простейших уравнений:

Шаг 1. а) Если $e = (\wedge(f, g), \wedge(u, v))$, то выполняем шаг 1 для $e_1 = (f, u)$ и $e_2 = (g, v)$. Результат решений объединяем;

б) Если $e = (\vee(f, g), \vee(u, v))$, то выполняем шаг 1 для $e_1 = (f, u)$ и $e_2 = (g, v)$. Результат решений объединяем;

в) Если $e = (\bar{f}, \bar{u})$, то выполняем шаг 1 для $e_1 = (f, u)$;

г) Если e -простейшее, то результат - e;

д) Если $e = (f, x_i)$, то результат - (x_i, f);

е) Если $e = (f, c_i)$, то результат - (c_i, f);

ж) Если не выполнены пункты а) — е), то результатом является $\emptyset$.

Def. 6 $Vars : F \to 2^X$, такая что:
1. $Vars(x_i) = \{x_i\}$;
2. $Vars(c_i) = \emptyset$;
3. $Vars(\vee(f, g)) = Vars(f) \cup Vars(g)$;
4. $Vars(\wedge(f, g)) = Vars(f) \cup Vars(g)$;
5. $Vars(\bar{f}) = Vars(f)$.

Def. 7 $Len : F \longrightarrow \mathbb{N}$ такая что:
1. $Len(x_i) = 1$;
2. $Len(c_i) = 1$;
3. $Len(\vee(f, g)) = Len(f) + Len(g)$;
4. $Len(\wedge(f, g)) = Len(f) + Len(g)$;
5. $Len(\bar{f}) = Len(f)$.

Def. 8 Простейшее уравнение называется **разрешимым** если:
1. $e = (c_i, c_i), \forall i \in \mathbb{N}$;
2. $e = (x_i, f) \Leftrightarrow x_i \notin Vars(f)$.

Алгоритм 2 Алгоритм подстановки переменной (x_i, f) в другое уравнение g:
Шаг 1. а) Если $g = x_i$, то ответ f;
б) Если $g = \bar{u}$, то ответ $\bar{l}$, где l - подстановка (x_i, f) в u;
в)$\vee(f, g)$, то ответ $\vee(l, t)$, где l - подстановка (x_i, f) в u, t - подстановка (x_i, f) в g;
г)$\wedge(f, g)$, то ответ $\wedge(l, t)$, где l - подстановка (x_i, f) в u, t - подстановка (x_i, f) в g;
д) Если $g = c_i$, то ответ c_i;
е) Если $g = x_j, i \neq j$, то ответ x_j.

Алгоритм 3 Алгоритм выражения переменных через константы и другие переменные:

Шаг 1. Применяем Алгоритм 1, в случае $\emptyset$, выразить ничего нельзя. Переходим к шагу 2.

Шаг 2. Если среди уравнений вида: $e = (c_i, f), \forall i \in \mathbb{N}$, все разрешимые, то удаляем их из системы и переходим к шагу 3, иначе ничего нельзя выразить.

Шаг 3. Если у нас есть уравнения вида: $e_1 = (x_i, f)$ и $e_2 = (x_i, f)$, то удаляем e_2, переходим к шагу 3, иначе переходим к шагу 4.

Шаг 4. Если у нас есть уравнения вида: $e_1 = (x_i, f)$ и $e_2 = (x_i, g)$, то удаляем e_2, и переходим к шагу 1 для уравнения $e_3 = (g, f)$. Иначе переходим к шагу 5.

Шаг 5. Если оставшиеся уравнения разрешимы, то переходим к шагу 6, иначе ничего нельзя выразить.

Шаг 6. Если у нас есть уравнения вида: $e_1 = (x_i, f)$ и $e_2 = (x_j, g)$,где $x_j \in Vars(f)$, то по Алгоритму 2, подставляем в уравнение e_1 выражение для x_j и переходим к шагу 5.

Иначе выводим систему выражения переменных.

Def. 9 Пусть $TRUE$ - истина, $FALSE$ - ложь, $NOTDEF$ - неопределенность.

Алгоритм 4 Алгоритм проверки синтаксического равенства $f == g$ при известных $X_i = \{x_{i_1} ......x_{i_n}\}$:

Шаг 1. Решаем уравнение (f, g) по Алгоритму 1. Получаем $T = \{t_i\}_{i=1}^n$- систему простейших. Если $T = \emptyset$, то $FALSE$.

Шаг 2. $\forall i$ удаляем $c_i = c_i$;
$\forall i$ удаляем $x_i = x_i$
Если $\exists x_j \in X_i$, то по Алгоритму 2 подставляем x_j в уравнение $e = (x_j, f)$ и переходим к шагу 1 Алгоритма 4 для e. Результат объединяем, иначе переходим к шагу 3.

Шаг 3. Если $T = \emptyset$ - $TRUE$, иначе $NOTDEF$

Алгоритм 5 Алгоритм проверки подформульного предиката $f \subset g$ при известных $X_i = \{x_{i_1} ......x_{i_n}\}$: Шаг 1. Применяем Алгоритм 4 к $f == g$. Пусть q_1 её результат.

Если $q_1 = TRUE$, то выводим $TRUE$, иначе переходим к шагу 2.

Шаг 2.а) Если $g = c_i$, то выводим q_1;

б) Если $g = x_i$, то выводим q_1;

в) Если $g = \bar{h}$, то применяем Алгоритм 5 к $f \subset h$ и получаем результат q_2. Если $q_2 = TRUE$, то выводим $TRUE$, если q_1 или q_2 равны $NOTDEF$, то выводим $NOTDEF$, иначе выводим $FALSE$.

г) Если $g = \vee(h_1 h_2)$ или $g = \wedge(h_1 h_2)$, то применяем Алгоритм 5 к $f \subset h$ и получаем результат q_2. Если $q_2 = TRUE$, то выводим q_2, иначе применяем Алгоритм 5 к $f \subset h_2$ и получаем результат q_3. Если

$q_3 = TRUE$, то выводим $TRUE$. Если одна из $q_1, q_2, q_3 = NOTDEF$, то выводим $NOTDEF$. Иначе, выводим $FALSE$.

Def. 10 Вершина дерева v называется **вершиной уравнений**, если $\psi(v) = w, w \in V$.

Def. 11 Вершина дерева v называется **вершиной условия**, если $\psi(v) = (w, w'),\ w, w' \in V$.