

**Санкт–Петербургский государственный университет**  
**Факультет математики и компьютерных наук**

*Можаев Андрей Михайлович*

**Выпускная квалификационная работа**

*Разработка метода построения упрощенной динамической  
модели для задачи оптимального управления  
микроклиматом помещения*

Уровень образования: бакалавриат

Направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»  
Основная образовательная программа СВ.5156.2019 «Прикладная  
математика, фундаментальная информатика и программирование»  
Профиль «Современное программирование»

Научный руководитель:  
к.ф.-м.н. Дмитрий Сергеевич Шалымов

Рецензент:  
зав. лаб. 37 в ИПУ РАН,  
д.т.н Антон Викторович Уткин,

Санкт-Петербург  
2023 г.

# **Содержание**

<b>Введение</b> . . . . .	3
<b>Постановка задачи</b> . . . . .	4
<b>Обзор предметной области</b> . . . . .	6
<b>1. Построение модели</b> . . . . .	9
1.1. Построение модели куба . . . . .	9
1.2. Построение модели помещения . . . . .	11
1.3. Моделирование с реальными данными температур . . . . .	13
1.4. Добавление солнечной радиации . . . . .	14
<b>2. Аналитическая часть</b> . . . . .	16
2.1. Экспортирование результата в таблицу . . . . .	16
2.2. Критерий оптимальности точки . . . . .	18
2.3. Описание алгоритма . . . . .	20
2.4. Результаты . . . . .	21
<b>Выводы</b> . . . . .	23
<b>Заключение</b> . . . . .	24
<b>Благодарность</b> . . . . .	25
<b>Список литературы</b> . . . . .	26

# **Введение**

Данное исследование является частью проекта по созданию централизованной системы управления потреблением энергии в зданиях общего назначения, тепловой и электрической. Одной из уникальных особенностей данной системы предполагается разработка и последующее применение интеллектуальных методов предсказания энергопотребления. Для предсказания энергопотребления надо понимать и уметь измерять те факторы, которые определяют необходимое количество электричества и тепла для здания в этот момент и в ближайшие несколько часов.

При постановке задачи регулирования для систем отопления, кондиционирования и вентиляции (ОВК), эксплуатирующие службы руководствуются двумя конкурирующими критериями: экономичностью работы системы и комфортностью внутренней среды. По различным оценкам, от 50 до 70 процентов всей расходуемой энергии приходится на ОВК. Таким образом, оптимизация потребления этого класса устройств, пусть даже на 5-10 процентов, повлечет за собой ощутимое снижение общего уровня расхода энергии.

В основе данной работы лежит идея скомбинировать два основных подхода к моделированию микроклимата помещений: методы вычислительной термодинамики [1](CFD) и методы сетевых воздушных потоков (NAF). Точное решение задачи CFD на небольшом временном промежутке позволит смоделировать работу измерительного комплекса, оптимизировать вектор измеряемых величин, количество датчиков и их расположение в помещении.

## **Постановка задачи**

Основной вопрос - где в помещении расположить датчик температуры, который будет использоваться в составе централизованной системы эксплуатации здания, направленной на оптимизацию энергопотребления и обеспечение комфорта внутренней среды? Подобные системы используют методы управления с предсказывающими моделями. Поэтому предлагается критерий размещения датчика, учитывающий качество регрессионных моделей, получаемых на основе показаний.

Эта задача решается численными методами, так как сбор данных эмпирическим путем займет много времени и ресурсов. В стандартных офисных зданиях число отдельных зон может доходить до нескольких сотен, поэтому расстановка датчиков и считывание показаний очень трудоемкий процесс. В то же время, используя сгенерированную модель, мы можем определить значения на датчиках одновременно для всех интересующих расположений.

Для сокращения времени обследования здания, ускорения процесса развертывания сети, было предложено выделить в проекте два этапа - численное моделирование исследуемого помещения и анализ полученных данных.

На первом этапе будет смоделирован "Демонстрационный стенд Умного дома". Геометрия помещения задана в формате CAD. Моделирование будет производится в COMSOL Multiphysics [2]. Целью является моделирование некоторого промежутка времени с хорошей точностью. Будет смоделирован процесс теплообмена внутри помещения и с окружающим воздухом, а также солнечная радиация. Значения внешней температуры будут взяты из собранного ранее датасета. Полученная модель будет использована далее.

На втором этапе будут выбраны точки возможного расположения датчика. Температуры в них будут импортированы в таблицу. Дальнейшая работа с полученными таблицами будет реализована на языке Python. Проанализировав потенциальные места расположения датчика методом, который предлагают в своей статье Пашченко А.Ф., Рассадин Ю.М. [3] (подробней об этом методе в главе 2.2), сравнительным анализом найдем наилучшую точку размещения микроклиматического датчика. Для небольших помещений достаточно перебора потенциальных точек размещения, для больших помещений со сложной

конфигурацией возможно применение градиентного метода поиска.

Результатом дипломного проекта станет отработанный метод построения упрощенной динамической модели характеристик воздуха в помещении, на основе которой может быть реализован последующий сбор реальных данных.

## Обзор предметной области

Существуют два основных подхода моделирования микроклимата помещения [4]: метод вычислительной гидродинамики (CFD) и метод сетевых воздушных потоков (NAF). У каждого из этих подходов свои преимущества и недостатки.

Метод вычислительной гидродинамики может быть использован для моделирования помещения с микроскопической точностью. Динамика состояния помещения моделируется системой дифференциальных уравнений Навье-Стокса. Задаются геометрия помещения и граничные условия. В общем случае граничное условие определяет физическую задачу в определенных положениях. Часто физические явления осложняются одновременными тепловыми потоками (например, теплопроводностью через ограждение здания, получением тепла от обогреваемых внутренних объектов, солнечным излучением через остекление здания), фазовыми изменениями (например, конденсация и испарение воды), химические реакции (например, горение) и механические перемещения (например, вентиляторы, перемещения жильцов).

Первым шагом в проведении CFD-анализа является разделение области на большое количество более мелких областей, называемых ячейками. Суммарность ячеек, составляющих область интереса, обычно называется сеткой или решеткой. Размер ячеек позволяет контролировать точность расчета.

CFD включает в себя решение связанных дифференциальных уравнений в частных производных, которые должны решаться одновременно или последовательно. Аналитических решений для моделирования внутренней среды не существует. Компьютерные численные процедуры являются единственным средством получения полных решений этих наборов уравнений.

Однако, высокая точность CFD компенсируется большими временными затратами как для аналитика при построении модели и интерпретации результатов, так и при решении компьютером смоделированных уравнений. Это ограничивает использование CFD для достаточно простых помещений и стационарных решений.

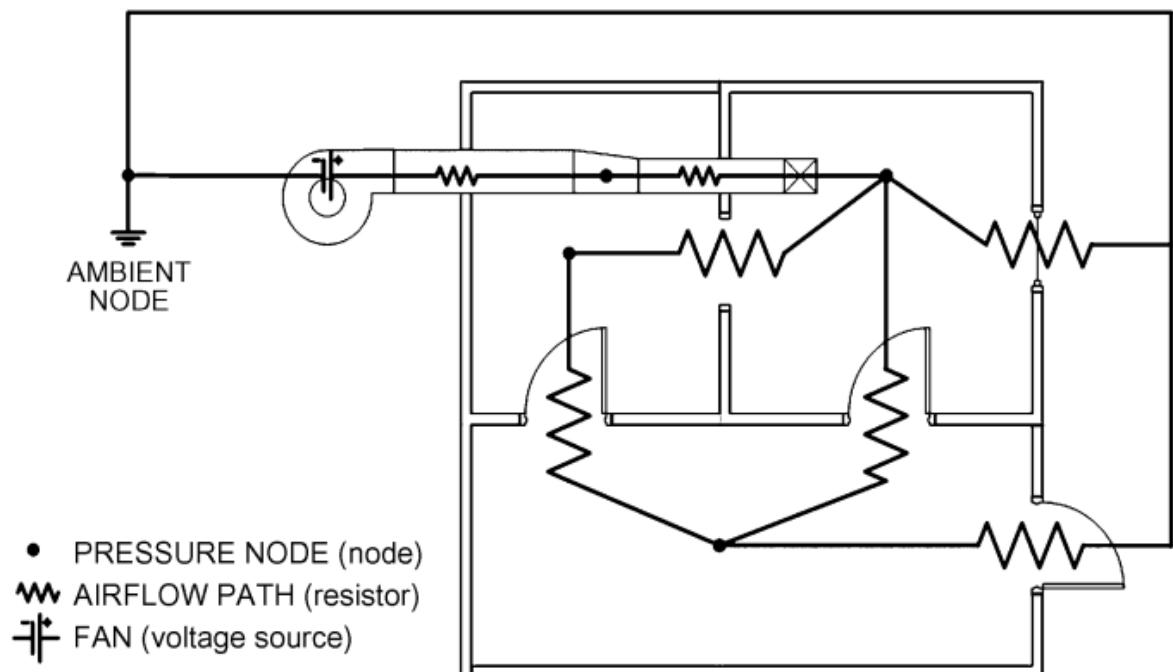
Существует достаточно много инструментов для моделирования, среди них: COMSOL Multiphysics [2], SimScale [5], EnergyPlus [6], TRNSYS [7]

В свою очередь, метод сетевых воздушных потоков может дать макроскопическое представление о здании путем решения системы уравнений сохранения массы и энергии. Сетевые модели воздушного потока идеализируют здание как совокупность зон, таких как комнаты, коридоры и места соединения воздуховодов, соединенных путями потока, представляющими двери, окна, вентиляторы, воздуховоды и т.д. Таким образом, пользователь собирает описание здания, соединяя зоны с помощью соответствующих путей потока. Сетевая модель прогнозирует потоки воздуха от зоны к зоне на основе характеристик давления и расхода в моделях путей и различий в давлении на путях. Три типа сил управляют потоком по путям: ветер, перепады температур (эффект стекания) и механические устройства, такие как вентилятор.

Как показано на рис. 1, модели сетей воздушного потока напоминают электрические сети. Поток воздуха соответствует электрическому току, при этом давление в зоне действует подобно напряжению в электрическом узле. Пути прохождения потока реагируют на резисторы и другие электрические элементы, включая активные элементы, такие как батареи (вентиляторы).

Весь этот процесс занимает гораздо меньше времени, что делает возможным моделирование всего здания, включая различные механические системы, в течение периода времени продолжительностью до года. Ограничения этого метода включают в себя гораздо менее детализированные результаты (например, отсутствие сведений о потоке воздуха внутри помещения). Отсутствие детализации в моделях зон сети делает CFD предпочтительным для прогнозирования теплового комфорта или проектирования систем вытесняющей вентиляции, где структура воздушного потока в помещении определяет интересующие величины.

Идея совместить эти два подхода была описана ранее в статье "Оптимизация HVAC-систем с помощью моделирования"[8]. Было смоделировано офисное помещение и находилось расположение датчика, который использовался для определения, в какой момент включать кондиционер. Тем не менее, авторы не ставили перед собой задачу придумать алгоритм, который позволит это делать для произвольной модели.



**Рис. 1**

# 1. Построение модели

## 1.1. Построение модели куба

В начале работы, в целях изучения возможностей, а также определения параметров моделирования, было решено создать простую модель деревянного куба с ребром 1 метр и толщиной стен 15 сантиметров, а затем проанализировать изменение температуры внутри. Для создания физической модели использовался SolidWorks [9], а затем модель была импортирована в COMSOL. В COMSOL внутренность куба заполнили воздухом (куб воздуха с ребром 0.7 м), материал стен выбран как дерево (сосна).

Начальная температура стен и воздуха внутри 293 К. Температура, действующая на внешнюю поверхность стен куба, задана по формуле:

$$300 + 50 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot t[s]}{500}\right) K$$

Промоделирован промежуток времени длиной 1000 секунд с шагом 50. Были рассмотрены различные размеры сетки разбиения: Normal (Рис. 2), Fine (Рис. 3), Finer (Рис. 4) и Extra fine (Рис. 5).

Ниже можно увидеть полученные результаты. На первой картинке изображена сама сетка, на второй и третьей температура в разрезе в момент 250 и 750 секунд соответственно.

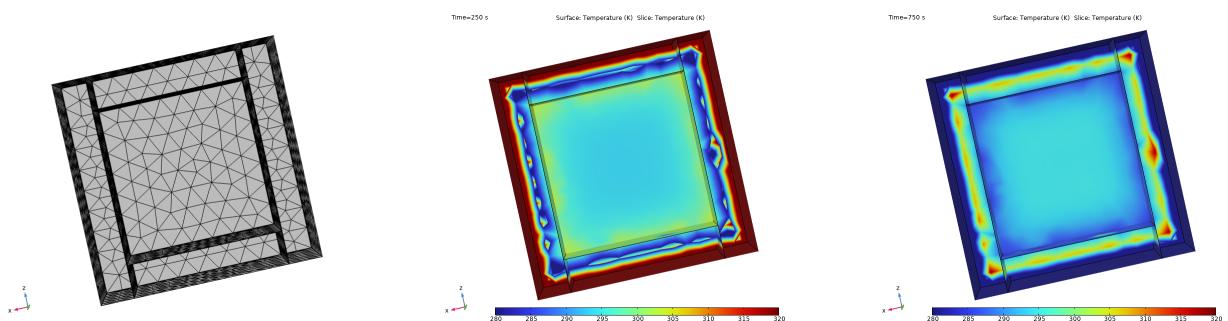
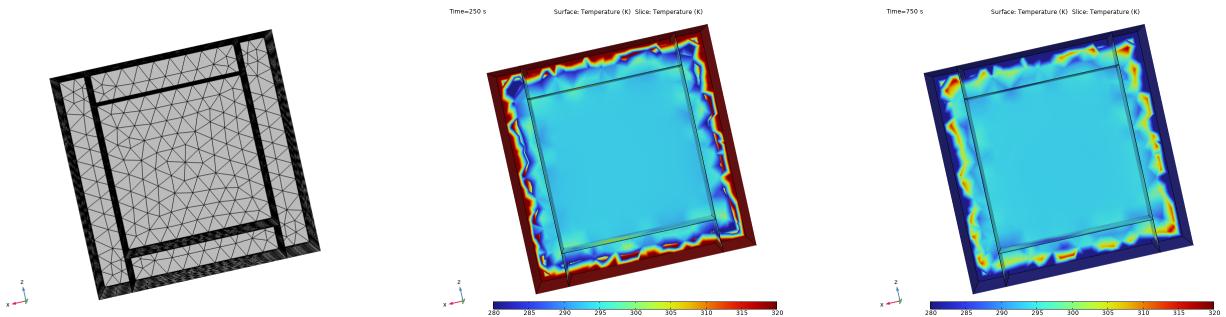
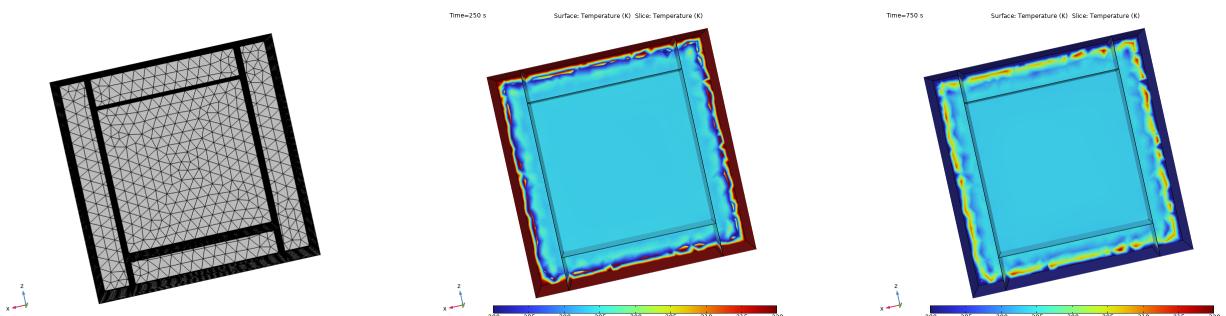


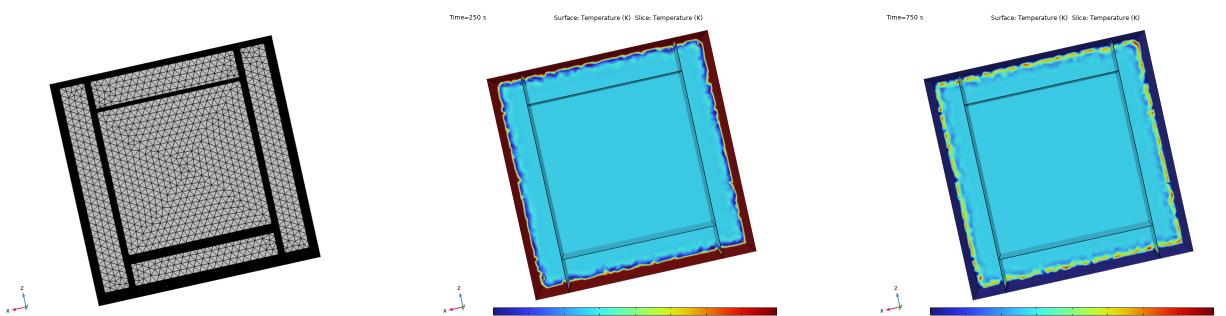
Рис. 2: Normal



**Рис. 3:** Fine



**Рис. 4:** Finer



**Рис. 5:** Extra fine

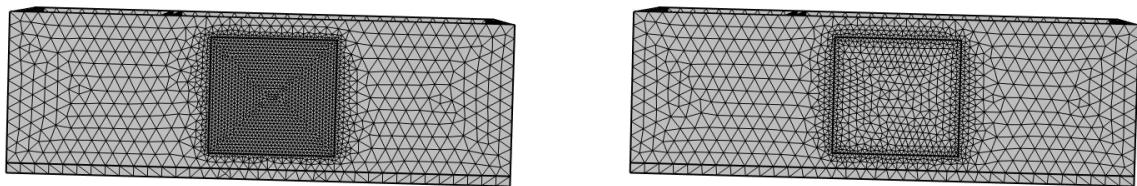
Можно видеть, что у Normal и Fine сеток большая погрешность, тогда как начиная с Finer результат выглядит достаточно гладко. Время вычисления для Finer составило 20 секунд, для Extra fine - 80 секунд.

Была попытка запустить вычисления на сетке размером Extremely fine, но ожидаемое время было слишком большим и требовалось много памяти. В итоге было решено остановиться на Finer как достаточно точной при приемлемых затратах.

## 1.2. Построение модели помещения

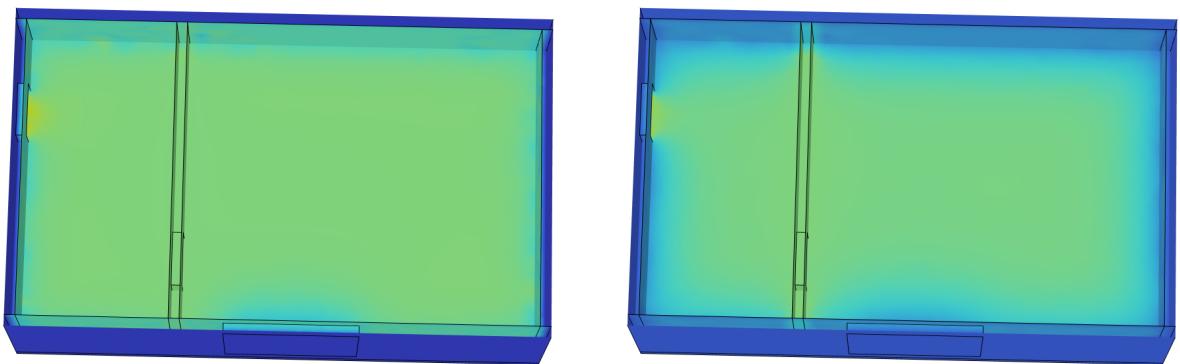
За основу было выбрано помещение, смоделированное в программе FreeCAD [10], экспортированное сначала в формат STL [11] (но из-за особенности формата не подошло), затем в STEP [12] (не удалось построить сетку разбиения из-за неточностей в геометрии помещения). В итоге было принято решение построить упрощенную модель сразу в COMSOL. Помещение размером  $10 \times 6 \times 3$  м<sup>3</sup> с окном, дверью и внутренней стеной с проходом. Материал стен - бетон, дверь - дерево (сосна), окно - стекло (кварц).

Начальная температура стен и воздуха внутри 20 °C, внешняя температура задается синусоидой с периодом 24 часа и амплитудой 4 °C. Временной промежуток 1 день, шаг 5 минут. Размер сетки Finer. При этом можно увидеть, что окно разбито на более мелкую сетку, чем все остальное (Рис. 6). Если отдельно сделать сетку для окна погрубее (Normal), то можно добиться снижения количества элементов разбиения на 22% (в данном примере было 98659, стало 76413) без ухудшения качества.

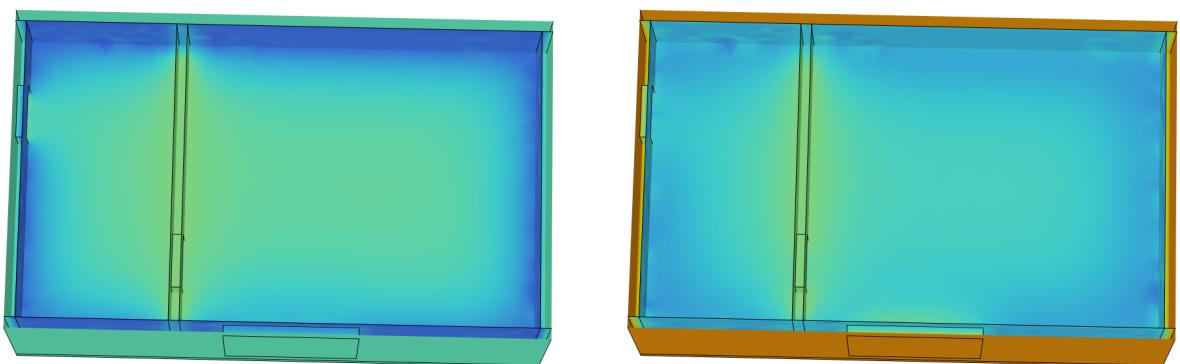


**Рис. 6:** Сетка разбиения окна

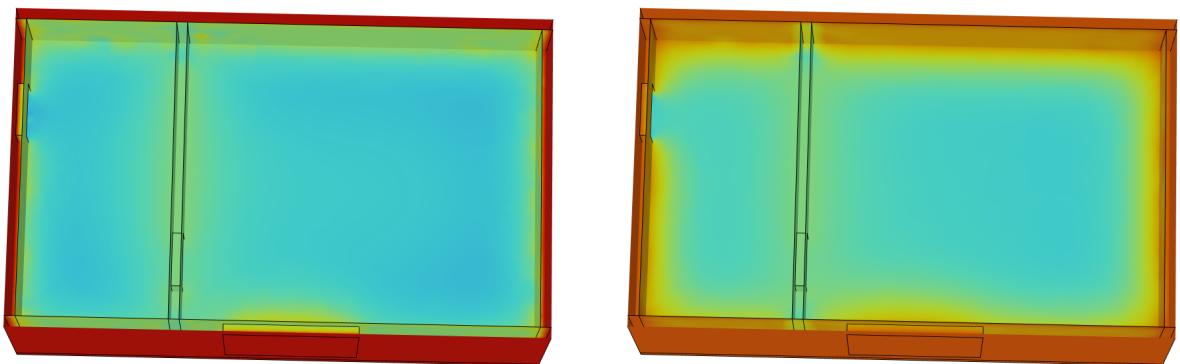
Полученные результаты можно увидеть на изображениях снизу (Рис. 7, 8, 9). На них показана температура стен и температура воздуха в горизонтальном разрезе.



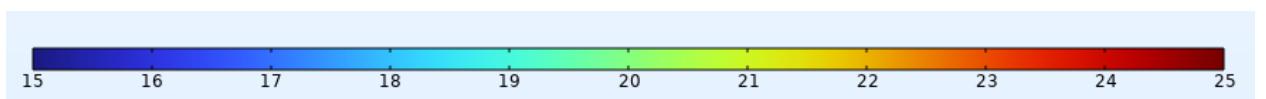
**Рис. 7: 6 и 9 часов**



**Рис. 8: 12 и 15 часов**



**Рис. 9: 18 и 21 час**



### 1.3. Моделирование с реальными данными температур

Для моделирования погодных условий был использован датасет с температурами, собранный в летний период 2020 года (май-август). В нем с шагом примерно 1 секунда записаны показания датчика, расположенного снаружи (Рис. 10). Пропущенные данные заменены линейной функцией.

Внешняя среда взаимодействует с помещением с помощью тепловых воздушных потоков [13]. Задана внешняя температура и скорость ветра, также взятая из реальных данных.

Было решено промоделировать 4 дня с шагом в 5 минут (04.08-07.08).

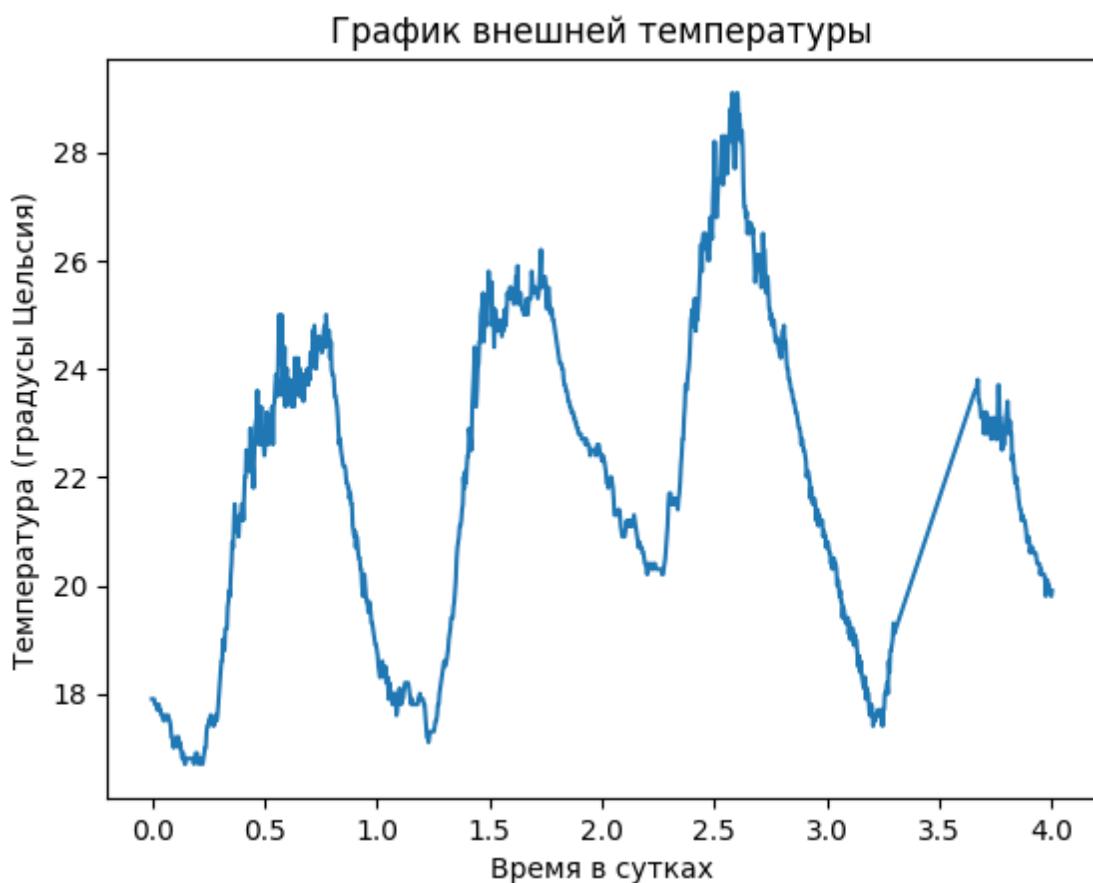


Рис. 10

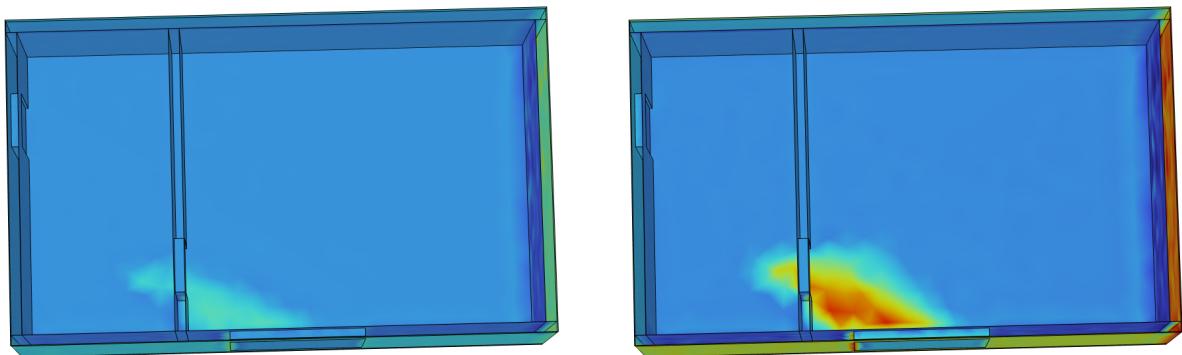
## 1.4. Добавление солнечной радиации

Следующим шагом стало добавление солнечной радиации. Все внешние стены комнаты и потолок, а также внутренние стены и пол, на которые могло светить солнце сквозь стекло, были подвержены тепловому излучению. Стекло полностью прозрачное. Окно расположено стороной на юг.

В качестве источника радиации выбрано солнце, географическое расположение помещения - город Москва, дата 04.08.2020. Полученные результаты изображены на рис. 11. На этих изображениях можно отметить нагрев части пола, на которую светит солнце через окно.

В итоге было смоделировано два временных промежутка: 04.08-07.08 и 09.08-11.08 с шагом в 5 минут. Сетку пришлось сделать более грубой (Fine), так как компьютер, на котором производилось моделирование, неправлялся с тяжелыми вычислениями и несколько раз перегревался. При этом время вычисления четырех дней даже для сетки Fine составило 40 минут, из-за чего моделировать более длинные промежутки, или уменьшить шаг до 1 минуты, не удалось.

Полученная модель является лишь частью полной модели, так как на температуру будет еще влиять отопление, приточная вентиляция и активность людей внутри. Тем не менее, эти величины можно оценить по параметрам установок. В то же время, влияние внешней среды на внутреннюю температуру более сложное и менее предсказуемое. Поэтому наша цель - решить эту проблему, оценив вклад внешней среды отдельно от всего остального. А для этого достаточно упрощенной модели.



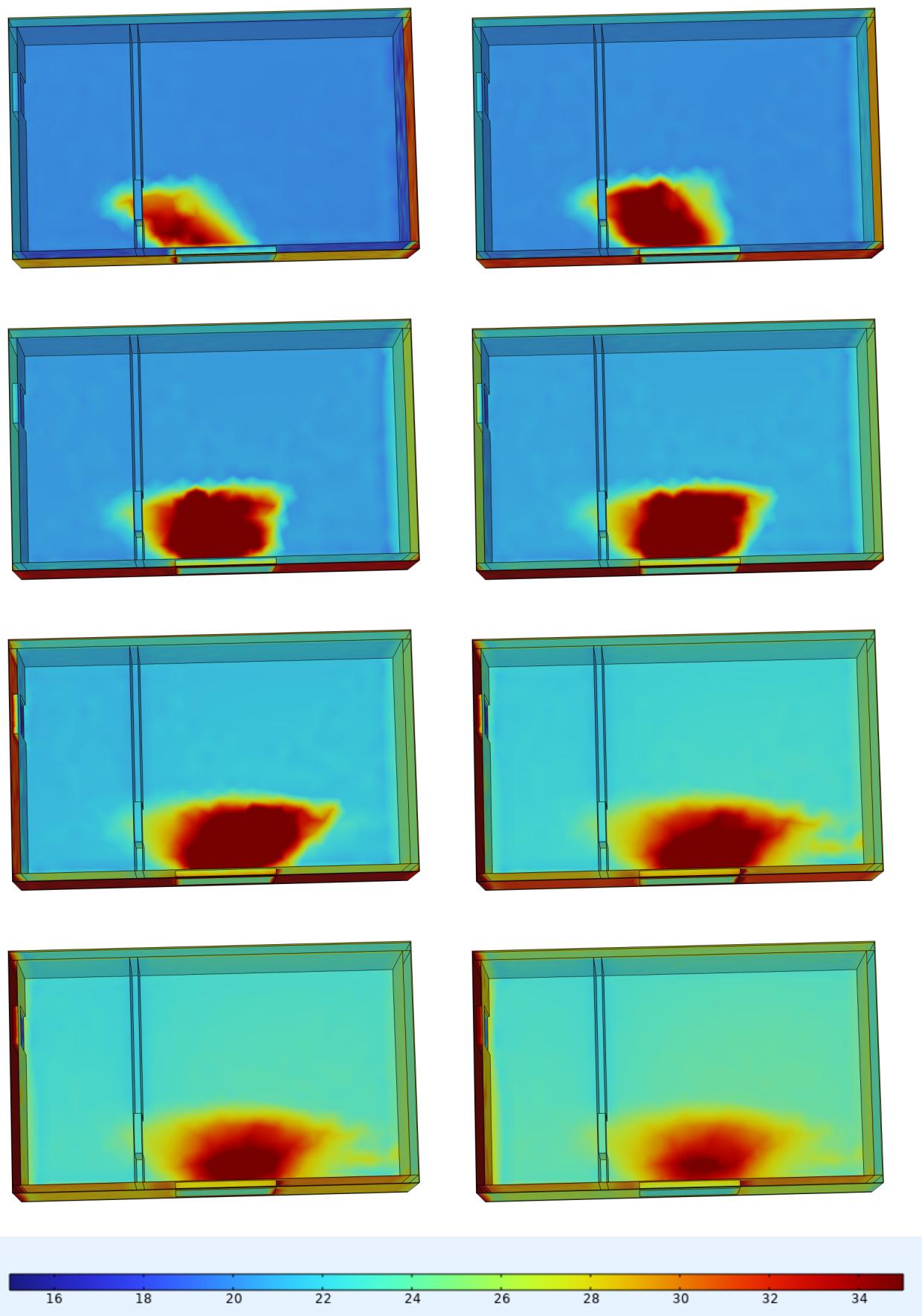


Рис. 11

## 2. Аналитическая часть

### 2.1. Экспортирование результата в таблицу

Для нахождения оптимального расположения датчика, будем перебирать интересующие точки, и температуру в них запишем в таблицу для дальнейшего сравнения. Самым простым вариантом будет рассмотреть сетку из точек  $9 \times 9 \times 9$  (Рис. 12).

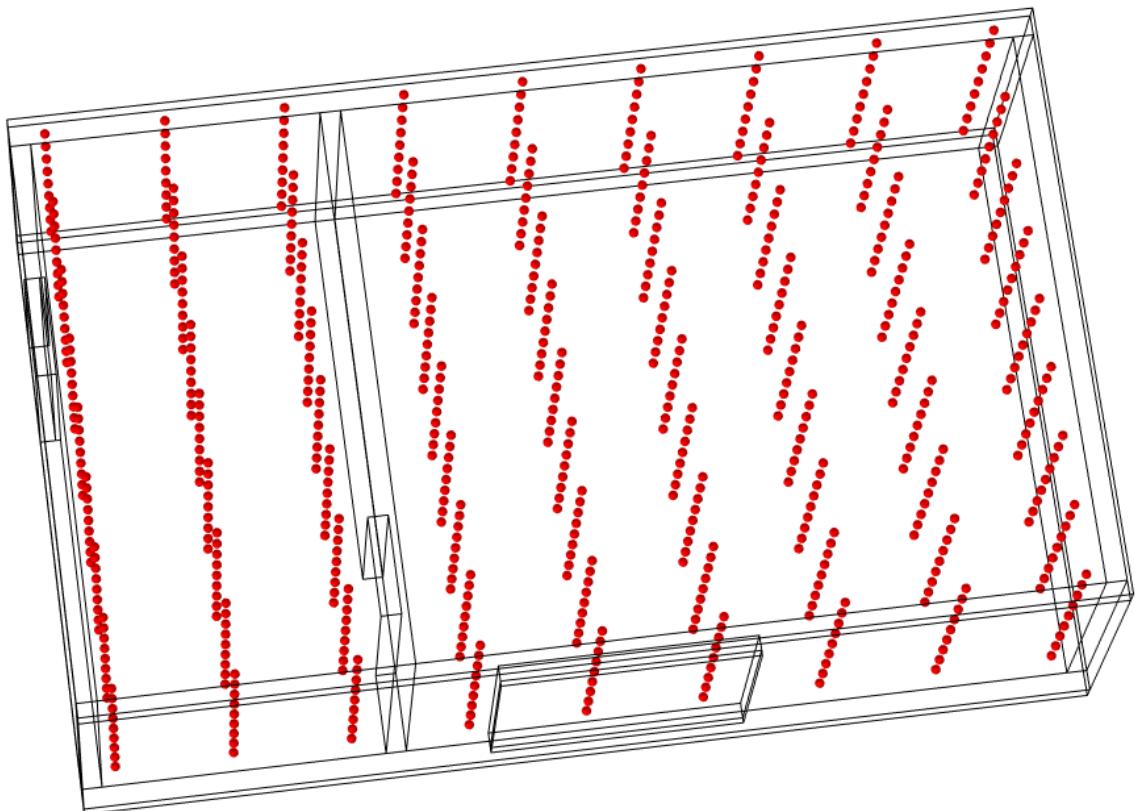
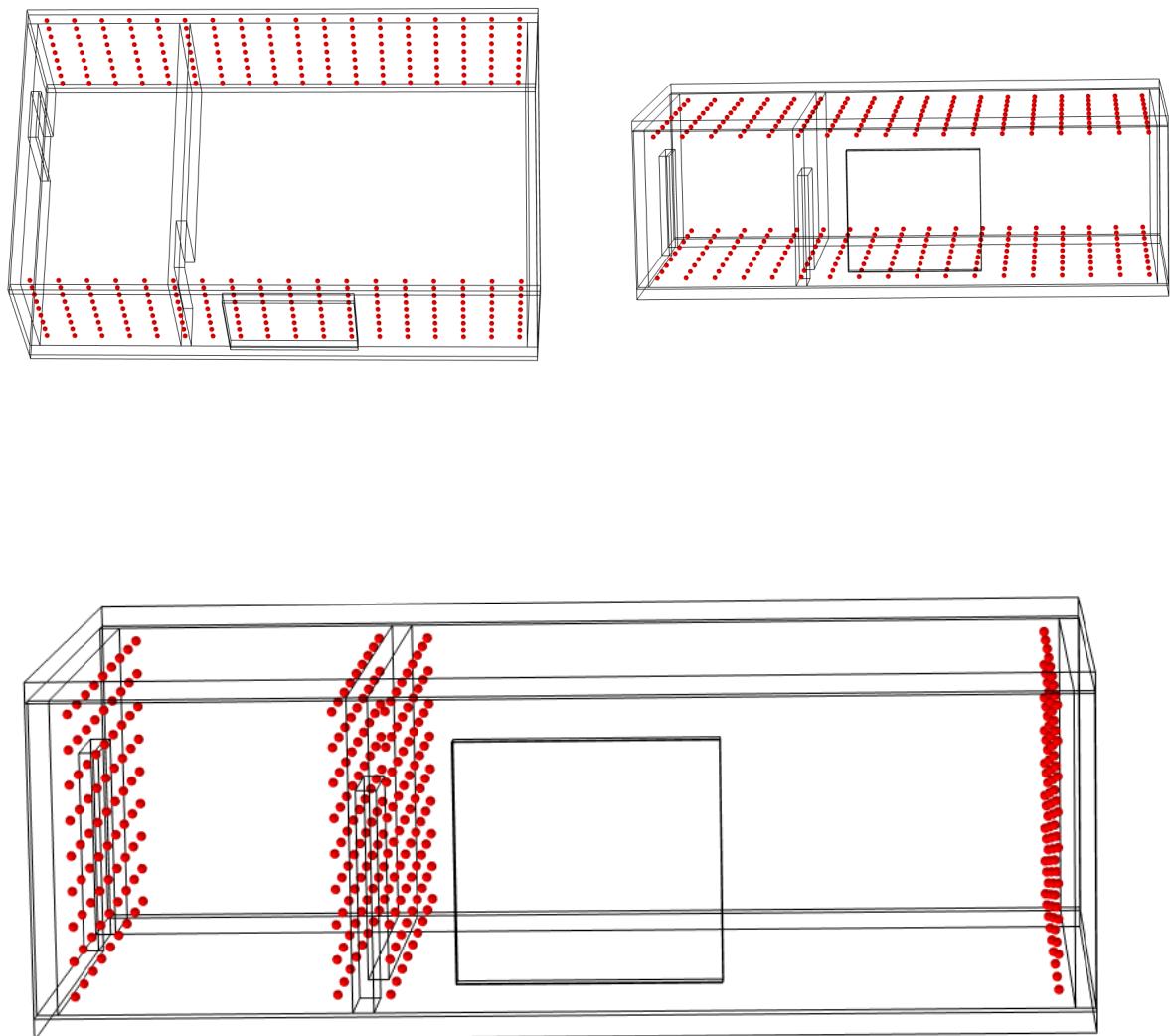


Рис. 12

Однако, можно заметить, что большинство точек находятся не у стены, а значит и установить датчик в них будет проблематично. Поэтому более оптимальным вариантом будет рассмотреть сетку вдоль каждой из стен, пола и потолка (Рис. 13). Точки будем располагать на некотором расстоянии от стены (15 см), так как температура воздуха может достаточно сильно отличаться от температуры стены.



**Рис. 13**

Полученная таблица температур выглядит так:

Time (s)	Point 1	Point 2	...	Point N	Ambient
0	20.0	19.4		20.8	17.9
300	19.9	19.4		20.7	17.9
600	19.9	19.4		20.6	17.9
...					
345600	21.2	21.5		20.8	19.9

## 2.2. Критерий оптимальности точки

Теперь надо определить критерий оптимальности точки. Между внутренней температурой помещения и внешней температурой есть явная линейная зависимость [3]. Однако, для нахождения наиболее точной регрессии, надо определить временной сдвиг температур. Из физической сущности процесса тепломассообмена следует, что нагрев и охлаждение помещения под воздействием наружной температуры происходит не мгновенно, а с некоторым временным сдвигом. Например, на графике (Рис. 14) изображено изменение внешней температуры (синяя кривая) и температура в одной из внутренних точек (оранжевая кривая). Можно видеть, что точки перелома у синей кривой встречаются раньше, чем у оранжевой.

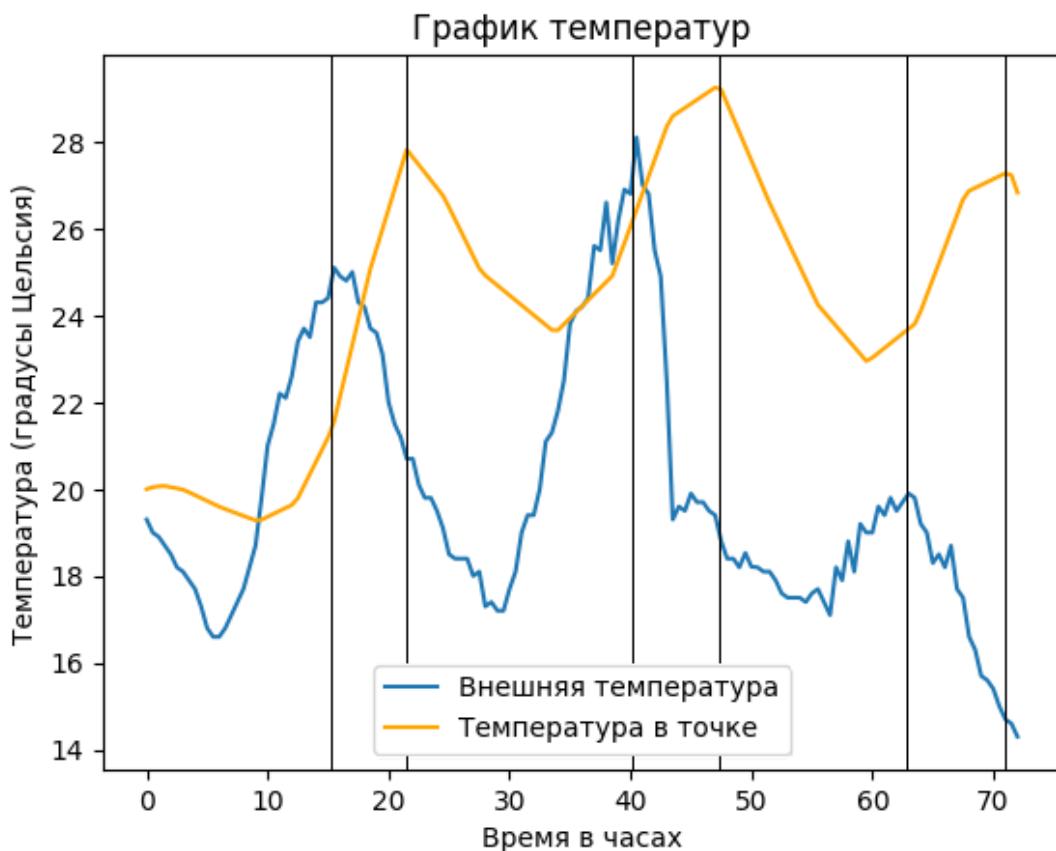


Рис. 14

Величину этого сдвига будем определять, сдвигая последовательно массив значений наружной температуры относительно массива внутренней температуры на шаг  $t$  и вычисляя значение линейной корреляции Пирсона [15] между полученными рядами. В нашем случае шаг  $t$  равен шагу в модели и составляет 5 минут. На полученном графике (Рис. 15) видно, что после сдвига точки экстремума гораздо лучше накладываются друг на друга, что в свою очередь улучшает точность линейной регрессии. Сдвиг при этом для каждой точки может быть разный.

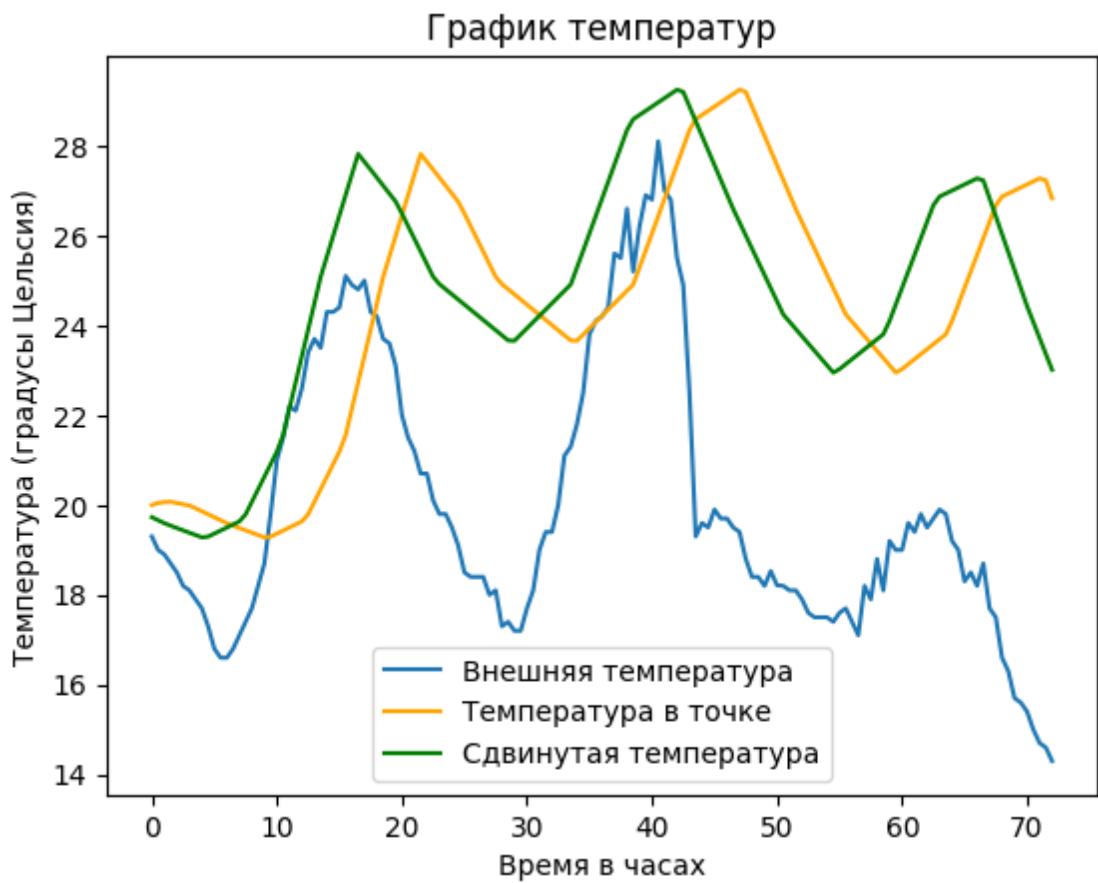


Рис. 15

## 2.3. Описание алгоритма

Теперь, когда определили временной сдвиг, можем строить линейную регрессию. Для этого у нас есть 2 датасета: тренировочный, в котором записаны посчитанные температуры за 4 дня с 04.08.2020 по 07.08.2020, и тестовый, в котором температуры за 3 дня с 09.08.2020 по 11.08.2020. Мы перебираем все возможные столбцы температур из тренировочной таблицы, для каждой находим свой сдвиг, при котором коэффициент линейной корреляции Пирсона со столбцом внешних температур максимален. Затем считаем коэффициенты линейной регрессии сдвинутого столбца. Далее, используя полученные коэффициенты и сдвиг, аппроксимируем температуру воздуха снаружи из тестового датасета. Для полученной аппроксимации считаем коэффициент детерминации  $R^2$ . Точка с наибольшим коэффициентом считается оптимальной.

Стоит отметить, что в нашем алгоритме мы по внутренней температуре предсказываем внешнюю. Хотя логично было бы наоборот, по температуре снаружи предсказывать температуру внутри. Однако, это взаимно обратные задачи, и линейная регрессия легко пересчитывается. Поэтому на результат это не будет влиять. И при этом будет удобней сравнивать точки, а именно рисовать графики.

## 2.4. Результаты

На графике ниже (Рис. 16) показан результат работы алгоритма.

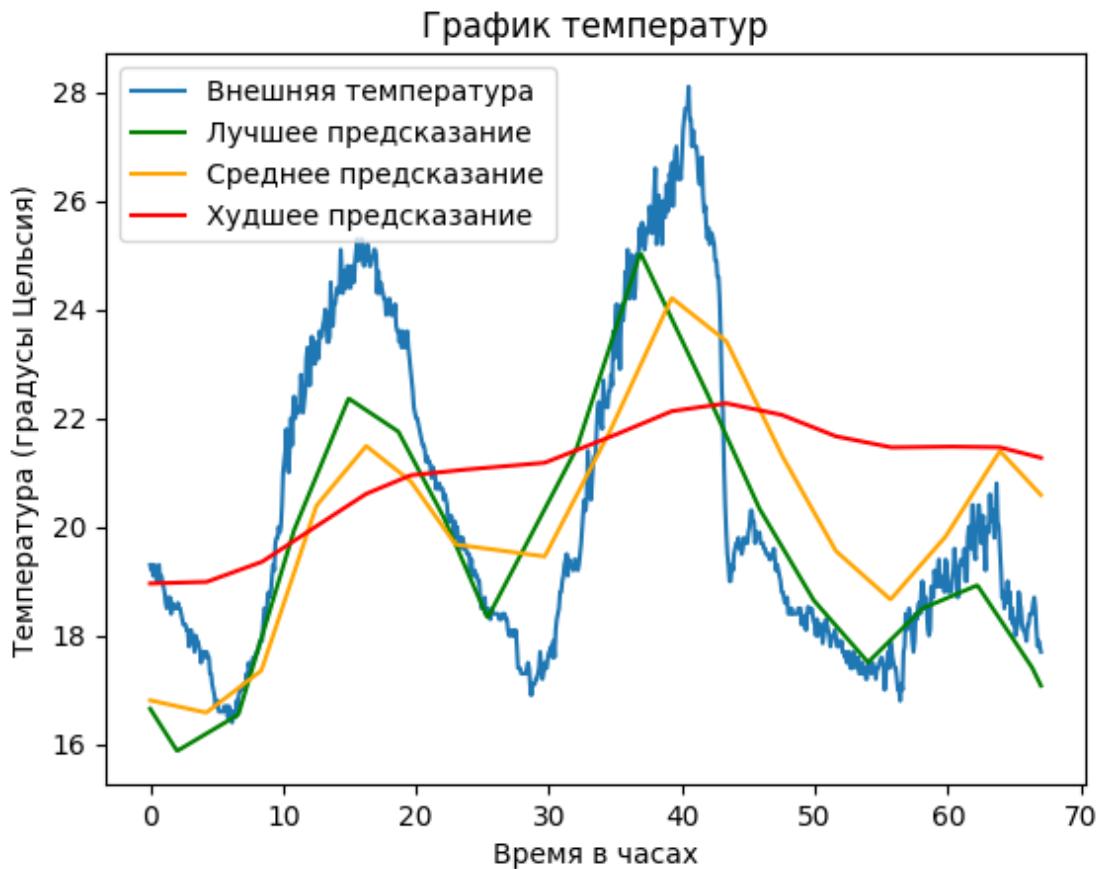


Рис. 16

Можно видеть, что в точках локальных минимумов и максимумов разница предсказаний доходит до градуса между лучшим и средним. Худшее же предсказание показывает наименьшее колебание температур. Точка с худшим предсказанием находится в самом центре комнаты (Рис. 17, для наглядности сократим количество интересующих расположений до  $3 \times 3 \times 3$ ). Это логичный результат, так как все остальные точки находятся рядом со стенами, которые напрямую взаимодействуют с окружающей средой, и поэтому температура в них также сильнее зависит от внешней температуры. Лучшее расположение датчика оказывается рядом со стеклом, что тоже логично, так как на стены светит солнце и излишне нагревает их. Окно в свою очередь не подвержено солнечной радиации, поэтому и температура будет зависеть в основном от внешней. Для остальных точек сложнее делать выводы, так как например

точки над окном находятся на юге, а значит и греются больше всего. Тем не менее, предсказания в них являются лучшими после точки у окна.

Также нужно учитывать саму модель. Данное помещение смоделировано как отдельное здание, а не как одна комната в большом доме. То есть все стены и потолок взаимодействуют со внешней средой, на них светит солнце. Для комнаты было бы так, что температура внутренних стен была бы более стабильной, а значит и результаты предсказаний были бы другими.

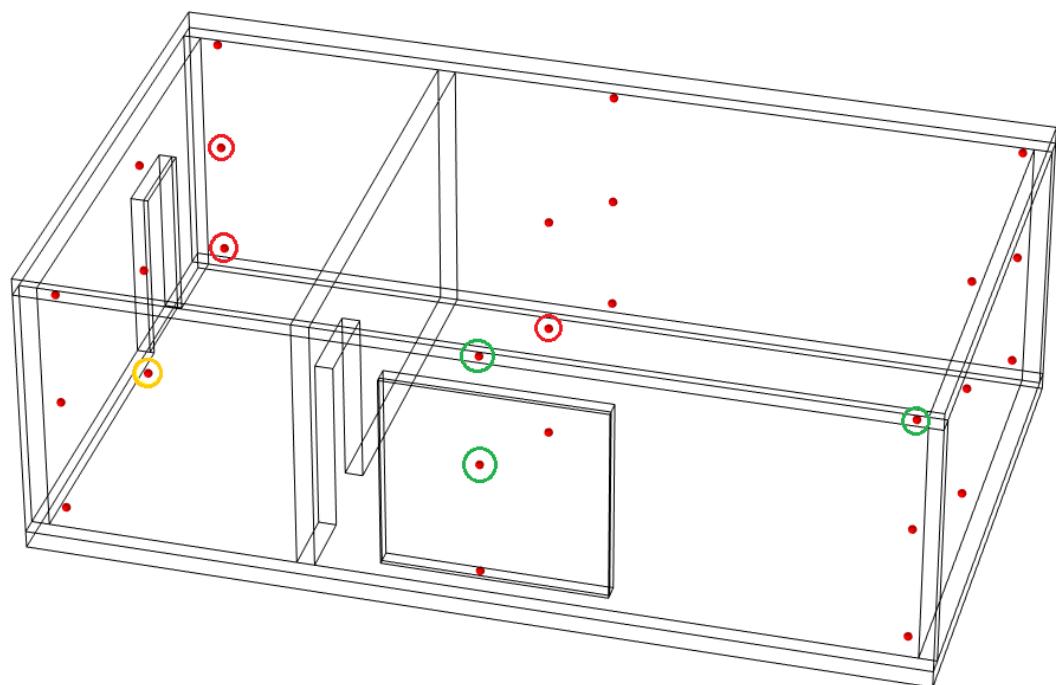


Рис. 17

## **Выводы**

В итоге был разработан метод, который помогает целесообразно расположить датчик в помещении. Хотя он и не дает глобальной оптимизации, но конструктивно каждый шаг нашей процедуры направлен на улучшение качества системы, поэтому можно говорить о субоптимальном результате. С его помощью можем перейти от более сложной модели CFD к более простой.

Тем не менее, есть еще ряд проблем, над которыми стоит подумать. Одной из них является время года. Например, зимой температура снаружи гораздо ниже, чем внутри. То есть полученная регрессия для летнего периода не будет работать, и придется перерасчитывать коэффициенты. В том числе, временной сдвиг может стать другим, также как и само расположение датчика. Одним из возможных решений может стать усредненный критерий для разных времен года. На самом деле, даже летом для дневного и ночного периода есть разница температур, из-за которой может оказаться так, что ночью расположение датчика одно, а днем другое.

Еще одним вопросом может быть выбор критерия. Возможно стоит также учитывать и усредненную температуру по всем точкам. Тем самым точка у окна, температура в которой наиболее близкая к внешней, может быть достаточно далека от средней температуры, а значит и значение в ней будет меньше влиять на остальные.

Проверить полученный метод на практике пока не удалось, так как для этого нужно оснастить помещение датчиками и провести замеры. Однако, в будущем планируется применение этой процедуры для оборудования испытательного полигона, который сейчас находится на стадии строительства. То есть эффективность будет позже проверена реальными измерениями.

## Заключение

В результате работы был разработан алгоритм построения упрощенной динамической модели характеристик воздуха в помещении. С его помощью можно находить расположение датчика, показания в котором позволяют улучшить собираемые данные, что повысит качество прогноза.

Была создана упрощенная модель «Демонстрационного стенда Умного дома», в которой учитывается взаимодействие с внешней средой, а также солнечная радиация. Осуществлен переход от численной модели к более простой, пригодной для быстрого расчета.

На данный момент реализован перебор потенциальных точек расположения датчика. В будущем этот перебор можно оптимизировать, реализовав градиентный поиск. С его помощью сможем быстрее находить подходящие точки для больших помещений. Хотя в таком случае мы найдем лишь локальные максимумы, этот результат наоборот может сыграть нам на руку, так как тем самым возможно получится решить проблему разбиения большого зала, который не покрыть одним датчиком, на зоны.

Полученный алгоритм можно найти по ссылке на GitHub: <https://github.com/mozhayka/microclimate>. Модели помещения в COMSOL также можно найти по этой ссылке.

## **Благодарность**

Автор выражает особую благодарность Юрию Михайловичу Рассадину за регулярное внимание и наставления к данной работе

## **Список литературы**

[1] Computational Methods for Fluid Dynamics  
<https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-642-56026-2>

[2] COMSOL Multiphysics®.  
[https://www.comsol.ru.](https://www.comsol.ru)

[3] Пашенко А.Ф., Рассадин Ю.М. Оценка взаимосвязи параметров микроклимата с учетом тепловой инерции внешних стен здания / Труды 15-й Международной конференции "Управление развитием крупномасштабных систем"(MLSD'2022). М.: ИПУ РАН, 2022. С. 1216-1224.

[4] 2017 ASHRAE Handbook Fundamentals SI  
<https://studylib.es/doc/8956387/2017-ashrae-handbook-fundamentals-si.pdf>

[5] SimScale  
<https://www.simscale.com>

[6] EnergyPlus  
<https://energyplus.net>

[7] TRNSYS  
<https://trnsys.com>

[8] Оптимизация HVAC-систем с помощью моделирования  
<https://www.comsol.ru/paper/space-heating-and-ventilation-simulation-for-an-office-room-94451>

[9] SolidWorks  
<https://www.solidworks.com>

[10] FreeCAD  
<https://freecad.ru>

[11] STL  
[https://en.wikipedia.org/wiki/STL\\_\(file\\_format\)](https://en.wikipedia.org/wiki/STL_(file_format))

[12] STEP

[https://en.wikipedia.org/wiki/ISO\\_10303-21](https://en.wikipedia.org/wiki/ISO_10303-21)

[13] COMSOL Documentation, Heat Flux

[https://doc.comsol.com/5.5/doc/com.comsol.help.heat/heat\\_ug\\_ht\\_features.09.048.html](https://doc.comsol.com/5.5/doc/com.comsol.help.heat/heat_ug_ht_features.09.048.html)

[14] COMSOL, Solar radiation example

<https://www.comsol.com/model/sun-s-radiation-effect-on-two-coolers-placed-under-a-parasol-12825>

[15] Коэффициент корреляции Пирсона

[https://translated.turbopages.org/proxy\\_u/en-ru.ru.80372905-6474ca53-4b8891be-74722d776562/https/en.wikipedia.org/wiki/Pearson\\_correlation\\_coefficient](https://translated.turbopages.org/proxy_u/en-ru.ru.80372905-6474ca53-4b8891be-74722d776562/https/en.wikipedia.org/wiki/Pearson_correlation_coefficient)

[16] Model predictive control of indoor microclimate: existing building stock comfort improvement

<https://arxiv.org/pdf/1806.08999v1.pdf>

[17] A Review of CFD Analysis Methods for Personalized Ventilation (PV) in Indoor Built Environments

[https://www.researchgate.net/publication/334853289\\_A\\_Review\\_of\\_CFD\\_Analysis\\_Methods\\_for\\_Personalized\\_Ventilation\\_\(PV\)\\_in\\_Indoor\\_Built\\_Environments](https://www.researchgate.net/publication/334853289_A_Review_of_CFD_Analysis_Methods_for_Personalized_Ventilation_(PV)_in_Indoor_Built_Environments)