

(ZH gyakorlás)

1. Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenleteket, kezdeti érték feladatokat!

a) $x^2 y' = xy + y^2 e^{-\frac{x}{y}}$

b) $x + xy^2 = 4y', y(2) = -\frac{\pi}{4}$

c) $(y - x)^2 = y', y(0) = -1$

d) $\frac{1}{\ln(x+y)} = y' + 1, y(0) = -1$

2. Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenleteket!

a) $(1 - xy) + (xy - x^2)y' = 0$

b) $\operatorname{sh} x + 4ye^{xy} + (\operatorname{ch} y + 4xe^{xy})y' = 0$

3. Tájéunk át ívhossz paraméterezésre!

a) $r(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t, e^t),$

b) $r(t) = (t, \cos t^2, t \sin t^2)$

4. Határozzuk meg az alábbi vektormezők integrálját az adott görbe mentén!

a) $v(x, y, z) = (yz^2, xz^2, 2xyz), L : (1, 1, 0) \rightarrow (0, 0, 2)$

b) $v(r) = \frac{k \times r}{|k \times r|^3}, r(t) = (R \cos t, R \sin t, 0), 0 \leq t \leq \pi$

5. Határozzuk meg az alábbi vektormezők integrálját az adott felület mentén!

a) Számítsa ki a $v(x, y, z) = (-y^2, y^2, z)$ vektorfüggvény görbementi integrálját a $(0, 0, 0), (2, 0, 0), (0, 2, 0)$ csúcsokkal rendelkező háromszög pozitívan irányított határára!

b) Számítsa ki a $v(x, y, z) = (xy, -xy, z^2)$ vektorfüggvény görbementi integrálját az $(1, 0, 0)$ pontból a $(0, 1, 0)$ pontba menő szakasz esetén.

6. Határozzuk meg az alábbi vektormezők integrálját az adott felület mentén!

a) $v(x, y, z) = (y^2, z^4, x + 2z), H : x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq 1,$ kifelé irányítva a térfogatból

b) $v(r) = |r|^2 r, N : |r| \leq R > 0, y, z \geq 0, \int_{\partial N} v dA = ?$

c) Számítsa ki a $v(x, y, z) = (3x + \sin y, x^2 + y^2, z)$ vektorfüggvény felületi integrálját a $(0, 0, 3)$ csúcspontú, $z = 0, x^2 + y^2 \leq 9$ feltételekkel adott alaplapú egyenes kúp kifelé irányított palástjára!