

(normáltartomány, integrálcseré, integráltranszformáció)

**1.** Számítsuk ki az alábbi integrálokat!

$$\text{a) } \int_1^3 \int_0^x \frac{1}{x^2 + y^2} dy dx \quad \text{b) } \int_0^1 \int_0^x \int_0^{x-y} x dz dy dx \quad \text{HF) } \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\cos y} x^2 \sin y dx dy dz$$

**2.** Az iteratív integrál sorrendjének felcserélésével számítsuk ki az alábbi integrálokat!

$$\text{a) } \int_0^1 \int_y^1 e^{x^2} dx dy \quad \text{b) } \int_0^2 \int_{1+y^2}^5 ye^{(x-1)^2} dx dy \quad \text{HF) } \int_1^4 \int_{\sqrt{y}}^2 \sin\left(\frac{x^3}{3} - x\right) dx dy$$

**3.** Síkbeli polárkoordináta áttéréssel számítsuk ki az alábbi integrálokat!

$$\text{a) } \int_{x^2+y^2 \leq 4, y \geq 0} y^4 x dx dy \quad \text{b) } \int_{x^2+y^2 \leq 4, x, y \geq 0} x^3 + xy^2 dx dy \quad \text{HF) } \int_0^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} x^3 y dy dx$$

**4.** Hengerkoordináták

$$\text{a) } \int_{x^2+y^2 \leq z^2, z \leq 1} x^2 z + y^2 z dz dy dx \quad \text{b) } \int_{x^2+y^2 \leq z, z \leq 4} z^2 dz dy dx \quad \text{HF) } \int_{0 \leq z \leq \sqrt{1-x^2-y^2}} z dz dy dx$$

**5.** Gömbi koordináták

$$\text{a) } \int_{0 \leq z \leq \sqrt{1-x^2-y^2}} z^2 dz dy dx \quad \text{b) } \int_{\sqrt{x^2+y^2} \leq z \leq \sqrt{1-x^2-y^2}} x dz dy dx \quad \text{HF) } \int_{0 \leq z \leq \sqrt{1-x^2-y^2}, x, y \geq 0} x^2 + y^2 + z^2 dz dy dx$$