2025 Vill. Mat A2 – 6. gyakorlat

(Numerikus sorok és konvergenciakritériumok)



1. Határozzuk meg a következő sorok összegét!

$$\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}, \quad |q| < 1, \quad q \in \mathbf{C}$$

a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+2)}$$
 b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{4^n}$
HF a) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(n-1)(n+1)}$ HF b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(2i)^n}$

2. Döntsük el, hogy az alábbi sorok konvergensek-e!

$$\lim \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| < 1, \Rightarrow \sum (a_n) \text{ konv., } \lim \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| > 1, \Rightarrow \sum (a_n) \text{ div.}$$

$$\lim \sqrt[n]{|a_n|} < 1, \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} (a_n) \text{ konv., } \lim \sqrt[n]{|a_n|} > 1, \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} (a_n) \text{ div.}$$

a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n}$$
 b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\left(1 + \frac{3}{n}\right)^{n^2}}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$ d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n^2}}{n!}$
HF a) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{1 - \frac{1}{n}}}$ HF b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^{n^2}}$

3. Határozza meg az alábbi mátrix 100. hatványát a sajátbázisra áttérve!

a)
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$
 b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

iMSc. Ha ismerjük A és B sajátpárjait, mit mondhatunk $A+B,AB,A^{-1}$ sajátpárjairól? (Ha A^{-1} létezik.)