2023 Vill. Mat A2 - 5. gyakorlat

(Ortogonális, szimmetrikus és unitér mátrixok)



1. Diagonalizáljuk ortogonálisan az alábbi mátrixot! Adjuk meg a sajátbázist ortonormáltként!

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Hf.:} \quad \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Diagonalizáljuk az alábbi mátrixokat, ha lehet! Ortogonálisan diagonalizáhatók-e?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Hf.:} \ \ A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Diagonalizáljuk unitéren az alábbi önadjungált mátrixot! Adjuk meg a sajátbázist ortonormáltként!

$$\begin{bmatrix} 1 & i & 0 \\ -i & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Hf.:} \quad \begin{bmatrix} i & 1 & 0 \\ 1 & i & 0 \\ 0 & 0 & i+1 \end{bmatrix}$$

4. Diagonalizáljuk az alábbi mátrixot! Unitéren diagonalizálható-e?

$$\begin{bmatrix} 1 & 2i & 4 \\ -2i & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Hf.:} \quad \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

iMSc. Mit csinál geometriailag az

$$\begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}$$

mátrix, ahola,bvalós számok? Diagonalizáljuk a $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ mátrixot!