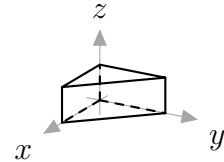




Minden feladat 10 pontot ér, indoklás nélküli eredményközlést nem fogadunk el, a dolgozat időtartama 90 perc. A megoldását az itt látható QR kódon „saját magam neve.pdf” néven, legfeljebb 10 MB terjedelemben töltsse föl. <https://forms.gle/cwoMt266uVfP9UFC7>

- Adja meg a következő differenciálegyenlet-rendszer általános megoldását!
$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_1(t) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = 3x_1(t) + 3x_2(t) + 4t \end{cases}$$
- Oldja meg az $y'' - 4y' + 3y = 2e^{2t}$ egyenletet az $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ kezdeti feltételek mellett!
- Számítsa ki a $G: r(t) = (t^3, \sin(\frac{\pi}{2}t^2), t)$, $0 \leq t \leq 1$ görbére a $v(x, y, z) = (2xy + z, x^2 + z^2, 2yz + x)$ vektorfüggvény integrálját!
- Számítsa ki az $(1; 0; 0)$ -ból az $(1; 1; 0)$ -ba, majd onnan a $(0; 1; 0)$ -ba menő L töröttvonalra a $v(x, y, z) = (3xy^2 + 3, -x^2y, 2z + x^2)$ vektorfüggvény integrálját!
- Számítsa ki annak a háromszög alapú egyenes hasábnak a kifelé irányított palástjára a $v(x, y, z) = (3x + z, x - 3y, 4z^3)$ vektorfüggvény felületi integrálját, amelynek alapja a $(0; 0; 0), (1; 0; 0), (0; 1; 0)$ háromszög, fedőlapja pedig a $(0; 0; 1/2), (1; 0; 1/2), (0; 1; 1/2)$ háromszög.
- $(4+3+3)$ a) Ha $v: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ differenciálható függvény és $\text{rot } v \equiv 0$, akkor v konstans.
b) Ha $v: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ kétszer folytonosan differenciálható függvény, akkor $\text{rot grad } u \equiv 0$.
c) Melyik lineáris a következő differenciálegyenletek közül: **c1)** $y'y = 3$, **c2)** $y'x = 3$, **c3)** $(y')^2 = xy$

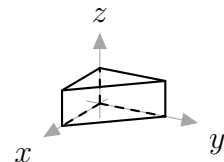


iMSc. Mi az $c^2y'' = -y$ egyenlet azon kétszer differenciálható megoldása, amely eleget tesz az $y(0) = 0$, $y'(0) = -1$ kezdeti feltételeknek, ahol c tetszőleges valós paraméter?



Minden feladat 10 pontot ér, indoklás nélküli eredményközlést nem fogadunk el, a dolgozat időtartama 90 perc. A megoldását az itt látható QR kódon „saját magam neve.pdf” néven, legfeljebb 10 MB terjedelemben töltsse föl. <https://forms.gle/cwoMt266uVfP9UFC7>

- Adja meg a következő differenciálegyenlet-rendszer általános megoldását!
$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_1(t) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = 3x_1(t) + 3x_2(t) + 4t \end{cases}$$
- Oldja meg az $y'' - 4y' + 3y = 2e^{2t}$ egyenletet az $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ kezdeti feltételek mellett!
- Számítsa ki a $G: r(t) = (t^3, \sin(\frac{\pi}{2}t^2), t)$, $0 \leq t \leq 1$ görbére a $v(x, y, z) = (2xy + z, x^2 + z^2, 2yz + x)$ vektorfüggvény integrálját!
- Számítsa ki az $(1; 0; 0)$ -ból az $(1; 1; 0)$ -ba, majd onnan a $(0; 1; 0)$ -ba menő L töröttvonalra a $v(x, y, z) = (3xy^2 + 3, -x^2y, 2z + x^2)$ vektorfüggvény integrálját!
- Számítsa ki annak a háromszög alapú egyenes hasábnak a kifelé irányított palástjára a $v(x, y, z) = (3x + z, x - 3y, 4z^3)$ vektorfüggvény felületi integrálját, amelynek alapja a $(0; 0; 0), (1; 0; 0), (0; 1; 0)$ háromszög, fedőlapja pedig a $(0; 0; 1/2), (1; 0; 1/2), (0; 1; 1/2)$ háromszög.
- $(4+3+3)$ a) Ha $v: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ differenciálható függvény és $\text{rot } v \equiv 0$, akkor v konstans.
b) Ha $v: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ kétszer folytonosan differenciálható függvény, akkor $\text{rot grad } u \equiv 0$.
c) Melyik lineáris a következő differenciálegyenletek közül: **c1)** $y'y = 3$, **c2)** $y'x = 3$, **c3)** $(y')^2 = xy$



iMSc. Mi az $c^2y'' = -y$ egyenlet azon kétszer differenciálható megoldása, amely eleget tesz az $y(0) = 0$, $y'(0) = -1$ kezdeti feltételeknek, ahol c tetszőleges valós paraméter?