

Erősebb csoportoknak: A deriválás alkalmazásai

1. Vizsgáljuk meg monotonitását, lokális szélsőérték és konvexitás szempontjából az alábbi függvényeket!

$$\frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 2x - 3}, \quad \text{gy.: } \frac{1}{x^2 + 1}$$

2. Vizsgáljuk meg monotonitását, lokális és abszolút szélsőérték szempontjából az alábbi függvényt!

$$e^{2x}(x + 1), \quad \text{gy.: } e^x(x^2 + 1)$$

3. Igazoljuk az alábbi egyenlőtlenségeket!

$$x \geq 0 \Rightarrow \ln(1 + x) \leq x, \quad \text{gy.: } x \geq 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{2}x^2 \leq \cos x$$

4. Hány megoldása van az alábbi egyenleteknek?

$$\text{a) } 2x^3 + 15x^2 + 36x - 1 = 0, \quad \text{b) } x^4 + 6x^2 - 2 = 0$$

Alternatív, közepes csoportoknak

1. Vizsgáljuk meg monotonitását, lokális és abszolút szélsőérték szempontjából az alábbi függvényt!

$$e^{2x}(x + 1), \quad \text{gy.: } e^x(x + 2)$$

2. Vizsgáljuk meg monotonitását, lokális szélsőérték és konvexitás szempontjából az alábbi függvényeket!

$$\frac{x + 1}{x - 1}, \quad \text{gy.: } \frac{1}{x^2 + 1}$$

3. Alkalmazzuk a L'Hospital szabályt, ha lehet. Ha nem, oldjuk meg másként!

$$\begin{aligned} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{\ln(1 + 4x)}, \quad & \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{e^{x^2} - 1}, \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x^2}{\sin 2x} \\ \text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{4x} + e^x}{e^{3x} + e^{2x}}, \quad & \text{e) } \lim_{x \rightarrow 0+} x \ln x, \quad \text{f) } \lim_{x \rightarrow 0+} (\cos x)^{1/x} \end{aligned}$$

4. Hány megoldása van az alábbi egyenleteknek?

$$\text{a) } 2x^3 + 15x^2 + 36x - 1 = 0, \quad \text{b) } x^4 + 6x^2 - 2 = 0$$