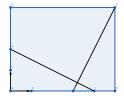
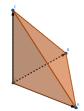
## Vektorok koordinátamentesen

- 1. Legyenek **a** és **b** térvektorok! Mennyi a  $\lambda$  és  $\mu$  skalárok értéke, ha  $2\mu$ **a** +  $\lambda$ **a** +  $(\lambda 4)$ **b** = 2**b** és a) **a**  $\parallel$  **b** (nem párhuzamos), vagy b) **b** = 2**a**?
  - **hf.** Mennyi  $\lambda$  és  $\mu$ , ha  $-\mu \mathbf{a} + \lambda \mathbf{a} + (\lambda 3)\mathbf{b} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$  és  $\mathbf{a} \not \mid \mathbf{b}$ ?
- 2. Az ABCD téglalap AB oldala 5, az AD oldala 4 egység. Az  $\mathbf{a} = \overrightarrow{AE}$  egységvektor az AB oldalon a B irányába mutat, a  $\mathbf{b} = \overrightarrow{AF}$  egységvektor az AD oldalon a D irányába mutat. Legyen H az AD felezőpontja, K az AB szakaszon az A-tól 3, D az D szakaszon az D-tól 4 egységre van. Igazoljuk, hogy D-felezőpontja, D





- **gy.** Az  $\mathbf{a} = \overrightarrow{OA}$ ,  $\mathbf{b} = \overrightarrow{OB}$ ,  $\mathbf{c} = \overrightarrow{OC}$  vektorok páronként merőlegesek egymásra és egységvektorok. Az ABC súlypontja S. Igazoljuk, hogy OS merőleges az ABC síkjára!
  - hf. Igazoljuk, hogy a rombusz átlói merőlegesek egymásra!
- 3. Legyen  ${\bf a}$  és  ${\bf b}$  két olyan egységvektor, amelyek merőlegesen egymásra! Mennyi legyen a  $\lambda$  skalár, hogy a  $\lambda {\bf a} 4 {\bf b}$  és a  $2 {\bf a} + {\bf b}$  vektorok merőlegesek legyenek egymásra?
  - gy. Igaz-e, hogy ha ab = 0, akkor a és b közül legalább az egyik nulla.
  - **hf.** Igaz-e, hogy
  - 1. ha  $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ , akkor  $(\lambda \mathbf{a} \mathbf{b}) \perp (\mathbf{a} + \lambda \mathbf{b})$
  - 2. ha ab = ac, és  $a \neq 0$ , akkor b = c
  - 3. ha ab = ac, akkor vagy  $b c \parallel a$ , vagy  $b c \perp a$ .

A vektoriális szorzás algebrai tulajdonságai:

$$(\lambda \mathbf{a} + \mu \mathbf{b}) \times \mathbf{c} = \lambda \mathbf{a} \times \mathbf{c} + \mu \mathbf{b} \times \mathbf{c}$$
  
$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a}$$

- 4. Legyen az  $\mathbf{a}$  és  $\mathbf{b}$  vektorok által kifeszített paralelogramma területe  $T = |\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = 4$ . Mennyi az  $\mathbf{a} 3\mathbf{b}$  és  $2\mathbf{a} \mathbf{b}$  vektorok által kifeszített paralelogramma területe?
- gy. Tudjuk, hogy  ${\bf a}$  és  ${\bf b}$  nem párhuzamosak egymással. Mennyi a  $\lambda$  skalár, hogy  $\lambda {\bf a} + 2 {\bf b}$  és  ${\bf a} {\bf b}$  párhuzamosak legyenek egymással?