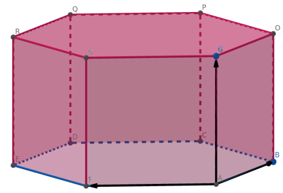
2022 Vill. Mat A1 – 2. gyakorlat

Vektorok koordinátamentesen

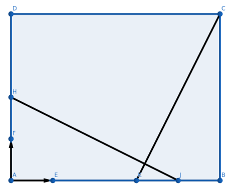
1. Szabályos hatszög csúcsai rendre $AB...F$. Fejezzük ki az $\mathbf{a} = \overrightarrow{AB}$, $\mathbf{b} = \overrightarrow{AF}$ vektorokkal a hatszög oldal- és átlóvektorait!

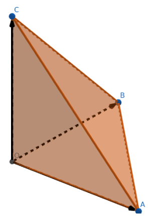
gy. A szabályos hatszög alapú hasáb alaplapja $AB...F$, egyik oldaléle AN, fedőlapjának megfelelő csúcsai $NO...S$. Fejezzük ki az $\mathbf{a} = \overrightarrow{AB}$, $\mathbf{b} = \overrightarrow{AF}$, $\mathbf{c} = \overrightarrow{AN}$ vektorokkal az $\overrightarrow{FQ}$, $\overrightarrow{EO}$, $\overrightarrow{CQ}$ vektorokat!



hf. Az $ABCD$ négyzet középpontja O, AB oldalának felezéspontja F. Fejezzük ki az $\mathbf{a} = \overrightarrow{OA}$, $\mathbf{b} = \overrightarrow{OF}$ vektorokkal a négyzet oldal- és átlóvektorait!

2. Az $ABCD$ téglalap AB oldala 5, az AD oldala 4 egység. Az $\mathbf{a} = \overrightarrow{AE}$ egységvektor az AB oldalon a B irányába mutat, a $\mathbf{b} = \overrightarrow{AF}$ egységvektor az AD oldalon a D irányába mutat. Legyen H az AD felezőpontja, K az AB szakaszon az A-tól 3, J az AB szakaszon az A-tól 4 egységre van. Igazoljuk, hogy HJ és KC merőleges egymásra!





gy. Az $\mathbf{a} = \overrightarrow{OA}$, $\mathbf{b} = \overrightarrow{OB}$, $\mathbf{c} = \overrightarrow{OC}$ vektorok páronként merőlegesek egymásra és egységvektorok. Az ABC középpontja S. Igazoljuk, hogy OS merőleges az ABC síkjára!

hf. Igazoljuk, hogy a deltoid átlói merőlegesek egymásra!

3. Igazoljuk, hogy az egyenlőszárú háromszög alaphoz tartozó magassága felezi az alapot!

gy. Igazoljuk a Thales-tétel megfordítását!

hf. Igazoljuk a Thales-tételt!

4. Igazoljuk, hogy $$\left.\begin{array}{l}\mathbf{a}\times\mathbf{b} = \mathbf{c}\times\mathbf{d}\\ \mathbf{a}\times\mathbf{c} = \mathbf{b}\times\mathbf{d}\end{array}\right\} \quad\Rightarrow\quad \mathbf{a}-\mathbf{d} \parallel \mathbf{b}-\mathbf{c}$$

gy. Igaz-e, hogy

1. ha $\mathbf{a}\times\mathbf{b} = \mathbf{0}$, akkor $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$ közül legalább az egyik nulla,
2. ha $\mathbf{a}\times\mathbf{b} = \mathbf{a}\times\mathbf{c}$ és $\mathbf{a} \neq 0$, akkor $\mathbf{b} = \mathbf{c}$
3. ha $\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c} = \mathbf{0}$, akkor $\mathbf{a}\times\mathbf{b} = \mathbf{b}\times\mathbf{c} = \mathbf{c}\times\mathbf{a}$

hf. Igaz-e, hogy

1. ha $\mathbf{ab} = \mathbf{0}$, akkor $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$ közül legalább az egyik nulla.
2. ha $\mathbf{ab} = \mathbf{ac}$, és $\mathbf{a} \neq \mathbf{0}$, akkor $\mathbf{b} = \mathbf{c}$
3. ha $\mathbf{ab} = \mathbf{ac}$, akkor vagy $\mathbf{b}-\mathbf{c} \parallel \mathbf{a}$, vagy $\mathbf{b}-\mathbf{c} \perp \mathbf{a}$.