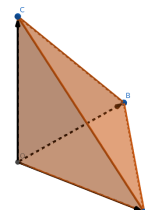
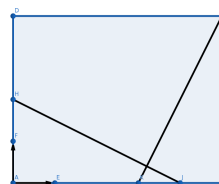


Vektorok koordinátamentesen

1. Legyenek \mathbf{a} és \mathbf{b} térvektorok! Mennyi a λ és μ skalárok értéke, ha $2\mu\mathbf{a} + \lambda\mathbf{a} + (\lambda - 4)\mathbf{b} = 2\mathbf{b}$ és a) $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ (nem párhuzamos), vagy b) $\mathbf{b} = 2\mathbf{a}$?

hf. Mennyi λ és μ , ha $-\mu\mathbf{a} + \lambda\mathbf{a} + (\lambda - 3)\mathbf{b} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$ és $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$?

2. Az $ABCD$ téglalap AB oldala 5, az AD oldala 4 egység. Az $\mathbf{a} = \overrightarrow{AE}$ egységvektor az AB oldalon a B irányába mutat, a $\mathbf{b} = \overrightarrow{AF}$ egységvektor az AD oldalon a D irányába mutat. Legyen H az AD felezőpontja, K az AB szakaszon az A -tól 3, J az AB szakaszon az A -tól 4 egységre van. Igazoljuk, hogy HJ és KC merőleges egymásra!



gy. Az $\mathbf{a} = \overrightarrow{OA}$, $\mathbf{b} = \overrightarrow{OB}$, $\mathbf{c} = \overrightarrow{OC}$ vektorok páronként merőlegesek egymásra és egységvektorok. Az ABC súlypontja S . Igazoljuk, hogy OS merőleges az ABC síkjára!

hf. Igazoljuk, hogy a rombusz átlói merőlegesek egymásra!

3. Legyen \mathbf{a} és \mathbf{b} két olyan egységvektor, amelyek merőlegesen egymásra! Mennyi legyen a λ skalár, hogy a $\lambda\mathbf{a} - 4\mathbf{b}$ és a $2\mathbf{a} + \mathbf{b}$ vektorok merőlegesek legyenek egymásra?

gy. Igaz-e, hogy ha $\mathbf{ab} = \mathbf{0}$, akkor \mathbf{a} és \mathbf{b} közül legalább az egyik nulla.

hf. Igaz-e, hogy

1. ha $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, akkor $(\lambda\mathbf{a} - \mathbf{b}) \perp (\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b})$
2. ha $\mathbf{ab} = \mathbf{ac}$, és $\mathbf{a} \neq \mathbf{0}$, akkor $\mathbf{b} = \mathbf{c}$
3. ha $\mathbf{ab} = \mathbf{ac}$, akkor vagy $\mathbf{b} - \mathbf{c} \parallel \mathbf{a}$, vagy $\mathbf{b} - \mathbf{c} \perp \mathbf{a}$.

A vektoriális szorzás algebrai tulajdonságai:

$$(\lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{b}) \times \mathbf{c} = \lambda\mathbf{a} \times \mathbf{c} + \mu\mathbf{b} \times \mathbf{c}$$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a}$$

4. Legyen az \mathbf{a} és \mathbf{b} vektorok által kifeszített paralelogramma területe $T = |\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = 4$. Mennyi az $\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$ és $2\mathbf{a} - \mathbf{b}$ vektorok által kifeszített paralelogramma területe?

gy. Tudjuk, hogy \mathbf{a} és \mathbf{b} nem párhuzamosak egymással. Mennyi a λ skalár, hogy $\lambda\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$ és $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ párhuzamosak legyenek egymással?