

## Halmazalgebra

## 1. (Logikai szita)

Egy 36 fős osztályban 30-an tanulnak angolt, 24-en olaszt. Hányan tanulják mindkét nyelvet? Mi annak a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen választott diák csak olaszt tanul?

**gy.** Egy 42 fős osztályban 36-an tanulnak olaszt, 24-en spanyolt, 12-en franciát, 33-an a francia és a spanyol közül legalább az egyiket, 6-an franciát és olaszt, 12-en olasz és spanyolt, 1 diák mindhármat. Hányan tanulnak csak olaszt, csak spanyolt, csak franciát? Mi annak a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen választott diák pontosan egy nyelvet tanul?

**hf.** Egy 20 fős osztályban 16-an tanulnak drámát, 8-an emelt magyart, 10-en táncot, 15-en a tánc és a dráma közül legalább az egyiket, 6-an emelt magyart és drámát, 8-an emelt magyart és táncot, 3 diák mindhármat. Mi annak a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen választott diák pontosan egy, két, három fenti tárgyat tanul?

2. ( $\cap, \cup, \subseteq, =$  definíciója, esetszétválasztás.) Igazoljuk, hogy bármely  $A, B, C$  halmazra  $A \cap (B \cup C) \subseteq (A \cap B) \cup (A \cap C)$ .

**gy.**  $A \cup (B \cap C) \supseteq (A \cup B) \cap (A \cup C)$ .

**hf.**  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ .

3. (De Morgan azonosságok) Igazoljuk, hogy bármely  $A, B$  halmazra  $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$  (vagy  $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ ). Mi annak a valószínűsége, hogy egy 52 lapos francia kártyapakliból véletlenszerűen kiválasztva két lapot az egyik király?

**gy.** Mi annak a valószínűsége, hogy egy 52 lapos francia kártyapakliból kiválasztva három lapot a lapok között lesz treff?

**hf.** Mi annak a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen felírt ötjegyű szám jegyei között van hármas?

4. Igazoljuk az ismert azonosságok felhasználásával, hogy tetszőleges  $A, B, C$  halmazra  $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$ . ( $A \setminus B = A \cap \overline{B}$ , disztributív szabályok, De Morgan.)

**gy.**  $K \setminus (K \setminus L) = L \setminus (L \setminus K)$ .

**hf.**  $(K \setminus L) \setminus M = (K \setminus M) \setminus (L \setminus M)$ .