2023 Vill. Mat A2 – 10. gyakorlat

(Iránymenti derivált, lokális és abszolút szélsőérték, topológia)

1. Igazak-e az alábbi állítások?

a) Zárt halmazok véges uniója zárt. b) Nyílt halmazok uniója és metszetes is nyílt.

c) Minden halmaz vagy nyílt vagy zárt. d) Nincs olyan halmaz, ami zárt is és nyílt is.

2. Totálisan deriválható-e az alábbi függvény és létezik-e az iránymenti deriváltja a (x_0, y_0)-ban a (v_1, v_2) irányban?

a) $(x_0, y_0) = (0,0), (v_1, v_2) = (1,1), \quad f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^2}{x^2+y^2} & \text{, ha } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{, ha } (x,y) = (0,0) \end{cases},$

b) $(x_0, y_0) = (1,-1), (v_1, v_2) = (2,3), \quad f(x,y) = e^{x^2 y}(x^2 + y^3)$

3. Hol és milyen lokális szélsőértéke van az alábbi függényeknek?

a) $f(x,y) = x^3 - y^2 - 2xy - 2x + y$, b) $f(x,y) = (x^2+y^2)e^{-x^2-y^2}$, c) $f(x,y) = x^2y^2$

HF) $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + 3x - 3y$, HF) $f(x,y) = x^2 + y^3 - 3xy + 3x - 3y$

4. Hol és milyen abszolút szélsőértékei vannak az alábbi függvényeknek a megadott tartományon?

a) $f(x,y) = x^2 - y^2, T = [0,1]\times[0,1]$, b) $f(x,y) = 4x^2 + y^2 - xy, T = \{(x,y) \mid 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1-x\}$

iMSc. Egyenlők-e az alábbi függvény vegyes másodrendű parciális deriváltjai a nullában?

$$f(x,y) = \begin{cases} xy\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & \text{, ha } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{, ha } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$