2023 Vill. Mat A2 – 3. gyakorlat

(Inhomogén lineáris e.r., inverz, leképezés mártixa, bázisváltás)



1. Legyen $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $b \in \mathbb{R}^n$ és $x_0 \in \mathbb{R}^m$ olyan, hogy $Ax_0 = b$. Igazoljuk, hogy

$$\{\boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^m \mid \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}\} = \mathrm{Ker}(\boldsymbol{A}) + \{\boldsymbol{x}_0\}$$

Az a valós paraméter mely értékeire lesz az alábbi egyenletrendszereknek megoldása? Amikor van, írjuk fel a megoldáshalmazt $Ker(A) + \{x_0\}$ alakban!

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a & b \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{hf.:} \ \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & a & b \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Az a valós paraméter mely értékeire invertálhatóak az alábbi mátrixok és amikor igen, mi az inverzük?

a)
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & a \end{bmatrix}$$
 b) $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & a \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ hf.: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & a \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

a=0esetén számoljuk ki ()-1
adj/det képlettel is az inverzet!

- 3. Legyen $\boldsymbol{A} \in \mathbf{R}^{3\times3}$ a z tengely körül +90°-kal forgató, és $\boldsymbol{B} \in \mathbf{R}^{3\times3}$ az xy síkra tükröző leképezés mátrixa. Mik az alábbi mátrixok? a) \boldsymbol{A}^{-1} b) \boldsymbol{B}^{-1} , c) $\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}$, d) $\boldsymbol{B}\boldsymbol{A}$, e) $\boldsymbol{A}^{2023} \cdot \boldsymbol{B}^{2023}$?
- 4. Legyen az A leképezés mátrixa a sztenderd bázisban:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

Írjuk fel \mathcal{A} mátrixát a $B = \left(\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right)$ bázisban! (A bázisáttérés mátrixának felhasználásával is!) Mi \mathbf{A}^{100} ?

iMSc. Az $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mátrixon hasonlók, ha van olyan $C \in \mathbb{R}^{n \times n}$ invertálható mátrix, hogy $C^{-1}AC = B$. Igazak-e? Hasonló mátrixok a) oszloptereinek dimenziója ugyanaz, b) oszlopterei ugyanazok, c) sortereinek dimenziója ugyanaz, d) sortereinek dimenziója ugyanaz?