

(Íránymenti derivált, lokális és abszolút szélsőérték, topológia)



1. Igazak-e az alábbi állítások?

- a) Zárt halmazok véges uniója zárt. b) Nyílt halmazok uniója és metszetes is nyílt.
c) Minden halmaz vagy nyílt vagy zárt. d) Nincs olyan halmaz, ami zárt is és nyílt is.

2. Totálisan deriválható-e az alábbi függvény és létezik-e az iránymenti deriváltja a (x_0, y_0) -ban a (v_1, v_2) irányban?

a) $(x_0, y_0) = (0, 0), (v_1, v_2) = (1, 1), \quad f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2 + y^2} & , \text{ ha } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , \text{ ha } (x, y) = (0, 0) \end{cases},$

b) $(x_0, y_0) = (1, -1), (v_1, v_2) = (2, 3), \quad f(x, y) = e^{x^2 y}(x^2 + y^3)$

3. Hol és milyen lokális szélsőértéke van az alábbi függvényeknek?

a) $f(x, y) = x^3 + y^2 - 2xy - 2x + y,$ b) $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{-x^2 - y^2},$ c) $f(x, y) = x^2 y^2$

HF) $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + 3x - 3y,$ HF) $f(x, y) = x^2 + y^3 - 3xy + 3x - 3y$

4. Hol és milyen abszolút szélsőértékei vannak az alábbi függvényeknek a megadott tartományon?

a) $f(x, y) = x^2 - y^2, T = [0, 1] \times [0, 1],$ b) $f(x, y) = 4x^2 + y^2 - xy, T = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 - x\}$

iMSc. Egyenlők-e az alábbi függvény egyes másodrendű parciális deriváltjai a nullában?

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & , \text{ ha } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , \text{ ha } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$