

$$(\exists x \in \mathbf{R} \ \forall y \in \mathbf{R} \ x^2 - y^2 \geq 2xy, \ \forall x \in \mathbf{R} \ \forall y \in \mathbf{R} \ |x - y| \geq |x| - |y|)$$

3. Adott egy urna és benne 75 piros és 75 kék golyó. Az urnában lévő golyók számát a következő módon csökkentjük. Kiveszünk két golyót.

- Ha ez piros-piros, akkor eldobunk egyet és visszateszünk egyet.
- Ha ez piros-kék, akkor eldobjuk a pirosat és visszatesszük a kéket.
- Ha ez kék-kék, akkor mindet eldobjuk és egy kívül lévő piros golyókból álló kupacból beteszünk az urnába egy pirosat.

Kérdések:

1. Milyen színű lesz az uccsó golyó?
2. Lehet-e az utolsó előtti lépésben az urnában piros-piros pár?
3. Lehet-e az utolsó előtti lépésben az urnában kék-kék pár?
4. Lehet-e az utolsó előtti lépésben az urnában kék-piros pár?

4.

1. $\forall n \in \mathbf{N}, \exists m \in \mathbf{N}, m > n \wedge 2 \mid m$
2. $\forall p \in \mathbf{P} \exists n \in \mathbf{N} p > 2 \cdot 3^n$
3. $\forall x \in \mathbf{R}, \exists y \in \mathbf{R}, x < y < x^2$
4. $\forall a \in \mathbf{Q} \ \forall b \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q} \ a + b \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$
5. $\exists K \in \mathbf{R} \ \forall x \in \mathbf{R} \ x^2 + 1 \geq K - 2x$
6. $\exists K \in \mathbf{R} \ \forall x \in \mathbf{R} \ x^3 - 1 \geq K + 3x^2 - 3x$
7. $\exists x \in \mathbf{R} \ \exists y \in \mathbf{R} \ x \neq y \wedge |x| = |y|$
8. $\exists x \in \mathbf{R} \ \forall y \in \mathbf{R} \ x^2 + y^2 > x$
9. $\exists n \in \mathbf{N} \ \forall x \in \mathbf{R} \ n > x^2$
10. $\forall n \in \mathbf{N} \ \exists m \in \mathbf{N} \ m > n \wedge \sqrt{m} \in \mathbf{N}$