

Boole-algebra

Egy *Boole-algebra* egy B típusú halmazból áll, amelyen az alábbi műveletek vannak definiálva:

- \top : az igaz (*true*),
- \perp : a hamis (*false*),
- $\wedge : B \times B \rightarrow B$: konjunkció (*and*),
- $\vee : B \times B \rightarrow B$: diszjunkció (*or*),
- $\neg : B \rightarrow B$: negáció (*negation*).

A Boole-algebrára a következő axiómák érvényesek:

Asszociativitás

$$\forall x, y, z \in B, \quad (x \wedge (y \wedge z)) = ((x \wedge y) \wedge z), \quad (1)$$

$$\forall x, y, z \in B, \quad (x \vee (y \vee z)) = ((x \vee y) \vee z). \quad (2)$$

Kommutativitás

$$\forall x, y \in B, \quad (x \wedge y) = (y \wedge x), \quad (3)$$

$$\forall x, y \in B, \quad (x \vee y) = (y \vee x). \quad (4)$$

Disztributivitás

$$\forall x, y, z \in B, \quad x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z), \quad (5)$$

$$\forall x, y, z \in B, \quad x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z). \quad (6)$$

Identitás

$$\forall x \in B, \quad x \wedge \top = x, \quad (7)$$

$$\forall x \in B, \quad x \vee \perp = x. \quad (8)$$

Komplementer

$$\forall x \in B, \quad x \wedge \neg x = \perp, \quad (9)$$

$$\forall x \in B, \quad x \vee \neg x = \top. \quad (10)$$