

به نام خدا

محسن حسینی، ۹۸۱۰۴۰۷۱

فاز دو پروژه تحقیق در عملیات دو

۱. مدلسازی مسئله ۲
- ۱.۱. اندیس‌ها ۲
- ۱.۲. متغیرهای تصمیم ۲
- ۱.۳. متغیرهای حالت ۲
- ۱.۴. محدودیت‌ها ۳
- ۱.۴.۱. محدودیت تعداد کارگران در هر سال ۳
- ۱.۴.۲. محدودیت متغیرهای حالت ۳
- ۱.۴.۳. محدودیت‌های استخدام ۴
- ۱.۴.۴. محدودیت‌های تعلیق ۴
- ۱.۴.۵. محدودیت‌های آموزش ۴
- ۱.۴.۶. محدودیت‌های تنزیل ۴
- ۱.۵. تابع هدف ۴
- ۱.۵.۱. تابع هدف خواسته یک ۴
- ۱.۵.۳. تابع هدف خواسته دو ۵
۲. نتایج مدل ۶
- ۲.۱. بخش یک ۶
- ۲.۲. بخش دو ۷
۳. مقایسه نتایج دو حالت ۸
۴. توضیحات کد و فایل اکسل ۹

۱. مدلسازی مسئله

برای مدلسازی مسئله، با توجه به تفاوت بهره‌وری کارگران پاره‌وقت و تمام‌وقت، آنها را به شکل دو موجودیت مستقل تعریف می‌کنیم. همچنین متغیرهای تصمیم مسئله مربوط به استخدام کارگر تمام وقت یا پاره وقت، اخراج، استخدام بیش از حد، آموزش و تنزیل نیروها می‌باشد.

۱.۱. اندیس‌ها

هر کدام از موارد اشاره شده در قسمت قبل، برای کارگران کم‌مهارت، نیمه‌ماهر و ماهر در هر سال تعریف می‌شود. بنابراین اندیس‌های مسئله به صورت زیر تعریف می‌شوند:

t : year; 0, 1, 2, 3
 s : skill; l : low skill, m : mid skill, h : high skill

۱.۲. متغیرهای تصمیم

متغیرهای اصمیم مسئله را با توجه اندیس‌ها به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

H_{st} : hiring for skill s at year t
 P_{st} : part time assigning for skill s at year t
 L_{st} : laying off for skill s at year t
 O_{st} : over hiring for skill s at year t
 $T_{s_1s_2t}$: training from skill s_1 to skill s_2 at year t
 $D_{s_1s_2t}$: demoting from skill s_1 to skill s_2 at year t

۱.۳. متغیرهای حالت

برای مسئله می‌توان یکسری متغیرهای حالت در نظر گرفت. ایم متغیرها صرفاً مدلسازی را ساده‌تر کرده و امکان تحلیل نتایج را آسان‌تر می‌کند.

W_{st} : workforce for skill s at year t

۱.۴. محدودیت‌ها

۱.۴.۱. محدودیت تعداد کارگران در هر سال

$$\begin{aligned}
 W_{lt=0} &= 2000 \\
 W_{mt=0} &= 1500 \\
 W_{ht=0} &= 1000 \\
 (W_{lt=1} - P_{lt=1}) + 0.5P_{lt=1} &= 1000 \\
 (W_{lt=2} - P_{lt=2}) + 0.5P_{lt=2} &= 500 \\
 (W_{lt=3} - P_{lt=3}) + 0.5P_{lt=3} &= 0 \\
 (W_{mt=1} - P_{mt=1}) + 0.5P_{mt=1} &= 1400 \\
 (W_{mt=2} - P_{mt=2}) + 0.5P_{mt=2} &= 2000 \\
 (W_{mt=3} - P_{mt=3}) + 0.5P_{mt=3} &= 2500 \\
 (W_{ht=1} - P_{ht=1}) + 0.5P_{ht=1} &= 1000 \\
 (W_{ht=2} - P_{ht=2}) + 0.5P_{ht=2} &= 1500 \\
 (W_{ht=3} - P_{ht=3}) + 0.5P_{ht=3} &= 2000
 \end{aligned}$$

۱.۴.۲. محدودیت متغیرهای حالت

در هر یک از متغیرهای حالت، این را داریم که مقدار آنها برابر است با مقدار متغیر در سال قبل، به علاوه میزان استخدام در سال قبل که منجر به اضافه شدن تعداد در این سال می‌شود، منهای افرادی که تعلیق می‌شوند، منهای افرادی که شرکت را ترک می‌کنند، به علاوه افرادی که تنزیل داده شده‌اند و به سطح آن متغیر رسیده‌اند، منهای افرادی که به خاطر تنزیل شرکت را ترک می‌کنند، منهای افرادی که در آن سطح آموزش دیده و وارد سطح بالاتر می‌شوند.

در نظر گرفته می‌شود که ترک شرکت به دو شکل انجام می‌شود. مورد اول برای کارگران جدید است که روی کارگران استخدامی مرحله قبل اعمال می‌شود. مورد دوم برای کارگران قدیمی است که همان کارگران مرحله قبل هستند.

$$\begin{aligned}
 \forall t > 0: W_{lt} &= W_{lt-1} + [H_{lt-1} + O_{lt-1}] \\
 &\quad - [L_{lt-1} + 0.25(H_{lt-1} + O_{lt-1}) + 0.1(W_{lt-1})] \\
 &\quad + [0.5D_{mlt-1} + 0.5D_{hlt-1} - T_{lmt-1}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \forall t > 0: W_{mt} &= W_{mt-1} + [H_{mt-1} + O_{mt-1}] \\
 &\quad - [L_{mt-1} + 0.2(H_{mt-1} + O_{mt-1}) + 0.05(W_{mt-1})] \\
 &\quad + [0.5D_{hmt-1} - D_{mlt-1} + T_{lmt-1} - T_{mht-1}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \forall t > 0: WF_{ht} &= W_{ht-1} + [H_{ht-1} + O_{ht-1}] \\
 &\quad - [L_{ht-1} + 0.1(H_{ht-1} - O_{ht-1}) + 0.05(W_{ht-1})] \\
 &\quad + [-D_{hmt-1} - D_{hlt-1} + T_{mht-1}]
 \end{aligned}$$

۱.۴.۳. محدودیت‌های استخدام

$$\begin{aligned}\forall t < 3: H_{lt} &\leq 500 \\ \forall t < 3: H_{mt} &\leq 800 \\ \forall t < 3: H_{ht} &\leq 500 \\ \forall t < 3: O_{lt} + O_{mt} + O_{ht} &\leq 150 \\ \forall t < 3: P_{lt} + P_{mt} + P_{ht} &\leq 50\end{aligned}$$

۱.۴.۴. محدودیت‌های تعلیق

$$\begin{aligned}\forall t < 3: L_{lt} &\leq W_{lt} \\ \forall t < 3: L_{mt} &\leq W_{mt} \\ \forall t < 3: L_{ht} &\leq W_{ht}\end{aligned}$$

۱.۴.۵. محدودیت‌های آموزش

$$\begin{aligned}\forall t < 3: T_{lmt} &\leq 200 \\ \forall t < 3: T_{mht} &\leq 0.25W_{ht} \\ \forall t < 3: T_{lmt} &\leq W_{lt} \\ \forall t < 3: T_{mht} &\leq W_{mt} + T_{lmt}\end{aligned}$$

محدودیت چهارم به این دلیل مطرح می‌شود که امکان آموزش افراد در دو مرحله نیز در یک دوره وجود دارد.

۱.۴.۶. محدودیت‌های تنزیل

$$\begin{aligned}\forall t < 3: D_{mlt} &\leq W_{mt} \\ \forall t < 3: D_{hmt} + D_{hlt} &\leq W_{ht}\end{aligned}$$

۱.۵. تابع هدف

۱.۵.۱. تابع هدف خواسته یک

برای کمینه کردن تعداد کارگران تعلیق، مجموع آنها که به شکل متغیر تصمیم تعریف شده باید کمینه شود.

$$\min Z = \sum_{t=0}^2 L_{lt} + L_{mt} + L_{ht}$$

۱.۵.۳. تابع هدف خواسته دو

برای کمینه کردن هزینه‌ها، از چهار متغیر کمکی استفاده می‌شود. این چهار متغیر به ترتیب مربوط به هزینه آموزش، هزینه تعلیق، هزینه استخدام بیش از حد و هزینه گماشت پاره‌وقت است.

$$Training\ Cost = \sum_{t=0}^2 400T_{lmt} + 500T_{mht}$$

$$Lay\ off\ Cost = \sum_{t=0}^2 200L_{lt} + 500L_{mt} + 500L_{ht}$$

$$Overhiring\ Cost = \sum_{t=0}^2 1500O_{lt} + 2000O_{mt} + 3000O_{ht}$$

$$Parttime\ Cost = \sum_{t=0}^2 500P_{lt} + 400P_{mt} + 400P_{ht}$$

با استفاده از این چهار متغیر، تابع هدف به شکل زیر خواهد بود.

$$\min Z = Training\ Cost + Layoff\ Cost + Overhiring\ Cost + Parttime\ Cost$$

۲. نتایج مدل

۲.۱. بخش یک

در این بخش تابع مطلوبیت به شکل کمینه کردن میزان تعلیق قرار داده می‌شود و مدل حل می‌شود. نتایج مدل در این صورت به شکل زیر است.

Unskilled											
year\variable	W	H	P	L	O	Train(lm)	D(hl)	D(ml)	Churn New	Churn Old	
0	2000.00	0	0	626	0.00	199	0	50	0.00	0.00	
1	1000.00	0	0	180	0.00	200	0	0	0.00	200.00	
2	520.00	0	40	243	0.00	200	0	0	0.00	100.00	
3	25.00	0	50	0	0.00	0	0	0	0.00	52.00	
SemiSkilled											
year\variable	W	H	P	L	O	Train(mh)	Train(lm)	D(ml)	D(hm)	Churn New	Churn Old
0	1500	0	0	0	0.00	250	199	50	200	0.00	0.00
1	1424	534	48	0	150.00	100	200	0	0	0.00	75.00
2	2000	500	0	0	0.00	1	200	0	2	136.80	71.20
3	2500	0	0	0	0.00	0	0	0	0	100.00	100.00
Skilled											
year\variable	W	H	P	L	O	Train(mh)	D(hm)	D(hl)	Churn New	Churn Old	
0	1000	0.00	0	0	0.00	250	200	0	0.00	0.00	
1	1000	500.00	0	0	0.00	100	0	0	0.00	50.00	
2	1500	500.00	0	0	140.00	1	2	0	50.00	50.00	
3	2000	0.00	0	0	0.00	0	0	0	64.00	75.00	

همچنین داده‌های مربوط به هزینه به صورت زیر خواهد بود.

Training Cost	415100
Parttime Cost	64200
Layoff Cost	209800
Overhire Cost	720000
Total Cost	1409100

۲.۲. بخش دو

در این بخش، تابع هدف به شکل کم کردن هزینه‌ها خواهد بود. نتایج مدل در این صورت، به شکل زیر است:

Unskilled											
year\variable	W	H	P	L	O	Train(lm)	D(hl)	D(ml)	Churn New	Churn Old	
0	2000.00	0	0	814	0.00	0	2	26	0.00	0.00	
1	1000.00	0	0	270	0.00	130	0	0	0.00	200.00	
2	500.00	0	0	365	0.00	85	0	0	0.00	100.00	
3	0.00	0	0	0	0.00	0	0	0	0.00	50.00	
SemiSkilled											
year\variable	W	H	P	L	O	Train(mh)	Train(lm)	D(ml)	D(hm)	Churn New	Churn Old
0	1500	0	0	0	0.00	0	0	26	2.000000166	0.00	0.00
1	1400	800	0	0	0.00	100	130	0	0	0.00	75.00
2	2000	800	0	0	0.00	125	85	0	0	160.00	70.00
3	2500	0	0	0	0.00	0	0	0	0	160.00	100.00
Skilled											
year\variable	W	H	P	L	O	Train(mh)	D(hm)	D(hl)	Churn New	Churn Old	
0	1000	60.00	0	0	0.00	0	2	2	0.00	0.00	
1	1000	500.00	0	0	0.00	100	0	0	6.00	50.00	
2	1500	500.00	0	0	0.00	125	0	0	50.00	50.00	
3	2000	0.00	0	0	0.00	0	0	0	50.00	75.00	

داده مربوط به هزینه در این حالت به شکل زیر خواهد بود.

Training Cost	198500
Parttime Cost	0
Layoff Cost	289800
Overhire Cost	0
Total Cost	488300

۳. مقایسه نتایج دو حالت

سوالی که مطرح می‌شود این است که تغییر دادن تابع هدف، چه تاثیری روی متغیرهای تصمیم دارد. برای بررسی این موضوع، برخی متغیرهای اصلی مسئله در دو حالت محاسبه می‌شوند.

Metric\Model	1	2
Total hire unskilled	0	0
Total hire semi-skilled	1034	1600
Total hire skilled	1000.00	1060.00
Total hire	2034	2660
Total overhire unskilled	0.00	0.00
Total overhire semi-skilled	150.00	0.00
Total overhire skilled	140.00	0.00
Total overhire	290.00	0.00
Total layoff unskilled	1049.00	1449.00
Total layoff semi-skilled	0.00	0.00
Total layoff skilled	0.00	0.00
Total layoff	1049.00	1449.00
Total Parttime assign	138	0
Total train from unskilled to semi-skilled	599.00	215.00
Total train from semi-skilled to skilled	351.00	225.00
Total train	950.00	440.00
Total demote from skilled to semi-skilled	202.00	2.00
Total demote from skilled to unskilled	0	2
Total demote from semi-skilled to unskilled	50	26.00000008
Total demote	252.00	30.00
Total churn unskilled new	0.00	0.00
Total churn semi-skilled new	202.00	2.00
Total churn skilled new	114.00	106.00
Total churn new	316.00	108.00
Total churn unskilled old	352.00	350.00
Total churn semi-skilled old	236.80	320.00
Total churn skilled old	175.00	175.00
Total churn old	763.80	845.00
Total churn	1079.80	953.00
Training Cost	415,100	198,500
Parttime Cost	64,200	-
Layoff Cost	209,800	289,800
Overhire Cost	720,000	-
Total Cost	1,409,100	488,300

مشاهده می‌شود در حالت کمینه کردن هزینه، میزان استخدام‌ها یء تعلیق اضافه می‌شود و میزان استخدام‌های بیش از حد به صفر می‌رسد. همچنین میزان آموزش و تنزیل در این حالت کاهش می‌یابد. همچنین میزان خروجی طبیعی کارکنان در هر دو حالت حدودا برابر است.

به طور دقیق‌تر، حالت کمینه کردن هزینه هزینه‌ها را ۶۵ درصد کاهش می‌یابد که این موضوع به همراه افزایش ۳۸ درصد تعلیق‌ها است. به نوعی در حالت کمینه کردن هزینه، تمرکز بنگاه از سمت آموزش به سمت استخدام می‌رود طوری که استخدام بیش از حد که هزینه بالایی دارد وجود نداشته‌باشد.

۴. توضیحات کد و فایل اکسل

مدل نوشته‌شده در این گزارش، به صورت کد گمز پیاده‌سازی شده‌است. مدل برای دادن خروجی، از روش برنامه‌ریزی عددصحیح استفاده می‌کند چون متغیرها عددصحیح هستند. همچنین کد به طوری نوشته‌شده که می‌توان به سادگی بین دو نوع تابع هدف با تغییر دادن خط ۲۶۵ جابه‌جا شد.

خروجی تمام متغیرها در صفحه نتایج اکسل ریخته می‌شوند. سپس این مقادیر در صفحه نتایج تحلیلی مرتب می‌شوند. به نوعی با هر بار اجرا شدن مدل، دو صفحه نتایج و نتایج تحلیلی در فایل اکسل بروزرسانی می‌شوند. دو صفحه نتایج بخش یک و دو، یک نمونه از نتایج مدل برای هر یک از تابع هدف‌ها است. سپس در صفحه مقایسه دو مدل از این دو صفحه استفاده شده و شاخص‌های مختلف در هر یک از آنها محاسبه می‌شود.