یاحق

محسن حسینی، 98104071

فاز اول پروژه درس تحقیق در عملیات دو

# مسئلۀ اول

## مدلسازی ریاضی

در قسمت فرض میشود که برنامه‌ریزی یک دوره‌ای است و انبار به طور کلی وجود ندارد. بنابراین موجودی انبار در ابتدا و انتهای دوره صفر است. متغیرهای تصمیم مقدار تن از هر نوع روغن است که باید تولید شود.

|  |  |
| --- | --- |
| متغیر تصمیم | نماد |
| میزان خرید و تصفیه روغن گیاهی 1 | X1 |
| میزان خرید و تصفیه روغن گیاهی 2 | X2 |
| میزان خرید و تصفیه روغن حیوانی 1 | Y1 |
| میزان خرید و تصفیه روغن حیوانی 2 | Y2 |
| میزان خرید و تصفیه روغن حیوانی 3 | Y3 |

با این ساختار، تابع هدف را تشکیل می‌دهیم:

در این تابع، قسمت اول میزان کل درامد است و قسمت دوم میزان کل هزینه.

در ادامه محدودیت‌های مسئله به مدل اضافه میشوند.

محدودیت ظرفیت تصفیه:

محدودیت بیشینۀ سختی روغن:

محدودیت کمینۀ سختی روغن:

محدودیت‌های علامت:

## خروجی اکسل

مسئلۀ بالا را در اکسل مدلسازی کرده و از آن خروجی میگیریم.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Name** | **Final Value** | **Integer** |
| X1 Value | 159.26 | Contin |
| X2 Value | 40.74 | Contin |
| Y1 Value | 0 | Contin |
| Y2 Value | 250 | Contin |
| Y3 Value | 0 | Contin |

مشاهده می‌شود که طبق خروجی مدل، خرید و تصفیه از روغن حیوانی نوع اول و سوم نباید انجام شود و عمدۀ محصول نهایی از روغن حیوانی 2 تشکیل می‌شود که هزینۀ خرید کمتری نیز دارد.

|  |  |
| --- | --- |
| **Name** | **Final Value** |
| Profit Objective Function | 17592.59259 |

میزان سود کل با این برنامه‌ریزی حدودا 17600 دلار است. این سود از فروش 450 تن روغن و کسب درامد حدودا 50000 دلاری به دست می‌آید.

تحلیل حسیاسیت

با استفاده از بخش تحلیل حساسیت نرم‌افزار اکسل می‌توان فهمید که تغییر دادن محدودیت‌ها یا متغیرها چگونه روی جواب نهایی تاثیر می‌گذارد. نتایج تحلیل حساسیت متغیرها در ادامه آورده شده‌است.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Final** | **Reduced** | **Objective** | **Allowable** | **Allowable** |
| **Name** | **Value** | **Cost** | **Coefficient** | **Increase** | **Decrease** |
| X1 Value | 159.259 | 0.000 | 40.000 | 14.545 | 10.000 |
| X2 Value | 40.741 | 0.000 | 30.000 | 10.000 | 14.545 |
| Y1 Value | 0.000 | -11.852 | 20.000 | 11.852 | 1.00E+30 |
| Y2 Value | 250.000 | 0.000 | 40.000 | 1.00E+30 | 7.963 |
| Y3 Value | 0.000 | -7.963 | 35.000 | 7.963 | 1.00E+30 |

در این جدول مقدار نهایی هر متغیر در ستون سمت چپ آورده شده‌است. ستون بعدی نشان می‌دهد که با افزایش یک واحد مقدار هر متغیر، تابع هدف در صورت ثابت ماندن بقیۀ متغیرها چگونه تغییر می‌کند. ستون بعدی ضریب هر متغیر در تابع هدف را نشان میدهد که با توجه به قیمت محصول نهایی و قیمت روغن خام تعیین می‌شود.

دو ستون بعدی به این موضوع اشاره می‌کنند که مقدار ضریب متغیر چقدر می‌تواند تغییر کند در صورتی که جواب فعلی بهینه بماند. برای مثال در صورتی که قیمت روغن گیاهی اول 10 واحد افزایش پیدا کند که منجر به کم شدن ضریبش در تابع هدف به میزان 10 واحد می‌شود، جواب بهینه برای متغیرهای تصمیم همین مقادیر فعلی باقی خواهد ماند. بدیهی است که در این شرایط تابع هدف عوض می‌شود. با توجه به اینکه قیمت روغن‌ها میتوانند به صورت تخمین باشند، این دو ستون به فرد تصمیم‌گیرنده کمک زیادی می‌کند. در صورتی که این مقادیر بزرگ باشند، می‌توان گفت که جواب بهینه به دست آمده نسبتا پایدار1 است و با تغییر داده‌ها چندان تغییر نمیکند.

در ادامه تحلیل حساسیت محدودیت‌ها بررسی می‌شود.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Final** | **Shadow** | **Constraint** | **Allowable** | **Allowable** |
| **Name** | **Value** | **Price** | **R.H. Side** | **Increase** | **Decrease** |
| Final Product Lower Limit | 1350.00 | 0.00 | 0.00 | 1350.00 | 1E+30 |
| X Refinement | 200.00 | 29.63 | 200.00 | 4300.00 | 39.29 |
| Y Refinement | 250.00 | 46.67 | 250.00 | 61.11 | 238.89 |
| Final Product Upper Limit | 0.00 | 3.70 | 0.00 | 110.00 | 430.00 |

این جدول نشان می‌دهد که تغییر کردن مقدار محدودیت‌ها چگونه روی جواب مسئله تاثیر می‌گذارد. ستون اول مقدار سمت چپ محدودیت را نشان میدهد. ستون بعدی که قیمت سایه‌ای است، به این موضوع اشاره می‌کند که تغییر دادن مقدار سمت راست یک محدودیت، چگونه می‌تواند روی تابع هدف اثر بگذارد. برای مثال افزایش ظرفیت تصفیه روغن گیاهی به اندازۀ یک واحد، منجر به افزایش سود به اندازۀ 29.63 می‌شود. این عدد برای ظرفیت تصفیۀ روغن حیوانی بیشتر است و نشان میدهد بنگاه در صورتی که روی توسعۀ این بخش از کارخانه سرمایه‌گذاری کند، می‌تواند سود خود را بیشتر افزایش دهد. دو ستون سمت راست نشان می‌دهد که مقدار قیمت سایه‌ای در چه بازه‌ای برقرار است.

مسئلۀ دوم

مدلسازی ریاضی

در مسئلۀ دوم، مدل مسئلۀ تک‌دوره‌ای مطرح شده در مسئلۀ قبل برای همۀ دوره‌ها حل می‌شود. آنچه در این مدل تغییر میکند اضافه شدن انبار به مسئله و همچنین توسعۀ متغیرهای تصمیم به تمام دوره‌ها است. متغیرهای تصمیم را به صورت میزان خرید و میزان تصفیه هر نوع روغن در هر دوره تعریف می‌کنیم. متغیر میزان انبار در هر دوره نیز به عنوان متغیر مازاد در مسئله تعریف شده و به فهم بهتر مدل کمک میکند.

|  |  |
| --- | --- |
| متغیر تصمیم | نماد |
| میزان خرید روغن گیاهی 1 در دورۀ t | BX1t |
| میزان خرید روغن گیاهی 2 در دورۀ t | BX2t |
| میزان خرید روغن حیوانی 1 در دورۀ t | BY1t |
| میزان خرید روغن حیوانی 2 در دورۀ t | BY2t |
| میزان خرید روغن حیوانی 3 در دورۀ t | BY3t |
| میزان تصفیه روغن گیاهی 1 در دورۀ t | RX1t |
| میزان تصفیه روغن گیاهی 2 در دورۀ t | RX2t |
| میزان تصفیه روغن حیوانی 1 در دورۀ t | RY1t |
| میزان تصفیه روغن حیوانی 2 در دورۀ t | RY2t |
| میزان تصفیه روغن حیوانی 3 در دورۀ t | RY3t |
| موجودی روغن گیاهی 1 در انتهای دورۀ t | IX1t |
| موجودی روغن گیاهی 2 در انتهای دورۀ t | IX2t |
| موجودی روغن حیوانی 1 در انتهای دورۀ t | IY1t |
| موجودی روغن حیوانی 2 در انتهای دورۀ t | IY2t |
| موجودی روغن حیوانی 3 در انتهای دورۀ t | IY3t |

با استفاده از این متغیرها، تابع هدف را تشکیل میدهیم.

در این رابطه عبارت اول میزان درامد کسب‌شده از فروش روغن است. عبارت دوم هزینۀ خرید روغن خام را نشان می‌دهد که در آن P(it) قیمت روغن خام نوع i در زمان t است که در جدول فرض‌های مسئله داده شده‌است. قسمت سوم نیز میزان هزینۀ نگهداری است.

سپس محدودیت‌ها را به مدل اضافه می‌کنیم.

محدودیت ظرفیت‌های تصفیه:

محدودیت حد بالایی سختی روغن:

محدودیت حد پایینی سختی روغن:

محدودیت میزان انبار اولیه:

محدودیت میزان انبار نهایی:

محدودیت رابطۀ میزان انبار هر دوره با دوره‌های بعدی:

محدودیت کمتر بودن میزان تصفیه از میزان موجودی هر محصول:

محدودیت ظرفیت انبار:

محدودیت علامت:

خروجی

با حل مسئله در نرم‌افزار و گرفتن خروجی اکسل از آن، متغیرهای اصلی تابع هدف مقادیر زیر را خواهند داشت:

|  |  |
| --- | --- |
| Varieble | VALUE |
| Revenue | $360,000 |
| MeterialCost | $219,358 |
| InventoryCost | $54,663 |
| Profit | $85,980 |

مشاهده می‌شود که سود بهینه حدود 86 هزار دلار است که از یک درامد 360 هزار دلاری ناشی می‌شود. همچنین حدود 80 درصد از هزینه‌های بنگاه در شرایط بهینه به خاطر خرید مواد اولیه است.

در ادامه مقادیر متغیرهای تصمیم خروجی نیز آورده شده است.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Name** | Type | index\month | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| BX1 | **Veg** | 1 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 200.00 | 487.96 |
| BX2 | **Veg** | 2 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 512.04 |
| BY1 | **Oil** | 1 | 0.00 | 57.50 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| BY2 | **Oil** | 2 | 0.00 | 100.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 675.00 |
| BY3 | **Oil** | 3 | 0.00 | 0.00 | 367.50 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Name | **Type** | **index\month** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| RX1 | **Veg** | 1 | 125.93 | 125.93 | 96.30 | 75.93 | 137.96 | 125.93 |
| RX2 | **Veg** | 2 | 74.07 | 74.07 | 103.70 | 124.07 | 62.04 | 74.07 |
| RY1 | **Oil** | 1 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 57.50 | 0.00 |
| RY2 | **Oil** | 2 | 200.00 | 200.00 | 100.00 | 50.00 | 25.00 | 200.00 |
| RY3 | **Oil** | 3 | 0.00 | 0.00 | 100.00 | 150.00 | 117.50 | 0.00 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Name | **Type** | **index\month** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| IX1 | **Veg** | 1 | 374.07 | 248.15 | 151.85 | 75.93 | 137.96 | 500.00 |
| IX2 | **Veg** | 2 | 425.93 | 351.85 | 248.15 | 124.07 | 62.04 | 500.00 |
| IY1 | **Oil** | 1 | 500.00 | 557.50 | 557.50 | 557.50 | 500.00 | 500.00 |
| IY2 | **Oil** | 2 | 300.00 | 200.00 | 100.00 | 50.00 | 25.00 | 500.00 |
| IY3 | **Oil** | 3 | 500.00 | 500.00 | 767.50 | 617.50 | 500.00 | 500.00 |

اضافه کردن محدودیت‌ها

برای حل مسئله لازم است محدودیت‌های خواسته‌شدۀ زیر به مدل اضافه شوند:

1. ﻣﺤﺼﻮل ﻧﻬﺎﯾﯽ ﻧﻤﯽ ﺗﻮاﻧﺪ در ﻣﺎه از ﺗﺮﮐﯿﺐ ﺑﯿﺶ از ﺳﻪ روﻏﻦ ﺑﻪ دﺳﺖ ﺑﯿﺎﯾﺪ.
2. اﮔﺮ ﯾﮏ روﻏﻦ در یک ماه اﺳﺘﻔﺎده ﺷﻮد، ﺑﺎﯾﺪ ﺣﺪاﻗﻞ 20 تن از آن به ﮐﺎر ﺑﺮود.
3. اگر روغن گیاهی اول و دوم در یک ماه استفاده شوند، روغن حیوانی نوع سه هم باید استفاده شود.

برای مدلسازی موارد بالا لازم است متغیرهای تصمیم صفر و یک به مسئله اضافه شوند طوری که نشان دهند آیا از یک نوع روغن خاص در یک ماه استفاده می‌شود یا خیر. برای این کار، متغیرهای زیر از نوع صفر و یک به مسئله اضافه می‌شوند.

|  |  |
| --- | --- |
| متغیر تصمیم | نماد |
| استفاده از روغن گیاهی 1 در دورۀ t | UX1t |
| استفاده از روغن گیاهی 2 در دورۀ t | UX2t |
| استفاده از روغن حیوانی 1 در دورۀ t | UY1t |
| استفاده از روغن حیوانی 2 در دورۀ t | UY2t |
| استفاده از روغن حیوانی 3 در دورۀ t | UY3t |

این متغیرها مقدار تابع هدف را تغییر نمی‌دهند ولی محدودیت‌های زیر را به مسئله اضافه می‌کنند.

محدودیت تصفیه روغن به شرط استفاده از آن:

مقادیر 200 و 250 به عنوان یک کران بالا برای میزان تصفیه هر نوع روغن در یک زمان در نظر گرفته‌می‌شوند زیرا حد بالای میزان تصفیه با توجه به اطلاعات مسئله برابر این مقادیر است.

محدودیت اینکه ﻣﺤﺼﻮل ﻧﻬﺎﯾﯽ ﻧﻤﯽ ﺗﻮاﻧﺪ در ﻣﺎه از ﺗﺮﮐﯿﺐ ﺑﯿﺶ از ﺳﻪ روﻏﻦ ﺑﻪ دﺳﺖ ﺑﯿﺎﯾﺪ:

محدودیت اینکه اﮔﺮ ﯾﮏ روﻏﻦ در یک ماه اﺳﺘﻔﺎده ﺷﻮد، ﺑﺎﯾﺪ ﺣﺪاﻗﻞ 20 تن از آن به ﮐﺎر ﺑﺮود:

محدودیت اینکه اگر روغن گیاهی اول و دوم در یک ماه استفاده شوند، روغن حیوانی نوع سه هم باید استفاده شود: