10. ALLOCAZIONE DINAMICA DELLA MEMORIA

Per allocare lo spazio in memoria per le risorse locali e/o globali di un programma, si possono scegliere sostanzialmente **due strategie differenti**:

a) **ALLOZIONE STATICA** della MEMORIA: la memoria necessaria per il dato viene allocata prima dell'esecuzione del programma a tempo di compilazione (**compile-time**);

b) **ALLOCAZIONE DINAMICA** della MEMORIA: consente, durante l'esecuzione di un programma (quindi a **tempo di esecuzione** ossia a **run-time**), di eseguire le istruzioni per allocare lo spazio in memoria necessario al dato e di deallocare tale spazio al termine della sua esecuzione, in modo da renderlo disponibile ad altri usi/programmi.

STRATEGIE DI ALLOCAZIONE A CONFRONTO

	Allocazione statica	**Allocazione dinamica**
Occupazione di memoria	Costante per tutta l'esecuzione del programma	Variabile nel corso dell'esecuzione in quanto le variabili sono allocate solo quando servono
Tempo di esecuzione	L'allocazione viene fatta una volta sola prima dell'esecuzione del programma, non appesantendo il suo tempo di esecuzione	L'allocazione e la deallocazione avvengono durante l'esecuzione del programma, appesantendo il suo tempo di esecuzione
Tempo di esistenza delle variabili	Sin dall'inizio dell'esecuzione del programma a tutte le variabili viene associata una zona di memoria permanente che verrà rilasciata solo quando il programma terminerà.	Le variabili vengono allocate durante l'esecuzione del programma solo quando servono e la memoria ad esse assegnata viene rilasciata con particolari istruzioni quando non servono più

SPECIALE: L'esecuzione di un sottoprogramma

Per eseguire un sottoprogramma è necessario utilizzare una apposita **istruzione di chiamata di sottoprogramma** che è prevista da tutti i linguaggi di programmazione.

Meccanismo di funzionamento

Quando un programma non è in esecuzione risiede su una **MEMORIA DI MASSA** e subito dopo la compilazione ed il linkaggio, sarà costituito esclusivamente dal codice o istruzioni e dai dati ed occuperà un'area di memoria (la cui dimensione in BYTE dipende esclusivamente dalle istruzioni e dai dati utilizzati) che è possibile essere pensata come suddivisa in **due segmenti**:

- **il Segmento "CODICE"** o "ISTRUZIONI"**:** area contenente le istruzioni del programma (codice) scritte in linguaggio macchina
- **il Segmento "DATI":** area contenente variabili e costanti allocate staticamente

Quando un programma è in esecuzione (chiamato anche **TASK** o **processo)** viene allocato in memoria centrale (**RAM**) e gli viene assegnato, dal sistema operativo (un particolate programma chiamato **loader**), nella memoria di lavoro (**RAM**) anche una zona di memoria aggiuntiva rispetto a quella posseduta quando è "in quiete".

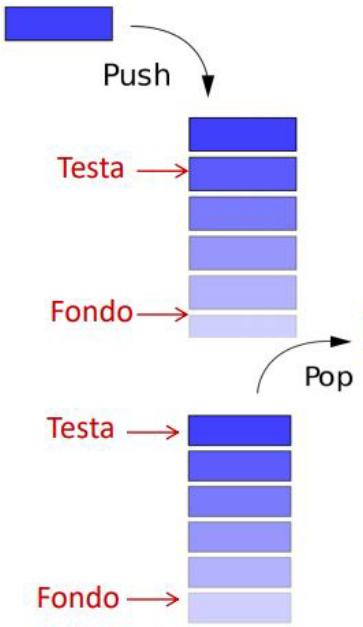
Un programma in esecuzione quindi occuperà una zona della memoria di lavoro che è possibile pensare ora suddivisa in **quattro segmenti**:

- **il Segmento "CODICE"** o "ISTRUZIONI"**:** *vedi descrizione già data in precedenza*
- **il Segmento "DATI":** *vedi descrizione già data in precedenza*
- **il Segmento "STACK":** area destinata a gestire la "**PILA DELLE ATTIVAZIONI**"
- **il Segmento HEAP** (lett. mucchio) **di sistema:** area destinata a raccogliere i dati gestiti dinamicamente che come tali verranno allocati e deallocati dinamicamente (che verranno illustrati IN SEGUITO)

Una volta terminata l'esecuzione del programma questa zona di memoria allocata nella RAM verrà rilasciata liberando la memoria precedentemente occupata **(allocazione dinamica del codice da parte del sistema operativo)**

L'intero meccanismo della gestione delle chiamate a sottoprogrammi avviene, come già accennato in precedenza, tramite una particolare struttura dati detta "PILA DELLE ATTIVAZIONI".

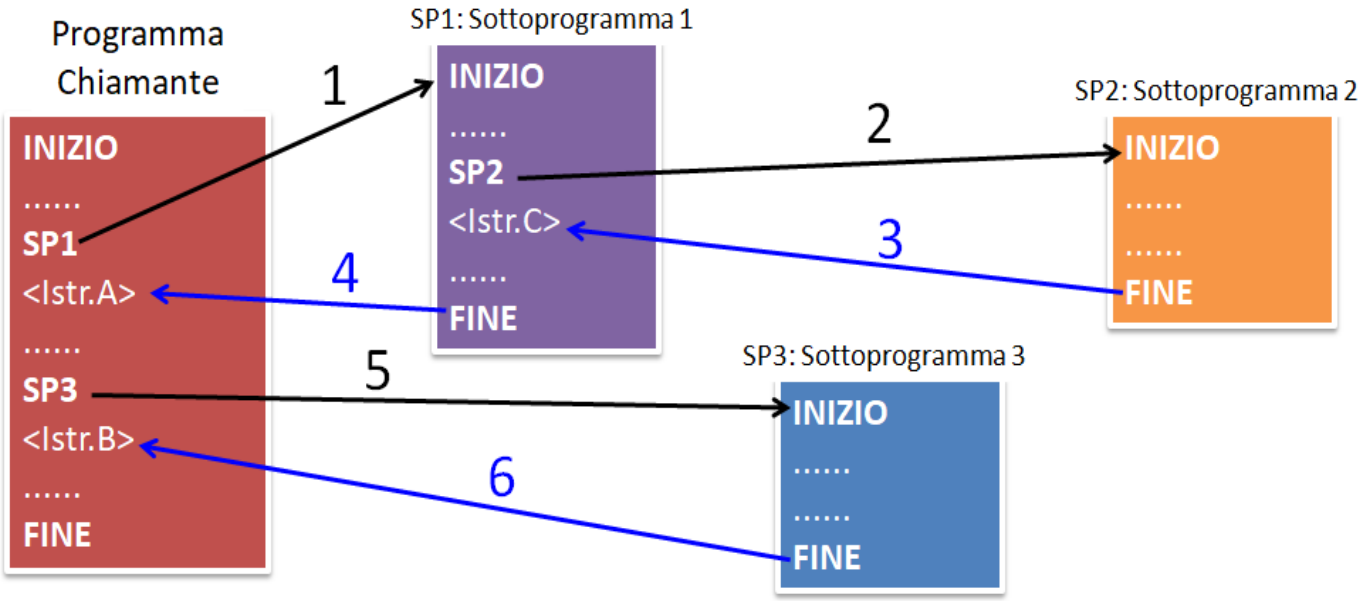
Per ricordare da quale istruzione va ripresa l'esecuzione dopo un sottoprogramma, la CPU si serve di una apposita STRUTTURA DATI detta **PILA delle attivazioni o STACK** dalla quale i dati possono essere inseriti o estratti solo da una estremità che viene detta **testa della pila**.



N.B. Questa struttura dati ha una struttura di tipo **LIFO o Last In First Out** nel senso che l'ultimo ad entrare è il primo ad uscire (esempio pila di piatti o di cd).

Quando la CPU esegue una istruzione di chiamata a sottoprogramma allora inserisce (**Push**) nella pila delle attivazioni in testa **l'indirizzo della cella di memoria contenente l'istruzione che dovrà essere eseguita al rientro dal sottoprogramma.**

Quando la CPU esegue una istruzione di FINE allora utilizza la pila delle attivazioni per estrarre dalla testa (**Pop**) **l'indirizzo di memoria in esso contenuto da dove riprendere l'esecuzione.**

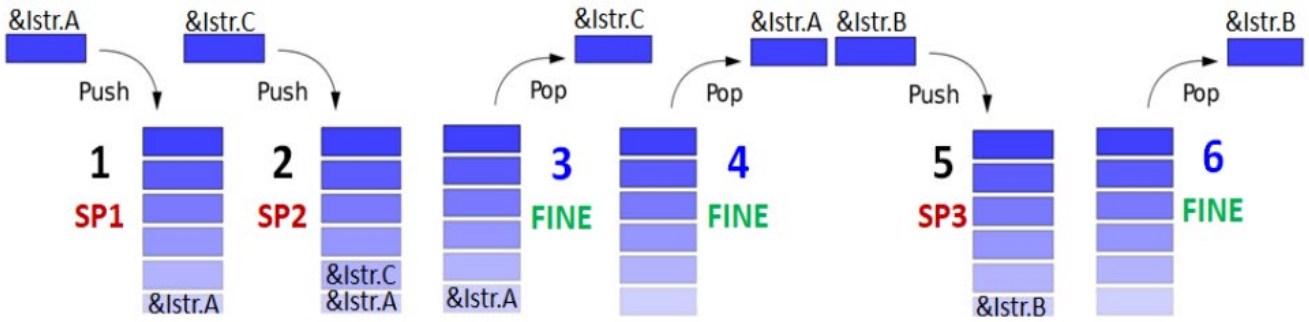


Tutto questo avviene utilizzando la "**PILA DELLE ATTIVAZIONI**" nel seguente modo:

- Quando la CPU esegue una istruzione di chiamata a sottoprogramma allora inserisce nela pila delle attivazioni, IN TESTA, **l'indirizzo della cella di memoria contenente l'istruzione che dovrà essere eseguita al rientro dal sottoprogramma.**

- Quando la CPU esegue una istruzione di FINE allora utilizza la pila delle attivazioni per estrarre, DALLA TESTA, **l'indirizzo della cella di memoria in esso contenuto da dove riprendere l'esecuzione.**

Nell'esempio specificato in precedenza l'utilizzo della pila delle attivazioni da parte del nostro programma in esecuzione (TASK) sarà il seguente:

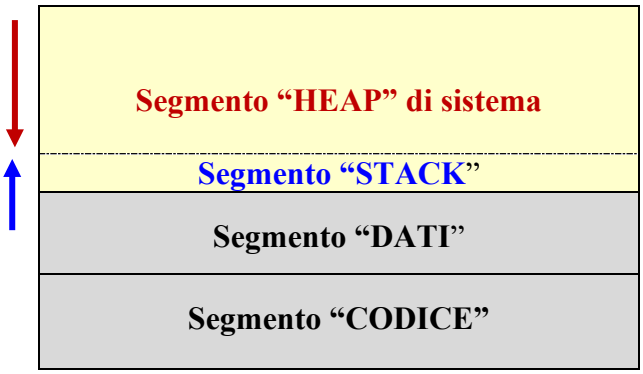


SCENARI POSSIBILI

Cosa può accadere ad un programma in esecuzione che oltre all'uso di sottoprogrammi, impiega l'allocazione dinamica per la gestione dei dati (anche solo in parte) ?

SCENARIO A)

Se un programma non utilizza sottoprogrammi, impiega solamente risorse globali e locali ed occuperà sempre la stessa quantità di memoria, **non impiegando affatto il segmento stack** che permette di gestire le chiamate a funzioni e procedure tramite una struttura dati chiamata "pila delle attivazioni".



Segmento "Heap" di sistema: area destinata a raccogliere i dati gestiti dinamicamente che come tali verranno allocati e deallocati

Segmento "STACK": area destinata a gestire la "PILA delle ATTIVAZIONI"

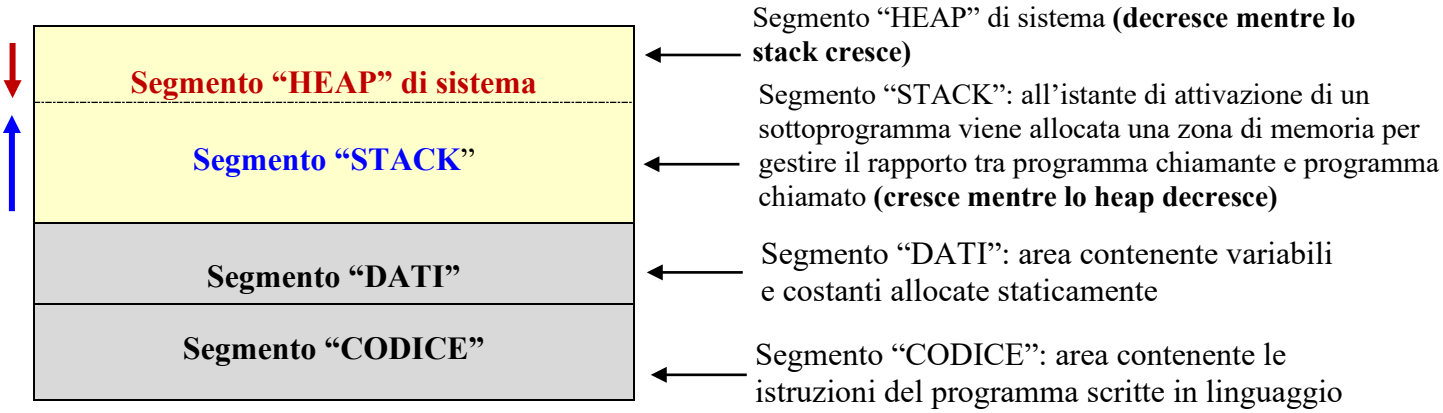
Segmento "DATI": area contenente variabili e costanti allocate staticamente

Segmento "CODICE": area contenente le istruzioni del programma (codice) scritte in linguaggio macchina

SCENARIO B)

Se un programma utilizza sottoprogrammi impiega, oltre alle risorse globali e locali, **anche il segmento stack** inserendo (operazione **push**), ad ogni **chiamata** (o **attivazione**) di un sottoprogramma nella "pila delle attivazioni", l'indirizzo dell'istruzione successiva alla chiamata stessa, che verrà poi richiamato alla fine dell'esecuzione del sottoprogramma stesso (operazione **pop**).

La "pila delle attivazioni" gestisce le informazioni fondamentali relative alle chiamate di procedure e funzioni utilizzando la tecnica **L.I.F.O.** (**Last In First Out** ossia "l'ultimo dato ad entrare è il rpimo ad uscire").



N.B. L'allocazione all'interno dello heap di locazioni di memoria avverrà in entrambi i casi (SCENARIO A oppure SCENARIO B) solo se verranno utilizzate variabili allocate dinamicamente tramite l'utilizzo di un'apposita funzionalità - la PROCEDURA *Alloca* ( ) - che verrà spiegata più avanti.

E' evidente che lo **heap** ossia l'area libera dove allocare dinamicamente i dati e lo **stack** ossia l'area di memoria dove vengono gestite le risorse dei sottoprogrammi, **si contendono l'area libera assegnata,** muovendosi verso direzioni convergenti ossia da direzioni opposte.

N.B. Una eventuale collisione provocherà di fatto l'esaurimento della dimensione totale di memoria messa a disposizione dei due segmenti (HEAP + STACK) e di conseguenza l'interruzione (abend o crash) del programma

Al contrario del segmento "stack", il segmento "dati" ha una dimensione prefissata.
Questo è uno dei motivi per il quale si giustifica il ricorso all'allocazione dinamica delle variabili aggirando il problema che spesso le variabili necessarie al programma non riescono ad essere collocate tutte all'interno del segmento "dati".

I PUNTATORI

Non tutti i linguaggi di programmazione permettono l'uso dell'allocazione dinamica della memoria da parte del programmatore ma è **indubbio che questa possibilità fornisca a tali linguaggi una marcia in più.**

Il linguaggio C (ed anche il linguaggio il C++) fortunatamente permettono al programmatore di gestire l'allocazione dinamica della memoria a disposizione un particolare tipo di dato chiamato **puntatore**.

Def: una variabile di TIPO PUNTATORE contiene un valore intero (espresso in esadecimale) che rappresenta l'indirizzo della locazione di memoria nella quale è memorizzato il dato cui si riferisce

In altre parole una variabile di tipo puntatore fisicamente rappresenta una locazione di memoria che contiene l'indirizzo di un'altra locazione di memoria.

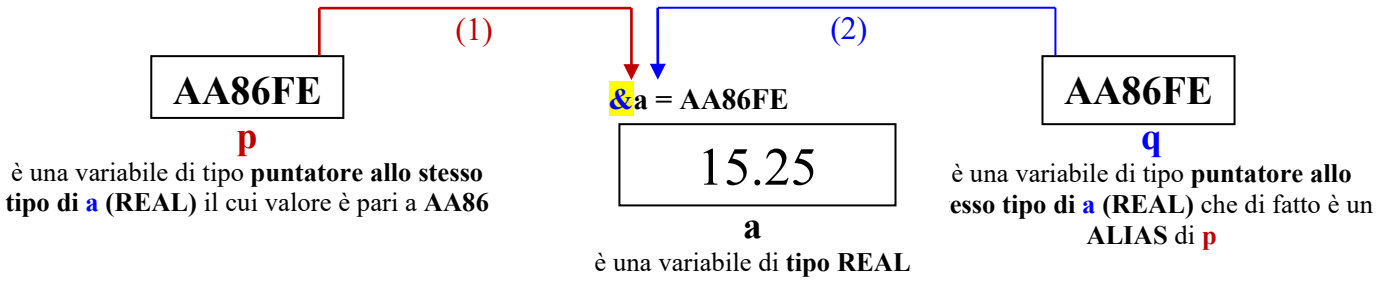
Con la PSEUDOCODIFICA la dichiarazione di una variabile di tipo puntatore sarà del tipo

< variabile_puntatore > **: PUNTATORE A** < Tipo_dato >

ALGORITMO Esempio_0
PROCEDURA main( )
p, **q** : **PUNTATORE A REAL**
a : **REAL**
INIZIO
a ← 15.25
p ← &a (1)
q ← **p** (2)
Scrivi (*p)
Scrivi (*q)
FINE

Graficamente

```c
// Utilizzando il linguaggio C – Esempio_0
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
int main(int argc, char *argv[])
{
float* p, *q;
float a;
a = 15.25;
p = &a;
q = p;
printf("%.2f", *p);
printf("\n%.2f", *q);
printf("\nIndirizzo di a = %x", &a);
printf("\nvalore di p =  %x", p);
printf("\nvalore di q =  %x", q);
return 0;
}
```



Osservazioni importanti

a) Un puntatore quindi non contiene direttamente dati come le altre variabili di altri tipi, ma contiene un indirizzo di memoria dove reperire i dati.

b) Una variabile puntatore occupa sempre la stessa quantità di memoria indipendentemente dal tipo di dato puntato.

c) Sia in modalità statica che dinamica, per riferirci al valore del dato puntato da un puntatore useremo il simbolo * davanti al nome della variabile puntatore

d). In modalità statica per assegnare l'indirizzo di una cella di memoria ad un puntatore useremo il simbolo & davanti al nome della variabile: in modalità dinamica attraverso l'utilizzo di un opportuno sottoprogramma.

NOTA BENE

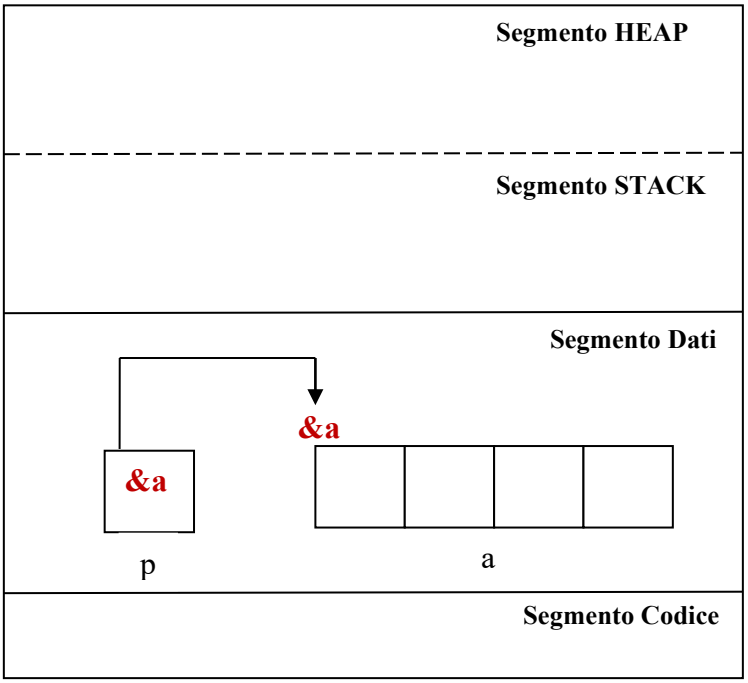
UN PUNTATORE può essere usato anche SENZA UTILIZZARE l'ALLOCAZIONE DINAMICA.....

Infatti li abbiamo già utilizzati:

a) PASSAGGIO DEI PARAMETRI PER RIFERIMENTO O INDIRIZZO

b) ASSOCIARLI A VARIABILI ALLOCATE STATICAMENTE

ALGORITMO Esempio_1
PROCEDURA main( )
a : **INT**
p : **PUNTATORE A INT**
INIZIO
p ← &a
Leggi(*p) //*invece di* ***Leggi(a)***
*p ← *p + 10 //*invece di* ***a ← a + 10***
Scrivi(*p) //*invece di* ***Scrivi(a)***
FINE




```c
// Utilizzando il linguaggio C – Esempio_1

#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

int main(int argc, char *argv[])
{
int a;
int* p;

p = &a;

fflush(stdin);
scanf("%d", p);           //invece di scanf("%d", &a);

*p = *p + 10;             //invece di a = a + 10;

printf("%d", *p);         //invece di printf("%d", a);

return 0;
}
```

..... MA .....

L' ALLOCAZIONE DINAMICA non può esistere SENZA L'UTILIZZO DEI PUNTATORI

ESERCIZIO SULL'UTILIZZO DEI PUNTATORI (CON ALLOCAZIONE STATICA)

ALGORITMO Puntatori_1

PROCEDURA main ( )

p1, p2, p3 : **PUNTATORE A INT**
a, b, c : **INT**

INIZIO

Leggi (a)
Leggi (b)
Leggi (c)

p2 ← &c
p1 ← &b
p3 ← p1

a ← ((*p2) + (*p1)) DIV 3
*p1 ← a * (*p2) – 2*(*p3)
*p2 ← a + (*p1) – (*p2)

p3 ← p2
p2 ← &(*p1)
p1 ← &a

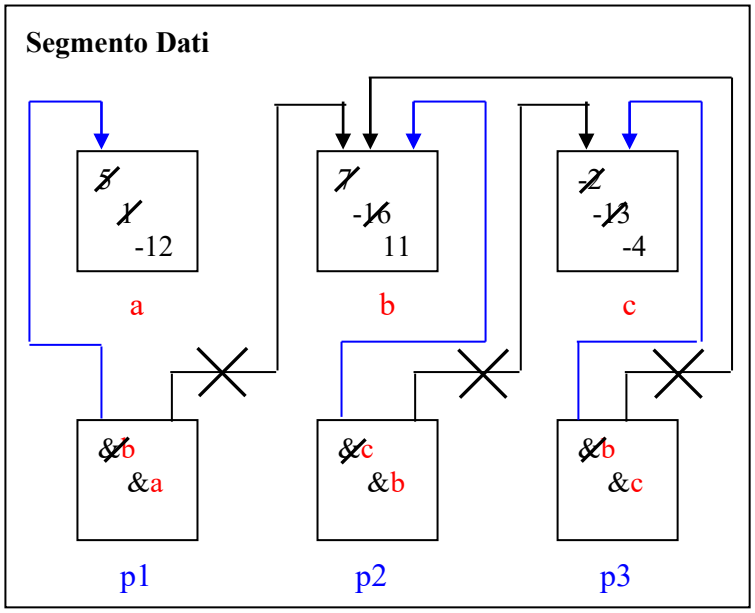
*p1 ← ((*p2) * 4) % (*p3)
*p2 ← (*p1) + (*p2) – 3*(*p3)
*p3 ← ((*p1) – (*p2)) DIV 5

Scrivi (a)
Scrivi (b)
Scrivi (c)
Scrivi (*p1)
Scrivi (*p2)
Scrivi (*p3)
Scrivi (p1)
Scrivi (p2)
Scrivi (p3)

RITORNA
FINE

Esercizio) Dire quale sarà il valore di **a, b, c, *p1, *p2, *p3, p1, p2, p3** dopo avere eseguito lo pseudocodice dell'algoritmo "Puntatori_1" seguente, illustrando il ragionamento eseguito per ottenere il risultato attraverso uno o più disegni esplicativi, nel caso l'utente immetta i seguenti valori iniziali:

a = 5, b = 7, c = -2



Soluzione

a	b	c	*p1	*p2	*p3	p1	p2	p3
-12	11	-4	-12	11	-4	&a	&b	&c

Calcoli da eseguire per costruzione dello schema grafico (escluse le istruzioni di I/O)

p2 ← &c (p2 = &c) (*ossia p2 punterà alla variabile c: occorre disegnare la relativa freccia*)
p1 ← &b (p1 = &b) (*ossia punterà alla variabile b: occorre disegnare la relativa freccia*)
p3 ← p (p3 = p2 = &b) (*ossia punterà alla medesima variabile puntata da p1 occorre disegnare la relativa freccia*)

a ← ((*p2) + (*p1)) DIV 3 (a = ((-2) + 7) DIV 3 = 5 DIV 3 = 1)
*p1 ← a * (*p2) – 2*(*p3) (*p1 = b = 1 * (-2) – 2 * 7 = -2 -14 = - 16)
*p3 ← a + (*p1) – (*p2) (*p2 = c = 1 + (-16) – (-2) = 1 – 16 + 2 = -13)

p3 ← p2 (p3 = p2) *(ossia p3 punterà alla medesima variabile puntata da p2: disegnare la nuova freccia e cancellare precedente freccia)*
p2 ← &(*p1) (p2 = p1) *(ossia punterà p2 alla medesima variabile puntata da p1: disegnare la nuova freccia e cancellare precedente freccia)*
p1 ← &a (p1 = &a) *(ossia p1 punterà alla variabile a: disegnare la nuova freccia e cancellare precedente freccia)*

*p1 ← ((*p2) * 4) % (*p3) (*p1 = a = ((-16) * 4) % (-13) = (-64) % (-13) = -12)
*p2 ← (*p1) + (*p2) – 3*(*p3) (*p2 = b = -12 + 8-16) - 3*(-13) = -28 + 39 = 11)
*p3 ← ((*p1) – (*p2)) DIV 5 (*p3 = c = (-12 -11) DIV 5 = (-23) DIV 5 = -4)

COME ALLOCARE I DATI DINAMICAMENTE NEL SEGMENTO HEAP

DimensioneDi (<variabile> | <tipo dato>)

E' una FUNZIONE che restituisce la quantità di memoria espressa in byte che una variabile oppure un determinato tipo di dato occupa in memoria. E' di grande utilità in quanto evita al programmatore il calcolo della quantità di memoria da allocare nello heap per contenere un dato. Può essere utilizzata indipendentemente dal tipo di allocazione che si intende eseguire.

```
ALGORITMO Esempio_2
PROCEDURA main( )
a : INT
nbyte : INT
INIZIO
//N.B. Verrà restituito sempre  4
nbyte ← DimensioneDi (a)
        oppure
nbyte ← DimensioneDi (INT)
Scrivi(nbyte)
FINE
```

```
// Utilizzando il linguaggio C –Esempio_2
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

int main(int argc, char *argv[])
{
int a;
int nbyte;

nbyte = sizeof(a);
printf("%d", nbyte);

nbyte = sizeof(int);
printf("\n%d", nbyte);

return 0;
}
```

Alloca (<nome puntatore>, <numero byte> | **DimensioneDi** (<variabile> | <tipo dato>))

E' una PROCEDURA che assegna al puntatore <nome puntatore> l'indirizzo di un'area di memoria ALLOCATA DINAMICAMENTE situata nello heap con dimensione in byte pari al valore del secondo parametro, da utilizzare per memorizzare un dato.

Qualora tale allocazione non fosse possibile per ragioni tecniche o perché è terminata la memoria a disposizione, la procedura Alloca( ) assegnerà al puntatore il valore **NULL**.

Tale valore **NULL** (letteralmente "niente") è dunque un particolare valore COSTANTE per sta ad indicare che il puntatore non è associato a nessuna area dì memoria correttamente allocata ossia che non punta a nessuna area di memoria, indipendentemente dalla modalità di allocazione.

Dealloca (<nome puntatore>)

E' una PROCEDURA che rilascia la memoria occupata nello heap da una precedente operazione di Alloca( ) rendendola disponibile di nuovo per eventuali allocazioni dinamiche.
Inoltre rompe il link o collegamento che si era creato tra il puntatore e la zona di memoria puntata nello heap ponendolo a NULL.

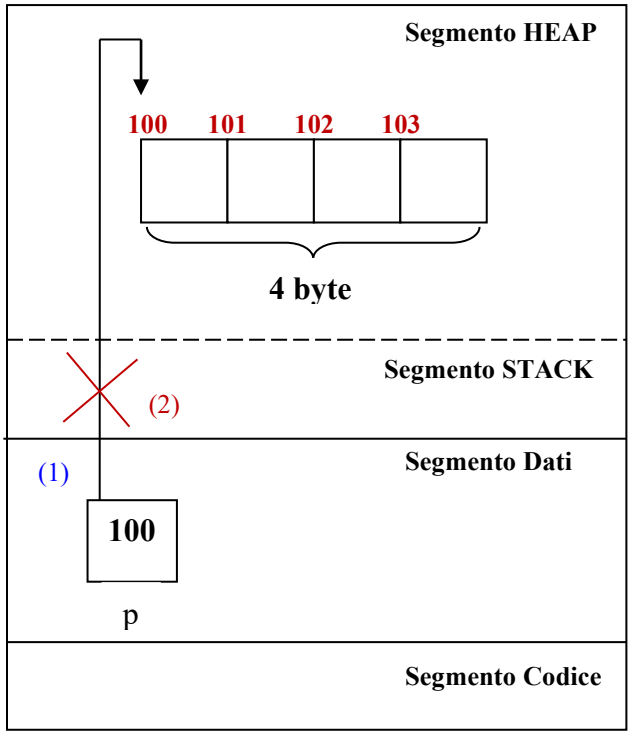
MemoraLibera ( )

E' una FUNZIONE senza parametri che restituisce la dimensione espressa in byte del più grande blocco di memoria disponibile nello heap per allocazioni dinamiche.
Ci permette quindi di verificare che nello heap esista spazio sufficiente per allocare dinamicamente nuove variabili.

Nota bene:
Per **semplificare** la modalità con la quale allocare dinamicamente, all'interno di un programma, aree di memoria nello heap, **NON UTILIZZEREMO** la funzione **MemoriaLibera( ),** sfruttando il fatto che la stessa procedura **Alloca( ),** in caso di malfunzionamento, valorizzi con **NULL** il generico puntatore passatole come parametro.
Questo valore costante **NULL** potrà poi essere tranquillamente testato all'interno del codice del programma interessato al fine di conoscere l'esito (positivo o negativo) dell'allocazione dinamica tentata.

Esempio:

ALGORITMO Esempio_3
PROCEDURA main()
p : **PUNTATORE A INT**
INIZIO
Alloca (p, DimensioneDi (**INT**)) (1)
SE (p ≠ NULL)
ALLORA
Scrivi("Allocazione OK!")
<B1> //Blocco di istruzioni da eseguire
//se allocazione ha avuto esito positivo
Dealloca (p) (2)
ALTRIMENTI
//se allocazione ha avuto esito negativo
Scrivi("Allocazione non riuscita!")
FINE SE
FINE




```c
// Utilizzando il linguaggio C – Esempio_3
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

int main(int argc, char *argv[])
{
int* p;
//La funzione malloc restituisce un void* su cui va fatto un CAST a seconda del tipo
p = (int*) malloc (sizeof(int));       //(1)
if (p != NULL)
   {
   printf("Allocazione OK!");
   //<B1>
   free(p);                            //(2)
   }
else
   {
   printf("Allocazione non riuscita!");
   }
return 0;
}
```

NOTA BENE

```
ALGORITMO Esempio_3_NOT_OK
PROCEDURA main()
p : PUNTATORE A  INT
INIZIO
Alloca (p, DimensioneDi (INT))
SE (p ≠ NULL)
   ALLORA
        <B1>     //Blocco di istruzioni da eseguire
                 //se allocazione ha avuto esito positivo
   ALTRIMENTI
        //se allocazione ha avuto esito negativo
         Scrivi("Allocazione non riuscita!")
         Dealloca (p)
FINE SE

Dealloca (p)

FINE
```

Il posizionamento della chiamata alla procedura **Dealloca()** all'interno del codice nella posizione indicata, può avere per l'esecuzione del programma esiti infausti ed imprevedibili (perfino un **abend** oppure un **crash**) in quanto, in caso di allocazione con esito negativo, si tenterà di deallocare una zona di memoria inesistente.
Tale errore è reso ancora più subdolo dal fatto che non sarà possibile accorgersene fino a che l'allocazione dinamica in questione avrà esito positivo.

GARBAGE COLLECTION ed ALIASING: SIDE EFFECT E DANGLING REFERENCE

Uno dei problemi principali quando si utilizza l'allocazione dinamica è quello della deallocazione delle vecchie zone di memoria allocate (chiamata **garbage collection** lett. raccolta dei rifiuti).

Per recuperare il garbage (**garbage collection**) esistono due modalità :

(*) **modalità manuale** (a carico del programmatore) con opportune istruzioni del programma (ad esempio la pseudo istruzione Dealloca( ));

(*) **modalità automatica** (a carico del sistema operativo) che periodicamente pulisce la memoria dai dati inutilizzata grazie ad un programma (**garbage collector**) che si occupa di recuperare celle inaccessibili liberando porzioni di memoria dello heap.

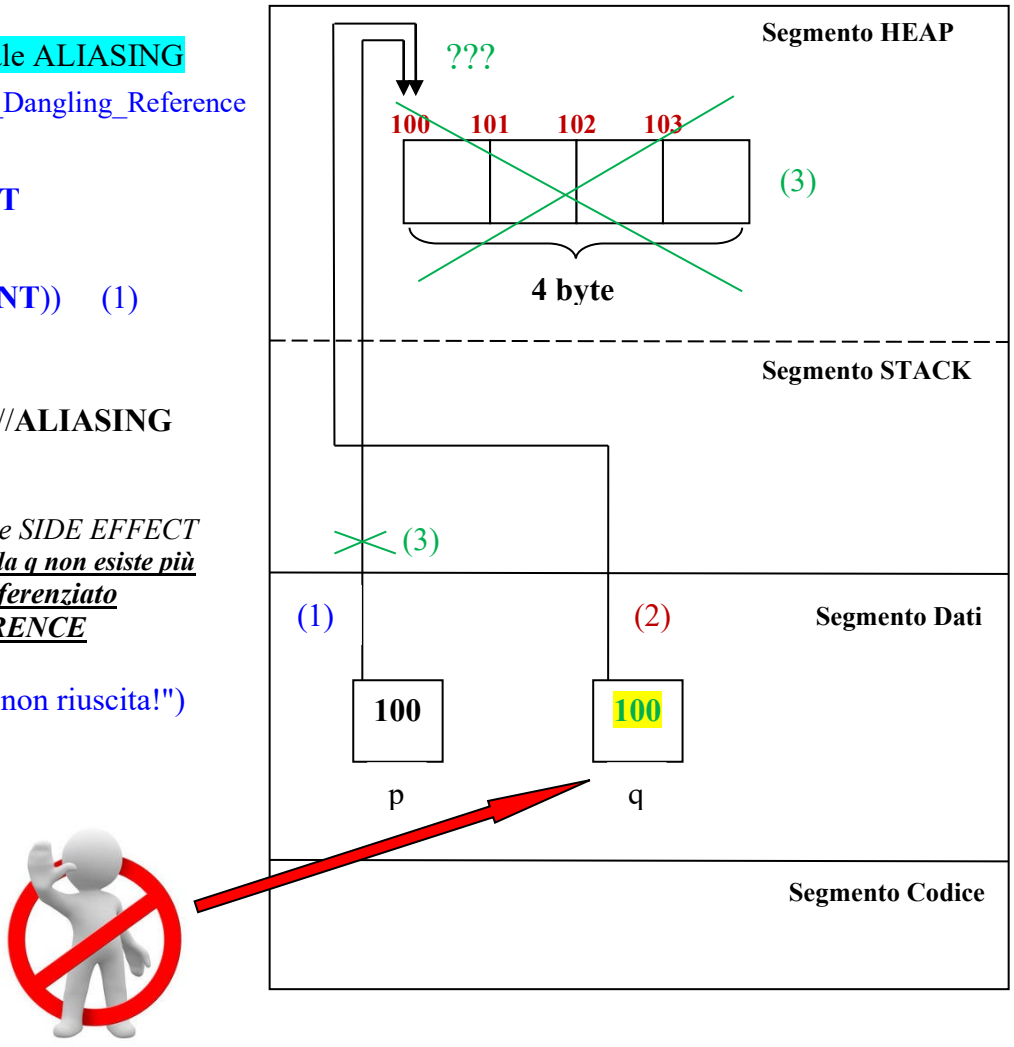
Il fenomeno dell'**ALIASING** si ha quando un puntatore può essere creato come sostituto (**alias**) di un altro ossia quando entrambi puntano alla stessa locazione di memoria allocata sia staicamente sia dinamicamente *(n.b. basta assegnare ad un puntatore il valore dell'altro)*

Tale fenomeno, perfettamente lecito, può dare origine a gravi effetti collaterali (SIDE EFFECT) in grado di bloccare l'esecuzione del programma (abend o crash).

Ad esempio è possibile avere zone di memoria allocate dinamicamente che diventano **inaccessibili** (ossia allocate in memoria ma mai deallocate) non solo per la mancata deallocazione del programmatore, ma per l'esecuzione di istruzioni particolari che hanno un effetto collaterale (**side effect**) non previsto dal programatore.

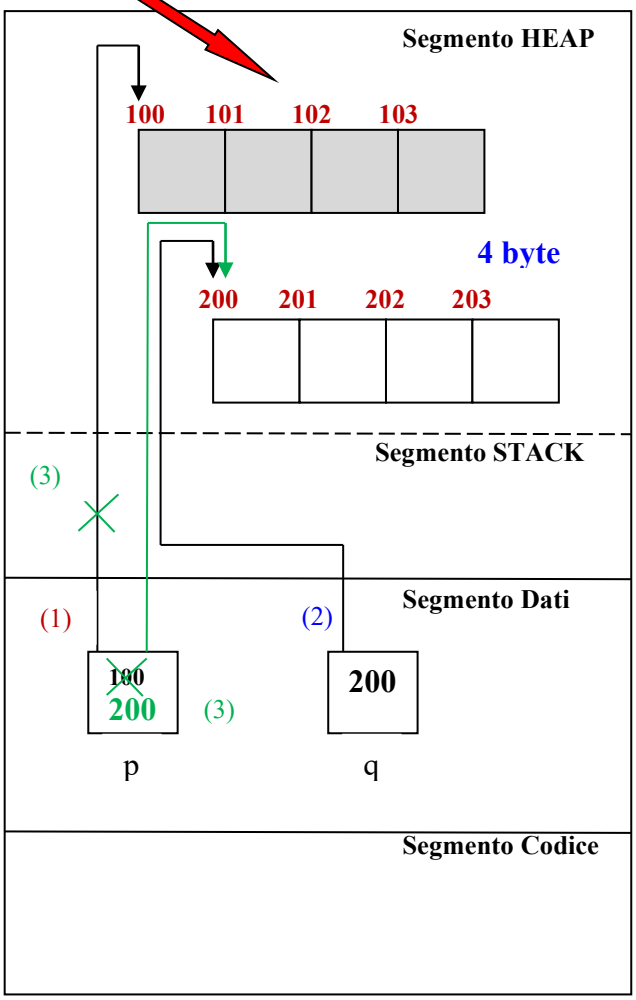
Esempio 4: Effetto collaterale ALIASING

```
ALGORITMO Esempio_4_Dangling_Reference
PROCEDURA main()
p, q : PUNTATORE A  INT
INIZIO
Alloca (p, DimensioneDi (INT))     (1)
SE (p ≠ NULL)
   ALLORA
        q ← p                (2) //ALIASING
        .....
        Dealloca (p)       (3)
        //Attenzione al terribile SIDE EFFECT
        //ORA la zona puntata da q non esiste più
       //ed il puntatore q è referenziato
       //DANGLING REFERENCE
   ALTRIMENTI
        Scrivi("Allocazione non riuscita!")
FINE SE
FINE
```



Esempio 5: Effetto collaterale ALIASING

```
ALGORITMO Esempio_5_Area_Zombie
PROCEDURA main()
p, q : PUNTATORE A  INT
INIZIO
Alloca (p, DimensioneDi (INT))     (1)
SE (p ≠ NULL)
   ALLORA
      Alloca (q, DimensioneDi (INT))     (2)
      SE (q ≠ NULL)
         ALLORA
            p ← q                  (3) //ALIASING
            //Attenzione al terribile SIDE EFFECT
            //Ora c'è un area di memoria inaccessibile
            //NON puntata da alcun puntatore
            Dealloca (q)
         ALTRIMENTI
            Scrivi("Allocazione di q non riuscita!")
      FINE SE
      Dealloca (p)
   ALTRIMENTI
      Scrivi("Allocazione di p non riuscita!")
FINE SE
FINE
```

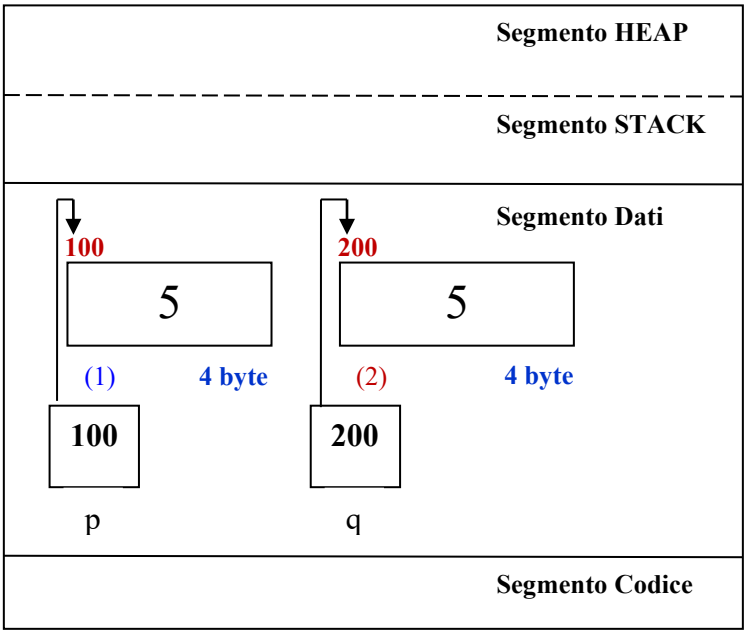


OPERAZIONI DI CONFRONTO SUI PUNTATORI

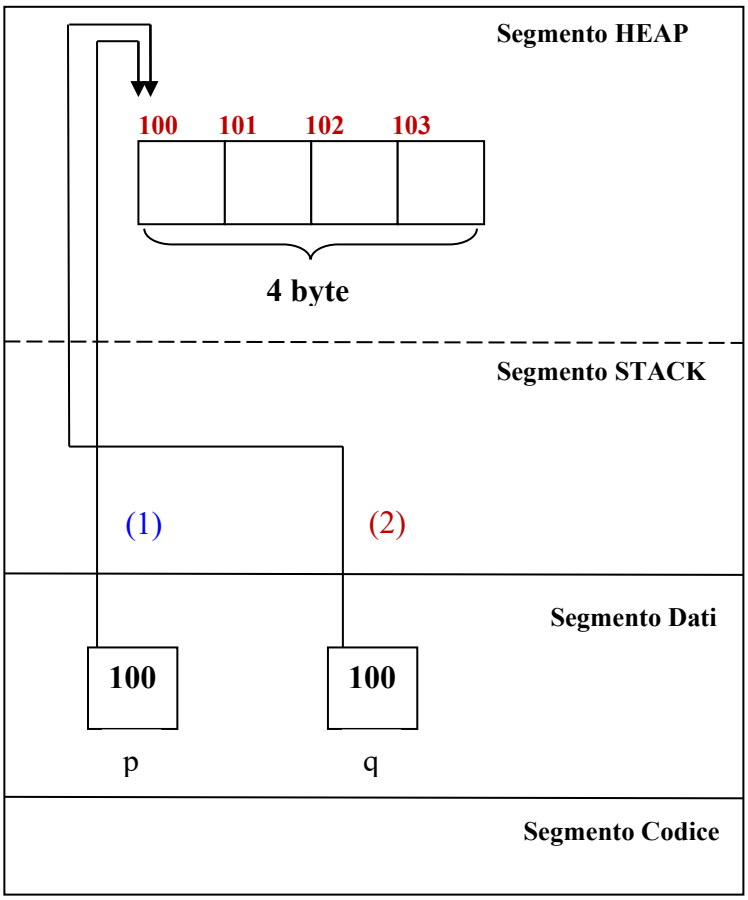
Le uniche **operazioni di confronto** consentite e che hanno senso tra puntatori che puntano a dati dello stesso tipo, sono quelle di uguaglianza (=) e diversità (≠).

Esempio: Confronto tra due puntatori

```
ALGORITMO Esempio_6_Confronto_Ptr
PROCEDURA main()
p, q : PUNTATORE A INT
a, b: INT
esito : BOOL
INIZIO
a ← 5
b ← 5
p ← &a                  // (1)
q← &b                   // (2)
SE (p ≠ q)      //N.b.  100 ≠ 200 VERO
   ALLORA
        esito = VERO
   ALTRIMENTI
        esito = FALSO
FINE SE
Scrivi (esito)
FINE
```




```
ALGORITMO Esempio_7_Confronto_Ptr
PROCEDURA main()
p, q : PUNTATORE A  INT
esito : BOOL
INIZIO
Alloca (p, DimensioneDi (INT))     (1)
SE (p ≠ NULL)
   ALLORA
        q ← p          (2) //ASSEGNAZIONE tra puntatori
        SE (p = q)
            ALLORA
                esito = VERO
            ALTRIMENTI
                esito = FALSO
        FINE SE
        Scrivi (esito)
        Dealloca (p)
   ALTRIMENTI
        Scrivi("Allocazione non riuscita!")
FINE SE
FINE
```



```
// Utilizzando il linguaggio C – Esempio_6_Confronto_Ptr
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

#define FALSO 0
#define VERO 1

int main(int argc, char *argv[])
{
int *p, *q;
int a, b;
int esito;

a = 5;
b = 5;

p = &a;
q = &b;

//Confronto---> se puntatori DIVERSI ossia se puntano ad aree di memoria con indirizzi differenti
if (p != q)
   {
   esito = VERO;
   }
else
   {
   esito = FALSO;
   }
printf("Esito = %d", esito);

return 0;
}
```

```
// Utilizzando il linguaggio C – Esempio_7_Confronto_Ptr
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

#define FALSO 0
#define VERO 1

int main(int argc, char *argv[])
{
int *p, *q;
int esito;

p = (int*) malloc (sizeof(int));

if (p != NULL)
   {
   //ALIASING
   q = p;

   //Confronto ---> se puntatori UGUALI ossia puntano alla stessa area di memoria
   if (p == q)
      {
      esito = VERO;
      }
   else
      {
      esito = FALSO;
      }
   printf("Esito = %d", esito);
   free(p);
   }
else
   {
   printf("Allocazione non riuscita!");
   }

return 0;
}
```

ARITMETICA DEI PUNTATORI

L'espressione **aritmetica dei puntatori** si riferisce a un insieme di operazioni aritmetiche applicabili sui valori di tipo puntatore.
Tali operazioni hanno lo scopo di consentire un alto livello di flessibilità nell'accesso a strutture di dati conservati in posizioni contigue della memoria (per esempio **array** ma anche **record**).

L'aritmetica dei puntatori **è tipica del linguaggio C** ed è stata mantenuta in alcuni linguaggi derivati

Operatore di somma di un puntatore e un intero

Definizione
L'operatore di **somma di puntatore e intero** richiede un operando di tipo puntatore e un operando di tipo intero.
Il **risultato** di questa **somma** è l'indirizzo dato dal puntatore **incrementato** del risultato della moltiplicazione dell'intero specificato per la dimensione del tipo base del puntatore espressa in byte.

Esempio:

```
.......
p : PUNTATORE A INT
INIZIO
Alloca (p, 5 * DimensioneDi(INT))    //L'area di memoria allocata nello heap può essere vista
.....                                // come un'array monodimensionale formato da 5 interi
FINE
```

Supponiamo che, dopo la chiamata alla funzione Alloca() il puntatore p assuma valore 1000 e che la dimensione in byte per rappresentare un INT sia pari 4 allora si avrà che:

p** vale **1000** (quindi p punterà alla locazione di memoria di indirizzo 1000 + **0DimensioneDi(INT) = **1000**)*
p + 1** vale **1004** (quindi p punterà alla locazione di memoria di indirizzo 1000 + **1 DimensioneDi(INT) = **1004**)*
p + 2** vale **1008** (quindi p punterà alla locazione di memoria di indirizzo 1000 + **2 DimensioneDi(INT) = **1008**)*
p + 3** vale **1012** (quindi p punterà alla locazione di memoria di indirizzo 1000 + **3 DimensioneDi(INT) = **1012**)*
p + 4** vale **1016** (quindi p punterà alla locazione di memoria di indirizzo 1000 + **4 DimensioneDi(INT) = **1016**).*

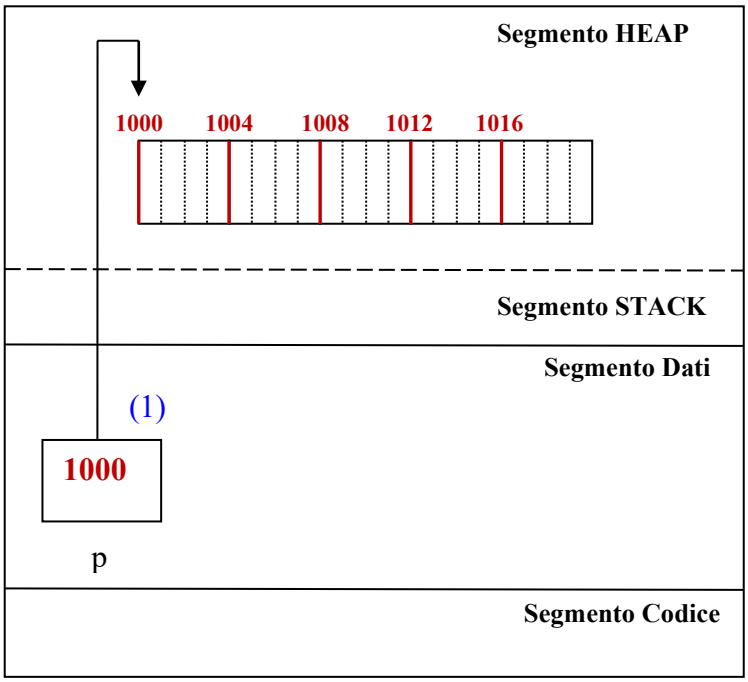
Significato dell'operazione

L'operazione di somma fra puntatore e intero è significativa nel caso in cui il **puntatore contenga l'indirizzo di una cella di un array** di dati del tipo base del puntatore.

Infatti, se ad esempio **p** (puntatore a intero) contiene l'indirizzo della prima cella di un **array di interi**, **p+1** produce l'indirizzo della seconda cella dell'array, **p+2** l'indirizzo della terza cella dell'array, e via dicendo fino a **p+(n-1)** che conterrà l'indirizzo della ennesima cella dell'array.

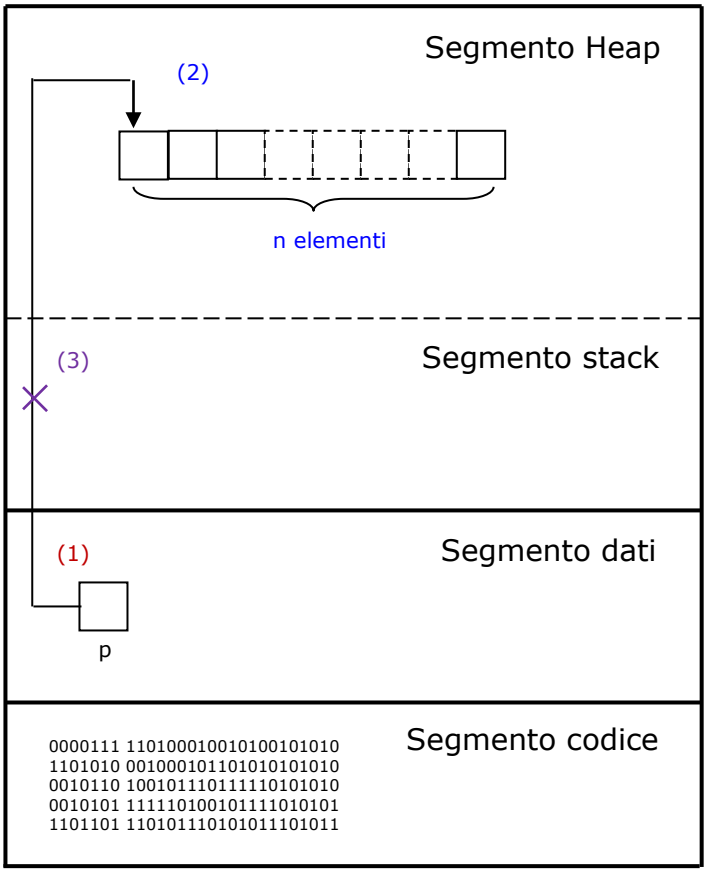
L'operazione **di somma di un intero e di un puntatore** consente di ricavare l'indirizzo di una cella di un array *successiva* a quella puntata dal puntatore su cui viene applicata l'addizione.

L'aritmetica dei puntatori quindi introduce una sintassi alternativa rispetto a quella tradizionale (basata sull'indice) per accedere agli elementi di un array.



Grazie alla somma di un puntatore e di un intero, possiamo finalmente scrivere la **pseudocodifica** di un algoritmo che esegue il **caricamento** e la visualizzazione di un vettore o array monodimensionale di n elementi interi **ALLOCATO DINAMICAMENTE**

```
ALGORITMO Array_Dinamico
PROCEDURA main ( )
p : PUNTATORE A INT
n, i : INT
INIZIO
/* Check sul numero di elementi possibili dell'array dinamico
   VERA DINAMICITA': unico limite la quantità di memoria
assegnata al TASK*/
RIPETI
  Leggi (n)
FINCHE' (n ≥ 1 )
/* Allocazione area di memoria dimamica */
Alloca (p , n * DimensioneDi (INT))     (1)
SE (p ≠ NULL)
  ALLORA
    /* Ciclo di caricamento array dinamico */
    PER i ← 0 A (n – 1) ESEGUI
      Leggi (*(p + i))                  (2)
      i ← i + 1
    FINE PER
    /* Ciclo di visualizzazione array dinamico */
    PER i ← 0 A (n – 1) ESEGUI
      Scrivi (*(p + i))                 (2)
      i ← i + 1
    FINE PER
    /* Deallocazione area di memoria dimamica */
    Dealloca (p)                        (3)
  ALTRIMENTI
    Scrivi ("Errore nell'allocazione")
RITORNA
FINE
```



(1) La funzione **Alloca** (…), se terminata con esito positivo, collegherà il puntatore **p** ad un'area di memoria allocata nello heap contenente **n** elementi aventi una lunghezza in byte tale da contenere tutti i dati del tipo previsto dalla funzione **DimensioneDi** (…).
Nel nostro caso quindi **p** punta al prima locazione di memoria (delle **n** previste) in grado di contenere valori interi

N.B. Come abbiamo già detto la funzione **Alloca** (…) non inizializza in alcun modo i valori contenuti nelle locazioni di memoria fornite nello heap

(2) Il puntatore **p**, una volta che la funzione **Alloca** (…) ha avuto esito positivo, punterà alla prima locazione di memoria dell'area complessiva assegnata nello heap.
Per poter acccedere agli altri elementi è possibile utilizzare **l'aritmetica dei puntatori**.
In particolare, per quanto riguarda sia il caricamento sia la visualizzazione degli elementi dell'array dinamico, sarà possibile accedere ai vari elementi tenendo presente l'operazione somma di un puntatore ed un intero (in caso di iterazioni con indice crescente) oppure l'operazione differenza di un puntatore ed un intero (in caso di iterazioni con indice decrescente)

(3) La funzione **Dealloca** (…) scollegherà il puntatore **p** dall'area di memoria allocata precedentemente nello heap dalla funzione **Alloca** (…) mettendola a disposizione per eventuali altre allocazioni dinamiche (garbage collection)

N.B. La funzione **Dealloca** (…) non ripulisce in alcun modo i valori precedentemente assegnati

Nota Bene

Nel linguaggio C, il NOME di un vettore è un PUNTATORE AL SUO PRIMO ELEMENTO, e quindi, grazie all'aritmetica dei puntatori, se ne ricava che:

v[i] equivale a scrivere *(v+i)

INDIPENDENTEMENTE DAL TIPO DI ALLOCAZIONE SCELTA PER L' ARRAY.

Ecco spiegato finalmente il motivo per cui l'indice del PRIMO ELEMENTO di un vettore nel linguaggio C (ed altri linguaggi "fratelli") parte da 0.

```
// Utilizzando il linguaggio C – Array_Dinamico
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

int main(int argc, char *argv[])
{
int* p;
int n,i;

/* Check sul numero di elementi possibili dell'array dinamico */
/* VERA DINAMICITA': unico limite la quantità di memoria assegnata al TASK*/
do
   {
   printf("\nInserisci la dimensione dl vettore: ");
   fflush(stdin);
   scanf("%d",&n);
   }
while (n <= 0);

/* ALLOCAZIONE DINAMICA dell'array nello heap */
p = (int*) malloc(n*sizeof(int));
if(p != NULL)
   {
   printf("\nALLOCAZIONE puntatore OK!\n\n");
   /* Ciclo di caricamento array dinamico */
   printf("CARICAMENTO Vettore dinamico grazie al PUNTATORE AL SUO PRIMO ELEMENTO\n");
   for(i=0; i<n; i++)
      {
      printf("Inserire l'elemento del vettore con indice %d: ", i);
      fflush(stdin);
      scanf("%d", p+i);
      }
   /* Ciclo di visualizzazione array dinamico */
   printf("\nVISUALIZZAZIONE Vettore dinamico grazie al PUNTATORE AL SUO PRIMO ELEMENTO");
   for(i=0; i<n; i++)
      {
       printf("\nIl valore di *(p+%d) che equivale a p[%d] e': %d ", i, i, *(p+i));
      }
   /* Deallocazione area di memoria dimamica */
   printf("\n\nDEALLOCAZIONE puntatore OK!");
   free(p);
   }
else
   {
   printf("\n*** ERRORE: ALLOCAZIONE puntatore KO!\n\n");
   }

return 0;
}
```

Operatore di sottrazione di un intero da un puntatore

Definizione

L'operazione di sottrazione di un intero da un puntatore prevede un operando sinistro di tipo puntatore e un operando destro di tipo intero.

Il **risultato** (analogamente al caso della somma) è l'indirizzo dato dal puntatore **decrementato** del risultato della moltiplicazione dell'intero specificato per la dimensione del tipo base del puntatore espressa in byte.

Esempio: relativamente allo schema posto a pagina 11, se q è un puntatore al tipo intero INT (q: PUNTATORE A INT) e lo poniamo al valore 1016 e se supponiamo la dimensione di un INT pari quattro byte allora:

q** vale **1016** (quindi p punterà alla locazione di memoria di indirizzo 1016 - **0DimensioneDi(INT) = 1016)*

q - 1** vale **1012** (quindi p punterà alla locazione di memoria di indirizzo 1016 - **1 DimensioneDi(INT) = 1012)*

q - 2** vale **1008** (quindi p punterà alla locazione di memoria di indirizzo 1016 - **2 DimensioneDi(INT) = 1008)*

q - 3** vale **1004** (quindi p punterà alla locazione di memoria di indirizzo 1016 - **3 DimensioneDi(INT) = 1004)*

q - 4** vale **1000** (quindi p punterà alla locazione di memoria di indirizzo 1016 - **4 DimensioneDi(INT) = 1000).*

Significato dell'operazione: Nelle stesse condizioni descritte sopra per la somma, l'operazione di sottrazione di un intero da un puntatore consente di ricavare l'indirizzo di una cella di un array *precedente* a quella puntata dal puntatore su cui viene applicata la sottrazione.

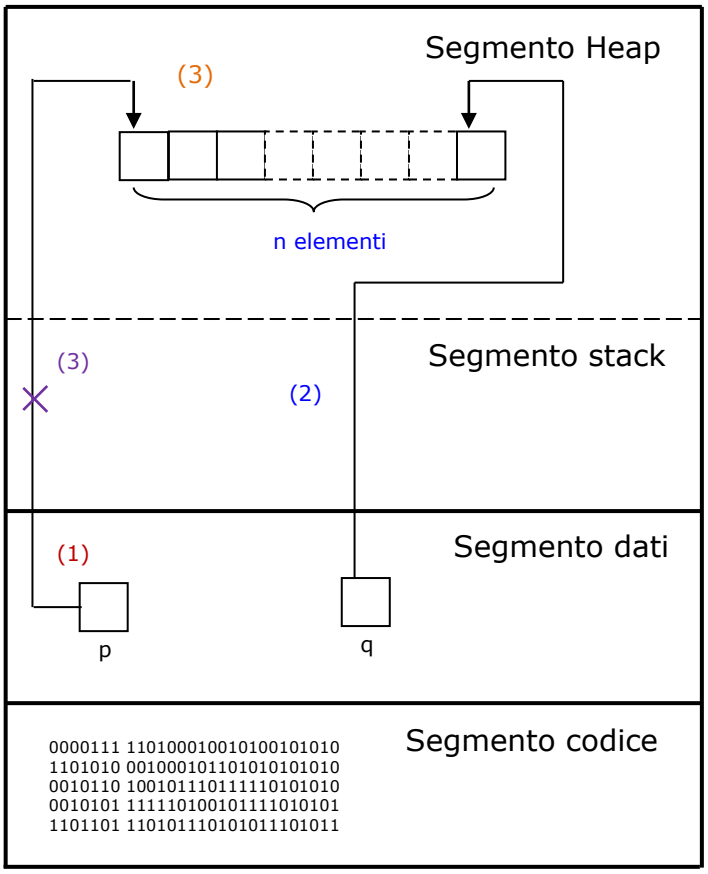
Ovviamente in questo caso il puntatore q deve essere inizializzato con il valore dell'indirizzo dell'ultimo elemento.

```
ALGORITMO Array_Dinamico_Back

PROCEDURA main ( )

p, q : PUNTATORE A INT
n, i : INT

INIZIO
/* VERA DINAMICITA' */
RIPETI
  Leggi (n)
FINCHE' (n ≥ 1 )
/* Allocazione area di memoria dimamica */
Alloca (p , n * DimensioneDi (INT))     (1)
SE (p ≠ NULL)
  ALLORA
    /* q punta all'ultimo elemento dell'array dinamico */
    q ← p + (n-1)                       (2)
    /* Ciclo di caricamento array dinamico con p */
    PER i ← 0 A (n – 1) ESEGUI
      Leggi (*(p + i))                  (3)
      i ← i + 1
    FINE PER
    /* Ciclo di visualizzazione array dinamico con q */
    PER i ← 0 A (n – 1) ESEGUI
      Scrivi (*(q – i))                 (4)
      i ← i + 1
    FINE PER
    /* Deallocazione area di memoria dimamica */
     Dealloca (p)                       (5)
     q ← NULL
  ALTRIMENTI
     Scrivi ("Errore nell'allocazione!")
RITORNA
FINE
```



```
// Utilizzando il linguaggio C – Array_Dinamico_Back
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

int main(int argc, char *argv[])
{
int* p, *q;
int n,i;

/* Check sul numero di elementi possibili dell'array dinamico */
/* VERA DINAMICITA': unico limite la quantità di memoria assegnata al TASK*/
do
   {
   printf("\nInserisci la dimensione dl vettore: ");
       fflush(stdin);
       scanf("%d",&n);
   }
while (n <= 0);
/* ALLOCAZIONE DINAMICA dell'array nello heap */
p = (int*) malloc(n*sizeof(int));
if(p != NULL)
   {
   printf("\nALLOCAZIONE puntatore OK!\n\n");

   /* il puntatore q punta all'ultimo elemento dell'array dinamico */
   q = p + (n-1);
   /* Ciclo di caricamento array dinamico cou uso di p PUNTATORE 1° ELEMENTO */
   printf("CARICAMENTO Vettore dinamico ATTRAVERSO IL PUNTATORE AL SUO PRIMO ELEMENTO\n");
   for(i=0; i<n; i++)
      {
      printf("Elemento del vettore con indice %d ossia *(p+%d) che equivale a p[%d]: "
             , i, i, i);
      fflush(stdin);
      scanf("%d", p+i);
      }
   /* Ciclo di visualizzazione array dinamico cou uso di q PUNTATORE ULTIMO ELEMENTO */
   printf("\nVISUALIZZAZIONE Vettore dinamico ATTRAVERSO IL PUNTATORE AL SUO ULTIMO ELEMENTO");
   for(i=0; i<n; i++)
      {
      printf("\nIl valore di *(q-%d) che equivale a q[%d] e': %d ",
             (n-1)-i, (n-1) -i, *(q-i));
      }
   /* Deallocazione area di memoria dimamica */
   printf("\n\nDEALLOCAZIONE puntatore a vettore OK!");
   free(p);
   /* Per evitare DANGLING REFERENCE */
   q = NULL;
   }
else
   {
   printf("\n*** ERRORE: ALLOCAZIONE puntatore a vettore KO!\n\n");
   }
return 0;
}
```

Operatore di differenza fra due puntatori

Definizione

L'operatore di **differenza fra puntatori** richiede due operandi entrambi di tipo puntatore, aventi tipo base omogeneo (per esempio due puntatori a intero, due puntatori a carattere, e via dicendo).
Il **risultato** della differenza è la differenza aritmetica fra i due indirizzi specificati dai puntatori, divisa per la dimensione del tipo base.

Per esempio, se p contiene l'indirizzo 1008 e q contiene l'indirizzo 1000, ed entrambi sono puntatori al tipo intero e la dimensione di un INT è 4 byte, allora:
q - p vale 2 ossia (q – p) / DimensioneDi(INT) = (1008-1000)/4 = 8/4 = 2

Significato

L'operazione di differenza fra puntatori è significativa se i due operandi contengono gli indirizzi di due celle diverse del medesimo array, e se il tipo base dell'array coincide con quello dei due puntatori.

In questo caso, infatti, la differenza fra i due puntatori corrisponde al numero di celle (**distanza** o **offset**) dell'array che separano la cella puntata dal puntatore di valore minore da quella del puntatore di valore maggiore.

USO DEI PUNTATORI CON LA STRUTTURA DATI RECORD

Abbiamo imparato a creare tipi di dato utente a partire da tipi di dato base grazie alla pseudoistruzione **TIPO** (nel linguaggio C l'istruzione **typedef**).
Utilizziamo quanto appreso per realizzare un algoritmo che carichi (controllandone i valori) e visualizzi poi a video un record allocato dinamicamente.

```
ALGORITMO Record_Singolo_Dinamico
MAXNUMCHAR 30
MAXNUMMAGLIA 99
TIPO Calciatore = RECORD
                      Cognome : ARRAY[MAXNUMCHAR] DI CHAR
                      Nome : ARRAY[MAXNUMCHAR] DI CHAR
                      Maglia : INT
                  FINE RECORD
PROCEDURA main( )
p : PUNTATORE A Calciatore
INIZIO
/* Allocazione record DINAMICA */
Alloca (p, DimensioneDi (Calciatore))
SE (p ≠ NULL)
  ALLORA
    /* Caricamento e controllo campi del record */
    RIPETI
      Leggi((*p).Cognome)
    FINCHE' (Lunghezza((*p).Cognome) > 0) AND (Lunghezza((*p).Cognome) ≤ MAXNUMCHAR)
    RIPETI
      Leggi((*p).Nome)
    FINCHE' (Lunghezza((*p).Nome) > 0) AND (Lunghezza((*p).Nome) ≤ MAXNUMCHAR)
    RIPETI
      Leggi((*p).Maglia)
    FINCHE' ( (*p).Maglia) ≥ 1) AND ( (*p).Maglia) ≤ MAXNUMMAGLIA)
    /* Visualizzazione campi del record */
    Scrivi ((*p).Cognome)
    Scrivi ((*p). Nome)
    Scrivi ((*p). Maglia)
    /* Deallocazione record allocato DINAMICAMENTE */
    Dealloca(p)
  ALTRIMENTI
    Scrivi ("Allocazione non riuscita!")
FINE SE
FINE
```

N.B. ATTENZIONE Del tutto analogo a:
(Lunghezza (p→Cognome) > 0) AND (Lunghezza (p→Cognome) ≤ MAXNUMCHAR)

N.B. ATTENZIONE Del tutto analogo a:
Scrivi (p→Cognome)
Scrivi (p→Nome)
Scrivi (p→Maglia)

N.B. L'operatore → (da non confondere con quello di assegnazione ←) può essere applicato ESCLUSIVAMENTE ai PUNTATORI AD UN TIPO RECORD

```
// Utilizzando il linguaggio C – Record_Singolo_Dinamico
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>
#define MAXNUMCHAR 30
#define MAXNUMMAGLIA 99
typedef struct
   {
   char Cognome[MAXNUMCHAR + 1];
   char Nome[MAXNUMCHAR + 1];
   int Maglia;
   } Calciatore;
int main(int argc, char *argv[])
{
Calciatore* p;

/* ALLOCAZIONE DINAMICA del record nello heap */
p = (Calciatore*) malloc(sizeof(Calciatore));
if(p != NULL)
   {
   /* Caricamento e controllo campi del record allocato dinamicamente*/
   do
      {
      printf("Cognome = ");
      gets((*p).Cognome);
      }
   while ( (strlen((*p).Cognome) == 0) || (strlen((*p).Cognome) > MAXNUMCHAR) );
   do
      {
      printf("Nome = ");
      gets((*p).Nome);
      }
   while ( (strlen((*p).Nome) == 0) || (strlen((*p).Nome) > MAXNUMCHAR) );
   do
      {
      printf("Maglia = ");
      fflush(stdin);
      scanf("%d",&((*p).Maglia) );
      }
   while ( ((*p).Maglia < 1 ) || ((*p).Maglia > MAXNUMMAGLIA) );
   /* Visualizzazione del record */
   printf("\nCognome immesso: ");
   puts((*p).Cognome);
   printf("Nome immesso: ");
   puts((*p).Nome);
   printf("Maglia immessa: ");
   printf("%d", (*p).Maglia);
   /* Deallocazione record allocato DINAMICAMENTE */
   free(p);
   }
else
   {
   printf("\n*** ERRORE: ALLOCAZIONE puntatore a record KO!\n\n");
   }
return 0;
}
```

Attenzione del tutto analogo a:
`gets(p->Cognome);`

Attenzione del tutto analogo a:
`gets(p->Nome);`

Attenzione del tutto analogo a:
`scanf("%d", &(p->Maglia));`

Attenzione del tutto analogo a:
```
puts(p->Cognome);
....
puts(p->Nome);
....
printf("%d", p->Maglia);
```

```
ALGORITMO Array_Record_Dinamico
MAXNUMCHAR 30
MAXNUMMAGLIA 99
TIPO Calciatore = RECORD
                      Cognome : ARRAY[MAXNUMCHAR] DI CHAR
                      Nome : ARRAY[MAXNUMCHAR] DI CHAR
                      Maglia : INT
                  FINE RECORD
PROCEDURA main( )
p : PUNTATORE A Calciatore
i, n : INT;
INIZIO
/* Check sul numero di elementi possibili dell'array dinamico di RECORD */
/* VERA DINAMICITA': unico limite la quantità di memoria assegnata al TASK*/
RIPETI
  Leggi (n)
FINCHE' (n ≥ 1 )
/* Allocazione DINAMICA ARRAY di record */
Alloca (p, n * DimensioneDi (Calciatore))
SE (p ≠ NULL)
  ALLORA
    /* Caricamento e controllo campi dell'ARRAY di record dinamico */
    PER i← 0 A (n-1) ESEGUI
      RIPETI
        Leggi((p+i)→Cognome)
      FINCHE' (Lunghezza((p+i)→Cognome) > 0) AND (Lunghezza((p+i)→Cognome) ≤ MAXNUMCHAR)
      RIPETI
        Leggi((p+i)→Nome)
      FINCHE' (Lunghezza((p+i)→Nome) > 0) AND (Lunghezza((p+i)→Nome) ≤ MAXNUMCHAR)
      RIPETI
        Leggi((p+i)→Maglia)
      FINCHE' ((p+i)→Maglia) ≥ 1) AND ((p+i)→Maglia) ≤ MAXNUMMAGLIA)
      i ← i + 1
    FINE PER
    /* Visualizzazione campi dell'ARRAY di record allocato dinamico */
    PER i← 0 A (n-1) ESEGUI
      Scrivi((p+i)→Cognome)
      Scrivi((p+i)→Nome)
      Scrivi((p+i)→Maglia)
      i ← i + 1
    FINE PER
    /* Deallocazione ARRAY di record allocato DINAMICAMENTE */
    Dealloca(p)
  ALTRIMENTI
    Scrivi ("Allocazione non riuscita!")
FINE SE
FINE
```

```
// Utilizzando il linguaggio C – ARRAY_Record_Dinamico
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>
#define MAXNUMCHAR 30
#define MAXNUMMAGLIA 99
typedef struct
   {
   char Cognome[MAXNUMCHAR + 1];
   char Nome[MAXNUMCHAR + 1];
   int Maglia;
   } Calciatore;

int main(int argc, char *argv[])
{
Calciatore* p;
int i, n;
/* Check sul numero di elementi possibili dell'array dinamico di RECORD */
/* VERA DINAMICITA': unico limite la quantità di memoria assegnata al TASK*/
do
   {
   printf("Inserire dimensione array record dinamico: ");
   fflush(stdin);
   scanf("%d", &n);
   }
while (n <= 0);
/* ALLOCAZIONE DINAMICA dell'ARRAY di record nello heap */
p = (Calciatore*) malloc(n*sizeof(Calciatore));
if(p != NULL)
   {
   /* Caricamento e controllo campi dell'array di record */
   for(i=0; i<n; i++)
      {
      do
         {
         printf("Cognome = ");
         fflush(stdin);
         gets((p+i)->Cognome);
          }
      while ( (strlen((p+i)->Cognome) == 0) || (strlen((p+i)->Cognome) > MAXNUMCHAR) );
       do
         {
         printf("Nome = ");
         fflush(stdin);
         gets((p+i)->Nome);
         }
      while ( (strlen((p+i)->Nome) == 0) || (strlen((p+i)->Nome) > MAXNUMCHAR) );
       do
         {
         printf("Maglia = ");
         fflush(stdin);
         scanf("%d",&((p+i)->Maglia) );
         }
      while ( ((p+i)->Maglia < 1 ) || ((p+i)->Maglia > MAXNUMMAGLIA) );
      }
```

```
   /* Visualizzazione dell'array di record */
   for(i=0; i<n; i++)
      {
      printf("\nCognome immesso: ");
      puts((p+i)->Cognome);
      printf("Nome immesso: ");
      puts((p+i)->Nome);
      printf("Maglia immessa: ");
      printf("%d", (p+i)->Maglia);
      }

   /* Deallocazione ARRAY di record allocato DINAMICAMENTE */
   free(p);
   }
else
   {
   printf("\n*** ERRORE: ALLOCAZIONE puntatore ad ARRAY di record KO!\n\n");
   }
return 0;
}
```

STRUTTURE DATI ASTRATTE LINEARI

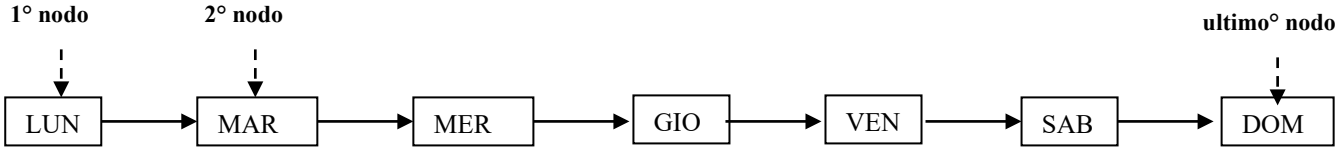
Definiamo **nodo** l'unità di informazione relativa alla struttura dati che stiamo analizzando

SEQUENZA O LISTA

La **sequenza o lista** è uno dei tipi più semplici di struttura dati *astratta* informatica.
E' composta da una collezione di nodi tutti dello stesso tipo *(s.d. omogenea)* che sono caratterizzati dal fatto di avere, ad eccezione del primo e dell'ultimo nodo della sequenza, **un unico predecessore ed un unico successore**

(N. B. PER QUESTO MODO SI USA PER TALI STRUTTURE ASTRATTE L'AGGETTIVO LINEARE)

Esempio: consideriamo come nodo il giorno della settimana possiamo rappresentare graficamente la settimana come la sequenza seguente



Dal punto di vista formale **una sequenza o lista** può essere vista come un insieme di **n nodi** $P_1, P_2, \ldots P_n$ dove P_1 è il primo nodo, P_n è l'ultimo nodo ed il generico nodo P_k è preceduto dal nodo P_{k-1} ed è seguito dal nodo P_{k+1}
Il **parametro n** definisce **la lunghezza** della sequenza o lista. Se **n = 0** la sequenza o lista è **vuota**.

Una sequenza o lista può essere:
(-) **a lunghezza fissa**: ossia il numero di nodi che la costituisce non può variare e quindi in tal caso la struttura dati è statica;
(-) **a lunghezza variabile**: ossia il numero di nodi che la costituisce può variare e quindi in tal caso la struttura dati è dinamica;
Sulla struttura dati sequenza o lista **non è consentito** l'accesso diretto come avviene per l'array, ma solo l'accesso sequenziale ossia per accedere ad un determinato nodo della lista occorre accedere prima necessariamente a tutti i nodi che lo precedono.
Per questo motivo su tale tipo di struttura dati sono consentite ricerche solo di tipo sequenziale.

Vediamo ora **SECONDO LE SPECIFICHE DELL'ADT SEQUENZA** quali sono le principali operazioni possibili su di una sequenza o lista di nodi:

Una premessa rotazionale : indichiamo
con **[ ]** una sequenza o lista vuota (con **'['** che indica la **testa** e con **']'** che indica il **fondo**)
con $[P_1, P_2, \ldots P_n]$ una sequenza formata dai nodi $P_1, P_2, \ldots P_n$ con P_1 in testa e P_n in fondo
con **N** l'insieme dei possibili nodi di una sequenza
con **S** l'insieme di tutte le possibili sequenze di nodi
con $\varnothing$ l'insieme vuoto
con $\mathbb{B}$ l'insieme contenente i valori booleani VERO e FALSO

Le **operazioni** possibili su tale struttura dati astratta vengono definite in questo caso come **funzioni matematiche** che calcolano valori a fronte di altri valori e sono:

a) la **creazione** di una nuova sequenza o lista vuota per la quale utilizzeremo la funzione ***Crea***

$$Crea: \varnothing \rightarrow S$$

che provvede a creare la struttura o lista vuota [ ] attraverso la chiamata:

$$Crea\ (\ ) = [\ ]$$

b) l' **inserimento** di un nodo:

- **in testa** utilizzeremo la funzione ***InsTesta***

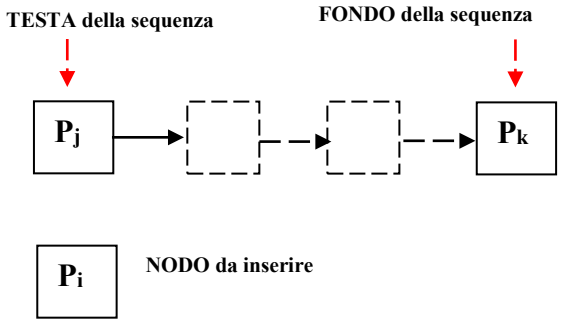
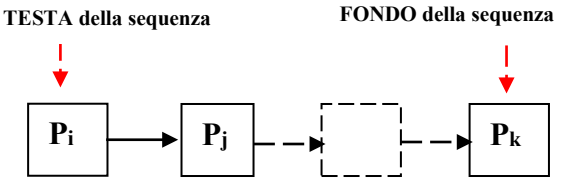
$$InsTesta: S \times N \rightarrow S$$

che necessita di due parametri in ingresso: uno identifica la sequenza che stiamo considerando **[P_j, ..,P_k]** e l'altro il nodo **P_i** che vogliamo aggiungere in testa alla sequenza (ossia in prima posizione). La funzione restituirà la nuova sequenza ottenuta
[P_i, P_k, …, P_k].

La generica chiamata alla funzione sarà:

$$InsTesta\ (\ [P_j, .., P_k]\ ,\ P_i\ ) = [P_i, P_k, \ldots, P_k].$$

Graficamente

Prima dell'operazione (funzione)	Dopo l'operazione (funzione)
	

- **in fondo** utilizzeremo la funzione ***InsFondo***

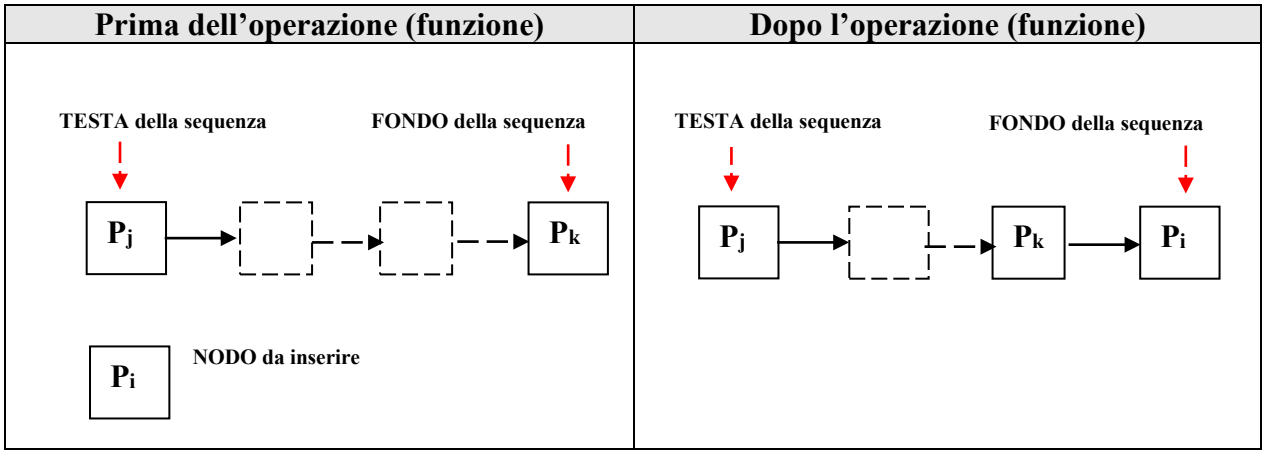
$$InsFondo: S \times N \rightarrow S$$

che necessita di due parametri in ingresso: uno identifica la sequenza che stiamo considerando **[P_j,.., P_k]** e l'altro il nodo **P_i** che vogliamo aggiungere in fondo alla sequenza (ossia in ultima posizione). La funzione restituirà la nuova sequenza ottenuta **[P_j, …, P_k, P_i].**

La generica chiamata alla funzione sarà:

$$InsFondo\ (\ [P_j, .., P_k]\ ,\ P_i\ ) = [P_j, \ldots, P_k, P_i]$$

Graficamente



- **in un punto qualsiasi** utilizzeremo la funzione ***InsPos***

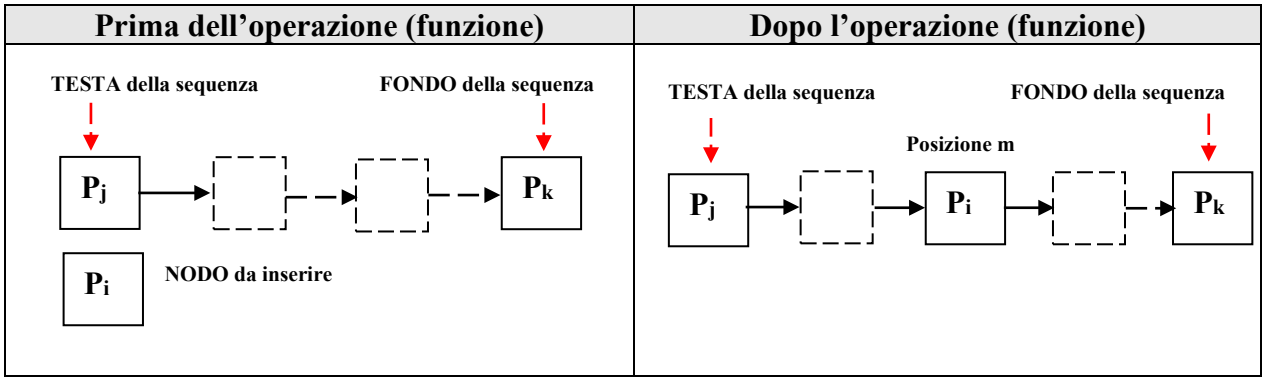
$$InsPos: S \times N \times Z^{+} \rightarrow S$$

che necessita di tre parametri in ingresso: uno identifica la sequenza che stiamo considerando **$[P_j,..,P_k]$,** l'altro il nodo **P_i** che vogliamo aggiungere ed il terzo la posizione **m** nella quale lo vogliamo inserire (con **m** diversa dalla prima e dall'ultima per le quali esistono le operazioni apposite).
La funzione restituirà la nuova sequenza ottenuta **$[P_j,..,P_i,..,P_k]$.**

La generica chiamata alla funzione sarà:

$$InsPos\ (\ [P_j, ..,P_k]\ ,\ P_i\ ,\ m) = [P_j,..,\ P_i,..,\ P_k] \quad (\text{con } P_i \text{ in posizione m})$$

Graficamente



N.B. Ovviamente tale funzione sarà possibile se la lista ha almeno n nodi con n ≥ 3 a partire dalla posizione 2 fino alla posizione n-1.

Per inserire un nodo nelle posizioni di TESTA e FONDO occorrerà utilizzare le funzioni specifiche introdotte.

c) la **cancellazione** di un nodo:

- **del primo nodo** utilizzeremo la funzione ***CancTesta***

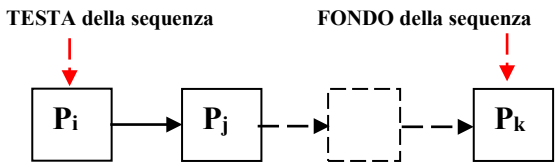
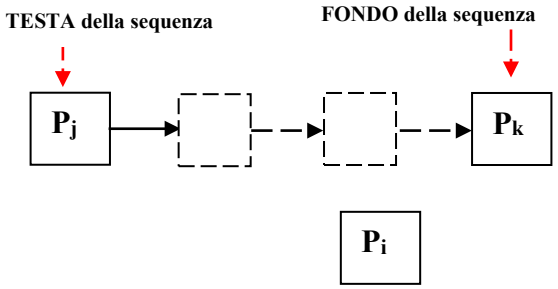
  CancTesta: S → S x N

  che necessita di un solo parametro in ingresso ossia la sequenza che stiamo considerando **[P_i ,P_j,.., P_k].** La funzione restituirà la nuova sequenza ottenuta eliminando il nodo ossia **[P_j,.., P_k]** assieme al nodo **P_i** eliminato dalla testa della sequenza (ossia in prima posizione).

  La generica chiamata alla funzione sarà:

  CancTesta **([P_i, P_j,.., P_k]) = [P_j, ..,P_k] , P_i**

Graficamente

Prima dell'operazione (funzione)	Dopo l'operazione (funzione)
	

- **dell'ultimo nodo** utilizzeremo la funzione ***CancFondo***

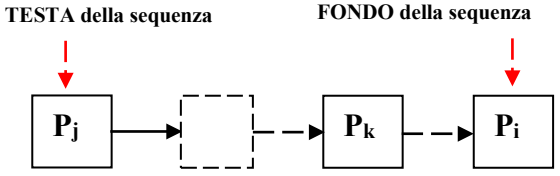
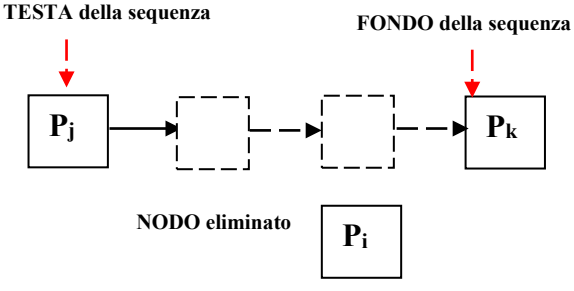
  CancFondo: S → S x N

  che necessita di un solo parametro in ingresso ossia la sequenza che stiamo considerando **[P_j,..,P_k, P_i].** La funzione restituirà la nuova sequenza ottenuta eliminando il nodo ossia **[P_j,.., P_k],** assieme al nodo **P_i** eliminato dal fondo della sequenza (ossia in ultima posizione).

  La generica chiamata alla funzione sarà:

  *CancFondo***([P_j, ..,P_k, P_i]) = [P_j,.., P_k]., P_i**

Graficamente

Prima dell'operazione (funzione)	Dopo l'operazione (funzione)
	

- **di un qualsiasi nodo** utilizzeremo la funzione ***CancPos***

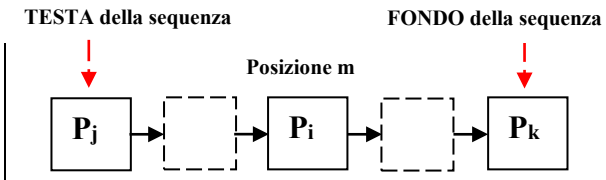
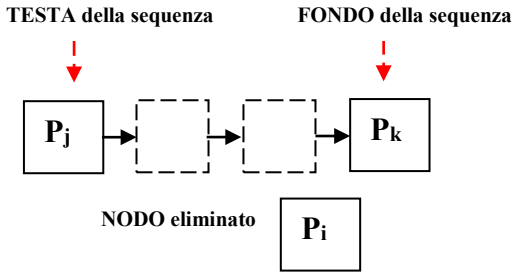
$$CancPos: S \times Z^{+} \rightarrow S \times N$$

che necessita di due parametri in ingresso: uno contenente la sequenza che stiamo considerando **[P_j,..,P_i,.., P_k]** ed il secondo contenente la posizione del nodo da eliminare. La funzione restituirà la nuova sequenza ottenuta eliminando il nodo **[P_j,.., P_k],** assieme al nodo **P_i** eliminato nella posizione **m** specificata (con m diversa dalla prima e dall'ultima posizione)

La generica chiamata alla funzione sarà:

$$CancPos\ (\ [P_j,..,P_i,..,P_k]\ ,\ m) = [P_j,..,P_k].,\ P_i$$

Graficamente

Prima dell'operazione (funzione)	Dopo l'operazione (funzione)
	

N.B. Ovviamente tale funzione sarà possibile se la lista ha almeno n nodi con n >= 3 a partire dalla posizione 2 fino alla posizione n-1.

Per cancellare un nodo nelle posizioni di TESTA e FONDO occorrerà utilizzare le funzioni specifiche introdotte.

d) **il test di sequenza vuota**: per il quale utilizzeremo la funzione ***TestVuota***

$$TestVuota: S \rightarrow B$$

che necessita di un solo parametro in ingresso ossia la sequenza che vogliamo controllare essere vuota oppure no La funzione restituirà:

- il valore booleano **VERO** se **la sequenza considerata è VUOTA**
- il valore booleano **FALSO** se **la sequenza considerata è PIENA**.

La generica chiamata alla funzione sarà:

TestVuota (**[P_j,.., P_k]**) = **FALSO**

TestVuota (**[ ]**) = **VERO**

Altre possibili operazioni sulla struttura dati astratta sequenza o lista sono

e) la **ricerca** di un nodo: per la quale utilizzeremo la funzione ***Ricerca***

$$Ricerca: S \times N \rightarrow B$$

che necessita di due parametri in ingresso: uno contenente la sequenza che stiamo considerando $\mathbf{[P_j,.., P_k]}$ ed il secondo contenente il nodo $\mathbf{P_i}$ da ricercare. La funzione restituirà il valore booleano **VERO** se $\mathbf{P_i}$ appartiene alla sequenza considerata oppure il valore booleano **FALSO** se $\mathbf{P_i}$ **non** appartiene alla sequenza considerata.

f) **la lunghezza di una sequenza** per la quale utilizzeremo la funzione ***Lunghezza***

$$Lunghezza: S \rightarrow Z^{+}$$

g) **l'ordinamento** dei nodi secondo un certo criterio **M** per il quale utilizzeremo la funzione ***Ordina***

$$Ordina: S \times M \rightarrow S$$

h) **la fusione** di 2 sequenza concatenandole per la quale utilizzeremo la funzione ***Fondi***

$$Fondi: S \times S \rightarrow S$$

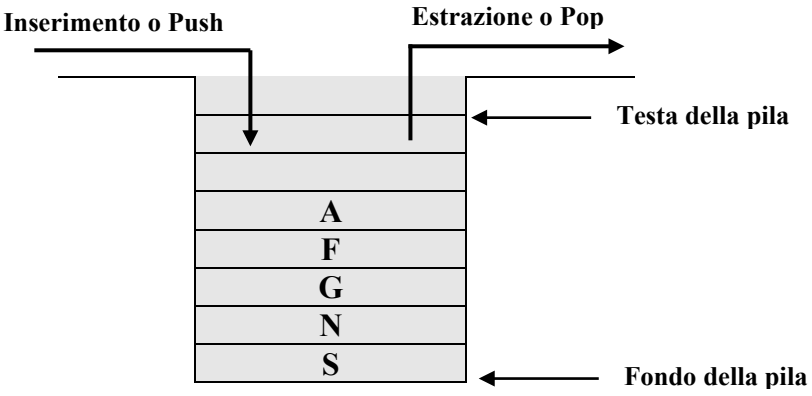
PILA O STACK

La **pila o stack** è una collezione di nodi tutti dello stesso tipo (struttura dati omogenea) dove gli inserimenti (**Push**) e le estrazioni (**Pop**) avvengono sempre a partire da uno stesso estremo detto **testa** (o **top)** della pila.

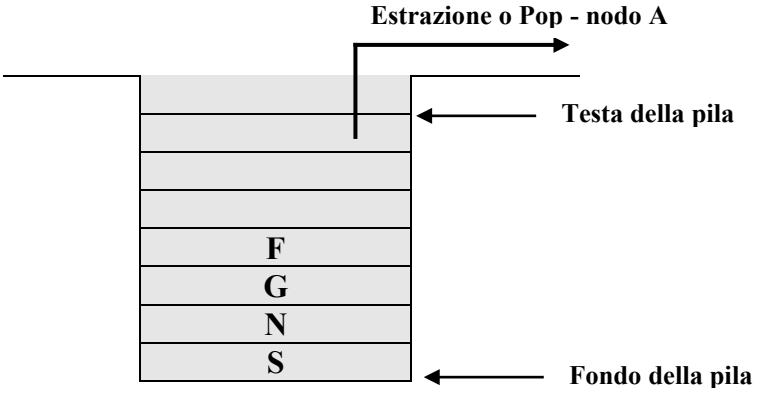
Questo implica che il primo nodo estraibile o prelevabile dalla testa della pila, sia sempre l'ultimo nodo inserito (struttura dati di tipo **L.I.F.O.** ossia Last In First Out).

Le principali operazioni possibili su di una pila di nodi sono due:

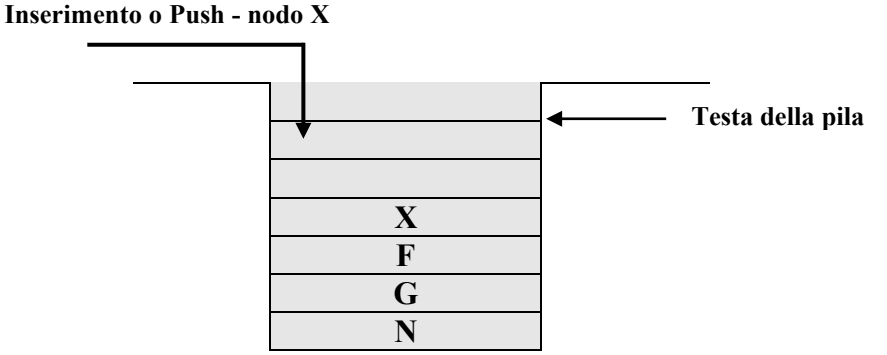
a) **estrazione o prelevamento** del nodo dalla testa (operazione detta **Pop**);
b) **inserimento** di un nuovo nodo in testa (operazione detta **Push**).

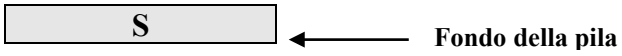


Nel dettaglio vediamo l'operazione di **Pop** di un nodo dalla testa della pila



Nel dettaglio vediamo l'operazione di **Push** di un nodo **X** in testa alla pila





Vediamo ora **SECONDO LE SPECIFICHE DELL'ADT PILA** quali sono le principali operazioni possibili su di una pila o stack:

Una premessa rotazionale : indichiamo

con **[ )**	una pila vuota (con **')'** che indica la **testa** e con **'['** che indica il **fondo** fisso)
con **[P_1, P_2 ,…. P_n)**	una pila qualsiasi formata dai nodi **P_1, P_2 ,…. P_n** con **P_1** in fondo e **P_n** in testa
con **N**	l'insieme dei possibili nodi di una pila
con **P**	l'insieme di tutte le possibili pile di nodi
con $\varnothing$	l'insieme vuoto
con $\mathbb{B}$	l'insieme contenente i valori booleani VERO e FALSO

Anche in questo caso le operazioni possibili su tale struttura dati astratta vengono definite in questo caso come **funzioni matematiche** che calcolano valori a fronte di altri valori e sono:

a) la **creazione** di una nuova pila vuota per la quale utilizzeremo la funzione ***Crea*** così definita:

$$Crea: \varnothing \rightarrow P$$

che provvede a creare la pila vuota [ ) attraverso la chiamata:

$$Crea\ (\ ) = [\ )$$

b) l'**inserimento (Push)** di un nodo che può avvenire **esclusivamente in testa** per il quale utilizzeremo la funzione ***Push***

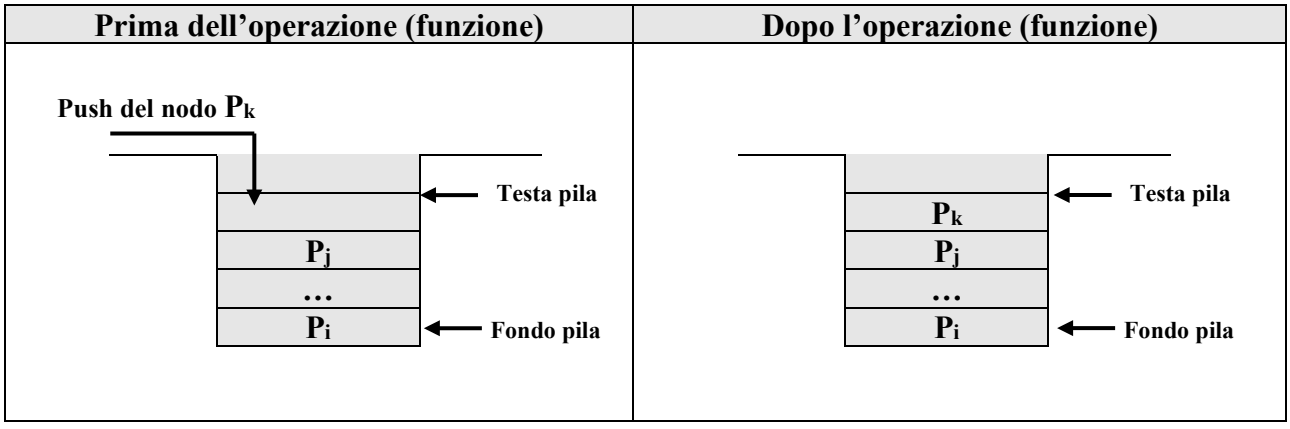
$$Push: P \times N \rightarrow P$$

che necessita di due parametri in ingresso: uno identifica la pila che stiamo considerando **[P_i,..,P_j)** e l'altro il nodo **P_k** che vogliamo aggiungere in testa. La funzione restituirà la nuova pila ottenuta **[P_i,.., P_j, P_k).**

La generica chiamata alla funzione sarà:

Push **([P_i,..,P_j) , P_k) = [P_i,..,P_j, P_k).**

Graficamente



c) l'**estrazione (Pop)** di un nodo che può avvenire **esclusivamente dalla testa** per la quale utilizzeremo la funzione ***Pop***

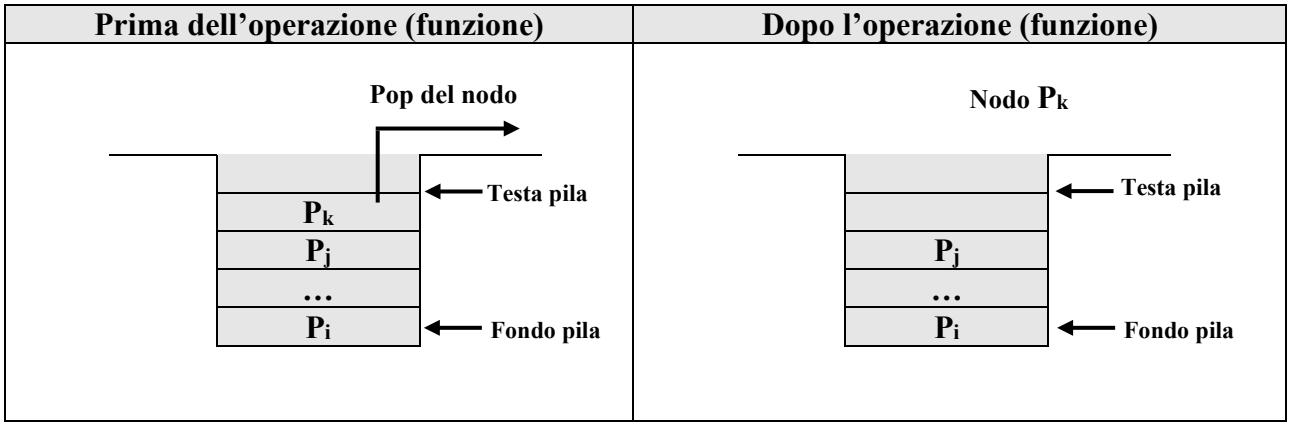
$$Pop: P \rightarrow P \times N$$

che necessita di un solo parametro in ingresso ossia la pila che stiamo considerando **$[P_i,..,P_j, P_k]$**. La funzione restituirà la nuova pila ottenuta **$[P_i,..,P_j]$** assieme al nodo **P_k** prelevato dalla testa.

La generica chiamata alla funzione sarà:

Pop **($[P_i,..,P_j, P_k]$) = $[P_i,..,P_j]$** più il nodo estratto dalla testa **P_k**

Graficamente



d) il **test di pila vuota** per il quale utilizzeremo la funzione ***TestVuota***

$$TestVuota: P \rightarrow B$$

che necessita di un solo parametro in ingresso ossia la pila che vogliamo controllare essere vuota oppure no La funzione restituirà:

- il valore booleano **VERO** se **la pila considerata è VUOTA**
- il valore booleano **FALSO** se **la pila considerata è PIENA**.

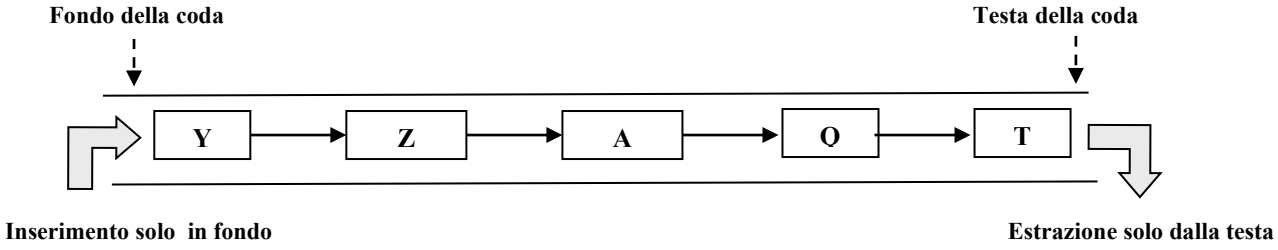
La generica chiamata alla funzione sarà:

TestVuota **($[P_i,..P_j]$) = FALSO**

TestVuota **([ )) = VERO**

CODA O QUEUE

La **coda o queue** è una collezione di nodi tutti dello stesso tipo (struttura dati omogenea) dove le estrazioni avvengono sempre da uno stesso estremo detto **testa della coda** e gli inserimenti avvengono sempre sull'altro estremo detto **fondo della coda**



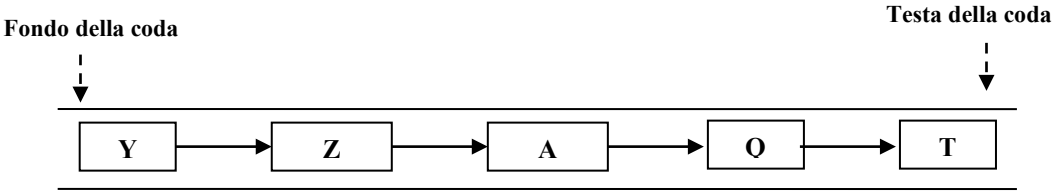
Questo implica che il nodo che può essere estratto da una coda sia sempre il primo nodo inserito nella stessa (struttura dati di tipo **F.I.F.O.** ossia First In First Out).

Le principali operazioni possibili su di una pila di nodi sono due:

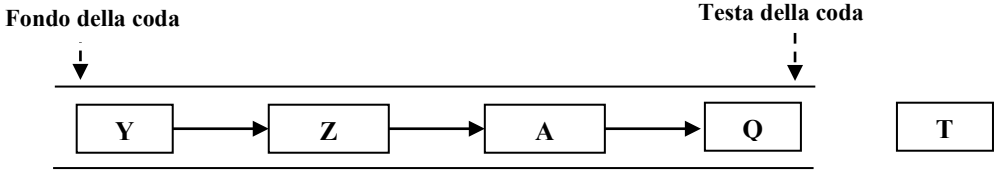
a) **estrazione o prelevamento** di un nodo **dalla testa** della coda;
b) **inserimento** di un nuovo nodo **in fondo** alla coda.

Nel dettaglio vediamo l'operazione di **estrazione** di un nodo dalla testa della coda

PRIMA DELL'ESTRAZIONE

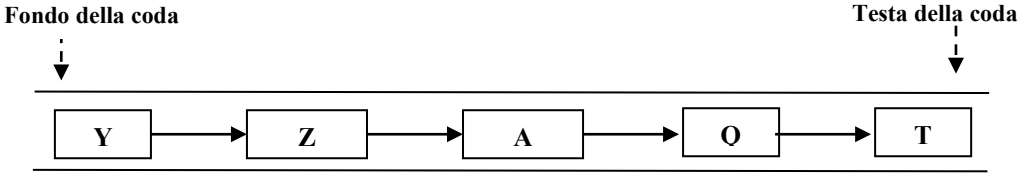


DOPO DELL'ESTRAZIONE

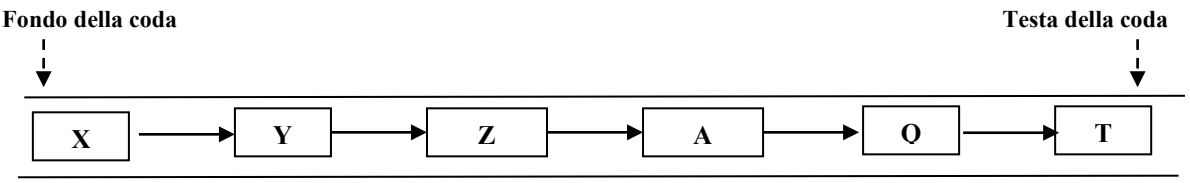


Nel dettaglio vediamo l'operazione di **inserimento** di un nuovo nodo X in fondo alla coda

PRIMA DELL'INSERIMENTO DEL NODO X



DOPO DELL'INSERIMENTO DEL NODO X



Vediamo ora **SECONDO LE SPECIFICHE DELL'ADT CODA** quali sono le principali operazioni possibili su di una coda o queue:

Una premessa rotazionale : indichiamo

con {)	una coda vuota (con **'{'** che indica il **fondo** e con **')'** che indica la **testa**)
con **{P_1, P_2 ,…. P_n)**	una coda qualsiasi formata dai nodi **P_1, P_2 ,…. P_n** con **P_1** in fondo e **P_n** in testa
con **N**	l'insieme dei possibili nodi di una coda
con **C**	l'insieme di tutte le possibili code di nodi
con ∅	l'insieme vuoto
con **B**	l'insieme contenente i valori booleani VERO e FALSO

Anche in questo caso le operazioni possibili su tale struttura dati astratta vengono definite in questo caso come **funzioni matematiche** che calcolano valori a fronte di altri valori e sono:

a) la **creazione** di una nuova coda vuota per la quale utilizzeremo la funzione ***Crea***

$$Crea: \varnothing \rightarrow C$$

che provvede a creare la coda vuota {) attraverso la chiamata:

$$Crea\ (\ ) = \{\ )$$

b) l'**inserimento** di un nodo che può avvenire **esclusivamente in fondo alla coda** e per il quale utilizzeremo la funzione ***Inserisci***

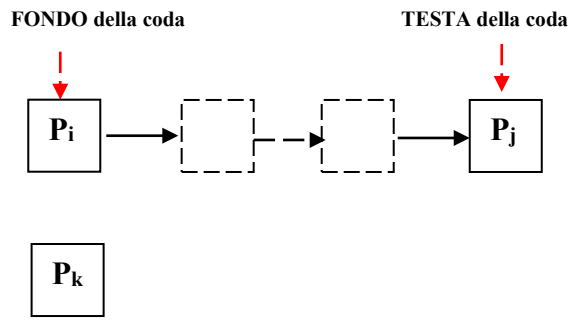
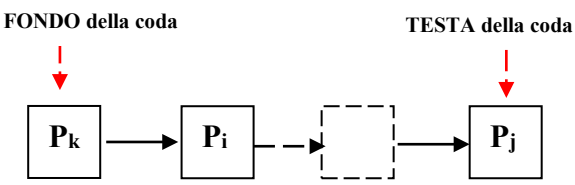
$$Inserisci: C \times N \rightarrow C$$

che necessita di due parametri in ingresso: uno identifica la coda che stiamo considerando **{P_i,..,P_j)** e l'altro il nodo **P_k** che vogliamo aggiungere in fondo alla coda. La funzione restituirà la nuova coda ottenuta **{P_k, P_i,.., P_j).**

La generica chiamata alla funzione sarà:

$$Inserisci\ (\ \{P_i,..,P_j)\ ,\ P_k\ ) = \{P_k,\ P_i,..,\ P_j).$$

Graficamente

Prima dell'operazione (funzione)	Dopo l'operazione (funzione)
	

c) l'**estrazione** di un nodo che può avvenire **esclusivamente in dalla testa della coda** e per il quale utilizzeremo la funzione ***Estrai***

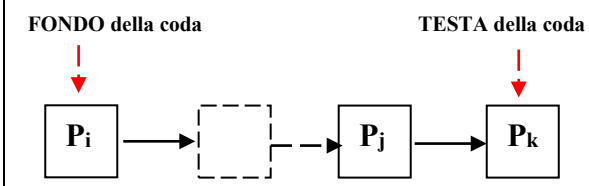
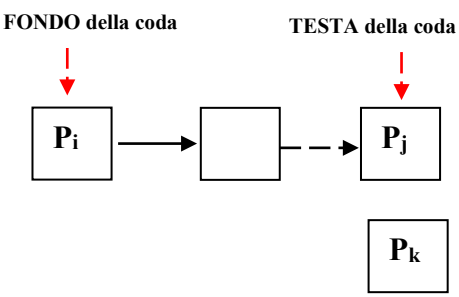
$$Estrai: C \rightarrow C \times N$$

che necessita di un solo parametro in ingresso ossia la coda che stiamo considerando **{P_i,.., P_j , P_k)**. La funzione restituirà la nuova coda ottenuta **{P_i,..,P_j)** assieme al nodo **P_k** prelevato dalla testa della coda

La generica chiamata alla funzione sarà:

Estrai **({P_i,..,P_j, P_k))= {P_i,..,P_j)** più il nodo estratto dalla testa **P_k**

Graficamente

Prima dell'operazione (funzione)	**Dopo l'operazione (funzione)**
	

d) il **test di coda vuota** per il quale utilizzeremo la funzione ***TestVuota***

$$TestVuota: C \rightarrow B$$

che necessita di un solo parametro in ingresso ossia la coda che vogliamo controllare essere vuota oppure no La funzione restituirà:

- il valore booleano **VERO** se **la coda considerata è VUOTA**
- il valore booleano **FALSO** se **la coda considerata è PIENA**.

La generica chiamata alla funzione sarà:

TestVuota **({P_i,..,P_j)) = FALSO**

TestVuota **({)) = VERO**

IMPLEMENTAZIONE DELLE STRUTTURE DATI ASTRATTE LINEARI

A livello di codifica sono possibili due strategie implementative per le struttura dati astratte (ADT) descritte precedentemente:

a) attraverso strutture dati **SEQUENZIALI, AD ALLOCAZIONE STATICA ED AD ACCESSO DIRETTO** del linguaggio di programmazione scelto (ossia attraverso **array** o **vettore**);

b) attraverso strutture dati **NON SEQUENZIALI, AD ALLOCAZIONE DINAMICA ED AD ACCESSO SEQUENZIALE** del linguaggio di programmazione scelto (ossia attraverso le cosiddette liste linkate);

Limiti dell'utilizzo di strutture dati **SEQUENZIALI, AD ALLOCAZIONE STATICA ED AD ACCESSO DIRETTO**

L'allocazione statica della memoria presenta senza dubbio molti VANTAGGI tra i quali segnaliamo:

1) **semplicità degli algoritmi** che devono gestire la struttura dati così allocata;
2) **accesso diretto ai nodi** (poiché vengono utilizzati gli array o vettori).

Nonostante ciò tale metodo di memorizzazione possiede degli innegabili SVANTAGGI in quanto è poco flessibile per quanto riguarda:

a) **occupazione di memoria**: gli array in genere sono sovradimensionati non potendo stimare a priori la dimensione del problema;

b) **velocità in fase di esecuzione**: gli array sono strutture rigide e la loro gestione richiede a volte tempi che non sono accettabili;

c) **linearità della soluzione**: talvolta la soluzione offerta dall'allocazione statica della memoria per questo tipo di strutture dati fornisce un risultato negativo sia in relazione alla bontà dell'algoritmo, sia dal punto di vista del rispetto dei criteri generali della programmazione.

VANTAGGI nell'utilizzo di strutture dati **NON SEQUENZIALI, AD ALLOCAZIONE DINAMICA ED AD ACCESSO SEQUENZIALE**

L'utilizzo di strutture dati **concatenate e dinamiche** dette **LISTE LINKATE** (al posto di quelle **sequenziali, statiche ad accesso diretto**) permettono di gestire con molta più semplicità numerose operazioni di inserimento e di cancellazione.

Grazie al loro utilizzo non è più necessario neanche definire a priori la dimensione massima occupata in memoria dalla struttura dati in quanto esse hanno la caratteristica di essere *dinamiche*, ossia di potere modificare la dimensione occupata in memoria nel corso dell'esecuzione del programma che le utilizza.

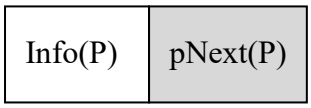
LA LISTA LINKATA

DEF. La lista (semplicemente) concatenata o linkata è la struttura dati di base ad allocazione dinamica. Essa è formata da una successione di nodi che occupano in memoria posizioni qualsiasi. Ciascun nodo è legato o collegato o linkato al suo successivo mediante un puntatore.

In una lista linkata **ogni nodo P** (quindi tutti i nodi hanno lo stesso formato) è formato da un tipo di dati strutturato (RECORD) costituito da due campi:

- un campo **informativo** (che chiameremo *Info*) che può contenere qualsiasi tipo di dato (semplice o strutturato a sua volta);

- un campo **puntatore** (che chiameremo *pNext*) che contiene l'indirizzo di memoria in cui è possibile reperire il nodo successivo.

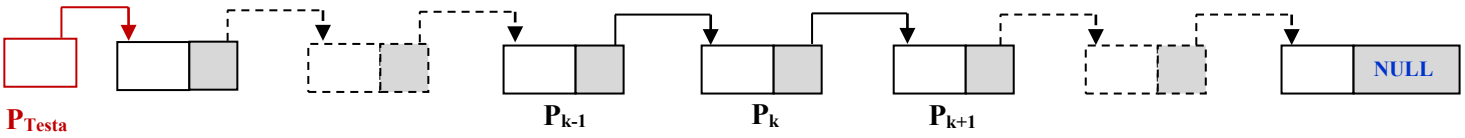


Generico **Nodo P**

TIPO Nodo = RECORD
Info : <*Tipo_dato*>
pNext : **PUNTATORE A Nodo**
FINE RECORD

con <Tipo_dato> semplice o strutturato a sua volta
possibile anche se apparentemente sembra un riferimento circolare

Graficamente avremo:



N.B. In una struttura dati concatenata (o LISTA LINKATA) la successione LOGICA dei nodi è arbitraria e non corrisponde in alcun modo a quella FISICA.

Infatti in queste strutture non è assolutamente necessario che la locazione (fisica) di memoria in cui si trova il nodo P_k generico debba essere successiva a quella dove si trova il nodo P_{k-1} oppure debba essere precedente a quella dove si trova il nodo P_{k+1} (come invece accadrebbe in un array).

Il nodo P_k può essere memorizzato dovunque: l'importante è che il nodo P_{k-1} contenga tra le sue informazioni l'indirizzo della locazione di memoria dove si trova il nodo P_k (ossia "punti al nodo" P_k) e che quest'ultimo a sua volta contenga l'indirizzo della locazione di memoria dove si trova il nodo P_{k+1} (ossia "punti al nodo" P_{k+1})

Questa regola basilare va mantenuta per tutti i nodi della struttura concatenata ad eccezione dell'ultimo nodo della struttura che non deve puntare a nessun nodo in quanto non ha successori.

Con questa regola abbiamo visto che ogni nodo punta al successivo (il primo al secondo, il secondo al terzo…il penultimo all'ultimo) ma **nessuno di essi è in grado di puntare al primo nodo** della struttura.

L'indirizzo di memoria del primo nodo è infatti una informazione necessaria ma esterna alla struttura dati concatenata.

Esso dovrà essere memorizzato in un apposita variabile che chiameremo **puntatore alla testa** (P_{Testa}) della struttura dati che conterrà il riferimento (ossia il puntatore) al primo nodo ed è *"esterno alla lista linkata",* mentre l'ultimo nodo, che non ha successori, non dovrà fare riferimento ad alcunchè (ossia *"punta a terra"* per convenzione avrà il valore **NULL**).

Inoltre con le STRUTTURE DATI CONCATENATE non sarà possibile l'accesso diretto ma quello sequenziale che prevede la scansione di tutta la struttura a partire dal primo nodo fino ad arrivare a quello desiderato.

NOTA BENE

Le LISTE A PUNTATORI sono le strutture dati messe a disposizione dai linguaggi C e C++ per poter implementare le LISTE LINKATE appena descritte, le cui funzionalità devono, al contrario di altri linguaggi di programmazione in cui sono già previste o buil-in (vedi PYTHON), essere interamente sviluppate dal programmatore attraverso le apposite funzionalità per la gestione dinamica della memoria (malloc( ), calloc( ), realloc( ), etc.)

STRUTTURE DATI ASTRATTE NON LINEARI

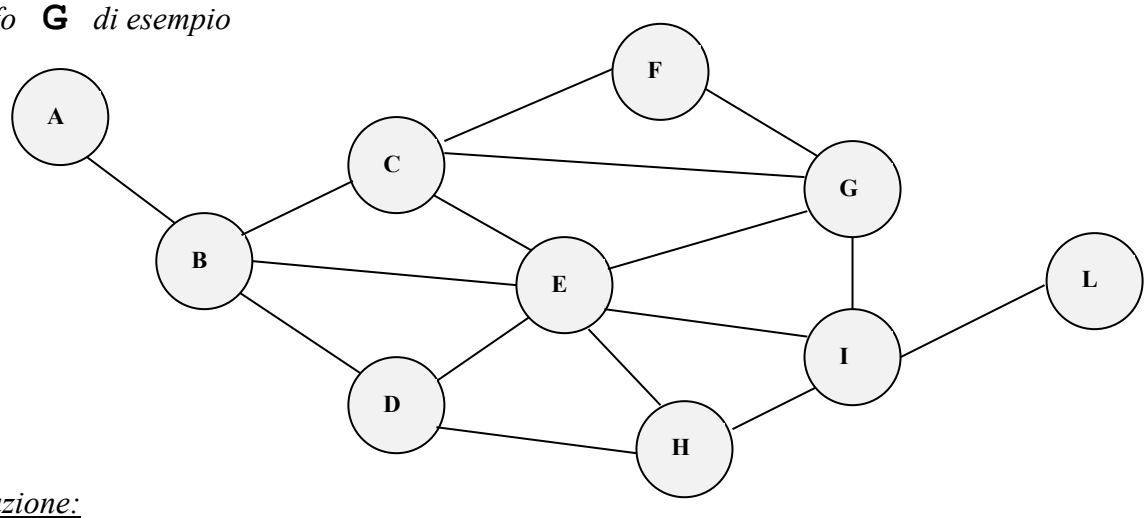
Le strutture dati astratte lineari viste finora (lista, pila e coda) sono caratterizzate dal fatto che **ogni nodo** ha **un solo successore** (tranne l'ultimo nodo) ed **un solo predecessore** (tranne il primo).
Da qui deriva l'aggettivo **LINEARE**.

Vogliamo estendere questi concetti a strutture dati non lineari chiamate *grafi* ed in particolare agli *alberi* che costituiscono le più importanti strutture della nuova classe di strutture da esaminare.
In particolare anticipiamo che nei **grafi** per **ogni nodo** è possibile avare **più nodi predecessori** e **più nodi successori** mentre per gli **alberi** per **ogni nodo** è possibile avere **più successori** ma **un solo predecessore** (tranne il primo).
Da qui deriva l'aggettivo **NON LINEARE**.

I GRAFI

DEF. Un **grafo G** è definito da :
- un **insieme** finito e non vuoto **N** di **nodi** detti anche **"vertici"** o "**punti"**;
- un **insieme A** di **archi** detti anche "**segmenti"** o "**spigoli"** o "**lati"**;
- una **funzione F** che descrive le **connessioni** tra le coppie di nodi ossia la "motivazione" per la quale ad ogni arco fa corrispondere una coppia di nodi.

Grafo **G** *di esempio*



Notazione:

nodi del grafo **G** *:* *A, B, C, D, E, F, G, H, I, L*

arco che congiunge i nodi A e B*:* *(A, B) oppure A, B*

DEF. Un nodo di un **grafo G** si dice **DI ORDINE PARI** se è collegato da un numero pari di archi, altrimenti si dice di **ORDINE DISPARI**.

Ad esempio nel nostro grafo **G** *:*

*i nodi **B**, **I**, **G** sono di ORDINE PARI (esattamente ordine 4) mentre*
*i nodi **A**, **L** sono di ORDINE DISPARI (esattamente ordine 1)*

DEF. Due nodi di un **grafo G** si dicono **ADIACENTI** se esiste un arco che li congiunge (altrimenti si dicono **non adiacenti**).

Ad esempio nel nostro grafo **G** *:*

*I nodi **A** e B sono ADIACENTI mentre i nodi **A** e **C** NON SONO ADIACENTI*

DEF. In un **grafo** **G** si definisce **CAMMINO** una successione di nodi adiacenti che **non** contiene due volte lo stesso arco.

N.B. Un cammino può invece contenere due volte lo stesso nodo

Ad esempio nel nostro grafo **G** *:*

la successione di nodi B, C, E, H, I, E, D *è un* ***cammino*** *tra i nodi* ***B*** *e* ***D***

la successione di nodi B, C, E, G, I, E, D *è un altro* ***cammino*** *tra i nodi* ***B*** *e* ***D***

MA FATE MOLTA ATTENZIONE…è facile farsi ingannare…..

la successione di nodi B, C, E, G, E, D ***NON*** *è un* ***cammino*** *tra i nodi* ***B ed D***

DEF. In un **grafo** **G** si definisce **CAMMINO SEMPLICE** un cammino costituito da tutti nodi distinti ad eccezione eventualmente del primo e dell'ultimo (che possono eventualmente coincidere). Nel caso di cammino semplice con nodo iniziale uguale al nodo finale si parla di **CAMMINO SEMPLICE CICLICO** o più semplicemente **CICLO**.

Ad esempio nel nostro grafo **G** *:*

la successione di nodi B, C, G, E, D *è un* ***cammino semplice*** *tra i nodi* ***B*** *e* ***D***

la successione di nodi B, C, F, G, E, D, B *è un* ***cammino semplice ciclico*** *ossia un* ***ciclo*** *di* ***B***

N.B. In generale possono esistere diversi cammini semplici che uniscono due stessi nodi

la successione di nodi B, E, D *è un* ***cammino semplice*** *che unisce i nodi* ***B*** *ed* ***D***

la successione di nodi B, E, H, D *è un* ***cammino semplice*** *che unisce i nodi* ***B*** *ed* ***D***

la successione di nodi B, C, E, H, D *è un* ***cammino semplice*** *che unisce i nodi* ***B*** *ed* ***D***

la successione di nodi B, C, E, I, H, D *è un* ***cammino semplice*** *che unisce i nodi* ***B*** *ed* ***D***

DEF. Un **grafo** **G** si definisce **connesso** se per ogni coppia di nodi considerata esiste sempre almeno un cammino che li congiunge.
In modo equivalente un **grafo** **G** si definisce **connesso** se, considerati due suoi nodi arbitrari, esiste sempre almeno un cammino che li congiunge

DEF. Un **grafo** **G** si definisce **orientato** se ogni arco è dotato di orientamento ossia di un verso di percorrenza

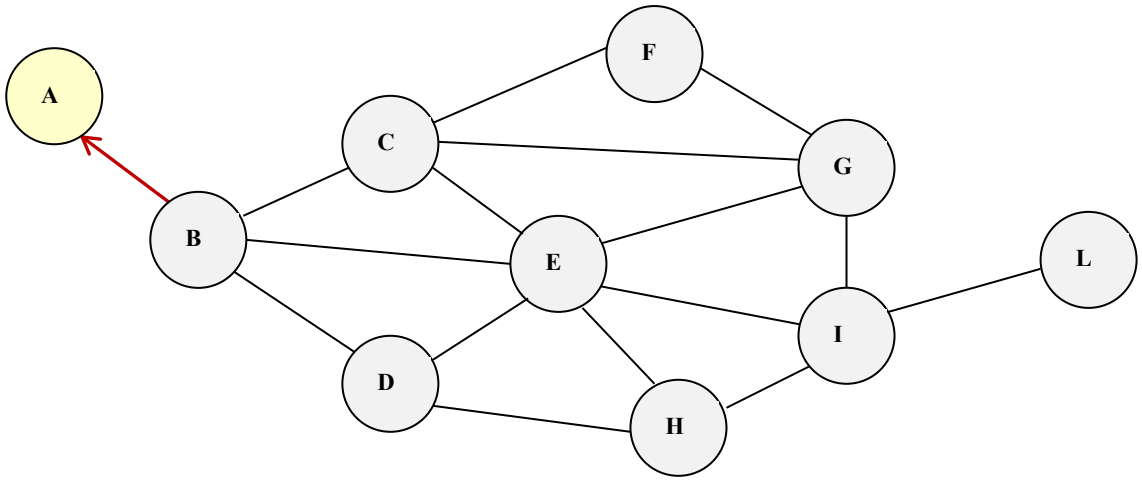
Tale orientamento indica la relazione logica che esiste tra i dati contenuti nei due nodi congiunti dall'arco.

N.B. In tal caso al posto dei segmenti semplici per rappresentare gli archi vengono utilizzate le frecce con uno o due punte considerando in questo tipo di grafo un eventuale segmento semplice del tutto equivalente alla freccia con le due punte.

N.B. Per quanto finora affermato. il grafo G del nostro esempio appare CONNESSO

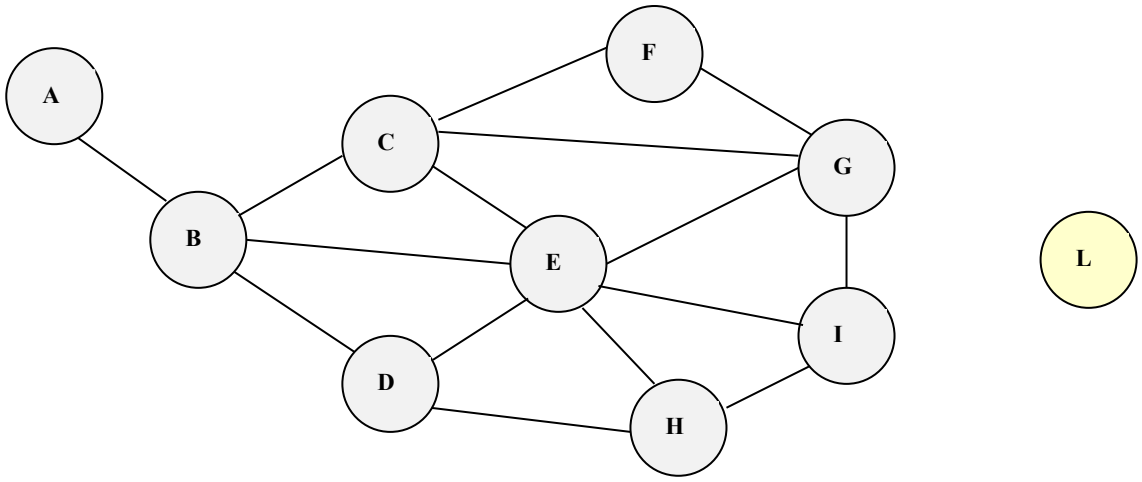
DOMANDA: In che modo è possibile allora rendere NON CONNESSO ossia DISCONNETTERE il nostro grafo G di esempio?

1) Orientando opportunamente uno o più archi del grafo



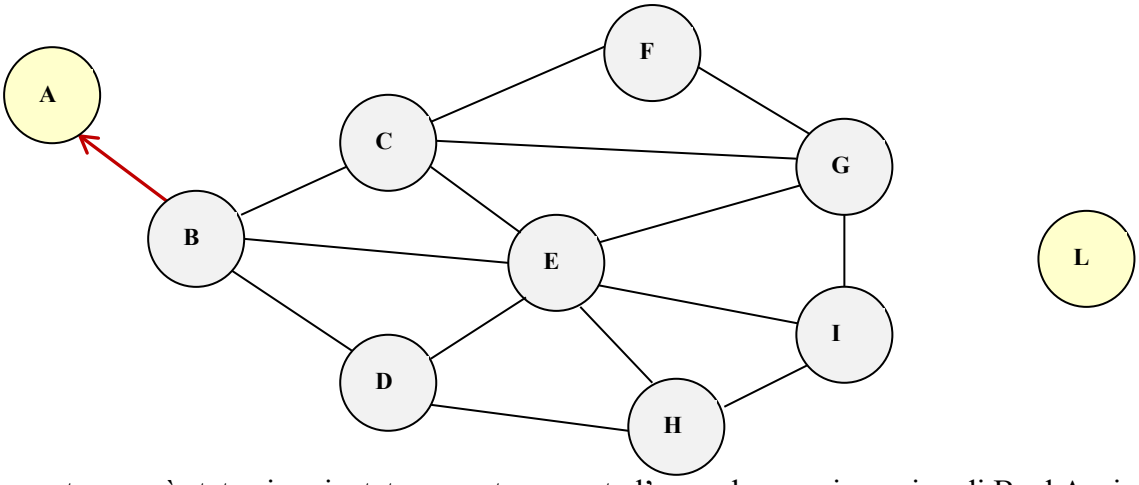
*In questo caso poiché dal nodo **A** non può partire alcun cammino verso uno qualsiasi dei rimanenti nodi del grafo, dovendo rispettare il nuovo orientamento fornito, esisterà ameno una coppia di nodi che non è congiunta da alcun cammino (ad esempio la coppia di nodi **A** e **E**).*

2) Eliminando opportunamente uno o più archi del grafo



*In questo caso poiché il nodo **A** appare ora completamente isolato non potrà essere raggiunto in alcun modo da nessun cammino, entrante o uscente*

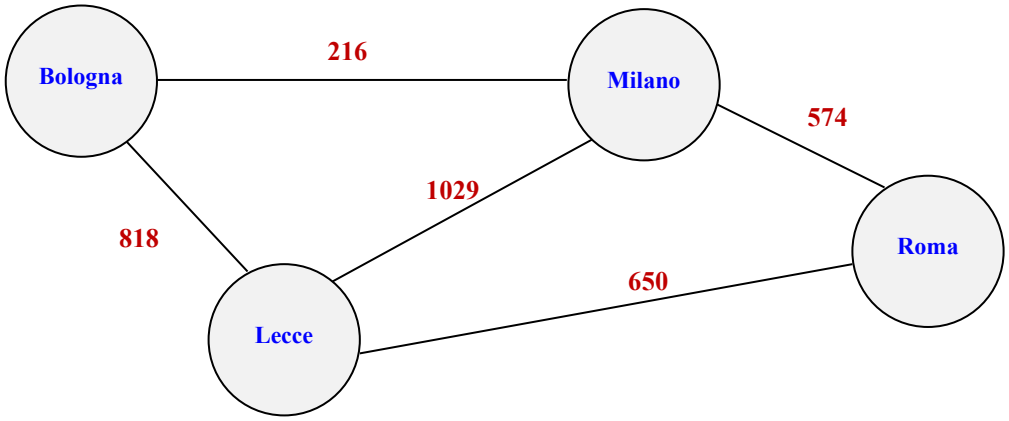
3) Orientando ed eliminando opportunamente uno o più archi del grafo



In questo caso è stato sia orientato opportunamente l'arco che congiunge i nodi B ed A, sia eliminato l'arco che unisce i nodi L ed I.

DEF. Un grafo **G** si definisce **pesato** se ad suo arco viene associato un valore detto *peso*

Esempio di grafo **G** ***connesso*** *e* ***pesato***



DOMANDA: A che servono i grafi?

I grafi possono essere visti come modelli in grado di rendere possibile l'astrazione su alcuni aspetti del mondo reale ossia sono in grado di rappresentare un sistema "semplificato" eventualmente presente nella realtà.

Esempio: Per rappresentare un sistema di trasporti ci si può servire di un grafo **G** *pesato con le località da servire (che possono essere rappresentate come* ***nodi****), le linee di comunicazione tra le località (che possono essere rappresentate come* ***archi****) e la distanza chilometrica tra due località (che può essere vista come* ***peso****).*

Esiste in informatica una classe di problemi legati al **percorso minimo** che unisce tutti i nodi di un grafo **G** ossia **il cammino semplice con peso minimo** che congiunge tutti i nodi di un grafo **G**.

Un grafo è particolarmente adatto a rappresentare anche **automi**, **reti di trasporto**, **reti elettriche**, **reti dati**, etc.

APPROFONDIMENTO: I ponti di Konisberg

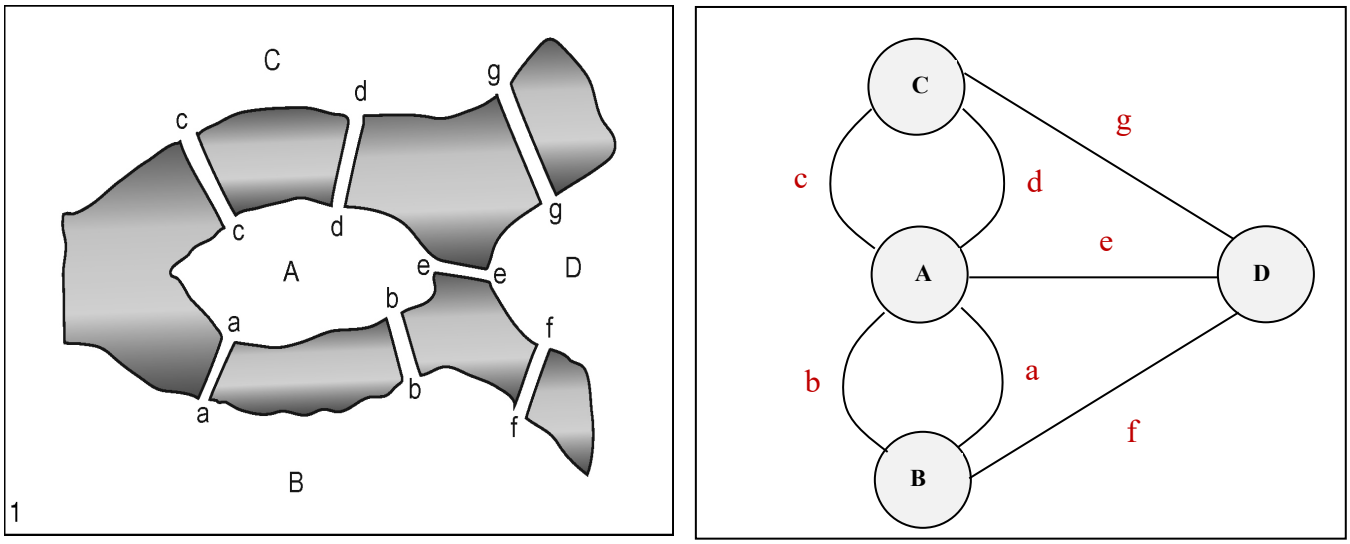
E' un problema che la tradizione vuole legato alla città di **Königsberg** della Prussia orientale (oggi **Kaliningrad**, in Russia), nota per aver dato i natali a Immanuel Kant (1724-1804).

Il problema riguarda la possibilità di compiere un percorso (cammino semplice) attraversando tutti i ponti della città e passando per ognuno di essi una (e una sola) volta.

Alla semplicità dell'enunciato, nei termini in cui la tradizione vuole fosse posto dagli abitanti del luogo, non corrisponde una soluzione matematica della questione altrettanto semplice.

In termini moderni, il problema si risolve attraverso le proprietà di percorribilità di un grafo, ma utilizzando prove empiriche, la maggior parte delle persone di quel tempo sembra propendesse per una risposta negativa.

Analizzando il problema dei **ponti di Königsberg** con il formalismo dei grafi, il percorso può essere rappresentato con un grafo con 4 nodi A, B, C, D collegati da 7 archi e aventi tutti ordine dispari, rispettivamente ordine 5, 3, 3, 3.



Fu **Eulero** a fornire la dimostrazione generale del problema nel trattato ***Solutio problematis*** *ad* ***geometriam situs pertinentis*** del 1741; nella sua soluzione si individua oggi l'origine della moderna teoria dei grafi.

Egli infatti stabilì quindi le seguenti generalizzazioni:

• soltanto un grafo composto da nodi di ordine pari, può essere percorso toccando una e una sola volta tutti i nodi in modo da ritornare infine al punto di partenza; in pratica si effettua un percorso che è un cammino semplice ciclico o ciclo;

• se il grafo contiene tutti nodi di ordine pari ma soltanto due ordine dispari esso è ancora percorribile, ma occorre partire da uno dei due nodi dispari ed arrivare all'altro nodo dispari; in questo caso non è quindi possibile giungere alla fine del percorso allo stesso nodo di partenza;

• se il grafo contiene più di due nodi di ordine dispari risulterà impossibile percorrerlo senza dover attraversare archi già toccati in precedenza.

Per queste ragioni e grazie ad Eulero, il problema dei **ponti di Königsberg** quindi, **non ammette soluzione.**

GLI ALBERI

DEF: Un **ALBERO** $\mathcal{A}$ è un particolare tipo di **GRAFO CONNESSO E SENZA CICLI**

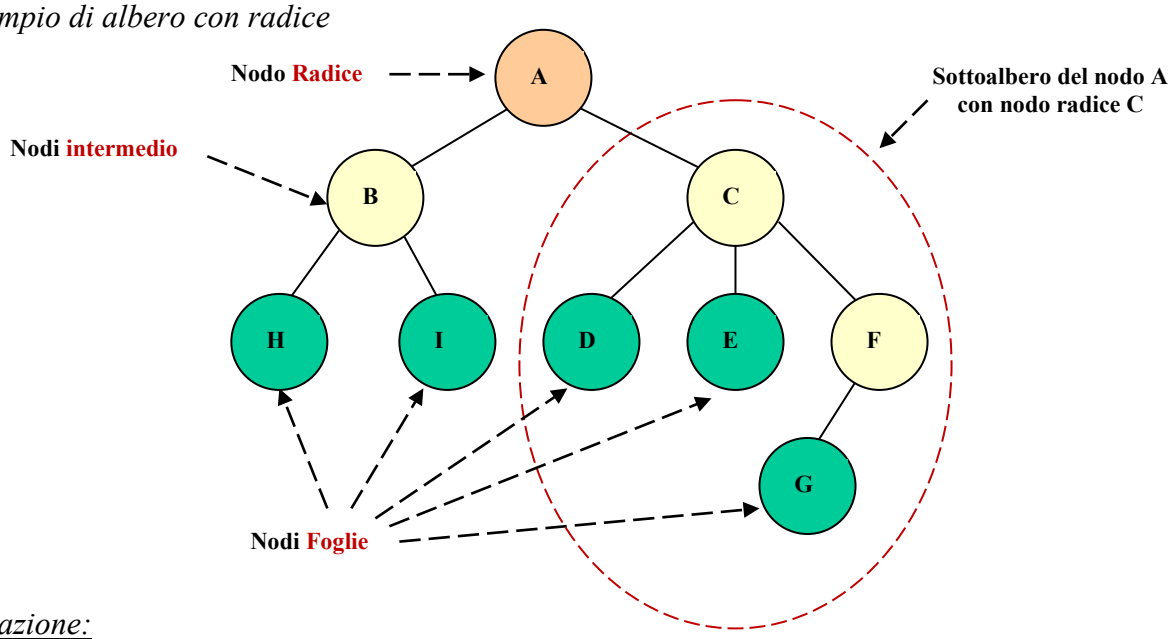
Un **albero** $\mathcal{A}$ gode **SEMPRE** delle seguenti **3 PROPRIETA':**

1. se un albero possiede **n nodi** allora conterrà **n-1 archi (N.B. non è vero il viceversa):**
2. due nodi qualsiasi in un albero sono sempre connessi da **un unico cammino semplice**;
3. **rimuovendo un qualsiasi arco** dell'albero, la struttura dati risultante
   - **non è più connessa**
   - **rimane divisa** in due strutture dati astratte non lineari che risultano essere anch'esse alberi

I tipi più utili di alberi usati in informatica sono gli **alberi con radice** ossia quegli alberi ai quali ad un nodo detto "**radice"** viene attribuito un significato speciale.

In un albero **ogni nodo** può essere considerato **radice del sottoalbero** che da esso trae origine. I nodi dai quali non vengono originati sottoalberi, vengono chiamate **foglie**.

Esempio di albero con radice



Notazione:
***radice dell'albero**:* *A*
***foglie dell'albero**:* *H, I, D, E, G*
***nodi intermedi dell'albero**:* *B, C, F*

Gli alberi che considereremo saranno **alberi ordinati** (nei quali si possono distinguere gli elementi primo, secondo, … n-esimo secondo un determinato criterio) alberi per i quali l'ordinamento dei sottoalberi è importante.

DEF. In un **albero** $\mathcal{A}$ si dice **grado di un nodo** il numero dei sottoalberi di quel nodo.

DEF. In un **albero** $\mathcal{A}$ si dice **livello di un nodo** il numero di nodi attraversati da un cammino semplice dalla radice al nodo. Se il nodo è **la radice** dell'albero, il livello è uguale **ad 1**.

DEF. Si dice **altezza o profondità h** di un **albero** $\mathcal{A}$ la lunghezza (ossia il numero di nodi) del cammino semplice più lungo esistente tra nodo radice e nodi foglie, escludendo dal conteggio il nodo radice.

N.B. Esiste dunque una relazione matematica tra numero di livelli ed altezza di un albero

Altezza di un albero = Numero di livelli – 1

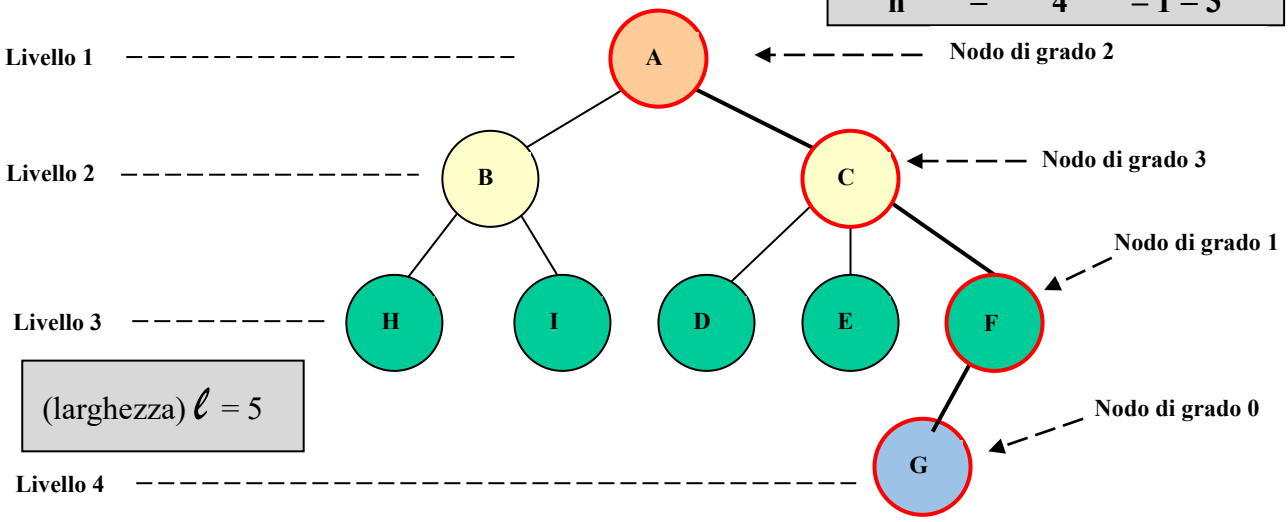
ossia

Numero di livelli = Altezza di un albero + 1

DEF. Si dice **larghezza o ampiezza** ℓ di un **albero** $\mathcal{A}$ il massimo numero di nodi dell'albero che si trovano allo stesso livello

Applichiamo quanto detto ad un albero con radice di esempio:

(altezza) = (numero livelli) – 1
h = 4 – 1 = 3



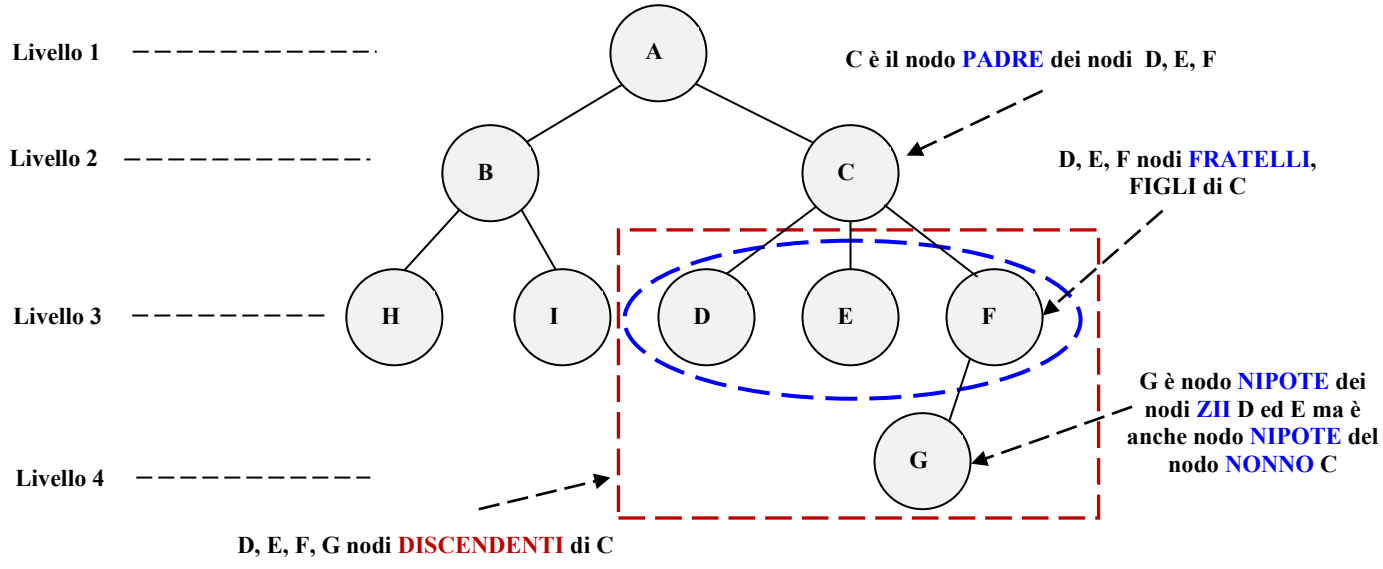
N.B. E' possibile parlare di alberi in termini **"genealogici".**

Ciascuna radice è detta **padre** delle radici dei suoi sottoalberi che a loro volta sono **figli** del padre.
Le radici dei sottoalberi dello stesso padre si dicono **fratelli**.

Questa terminologia potrebbe essere anche estesa a **nonno**, **zio**, **cugino** (ma anche a madre-figlia-sorella e nonna-zia-cugina)

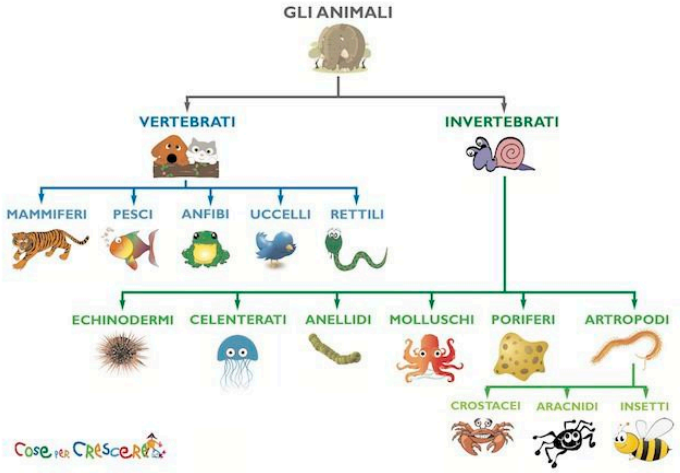
DEF. In un albero si dicono **discendenti di un nodo** quei nodi che appartengono ad un sottoalbero che ha quel nodo come radice.

Esempio di albero con terminologia genealogica

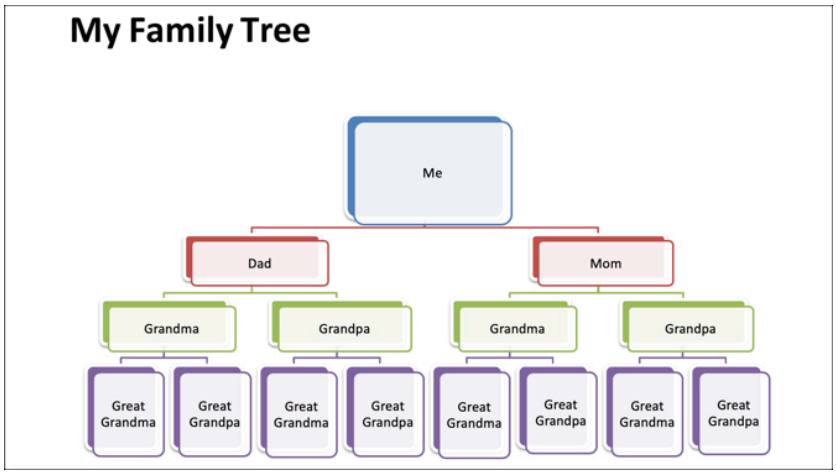


Da quanto detto finora è evidente che un albero è una struttura particolarmente adatta alla descrizione delle informazioni tra le quali è possibile stabilire una **gerarchia o una classificazione.**

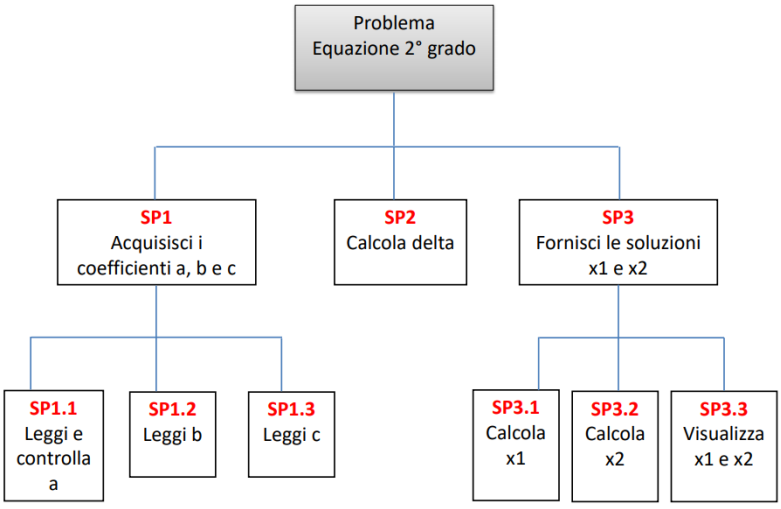
Esempio 1 - classificazione di animali e piante:



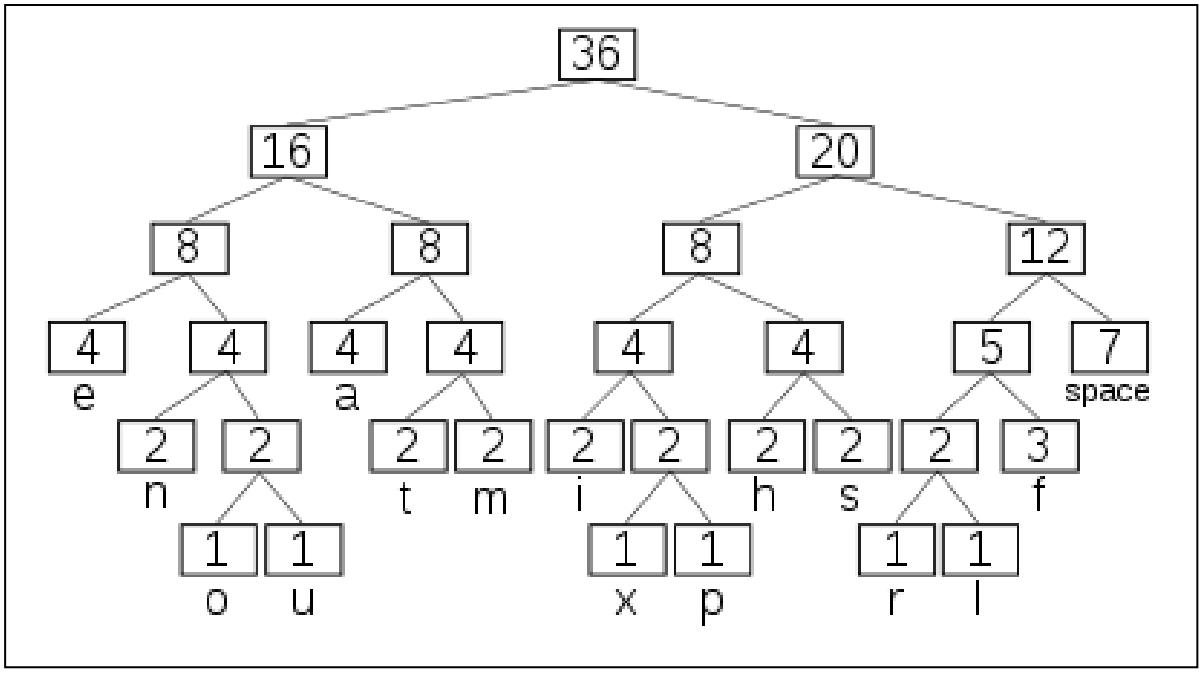
Esempio 2 - albero genealogico familiare



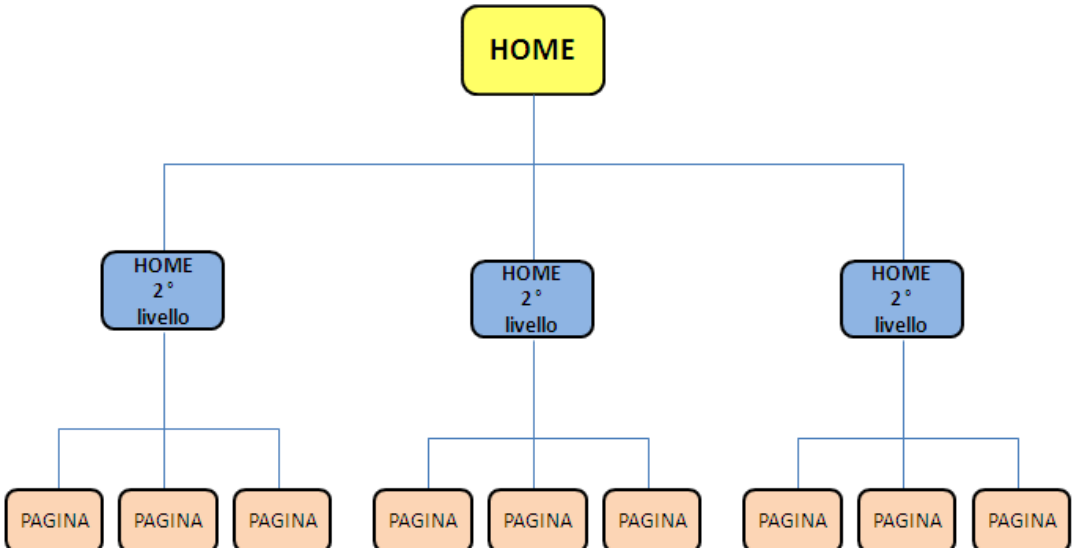
Esempio 3 - meccanismo di funzionamento della metodologia top-down che porta alla determinazione della soluzione di un problema complesso attraverso la scomposizione in sottoproblemi via via sempre più semplici



Esempio 4 - Codifica di Huffman si intende un algoritmo di codifica dei simboli usato per la compressione di dati, basato sul principio di trovare il sistema ottimale per codificare stringhe basato sulla frequenza relativa di ciascun carattere



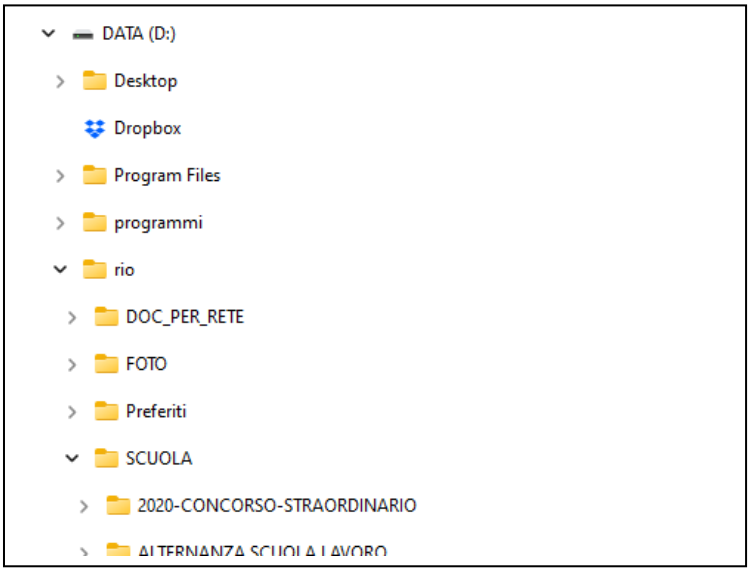
Esempio 5 - struttura di un sito web



Esempio 6 – file system di un sistema operativo (qui esito del comando "tree" di UNIX)

```
[tecmint@centos8 opt]$ sudo tree
.
├── apache-tomcat-9.0.26
│   ├── bin
│   │   ├── bootstrap.jar
│   │   ├── catalina.bat
│   │   ├── catalina.sh
│   │   ├── catalina-tasks.xml
│   │   ├── ciphers.bat
│   │   ├── ciphers.sh
│   │   ├── commons-daemon.jar
│   │   ├── commons-daemon-native.tar.gz
│   │   ├── configtest.bat
│   │   ├── configtest.sh
│   │   ├── daemon.sh
│   │   ├── digest.bat
│   │   ├── digest.sh
│   │   ├── makebase.bat
│   │   ├── makebase.sh
│   │   ├── setclasspath.bat
│   │   ├── setclasspath.sh
│   │   ├── shutdown.bat
│   │   ├── shutdown.sh
│   │   ├── startup.bat
│   │   ├── startup.sh
│   │   ├── tomcat-juli.jar
│   │   ├── tomcat-native.tar.gz
│   │   ├── tool-wrapper.bat
│   │   ├── tool-wrapper.sh
│   │   ├── version.bat
│   │   └── version.sh
│   ├── BUILDING.txt
│   ├── conf
│   │   ├── catalina.policy
│   │   ├── catalina.properties
│   │   ├── context.xml
│   │   ├── jaspic-providers.xml
│   │   ├── jaspic-providers.xsd
│   │   ├── logging.properties
│   │   ├── server.xml
│   │   ├── tomcat-users.xml
│   │   ├── tomcat-users.xsd
│   │   └── web.xml
│   ├── CONTRIBUTING.md
│   ├── lib
│   │   ├── annotations-api.jar
│   │   ├── catalina-ant.jar
│   │   ├── catalina-ha.jar
```

Qui attivazione risorse del computer (WINDOWS)



Dopo avere introdotto tutti i concetti relativi ad un albero possiamo darne, comprendendone il significato, la seguente definizione ricorsiva:

DEF. 2 (RICORSIVA) Un **albero** è un insieme non vuoto **T** di nodi dove:
a) esiste un solo nodo distinto detto **radice**;
b) i rimanenti nodi sono ripartiti in **n insiemi tutti disgiunti T_1, T_2, …. T_n** con $n \geq 0$ ciascuno dei quali è a sua volta un albero

Se **l'insieme T è vuoto** si parla di **albero vuoto**

PROBLEMA DELL'ATTRAVERSAMENTO DI UN ALBERO

In informatica è fondamentale trovare dei buoni metodi o algoritmi di **attraversamento** o **visita** di un albero poiché tali operazioni sono fortemente richieste dalle applicazioni che li utilizzano.

Notazione:
esame di un nodo: significa accedere al nodo ed estrarre le informazioni contenute in esso;

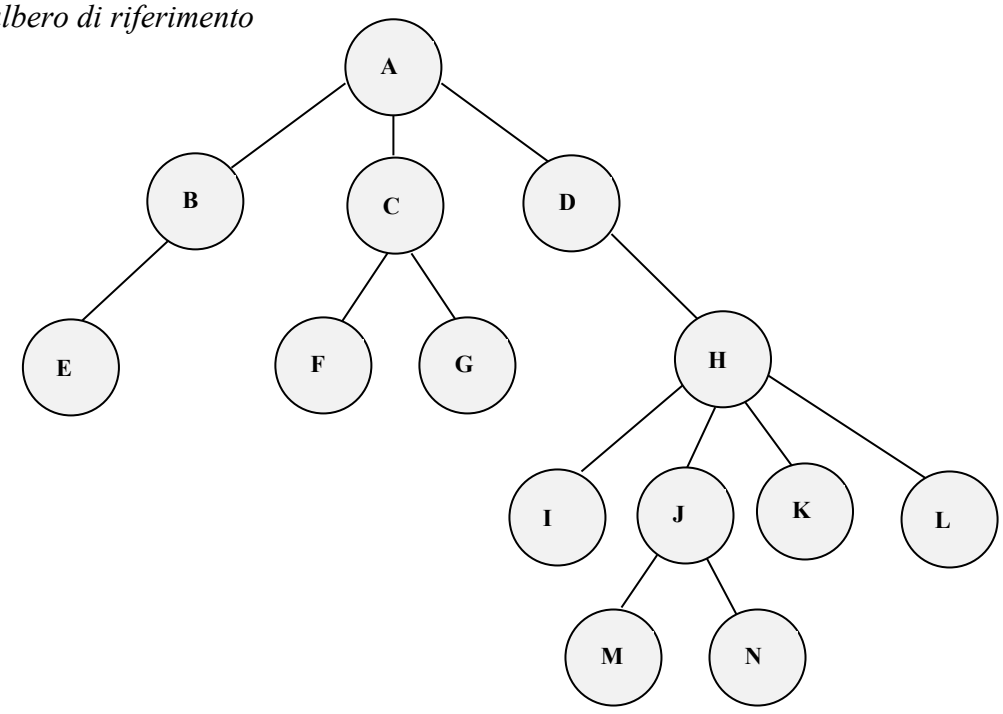
attraversare o visitare un albero: significa esaminare sistematicamente in un ordine appropriato tutti i nodi di un albero in modo che ciascun n odo venga visitato una volta sola;

attraversamento o visita di un albero: significa trovare un qualsiasi algoritmo che ci permetta di visitare un albero

I due principali algoritmi di attraversamento di un albero sono:

1) **attraversamento o visita in ordine ANTICIPATO (PRE-ORDER);**
2) **attraversamento o visita in ordine POSTICIPATO (POST ORDER);**

Esempio: albero di riferimento



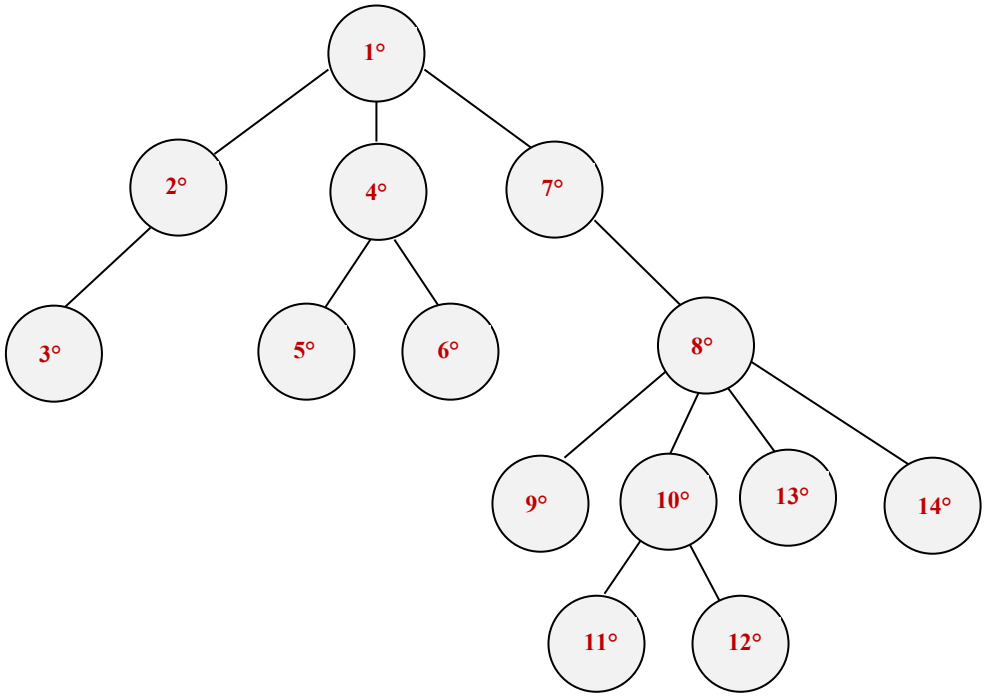
1) VISITA anticipata di un albero (PRE-ORDER)

Il processo risolutivo RICORSIVO di questo algoritmo si può riassumere come segue:

Esamina la radice;

SE** il numero **n** dei **sottoalberi** della **radice** è **MAGGIORE DI zero
ALLORA
*Attraversa il **primo** sottoalbero (in ordine anticipato o pre-order);*
*Attraversa il **secondo** sottoalbero (in ordine anticipato o pre-order);*
……
*Attraversa l'**n-esimo** sottoalbero (in ordine anticipato o pre-order).*
ALTRIMENTI
Ferma la ricorsione
***FINE** SE*

Schematizzazione ordine di visita dei nodi con questo algoritmo:



Quindi l'attraversamento in ordine anticipato sull'albero di esempio darà la seguente sequenza di nodi:

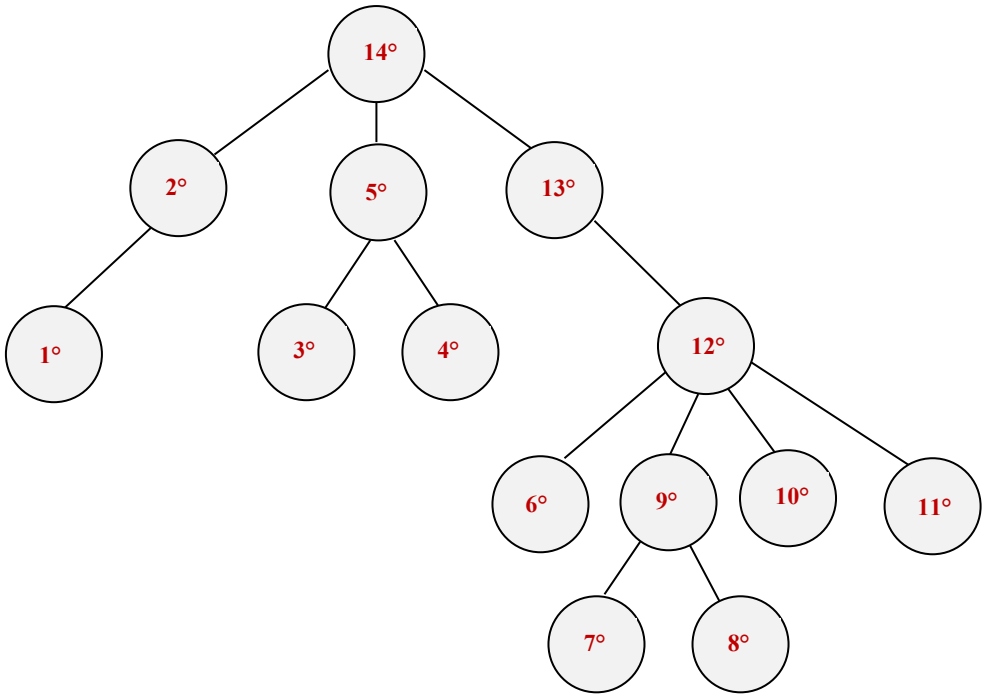
A, B, E, C, F, G, D, H, I, J, M, N, K, L

2) VISITA posticipata o differita di un albero (POST-ORDER)

Il processo risolutivo RICORSIVO di questo algoritmo si può riassumere come segue:

SE** il numero **n** dei **sottoalberi** della **radice** è **MAGGIORE DI zero
ALLORA
*Attraversa il **primo** sottoalbero (in ordine posticipato o post-order);*
*Attraversa il **secondo** sottoalbero (in ordine posticipato o post-order);*
……
*Attraversa l'**n-esimo** sottoalbero (in ordine posticipato o post-order);*
ALTRIMENTI
Esamina la radice
FINE SE
Ferma la ricorsione

Schematizzazione ordine di visita dei nodi con questo algoritmo:

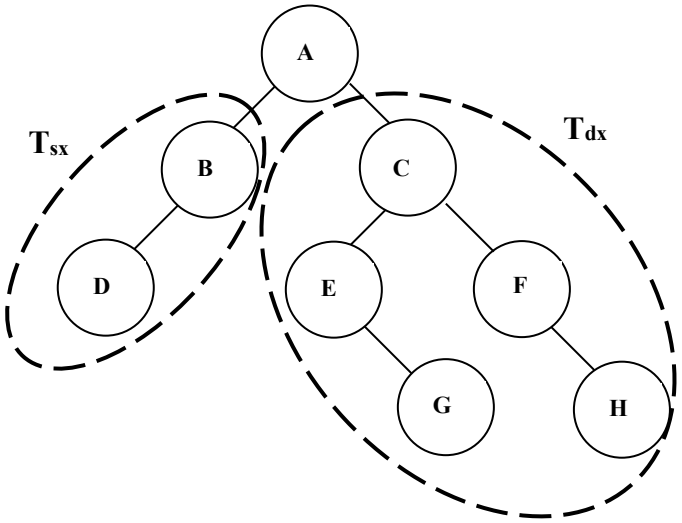


Quindi l'attraversamento in ordine posticipato sull'albero di esempio darà la seguente sequenza di nodi:

E, B, F, G, C, I, M, N, J, K, L, H, D, A

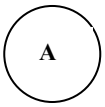
GLI ALBERI BINARI

DEF 1. Un **albero binario** è un albero in cui ciascun nodo ha al massimo due figli

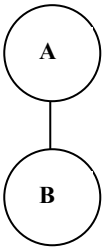


DEF 2 (RICORSIVA). Un **albero** si dice **binario** se:
- ha solo la radice (allora si dice **vuoto**);
- la radice ha al più due sottoalberi binari (rispettivamente *sottoalbero sinistro* e *sottoalbero destro*).

Secondo la definizione appena data sono alberi binari:

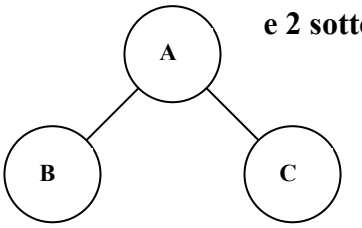


Albero binario vuoto (costituito dalla sola radice)



Albero binario con radice ed 1 sol sottoalbero

Albero binario con radice e 2 sottoalberi



APPLICAZIONI CON GLI ALBERI

Le strutture dati astratte **alberi** trovano applicazione nella risoluzione di problemi in cui i dati hanno una struttura logica appropriata.
Essi in genere vengono utilizzati **nella teoria dei giochi** per rappresentare le possibili partite di un gioco di abilità.
Inoltre i **motori di molti database** si basano sugli alberi per velocizzare le operazioni di ricerca delle informazioni memorizzate.