

TEMA 5: PROCESOS DE BÚSQUEDA

- Introducción
- Búsqueda a ciegas
 - Búsqueda en anchura
 - Búsqueda de coste uniforme
 - Búsqueda en profundidad
 - Búsqueda bidireccional
- Búsqueda informada
 - Concepto de heurística
 - Método de ascensión de colinas
 - Búsqueda por el mejor nodo
 - Algoritmo A y A*



INTRODUCCIÓN

- Un **problema** puede definirse por cuatro componentes:
 - Estado inicial
 - Descripción de las acciones u operadores disponibles. Función sucesor
 - Test objetivo
 - En algunos casos, una función coste del camino
- El estado inicial y la función sucesor definen **el espacio de estados** del problema.
- La **solución** es el camino del estado inicial a un estado objetivo y la optima será la de coste menor.
- Problemas de juguete vs. problemas del mundo real.
- Ejemplos de problemas:
 - El 8-puzzle (juguete)
 - Las 8-reinas (juguete)
 - Problemas del viajante de comercio; distribución VLSI; navegación robot; secuencia ensamblaje automático; búsqueda en Internet



Búsqueda de soluciones: Árbol de búsquedas

- **Árbol de búsquedas** generado por:
estado inicial + función sucesor → definen espacio de estados
- Si existe más de un camino para llegar a un estado: GRAFO
- Raíz del árbol \equiv nodo de búsqueda (estado inicial)
- nodo \neq estado
 - **Estado**: una configuración del mundo
 - **Nodo**: estructura de datos del árbol
 - Estado actual correspondiente al nodo
 - Nodo padre
 - Acción
 - Costo del camino
 - Profundidad
- **Frontera**: conjunto de nodos no expandidos
- **Estrategia**: selección del nodo a expandir

Árbol de búsquedas

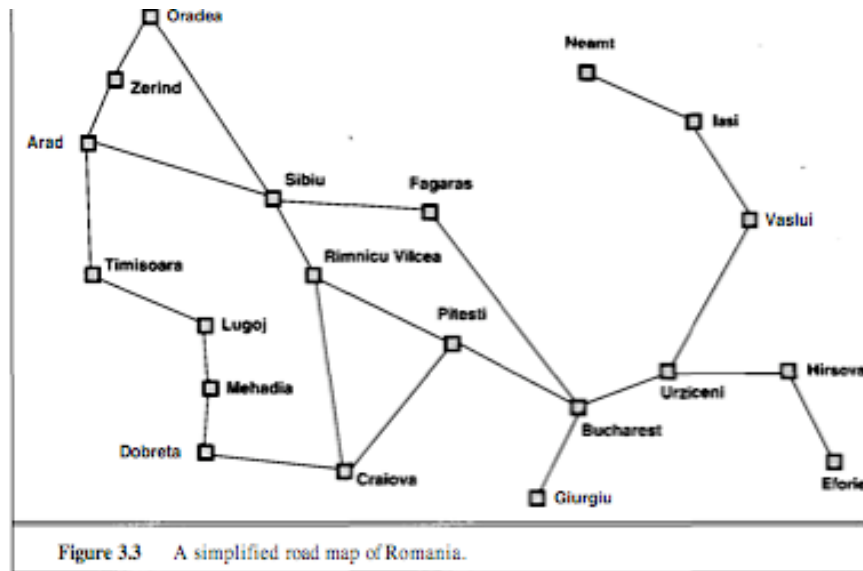
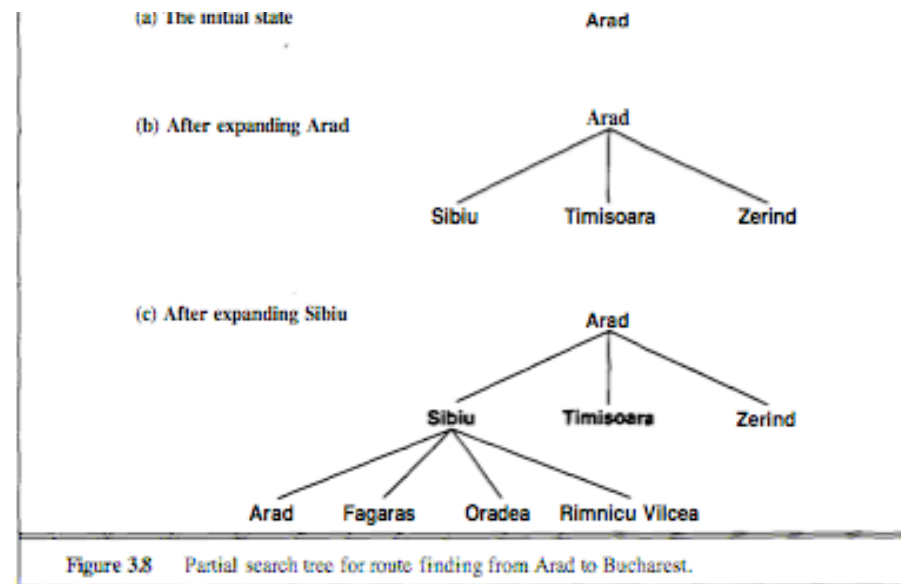


Figura 1: mapa de Rumania simplificado.

Figura 2: árbol de búsquedas.





Rendimiento de la resolución del problema

- Completitud: ¿el algoritmo encuentra la solución?
- Optimización: ¿la solución encontrada es óptima (coste menor)?
- Complejidad:
 - En tiempo: ¿cuánta “tarda”?
 - En espacio: ¿cuánta memoria?
- En un árbol de búsqueda:
 - tiempo $\equiv n^0$ nodos
 - espacio $\equiv n^0$ nodos
- Así, la complejidad será función de:
 - b \equiv factor de ramificación del árbol (n^0 máximo de sucesores)
 - d \equiv profundidad del nodo objetivo
 - m \equiv longitud máxima de cualquier camino en el espacio de estados
- Costo de la búsqueda es función de la complejidad en tiempo.
- Coste total = costo de la búsqueda + costo del camino.
*“tarda”: parámetro n



Búsquedas no informadas

- “Búsqueda a ciegas”
- No disponen de información adicional acerca de los estados (no conocen lo prometedor que resulta un estado)
- Sólo distinguen estado objetivo del que no
- Son sistemáticas
 - No dejan a priori ningún nodo sin examinar
 - No exploran más de una vez el mismo nodo
- Técnica de búsqueda que emplea un árbol de búsqueda
- Se caracterizan por el orden de expansión de los nodos frontera

Búsqueda en anchura

- Características:
 - Es **completa**, si nodo solución se encuentra a profundidad d y b es finito.
 - Complejidad en tiempo: $O(b^{d+1})$
 - Complejidad en espacio = tiempo, pues los nodos explorados pertenecen a la solución.
- Conclusión (ver gráfico):
 -
 -

Depth	Nodes	Time	Memory
0	1	1 millisecond	100 bytes
10^1	10	10 milliseconds	1 kilobytes
10^2	100	1 second	100 kilobytes
10^3	1,000	10 minutes	1 megabyte
10^4	10,000	1 hour	10 gigabytes
10^5	100,000	128 days	100 terabytes
10^6	1,000,000	35 years	1000 terabytes
10^7	10,000,000	3500 years	10,000 terabytes

Fig. 3.12. Time and memory requirements for breadth-first search. The figures shown are for branching factor $b = 10$, 1000 nodes/second, 100 bytes/node.



BÚSQUEDA EN ANCHURA: ALGORITMO

- **FRONTERA:** cola **FIFO** (1º en entrar 1º en salir)
 - ABIERTOS (frontera) contiene los nodos no expandidos (implementado como Cola)
 - CERRADOS contiene los nodos ya expandidos
-
1. Nodo inicial en ABIERTOS
 2. Crear la lista CERRADOS inicialmente vacía
 3. (3) Si ABIERTOS está vacía, no existe solución. TERMINAR
 4. Suprimir el primer nodo n de ABIERTOS y colocarlo en CERRADOS
 5. Si n es el objetivo → Solución
 6. Expandir el nodo n, si no tiene sucesores ir a (3).
 7. Colocar los sucesores de n al final de ABIERTOS
 8. Ir a (3)



BÚSQUEDA DE COSTE UNIFORME

- Se tienen costes sobre los arcos. Se desea encontrar el camino de coste mínimo
 - es la suma de los costes hasta el nodo en el que nos encontramos
 - Es una generalización del anterior: si costo es cte genera búsqueda anchura
 - ABIERTOS puede implementarse como una cola con prioridad (FIFO)
-
1. Nodo inicial, s , en ABIERTOS. Si s no es objetivo $g(s) = 0$
 2. Crear la lista CERRADOS inicialmente vacía
 3. (3) Si ABIERTOS está vacía, no existe solución. TERMINAR
 4. Suprimir de ABIERTOS el nodo i tal que $g(i)$ sea mínima y colocarlo en CERRADOS
 5. Si i es el objetivo \rightarrow Solución
 6. Expandir el nodo i , si no tiene sucesores ir a 3.
 7. Para cada nodo sucesor del nodo i , j , calcular $g(j)$ y colocar los sucesores en ABIERTOS
 8. Ir a 3



BÚSQUEDA EN PROFUNDIDAD

○ Descripción

- Se expanden los sucesores del último nodo generado (el nodo más profundo en la frontera actual del árbol de búsqueda).
- Los nodos explorados que no tienen descendientes en la frontera se quitan de la memoria:
 - se almacena sólo un camino del nodo raíz al nodo actual
 - más los nodos de la frontera (no explorados)
- Elección equivocada supone camino muy largo o infinito.
- ¿Y si el árbol de búsquedas es ilimitado? Solución: añadir límite de profundidad (l): **búsqueda de profundidad limitada**. Evitamos caminos infinitos.
- Problema si l Tipos de fracaso:
 - Valor de fracaso estándar \Leftrightarrow no existe solución
 - Valor de corte \Leftrightarrow no existe solución dentro del límite de profundidad



BÚSQUEDA EN PROFUNDIDAD

- Características:
 - Requisitos modestos de memoria: b^l nodos (l longitud máxima)
 - No es **completa**, si se elige camino equivocado:
 - b^{∞} árbol ilimitado
 - puede ser mucho mayor que
 - No siempre encuentra la solución óptima.
 - En ocasiones se llega antes a la solución (a no ser que entre en una rama equivocada)
 - En el caso peor, complejidad en tiempo:
 - $O(b^m)$, se generan todos los nodos del árbol de búsqueda.
 - $O(b^l)$, si profundidad limitada.
- Diámetro del espacio de estados: elección de l



BÚSQUEDA EN PROFUNDIDAD: ALGORITMO

- ABIERTOS (frontera) puede implementarse como una pila (LIFO)
- 1. Nodo inicial, s , en ABIERTOS.
- 2. Crear la lista CERRADOS inicialmente vacía
- 3. (3) Si ABIERTOS está vacía, no existe solución. TERMINAR
- 4. Suprimir el primer nodo de ABIERTOS y colocarlo en CERRADOS
- 5. Si n es el objetivo → Solución
- 6. Si la profundidad del nodo es igual a la máxima profundidad ir a (3).
- 7. Expandir el nodo n , si no tiene sucesores ir a (3).
- 8. Colocar los sucesores de n al principio de la lista ABIERTOS
- 9. Ir a (3)



BÚSQUEDA BIDIRECCIONAL

- Descripción
 - Se realiza la expansión en ambas direcciones \Rightarrow debe ser posible calcular el sucesor y el predecesor de un nodo
 - Motivación: $b^{d/2} + b^{d/2} < b^d$
 - La búsqueda finaliza cuando encontramos un nodo común en las fronteras de los dos árboles de búsqueda.
 - s es el estado inicial y t el estado objetivo
 - S-ABIERTOS y S-CERRADOS son listas de nodos frontera y explorados desde el estado inicial
 - T-ABIERTOS y T-CERRADOS son listas de nodos frontera y explorados desde el estado objetivo
 - Costes
 - asociado al arco que une n con x :
 - para x , generado a partir del nodo inicial s , es el coste del camino más corto encontrado hasta ahora de s a x .
 - Para x , generado a partir del nodo objetivo t , es el coste del camino más corto encontrado hasta ahora de x a t .
- Ventajas
 - Coste en espacio y en tiempo: $O(b^{d/2})$
 - Es completo y óptimo (para costos uniformes) si la búsqueda es en anchura.



BÚSQUEDA BIDIRECCIONAL: ALGORITMO

1. Colocar s en S-CERRADOS, con $gs(s)=0$. Expandir s . Para cada sucesor x , poner x en S-ABIERTOS y hacer $gs(x) = c(s,x)$
Idem para t en T-CERRADOS
2. Decidir si se va hacia delante (paso 3) o hacia atrás (paso 4)
3. Seleccionar de S-ABIERTOS el nodo n $gs(n)$ mínimo. Mover n a S-CERRADOS. Si n está en T-ABIERTOS ir a paso 5. Si no para cada sucesor x de n hacer:
 - a. Si x no está ni en S-ABIERTOS ni en S-CERRADOS añadirlo a S-ABIERTOS, añadir puntero al padre y calcular $gs(x)$
 - b. Si x estaba en S-ABIERTOS, comparar el coste del camino anterior con el costo del nuevo, guardar el camino más corto
 - c. Si x estaba en S-CERRADOS no hacer nada
 - d. Volver al paso 2
4. Seleccionar de T-ABIERTOS el nodo n $gt(n)$ mínimo. Mover n a T-CERRADOS. Si n está en S-ABIERTOS ir a paso 5. Si no para cada predecesor x de n hacer:
 - a. Si x no está ni en T-ABIERTOS ni en T-CERRADOS añadirlo a T-ABIERTOS, añadir puntero al padre y calcular $gt(x)$
 - b. Si x estaba en T-ABIERTOS, comparar el coste del camino anterior con el costo del nuevo, guardar el camino más corto
 - c. Si x estaba en T-CERRADOS no hacer nada
 - d. Volver al paso 2
5. Considerar el conjunto de nodos de la intersección de S-CERRADOS y la unión de T-CERRADOS y T-ABIERTOS, seleccionar el nodo n de coste mínimo para construir una solución que contenga este estado.



Heurística

- Puede usarse para:
 - Decidir qué nodo expandir a continuación
 - Decidir qué sucesores se generan
 - Decidir no tener en cuenta nunca determinados nodos
- Es una medida (a menudo tomada de la experiencia) de lo prometedor que resulta un nodo (¿cómo de próximo está el estado que encierra respecto al estado objetivo?)
- Se determina por una función de valoración heurística
- El proceso de elegir el nodo más prometedor puede tener una visión global o local



Ascensión de colinas

- Problemas donde no importa el camino, sino maximizar una función objetivo (ej: ocho reinas): problemas de optimización.
- Busca un estado solución.
- Búsqueda local: trabajan con el estado actual (no con caminos); se mueven a los vecinos.
- En cada momento se toma el nodo que maximiza la función objetivo.
- Ventajas
 - Usan poca memoria.
 - Pueden encontrar soluciones razonables en espacios de estados grandes o infinitos donde no son adecuados los algoritmos sistemáticos.
- Desventajas
 - No siempre obtiene el mejor resultado (no óptimo).
 - No puede salir de los máximos locales. Para evitar este problema es necesario implementar un modo de volver a situaciones anteriores.
 - Problema semejante son las mesetas.
- Se puede combinar con otros métodos para acercarse primero a la solución.
- Otros algoritmos: temple (recocido) simulado, algoritmos genéticos, VNS.



Ascensión de colinas

- Algoritmo
 1. Empezar en estado inicial. Si solución → TERMINAR
 2. Expandir el nodo
 3. Para cada sucesor
 - a. Comprobar si es solución, si lo es → TERMINAR
 - b. Si no lo es, comprobar si está más cerca de la solución que los testeados hasta el momento. Si está recordar dicho nodo, si no olvidarlo.
 4. Tomar el mejor elemento del paso anterior y usarlo como siguiente nodo a expandir
 5. Regresar al paso 2



Búsqueda por el mejor nodo

- Problemas donde la solución es el camino desde un estado inicial al objetivo.
- En cada iteración se escoge el nodo más prometedor según una **función evaluación $f(n)$** y se expande.
- Existe una **función heurística $h(n)$** = costo estimado del camino más barato desde el nodo n a un nodo objetivo (ej: línea recta entre ciudades)
- transmite el conocimiento del problema al algoritmo de búsqueda.
- Se establece =
- Problemas:
 - No es óptimo.
 - No es completo (Ej: figura 1 p. 4 Camino Isai a Fagaras: búsqueda atrapada en Neamt)



Búsqueda por el mejor nodo

- Algoritmo
 1. Nodo inicial, s , en ABIERTOS.
 2. Crear la lista CERRADOS inicialmente vacía
 3. Si ABIERTOS está vacía, no existe solución. TERMINAR
 4. Suprimir en ABIERTOS un nodo i con f mínimo y colocarlo en CERRADOS
 5. Si i es el objetivo \rightarrow Solución (devolver el camino por medio de los punteros de i a s). TERMINAR
 6. Expandir el nodo i , generando todos los sucesores
 7. Para cada sucesor j de i
 - a. Calcular $f(j)$
 - b. Si j no estaba en ABIERTOS ni en CERRADOS, añadirlo a ABIERTOS y establecer un puntero de j a i .
 - c. Si j ya estaba en ABIERTOS decidir si j apunta a i o a su antiguo predecesor en función del valor de $f(j)$
 - d. Si j ya estaba en CERRADOS, decidir si j apunta a i o a su antiguo predecesor como en el caso anterior. Además propagar la mejora a los sucesos



Algoritmos A y A*

- Intentan mejorar el anterior dando garantía de que la solución es óptima.
- Descubre un camino mínimo entre el estado inicial y el final, explorando un grafo de espacio mínimo de estados
- Es de tipo mejor nodo
- La función evaluación tiene dos componeno



Algoritmos A y A*

1. ABIERTOS contiene sólo el nodo inicial, poner los valores de g para ese nodo a 0 y su valor f a $h+0$. Inicializar CERRADOS vacío.
2. Repetir hasta que se encuentre el nodo meta.
 1. Si no hay nodos en ABIERTOS → FALLO
 2. Tomar el nodo de ABIERTOS con mejor f' (MEJORNODO). Eliminarlo de ABIERTOS y ponerlo en CERRADOS.
 3. Mirar si MEJORNODO es objetivo → Solución y TERMINAR. Si no generar sucesores de MEJORNODO, para cada sucesor:
 1. Poner SUCESOR apuntando a MEJORNODO
 2. Calcular $g(\text{SUCESOR}) = g(\text{MEJOR NODO}) + \text{coste}(\text{MEJORNODOS}, \text{SUCESOR})$
 3. Mirar si SUCESOR está en ABIERTOS y actualizar f si es necesario (1)
 4. Si no estaba en ABIERTOS ver si estaba en CERRADOS (2)
 5. Si SUCESOR no estaba ni en ABIERTOS ni en CERRADOS, ponerlo en ABIERTOS y añadirlo a la lista de sucesores de MEJORNODO. Calcular $f(\text{SUCESOR}) = g(\text{SUCESOR}) + h(\text{SUCESOR})$



Algoritmos A y A*

(1). Mirar si SUCESOR está en ABIERTOS y actualizar f si es necesario.

1. En este caso el nodo ha sido generado pero no procesado
2. Llamamos al nodo



Algoritmos A y A*

- Propiedades de A
 - Si todo nodo tiene un número finito de descendientes es **completo**.
 - Es decir, garantiza alcanzar una solución.
 - La componente de costo de la heurística es la que lleva a la solución (no hay posibilidad de profundizar indefinidamente en una rama)
 - Es **no admisible**:
 - Admisible significa que encuentra la solución óptima
 - Sería admisible si la heurística no sobreestima el coste real, es decir, la heurística es optimista
- Cuando es admisible, el algoritmo se denomina A*



Bibliografía

- Stuart Russell, Peter Norving. Inteligencia Artificial. Un enfoque moderno. Prentice Hall. 2004