

16)

Maximizar $10x_1 + 8x_2$

$$s. a : \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 \leq 50 \\ 2x_1 + 4x_2 \leq 80 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Maximizar } 10x_1 + 8x_2$$

$$s. a : \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 50 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_4 = 80 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

			10	8	0	0
C_B	x_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4
0	x_3	50	2	2	1	0
0	x_4	80	2	4	0	1
		0	0	0	0	0
			-10	-8	0	0

			10	8	0	0
C_B	x_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4
10	x_1	25	1	1	1/2	0
0	x_4	30	0	2	-1	1
		250	10	10	5	0
			0	2	5	0

a) Análisis de sensibilidad del coeficiente de la función de x_1

			10	8	0	0
C_B	x_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4
10	x_1	25	1	1	1/2	0
0	x_4	30	0	2	-1	1
		250	10	10	5	0
			0	2	5	0

a) Análisis de sensibilidad del coeficiente de la función de x_1

			$10+\Delta$	8	0	0
C_B	x_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4
$10+\Delta$	x_1	25	1	1	$1/2$	0
0	x_4	30	0	2	-1	1
		250	$10+\Delta$	$10+\Delta$	$5+\frac{\Delta}{2}$	0
			0	$2+\Delta$	$5+\frac{\Delta}{2}$	0

a) Análisis de sensibilidad del coeficiente de la función de x_1

$$\left. \begin{array}{l} 2+\Delta \geq 0 \rightarrow \Delta \geq -2 \\ 5+\frac{\Delta}{2} \geq 0 \rightarrow \Delta \geq -10 \end{array} \right\} \Delta \geq -2$$

b) Análisis de sensibilidad del coeficiente de la función de x_2

			10	$8+\Delta$	0	0
C_B	x_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4
10	x_1	25	1	1	1/2	0
0	x_4	30	0	2	-1	1
		250	10	10	5	0
			0	$2-\Delta$	5	0

a) Análisis de sensibilidad del coeficiente de la función de x_1

$$2 - \Delta \geq 0 \} \quad \Delta \leq 2$$

c) Variación del segundo termino independiente de las restricciones

$$\begin{matrix} b \\ (50 \\ 80) \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} b' \\ (50 \\ 80 + \Delta) \end{matrix}$$

En la tabla final $b_{final}' = B^{-1} b_{inicial}'$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} b_{inicial}' = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 50 \\ 80 + \Delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ 30 + \Delta \end{pmatrix} \rightarrow \Delta \geq -30$$

d) Nueva restricción a cumplir

$$x_1 + x_2 \leq 30$$

Si se cumple la nueva restricción se mantiene la solución:

$$25+0 \leq 30$$

e) Escribir el dual y su solución

$$\text{Maximizar } 10x_1 + 8x_2$$

$$s. a : \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 \leq 50 \\ 2x_1 + 4x_2 \leq 80 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Maximizar $10x_1 + 8x_2$

$$s.a : \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 \leq 50 \\ 2x_1 + 4x_2 \leq 80 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Minimizar $50y_1 + 80y_2$

$$s.a : \begin{cases} 2y_1 + 2y_2 \geq 10 \\ 2y_1 + 4y_2 \geq 8 \\ y_1 \geq 0, y_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$y_1 = 5, \quad y_2 = 0$$

c) Precio máximo por aumentar sus restricciones

Con una unidad más de la primera restricción: 5 euros = y_1

Con una unidad más de la segunda restricción: 0 euros = y_2

Ejercicio 2

$$\textit{Maximizar } 50x_1 + 60x_2$$

$$s.a : \begin{cases} 24x_1 + 8x_2 \leq 600 \\ 36x_1 + 12x_2 \leq 800 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Dual

$$\text{Maximizar } 50x_1 + 60x_2$$

$$s.a : \begin{cases} 24x_1 + 8x_2 \leq 600 \\ 36x_1 + 12x_2 \leq 800 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Minimizar } 600y_1 + 800y_2$$

$$s.a : \begin{cases} 24y_1 + 36y_2 \geq 50 \\ 8y_1 + 12y_2 \geq 60 \\ y_1 \geq 0, y_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Maximizar } 50x_1 + 60x_2$$

$$s. a : \begin{cases} 24x_1 + 8x_2 + x_3 = 600 \\ 36x_1 + 12x_2 + x_4 = 800 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

			50	60	0	0
C_B	x_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4
0	x_3	600	24	8	1	0
0	x_4	800	36	12	0	1
		0	0	0	0	0
			-50	-60	0	0

			50	60	0	0
C_B	x_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4
0	x_3	200/3	0	0	1	-2/3
60	x_2	200/3	3	1	0	1/12
		4000	180	60	0	5
			130	0	0	5

b) Por 200 euros:

$$\text{Maximizar } 50x_1 + 60x_2$$

$$s. a : \begin{cases} 24x_1 + 8x_2 \leq 600 \\ 36x_1 + 12x_2 \leq 800 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 24x_1 + 8x_2 \leq 800 \\ 36x_1 + 12x_2 \leq 800 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

b) Variación del primer termino independiente de las restricciones

$$\begin{matrix} b \\ (600) \\ (800) \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} b' \\ (800) \\ (800) \end{matrix}$$

En la tabla final $b_{final}' = B^{-1} b_{inicial}'$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2/3 \\ 0 & 1/12 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} b_{inicial}' = \begin{pmatrix} 1 & -2/3 \\ 0 & 1/12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 800 \\ 800 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 800/3 \\ 200/3 \end{pmatrix} \text{ El cambio es posible.}$$

Pero: $f = 4000$, igual que antes. No sale a cuenta.

c) Por 200 euros:

$$\text{Maximizar } 50x_1 + 60x_2$$

$$s. a : \begin{cases} 24x_1 + 8x_2 \leq 600 \\ 36x_1 + 12x_2 \leq 800 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 24x_1 + 8x_2 \leq 600 \\ 36x_1 + 12x_2 \leq 900 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

c) Variación del primer termino independiente de las restricciones

$$\begin{matrix} b \\ (600) \\ (800) \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} b' \\ (600) \\ (900) \end{matrix}$$

En la tabla final $b_{final}' = B^{-1} b_{inicial}'$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2/3 \\ 0 & 1/12 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} b_{inicial}' = \begin{pmatrix} 1 & -2/3 \\ 0 & 1/12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 600 \\ 900 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 75 \end{pmatrix} \text{ El cambio es posible.}$$

Pero ahora: $f = 4500$. Sale rentable.

d) Análisis de sensibilidad del coeficiente de la función de x_2

			50	$60+\Delta$	0	0
C_B	x_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4
0	x_3	$200/3$	0	8	1	$-2/3$
$60+\Delta$	x_2	$200/3$	3	1	0	$1/12$
		$4000+\frac{200}{3}\Delta$	$180+3\Delta$	$60+\Delta$	0	$5+\frac{\Delta}{12}$
			$130+3\Delta$	0	0	$5+\frac{\Delta}{12}$

d) Análisis de sensibilidad del coeficiente de la función de x_2

$$\left. \begin{array}{l} 130 + 3\Delta \geq 0 \rightarrow \Delta \geq \frac{-130}{3} \\ 5 + \frac{\Delta}{12} \geq 0 \rightarrow \Delta \geq -60 \end{array} \right\} \rightarrow \Delta \geq \frac{-130}{3}$$

e) Nueva variable

$$\text{Maximizar } 50x_1 + 60x_2 + 10x_5$$

$$s. a : \begin{cases} 24x_1 + 8x_2 \leq 600 \\ 36x_1 + 12x_2 + 60x_5 \leq 800 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

e) Nueva variable

$$\text{Primera tabla} \rightarrow \begin{pmatrix} v' \\ 0 \\ 60 \end{pmatrix}$$

$$\text{En la tabla final } v_{\text{final}}' = B^{-1} v_{\text{inicial}}'$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2/3 \\ 0 & 1/12 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} v_{\text{inicial}}' = \begin{pmatrix} 1 & -2/3 \\ 0 & 1/12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 60 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -40 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

.

Seguimos con la misma solución

			50	60	0	0	10
C_B	x_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0	x_3	200/3	0	8	1	-2/3	-40
60	x_2	200/3	3	1	0	1/12	5
		4000	180	60	0	5	300
			130	0	0	5	290

f) Análisis de sensibilidad del coeficiente de la función de x_1

			$10+\Delta$	8	0	0
C_B	x_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4
$10+\Delta$	x_1	25	1	1	$1/2$	0
0	x_4	30	0	2	-1	1
		250	$10+\Delta$	$10+\Delta$	$5+\frac{\Delta}{2}$	0
			0	$2+\Delta$	$5+\frac{\Delta}{2}$	0

f) Análisis de sensibilidad del coeficiente de la función de x_1

$$\left. \begin{array}{l} 2+\Delta \geq 0 \rightarrow \Delta \geq -2 \\ 5+\frac{\Delta}{2} \geq 0 \rightarrow \Delta \geq -10 \end{array} \right\} \Delta \geq -2$$

g) Análisis de sensibilidad del coeficiente de la función de x_2

			10	$8+\Delta$	0	0
C_B	x_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4
10	x_1	25	1	1	1/2	0
0	x_4	30	0	2	-1	1
		250	10	10	5	0
			0	$2-\Delta$	5	0

g) Análisis de sensibilidad del coeficiente de la función de x_2

$$2 - \Delta \geq 0 \} \quad \Delta \leq 2$$