Representación y optimización en funciones de una variable

1) Nos preguntamos por el dominio de la función.

2) Crecimiento:

- Buscamos puntos críticos: $\begin{cases} Cuando\ f' = 0 \\ Puntos\ de\ discontinuidad \end{cases}$
- Intervalos entre puntos críticos: Vemos el signo:
    - Signo positivo: Función creciente.
    - Signo Negativo: Función decreciente

3) Curvatura:

- Buscamos puntos de inflexión: $\begin{cases} Cuando\ f'' = 0 \\ Puntos\ de\ discontinuidad \end{cases}$
- Intervalos entre puntos de inflexión: Vemos el signo:
    - Signo positivo: Convexa.
    - Signo Negativo: Cóncava.

$$f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x - 34$$

$$f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x - 34$$

1) Dominio.

$$Polinomio, no\ tiene\ discontinuidades$$

Dominio: $\mathbb{R}$. $(-\infty, \infty)$

$$f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x - 34$$

2) Primera derivada.

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 45 = 3(x-3)(x-5)$$

Puntos críticos $\left\{ 3(x-3)(x-5) = 0 \begin{cases} x = 3 \\ x = 5 \end{cases} \right.$

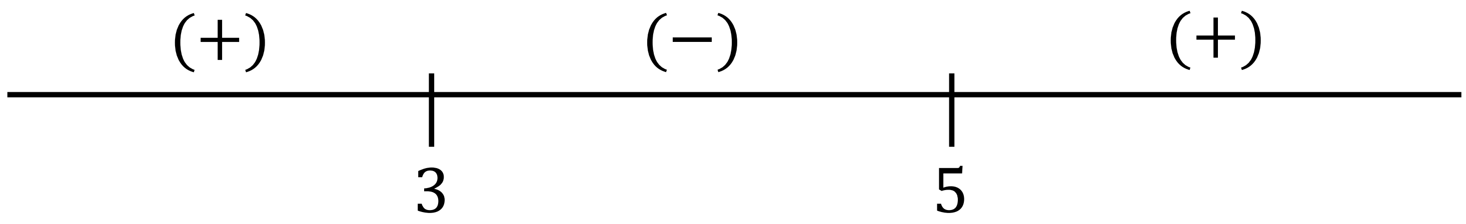
$$f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x - 34$$

2) Primera derivada.

$$f'(x) = 3x^2 - 24x + 45 = 3(x-3)(x-5)$$

Puntos críticos $\left\{ 3(x-3)(x-5) = 0 \left\{ \begin{array}{l} x = 3 \\ x = 5 \end{array} \right. \right.$

Vemos el signo en cada intervalo (entre puntos críticos)



$$f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x - 34$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 45$$

3) Segunda derivada.

$$f''(x) = 6x - 24$$

Puntos críticos$\{6x - 24 = 0 \rightarrow x = 4$

$$f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x - 34$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 45$$

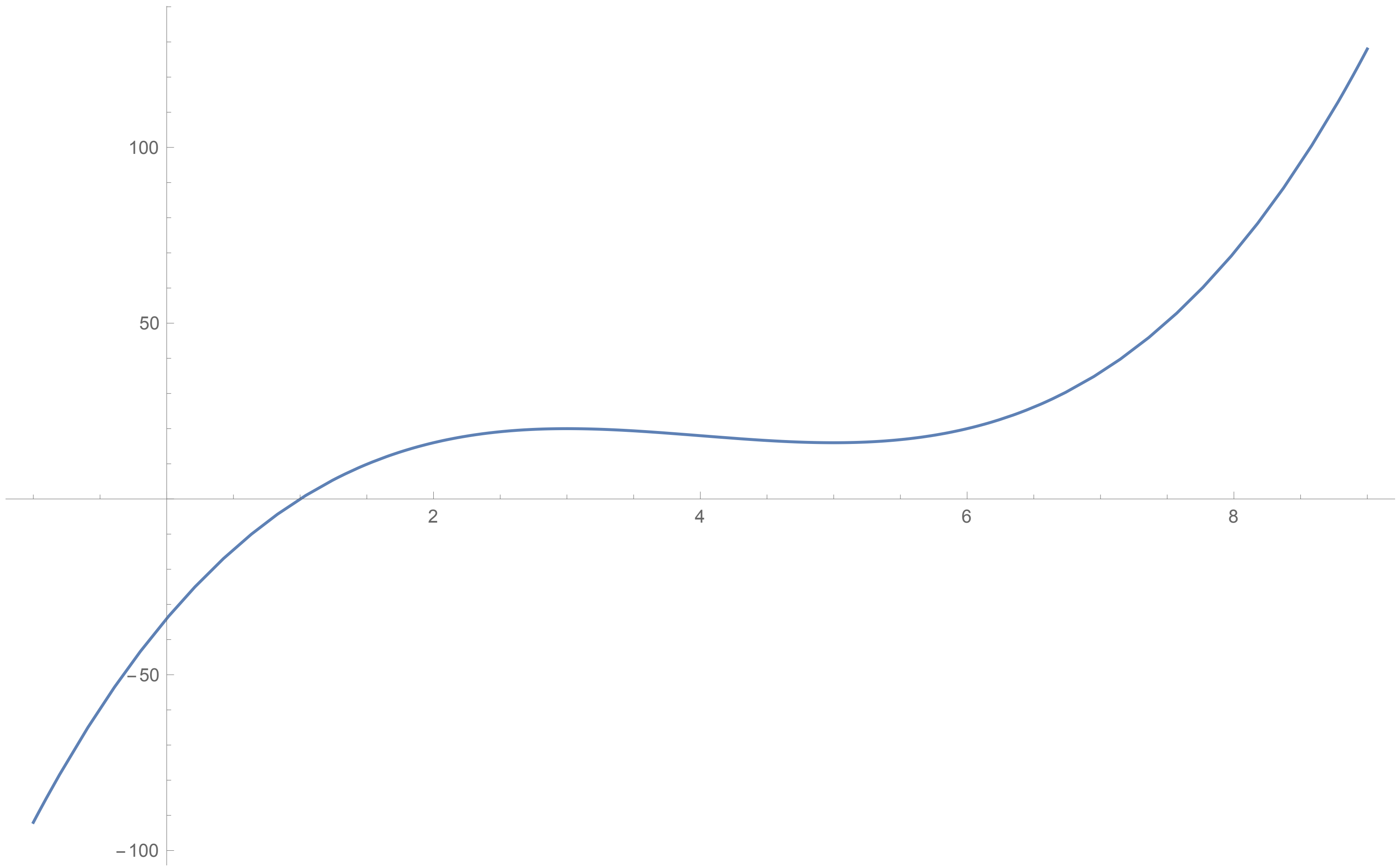
3) Segunda derivada.

$$f''(x) = 6x - 24$$

Puntos críticos$\{6x - 24 = 0 \rightarrow x = 4$

Vemos el signo en cada intervalo (entre puntos críticos)

$Concava\ (-)$		$Convexa\ (+)$
	4	


100
50
−50
−100
2
4
6
8

2.- Calcular para cada una de las siguientes funciones, los máximos y mínimos locales y globales en los intervalos que se indican:

a) $f(x) = x(x-1)$ en el intervalo [0,1]

b) $f(x) = -x(x-1)$ en el intervalo [0,2]

c) $f(x) = lnx$ en el intervalo [1,e]

d) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ en el intervalo [-2,-1]

e) $f(x) = senx + cosx$ en el intervalo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$