

Informe:

Identificación de sistemas.

EL5205-1 Laboratorio de Control Avanzado

5 de Octubre, 2015

Profesores:

Doris Saez.
Manuel Duarte.
Marcos Orchard.

Auxiliar:

David Acuña.

Integrantes:

Matias Pavez.
Pablo Saavedra.

Índice

1. Resumen Ejecutivo	3
2. Marco Teórico	4
2.1. Modelos fenomenológicos	4
2.1.1. Derivación fenomenológica	4
2.1.2. Linealización del modelo fenomenológico	6
2.1.3. Discretización del modelo fenomenológico	7
2.1.4. Estimación de parámetros del modelo fenomenológico	7
2.2. Modelos lineales	8
2.2.1. Control para ajuste de modelos lineales	9
2.2.2. Uso de señal PRBS para adquisición de datos	10
2.2.3. Modelos ARX, ARMAX y ARIX	10
3. Desarrollo de la experiencia	12
3.1. Modelos Fenomenológicos	12
3.1.1. Caracterización de la planta	12
3.1.2. Caracterización del flujo de entrada	12
3.1.3. Caracterización del flujo de salida	14
3.1.4. Linealización del sistema en 3 puntos de operación	16
3.1.5. Implementación de modelos en Simulink	16
3.1.6. Evaluación de los modelos	18
3.2. Modelos Lineales	20
3.2.1. Adquisición de datos y modelación	20
3.2.2. Evaluación de modelos lineales	21
3.3. Evaluación de modelos fenomenológicos versus modelos lineales	23
4. Análisis	27
4.1. Modelos Fenomenológicos	27
4.1.1. Caracterización de la planta	27
4.1.2. Linealización del sistema	27
4.1.3. Evaluación de los modelos	27
4.2. Modelos Lineales	28
4.2.1. Adquisición de datos y modelación	28
4.2.2. Evaluación de todos los modelos desarrollados	29
5. Conclusiones	30
6. Referencias	31

1. Resumen Ejecutivo

Un aspecto importante y relevante en el proceso de elaboración de sistemas de control es la etapa de identificación. La experiencia está enfocada en la identificación de un sistema de estanque de agua cónico, con flujo de salida manipulable (manualmente) y flujo de entrada variable (entrada del sistema). El objetivo principal de esta experiencia es utilizar métodos básicos de identificación de sistemas para obtener 2 tipos de modelos: fenomenológicos y lineales, comparar sus respuestas y realizar un análisis de los resultados.

En la sección 2, se presenta el marco teórico necesario para llevar a cabo la experiencia. Se realiza la derivación de un modelo fenomenológico de la planta, así como de versiones linealizadas. Además, se presentan técnicas de identificación basadas en modelos lineales de tipo ARX, ARIX y ARMAX.

En la sección 3, se presentan los experimentos realizados para la identificación de la planta, mediante 3 acercamientos diferentes. En primer lugar, se busca construir un modelo fenomenológico de la planta, por lo que se realizan experimentos de vaciado y llenado del estanque, que permiten caracterizar los flujos de entrada y salida de agua, mediante 3 parámetros: c_1 , c_2 y β . Luego, se procede a linealizar el modelo anterior, en torno a 3 puntos de operación, según la altura del líquido en el estanque. Finalmente, se procede a evaluar el desempeño de los modelos anteriores en base a una prueba a lazo abierto del sistema, utilizando el MSE como métrica.

La segunda parte de la experiencia, busca desarrollar modelos lineales de tipo ARX, ARIX y ARMAX, donde los experimentos fueron realizados a lazo cerrado, por lo que se consideró el desarrollo de controladores discretos para los puntos de operación escogidos, y el uso de tales controladores para adquirir datos ricos en información y que permitan modelar fácilmente. Los controladores fueron elaborados en MATLAB/Simulink y se diseñaron para cumplir ciertos requerimientos base. Finalmente se obtuvieron los mejores modelos autoregresivos para cada rango de operación y se compararon con los modelos linealizados anteriormente obtenidos.

En la sección 4 se presenta el análisis de los resultados obtenidos en la sección 3, donde se incluye observaciones sobre los datos que se utilizaron para la identificación y acerca de los modelos lineales y sus parámetros.

En cuanto a las conclusiones más importantes rescatadas en el desarrollo de este laboratorio son las referentes a la obtención de datos para el entrenamiento de modelos, es posible sin temor que la recolección de los datos es una de las etapas más importantes de la identificación de sistema, sin datos representativos los modelos nunca podrán representar correctamente el sistema. En ese sentido sería importante para trabajos futuros incluir la recolección de datos más representativos y para más de 3 puntos de operación sobre la planta de forma de determinar mejor su comportamiento, además de incluir dependencia de la altura en ciertos parámetros que se presentan como constantes en el modelo fenomenológico.

2. Marco Teórico

2.1. Modelos fenomenológicos

El modelamiento fenomenológico intenta describir adecuadamente un sistema a partir de leyes físicas o matemáticas generales que gobiernan los fenómenos que intervienen en él. En general estas leyes contienen un número pequeño de parámetros los cuales se relacionan con suposiciones adecuadas sobre el comportamiento del sistema pero que restringen el alcance de las aplicaciones del modelo.

En cuanto a la experiencia, en la figura (1) se muestra un diagrama con los aspectos relevantes del sistema hidráulico con el que se trabajará. Los parámetros R y H definen la geometría del estanque cónico, donde $R = 34,5[cm]$ es el radio mayor, $H = 79,8[cm]$ es la altura y θ es el ángulo entre el eje de simetría y las paredes del cono.

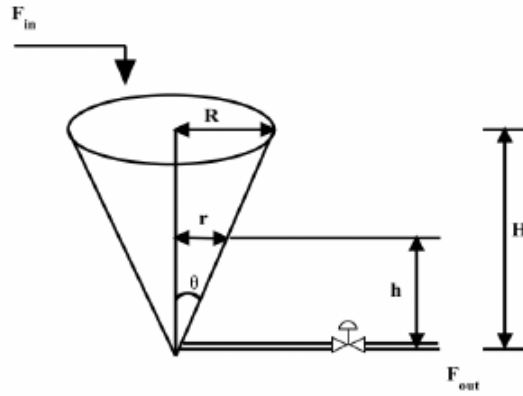


Figura 1: Modelo Estanque Cónico. R y H son valores conocidos y caracterizan completamente el estanque, F_{in} corresponde al flujo de entrada de agua al estanque y F_{out} al flujo de salida. F_{out} puede ser regulado por la válvula presente en la figura.

2.1.1. Derivación fenomenológica

La experiencia busca encontrar un modelo que relacione la cantidad de agua en un estanque cónico a partir de los flujos entrada y salida de agua, los que son controlados por la frecuencia de la bomba y la apertura de la válvula de salida, respectivamente. Por la naturaleza de la planta, se nota que esta se comporta como un integrador (el líquido se acumula en el estanque a medida que pasa el tiempo), pero como tal conocimiento no basta, se procede con un modelado formal. En primer lugar, se describe la variación del volumen como la diferencia de flujos, caracterización presentada en la ecuación (1):

$$\frac{dV}{dt} = F_{in}(t) - F_{out}(t) \quad (1)$$

Donde $\frac{dV}{dt}$ es la variación del volumen de agua V en el estanque por unidad de tiempo y $F_{in}(t)$ y $F_{out}(t)$ son los flujos de entrada y salida del estanque respectivamente. Los flujos se relacionan con la naturaleza del fluido, las aberturas de las válvulas, presiones, etc. Para esta experiencia, las ecuaciones que modelan los flujos son (2) y (3):

$$F_{in}(t) = c_1 \cdot u + c_2 \left[\frac{cm^3}{s} \right] \quad (2)$$

El flujo de entrada F_{in} se modela linealmente respecto a la frecuencia de la bomba u , que es la variable manipulada del sistema. El modelo está basado en que existe un rango de frecuencia para el cual no existe flujo de entrada (en este caso, $F_{in} < 0$), y un rango de operación que se modela por (2).

$$F_{out}(t) = \beta \cdot \sqrt{h} \left[\frac{cm^3}{s} \right] \quad (3)$$

En cuanto al flujo de salida F_{out} (ver ecuación (3)), este tiene un comportamiento no lineal, proporcional a la raíz cuadrada de la altura del agua en el estanque. La altura del agua h es la variable de control. El parámetro β es una constante de proporcionalidad, que se relaciona con la abertura de la válvula de salida. Por otro lado, la forma del estanque nos permite establecer ciertas relaciones geométricas (ver ecuaciones (4) y (5)):

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3} \quad (4)$$

$$\tan(\theta) = \frac{R}{H} = \frac{r}{h} \quad (5)$$

Entonces, de (4) y (5), se obtiene una expresión geométrica que relaciona el volumen de agua en el estanque, con la altura de esta (ver ecuación (6)).

$$V = \frac{\pi R^2}{3H^2} h^3 \quad (6)$$

Además, de la ecuación (6) se puede obtener una ecuación de la dinámica del volumen, respecto a la altura (ver ec. (7)):

$$\frac{dV}{dt} = Kh^2 \frac{dh}{dt} \quad (7)$$

Donde K es una constante definida por:

$$K = \frac{\pi R^2}{H^2} = 0,5872 \quad (8)$$

Finalmente, de la ecuación (7) y la ecuación de flujos netos (1), se obtiene la expresión (9), que contiene la dinámica del estanque, como una relación no lineal entre la variable manipulada u y la variable controlada h :

$$\frac{dh}{dt} = \frac{c_1 u + c_2 - \beta \sqrt{h}}{Kh^2} = f(h, u) \quad (9)$$

2.1.2. Linealización del modelo fenomenológico

Como parte de la experiencia se busca linealizar el modelo fenomenológico del estanque en torno a un punto de operación arbitrario (h_0, u_0) , para lo que se utiliza la expansión de Taylor de primer orden descrita en la expresión (10).

$$f(h, u) \approx f(h_0, u_0) + \left. \frac{\partial f(h, u)}{\partial h} \right|_{h_0, u_0} (h - h_0) + \left. \frac{\partial f(h, u)}{\partial u} \right|_{h_0, u_0} (u - u_0) \quad (10)$$

En la ec. (11) se presenta $f(h, u)$ linealizada, mientras que en (12) se presenta el mismo resultado tras usar el cambio de variable: $\bar{h} = h - h_0$, $\bar{u} = u - u_0$.

$$f(h, u) \approx \frac{c_1 u_0 + c_2 - \beta \sqrt{h_0}}{Kh_0^2} - \left[\frac{2(c_1 u_0 + c_2)}{Kh_0^3} - \frac{3\beta}{2Kh_0^{5/2}} \right] (h - h_0) + \frac{c_1}{Kh_0^2} (u - u_0) \quad (11)$$

$$\frac{d\bar{h}}{dt} \approx - \left[\frac{2(c_1 u_0 + c_2)}{Kh_0^3} - \frac{3\beta}{2Kh_0^{5/2}} \right] \bar{h} + \frac{c_1}{Kh_0^2} \bar{u} \quad (12)$$

Entonces, aplicando la transformada de Laplace a la ecuación (12) se obtiene la expresión (13), correspondiente a un modelo continuo de la planta, donde los coeficientes k_1 y k_2 están dados por las expresiones (14) y (15), respectivamente.

$$\frac{\bar{H}(s)}{U(s)} = \frac{k_2}{s + k_1} \quad (13)$$

$$k_1 = \frac{2(c_1 u_0 + c_2) - \frac{3}{2}\beta \sqrt{h_0}}{Kh_0^3} \quad (14)$$

$$k_2 = \frac{c_1}{Kh_0^2} \quad (15)$$

Para calcular el valor de u_0 a utilizar en cada punto de operación (h_0, u_0) , se impone la condición de estado estacionario en la ecuación (9), es decir, $\frac{dh}{dt} = 0$, de donde se obtiene (16), una relación entre la frecuencia de operación y los parámetros c_1, c_2, β y la altura deseada h_0 .

$$u_0 = \frac{\beta\sqrt{h_0} - c_2}{c_1} \quad (16)$$

con lo que k_1 se puede calcular según la ecuación (17).

$$k_1 = \frac{\beta}{2Kh_0^{5/2}} \quad (17)$$

2.1.3. Discretización del modelo fenomenológico

En la segunda parte de la experiencia se trabajará con sistemas en tiempo discreto, por lo que se procede a discretizar el modelo fenomenológico de la expresión (9). Se usará una aproximación hacia delante para la derivada, según la ecuación (18), donde T_s corresponde al tiempo de muestreo de datos.

$$\frac{df}{dt} \approx \frac{f[k+1] - f[k]}{T_s} \quad (18)$$

Luego, el modelo discretizado se presenta en la ecuación (19).

$$h[k+1] = h[k] + \frac{T_s}{K \cdot h^2[k]} \left(c_1 u + c_2 - \beta\sqrt{h[k]} \right) \quad (19)$$

2.1.4. Estimación de parámetros del modelo fenomenológico

Para poder estimar los parámetros del modelo representado por la ecuación (9), se realizarán pruebas donde se manipulan los flujos de entrada y salida. En una prueba de llenado ($F_{out} = 0$), es decir, con la válvula de salida cerrada, se pueden obtener los parámetros c_1 y c_2 a partir de la ecuación (20).

$$\frac{dh}{dt} = \frac{c_1 u + c_2}{Kh^2} \quad (20)$$

Por otro lado, en una prueba de vaciado ($F_{in} = 0$), es decir, con la bomba apagada, es posible estimar el parámetro β a partir de la ec. (21).

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{\beta\sqrt{h}}{Kh^2} \quad (21)$$

Finalmente, para realizar la estimación, se procede a discretizar las ecuaciones (20) y (21), a partir de un periodo de muestreo T_s , quedando con las expresiones (22) y (23):

$$h_1(n+1) = h_1(n) + c_1 x_1 + c_2 x_2 \quad (22)$$

$$h_2(n+1) = h_2(n) + \beta x_3 \quad (23)$$

Donde $x_1 = T_s \frac{u(n)}{Kh(n)^2}$, $x_2 = T_s \frac{1}{Kh(n)^2}$ y $x_3 = -T_s \frac{\sqrt{h_2(n)}}{Kh_2(n)^2}$, además $h_1(n)$ es la altura del agua alcanzada con $F_{out} = 0$ y $h_2(n)$ es la altura del agua alcanzada con $F_{in} = 0$. Utilizando las ecuaciones (22) y (23) junto con los datos recogidos en la experiencia es posible obtener los parámetros c_1 , c_2 y β utilizando algún método de regresión lineal como LMS o WLS.

2.2. Modelos lineales

Los modelos lineales buscan realizar identificación de la planta, sin recurrir a relaciones fenomenológicas. Se construyen a partir de datos obtenidos con anterioridad, modelando el sistema como una suma ponderada de las entradas y salidas pasadas. Una vez elegida la estructura lineal de planta a ajustar, basta estimar los parámetros del modelo, típicamente se recurre a métodos que minimicen alguna función objetivo relacionada con el error entre el modelo y la salida de la planta real.

Para el proceso de estimación de parámetros se utiliza un esquema de control de la planta similar al presentado en la figura 2, que tiene por objetivo simplificar el alcanzar los puntos de operación, al incluir un control, además de permitir la adquisición de datos ricos en información, al excitar convenientemente la planta en torno a cada uno de los 3 puntos de operación. La planta en torno a los puntos de operación puede ser perturbada con una señal PRBS (Pseudorandom binary sequence) en el rango de valores permitidos con la intención de excitar a la planta a diferentes frecuencias de operación y poder recuperar datos de entrenamiento y test lo más representativos del funcionamiento real de la planta.

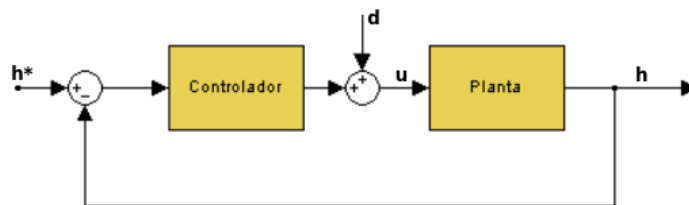


Figura 2: Esquema de control utilizado para la identificación de los modelos lineales. h^* corresponde al punto de operación deseado, mientras que d es una perturbación de la salida del controlador.

Este esquema para la obtención de los datos es con un control en lazo cerrado sin embargo también es posible establecer un esquema es lazo abierto, la desventaja de este último es que es difícil de regular de forma manual la salida para alcanzar un punto de operación estable.

2.2.1. Control para ajuste de modelos lineales

El uso de controladores tiene como objetivo modificar convenientemente el comportamiento de un sistema, por medio del manejo de las entradas del mismo. Este comportamiento deseado se suele especificar mediante requerimientos como el tiempo de establecimiento, tiempo de subida o cantidad de sobrepaso aceptado.

El tiempo de establecimiento o *settling time* (t_s) se define como el tiempo que toma la salida en quedar acotada en una banda especificada, típicamente del 2 % de error respecto a la referencia deseada. La cantidad de sobrepaso o *max overshoot* (MOV) se define como el máximo valor que debe tomar la salida del sistema controlado, típicamente expresado en tanto por ciento de la referencia.

La teoría de control clásico tiene como herramientas principales 3 tipos de controladores y combinaciones de éstos [1]:

Controlador proporcional (P): Señal de salida $y(t)$ es proporcional al error $e(t)$. Este tipo de controlador es simple, pero limitado para cubrir los requerimientos de control típicos. Además, presenta un error fijo en régimen permanente. Su forma se presenta en la ec. (24), donde k_P corresponde a la ganancia proporcional del controlador.

$$y(t) = k_P \cdot e(t) \quad (24)$$

Controlador integral (I): La salida $y(t)$ es proporcional al error acumulado, por lo que la respuesta del controlador es lenta, pero asegura cero error en régimen permanente, lo que se traduce en cero error ante una entrada escalón. Su forma se presenta en la ec. (25), donde k_I corresponde a la ganancia integral del controlador.

$$y(t) = k_I \cdot \int e(t) dt \quad (25)$$

Controlador derivativo (D): La salida $y(t)$ es proporcional al cambio del error, por lo que la respuesta del controlador es más rápida, pero se amplifica el ruido. Por su naturaleza, este controlador solo es útil en régimen transiente. es lenta, pero asegura cero error en régimen permanente, lo que se traduce en cero error ante una entrada escalón. Su forma se presenta en la ec. (26), donde k_D corresponde a la ganancia derivativa del controlador.

$$y(t) = k_D \cdot \frac{d}{dt} e(t) \quad (26)$$

Para esta experiencia solamente se utilizarán controladores de tipo P y PI, cuyas formulaciones se presentan en las ecuaciones (24) y (27). Donde el controlador PI se construye a partir de las ec.

(24) y (25).

$$y(t) = k_P \cdot e(t) + k_I \cdot \int e(t)dt \quad (27)$$

2.2.2. Uso de señal PRBS para adquisición de datos

Una señal PRBS (Pseudorandom binary sequence) o Secuencia binaria pseudo aleatoria es un señal binaria muy utilizada en identificación de sistemas debido a que es fácil de generar y permite excitar una banda de frecuencias limitada en la planta. En teoría el ruido blanco permitiría excitar todas las frecuencias posibles en la planta obteniendo una respuesta más completa de la planta sin embargo no es tan fácil generarla y no siempre es posible aplicarla en una planta debido a restricciones en las velocidades del actuador o la misma planta, de forma que PRBS a pesar de tener un espectro limitado tiene características deseables para la mayoría de los casos. La señal PRBS es pseudo aleatoria debido a que utiliza una semilla finita y luego utiliza esta misma para generar aleatoria a partir de operaciones binarias entre sus bits, la señal final es una serie de escalones que difieren en ancho de pulso. la forma del espectro de potencia centrado de la señal PRBS es como un sombrero de ahí que se diga que es de banda limitada debido a que solo excita algunas frecuencias.

Al momento de generar la señal PRBS es importante considerar la frecuencia fundamental de la planta para evitar utilizar frecuencias muy altas que impidan reaccionar a la planta y por tanto observar la respuesta completa.

2.2.3. Modelos ARX, ARMAX y ARIX

Estos modelos asumen que la señal muestreada es lineal y estacionaria, además que el ruido que las afecta tiene media cero y una varianza conocida, es decir ruido blanco. Los diferentes modelos lineales se diferencian por su estructura, según los componentes que se utilicen en la suma ponderada de entradas y salidas, en la experiencia se utilizaran los siguientes tipos de modelos:

- ARX (Autoregressive with exogenous variable): Modelo dependiente de las salidas (AR) y entradas pasadas (X).
- ARMAX (Autoregressive Moving Average with exogenous variable): Modelo dependiente de salidas (AR), entradas pasadas (X) y que considera un error promedio no nulo (MA)
- ARIX (Autoregressive Integral with exogenous variable): Modelo dependiente de las salidas (AR) y entradas (X) pasadas, que realiza integración del error (I).

En las ecuaciones (28), (29) y (30) se presentan las funciones de los modelos ARX, ARMAX y ARIX, respectivamente.

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + e(t) \quad (28)$$

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + C(z^{-1})e(t) \quad (29)$$

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + \frac{e(t)}{\Delta} \quad (30)$$

Tanto $A(z^{-1})$ y $B(z^{-1})$ son polinomios en z^{-1} donde el orden de ambos indican la cantidad de auto regresores o retrasos en la salida y la entrada respectivamente. Una primera e importante etapa en la identificación de estos modelos lineales es el planteamiento de la estructura del modelo lo que incluye la determinación del orden de los retrasos en la salida y la entrada, para ello se realiza un análisis de sensibilidad sobre estos parámetros. Una herramienta típica para realizar el análisis de sensibilidad es la autocorrelación u otros datos estadísticos de la señal que permitan obtener una medida de similitud de la señal en el tiempo.

3. Desarrollo de la experiencia

La planta con que se trabajó puede ser configurada manualmente mediante diversas válvulas, las que fueron ajustadas de la misma manera en todas las sesiones de laboratorio. Las válvulas del circuito de bomba, estanque cónico y estanque de recirculación se utilizaron totalmente abiertas, a excepción de la de salida, para la cual se utilizó una apertura de 45° . El resto de las válvulas se utilizaron cerradas.

Por otro lado, a lo largo de toda la experiencia se utilizó un tiempo de muestreo de $T_s = 0,05[s]$ provisto por defecto en el bloque de Simulink que se comunica con la planta, sin embargo, durante algunas pruebas aunque éste tiempo de muestreo se mantuvo, se realizaron submuestreos sobre los mismos para obtener una señal con mayor tiempo de muestreo y así, ayudar a disminuir el efecto del ruido en las mediciones.

A continuación se presentan los procedimientos realizados para llevar a cabo la experiencia.

3.1. Modelos Fenomenológicos

Para obtener los modelos fenomenológicos es necesario primero determinar los parámetros c_1 , c_2 y β utilizando las ecuaciones discretizadas (23) y (22). Para obtener los parámetros se siguió el procedimiento presentado en las siguientes secciones:

3.1.1. Caracterización de la planta

En primer lugar, se busco obtener un modelo fenomenológico de la planta con que se trabajó, cuya dinámica está descrita por la ecuación (9) y que está basada solamente en los flujos de entrada y salida del estanque. Se realizaron experimentos para poder derivar los parámetros c_1 y c_2 , relacionados con el flujo de entrada por la ecuación (2) y β , que sirve para describir el flujo de salida mediante la ecuación (3).

3.1.2. Caracterización del flujo de entrada

El modelo utilizado para describir el flujo de entrada está parametrizado por c_1 y c_2 , según la ecuación (2). Como se explicó en 2.1.4, tales parámetros se pueden obtener de datos para régimen de llenado del estanque, utilizando flujo de salida nulo (es decir, se cierra la válvula de salida).

Utilizando la transformación descrita en (22), se tendrá el modelo de la ec. (31), parametrizado

solamente en α :

$$dh(n) = \alpha \cdot x(n) \quad (31)$$

$$\alpha = (c_1 \cdot u + c_2) \cdot x(n) \quad (32)$$

donde $x(n) = T_s \frac{1}{K \cdot h(n)^2}$.

Luego, al tener dos estimaciones para α basadas en distintas frecuencias u , es posible derivar los parámetros c_1 y c_2 . Por lo anterior, se realizaron pruebas de llenado para las frecuencias de $u = 50\%$ y $u = 100\%$. La Figura 3 presenta los datos obtenidos en ambas configuraciones.

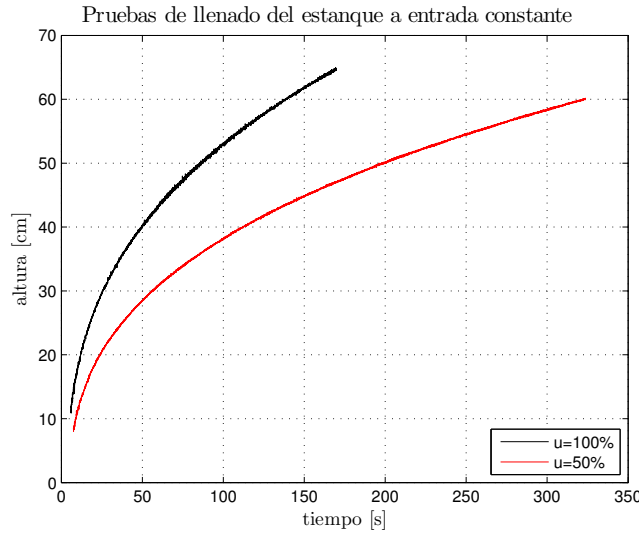


Figura 3: Pruebas de llenado del estanque cónico, ante flujo de salida nulo. Se realizaron dos experimentos, uno para frecuencias de operación de $u = 50\%$ y el otro para $u = 100\%$.

Debido a la naturaleza ruidosa de los datos adquiridos, se optó por utilizar un filtro pasa-bajos para suavizarlos antes de calcular los parámetros. Además, se consideró un submuestreo de en razón de 1/10 para disminuir aún más el efecto del ruido en la estimación de los parámetros.

Utilizando los perfiles de llenado y la ecuación (31), se calcula α mediante la regresión lineal provista por la función **regress** de MATLAB. Luego, si α_{50} y α_{100} son los valores calculados para $u = 50\%$ y $u = 100\%$, respectivamente, entonces c_1 y c_2 se calculan mediante el sistema de la ecuación (33):

$$\begin{bmatrix} 100 & 1 \\ 50 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \quad (33)$$

Se obtuvieron los valores de c_1 y c_2 , descritos en (34) y (35), respectivamente. La Figura 4 presenta la caracterización del flujo de entrada, con los parámetros obtenidos y como función afín

de la frecuencia de la bomba u .

$$c_1 = 2,8577 \left[\frac{cm^3}{s} \right] \quad (34)$$

$$c_2 = -49,3016 \left[\frac{cm^3}{s} \right] \quad (35)$$

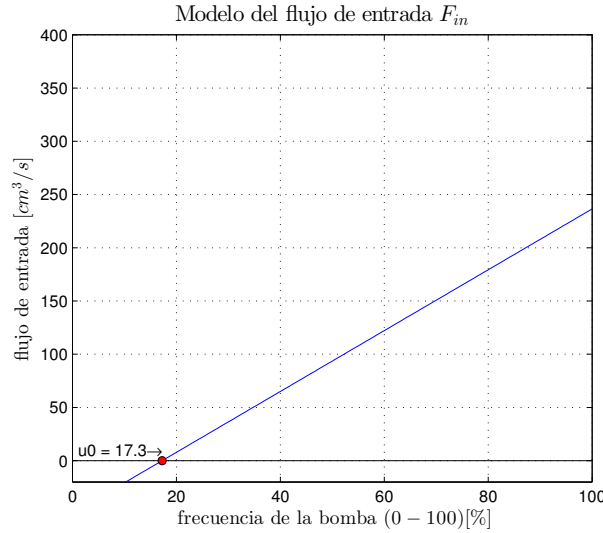


Figura 4: Modelo del flujo de entrada de agua al estanque. El flujo se modela como una función afín de la frecuencia de operación de la bomba $u \in [0, 100]$ %. El modelo es válido para valores mayores a $u_0 = 17,3$ %, pues no puede haber flujo negativo de agua en la planta.

3.1.3. Caracterización del flujo de salida

El modelo utilizado para describir el flujo de salida está parametrizado por β y descrito por la ecuación (3). Como se explicó en 2.1.4, β se pueden obtener del perfil de vaciado del estanque, utilizando un flujo de entrada nulo (es decir, utilizando $u = 0$).

La Figura 5 presenta el perfil de vaciado del estanque, para una configuración de la válvula de salida en 45° e iniciando con el estanque lleno.

Luego, utilizando la transformación descrita en la ec. (23) y realizando un preprocesamiento idéntico al realizado para la caracterización del flujo de entrada (sección 3.1.2), se estima el valor de β , mediante la función `regress` de MATLAB, cuyo valor se presenta en (36):

$$\beta = 10,3305 \left[\frac{cm^{5/2}}{s} \right] \quad (36)$$

Finalmente, en la Figura 6 se presenta la caracterización del flujo de salida del estanque, para la configuración elegida de la válvula de salida.

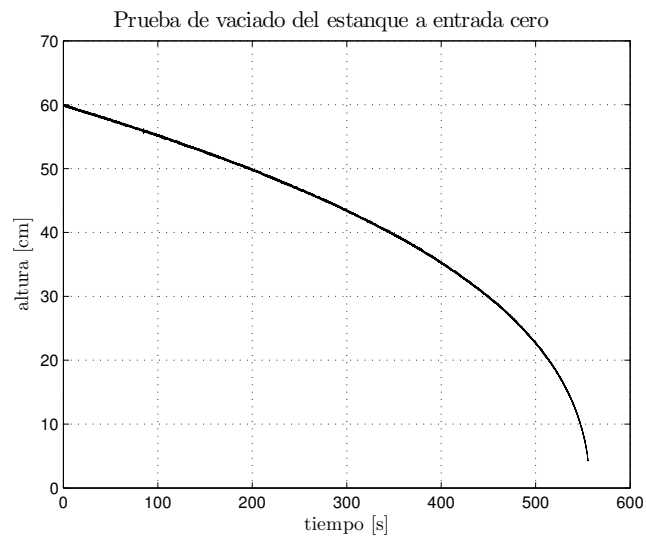


Figura 5: Prueba de vaciado del estanque cónico, ante flujo de entrada nulo. La prueba inicia con el estanque lleno.

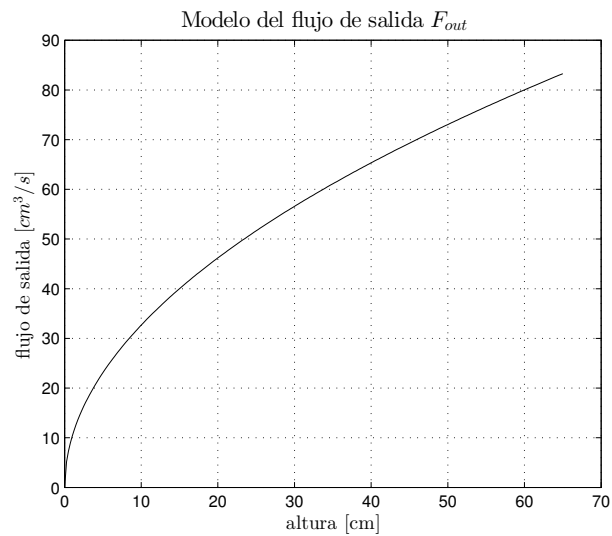


Figura 6: Modelo del flujo de salida del estanque cónico, en función de la altura del líquido.

3.1.4. Linealización del sistema en 3 puntos de operación

Se escogieron puntos de operación en el centro de cada uno de los rangos recomendados: rango bajo $h_b = 22,5[cm]$, rango medio $h_m = 37,5[cm]$, rango alto $h_a = 52,5[cm]$. Se utilizan estos puntos de operación para obtener 3 modelos de la planta, por medio de las ecuaciones (13), (15) y (17). Para los rangos bajo, medio y alto, se obtienen los sistemas linealizados presentados en las ecuaciones (37), (38) y (39), respectivamente.

$$\left. \frac{\bar{H}(s)}{U(s)} \right|_{\text{rango-bajo}} = \frac{9,6132 \cdot 10^{-3}}{s + 3,6631 \cdot 10^{-3}} \quad (37)$$

$$\left. \frac{\bar{H}(s)}{U(s)} \right|_{\text{rango-medio}} = \frac{3,4607 \cdot 10^{-3}}{s + 1,0215 \cdot 10^{-3}} \quad (38)$$

$$\left. \frac{\bar{H}(s)}{U(s)} \right|_{\text{rango-alto}} = \frac{1,7657 \cdot 10^{-3}}{s + 0,4405 \cdot 10^{-3}} \quad (39)$$

Además, de la ecuación (16) se derivan los siguientes puntos de operación:

- rango bajo: $(u_b, h_b) = (34,4, 22,5)[\%, cm]$
- rango medio: $(u_m, h_m) = (39,4, 37,5)[\%, cm]$
- rango alto: $(u_a, h_a) = (43,4, 52,5)[\%, cm]$

3.1.5. Implementación de modelos en Simulink

Una vez calculado c_1 , c_2 y β , se implementa el modelo fenomenológico del sistema en Simulink. El modelo está basado en la ecuación (9) y considera limitadores para evitar problemas numéricos (p.e., división por cero), para saturar entradas y salidas de la planta y para modelar el comportamiento no lineal del flujo de entrada, en el rango $[0, 17,3][\%]$. La Figura 7 presenta el sistema implementado.

La construcción del modelo fenomenológico linealizado se dividió en dos módulos, el primero es el sistema híbrido, encargado de hacer intercambio de modelos a utilizar, según el punto de operación actual, mientras que el segundo corresponde a la implementación de la ecuación (12). Para realizar el cambio de rango, se implementó un sistema de primer orden reseteable mediante una señal de reset y un input de condición inicial. El primer módulo se presenta en la Figura 8, y el segundo en la Figura 9.

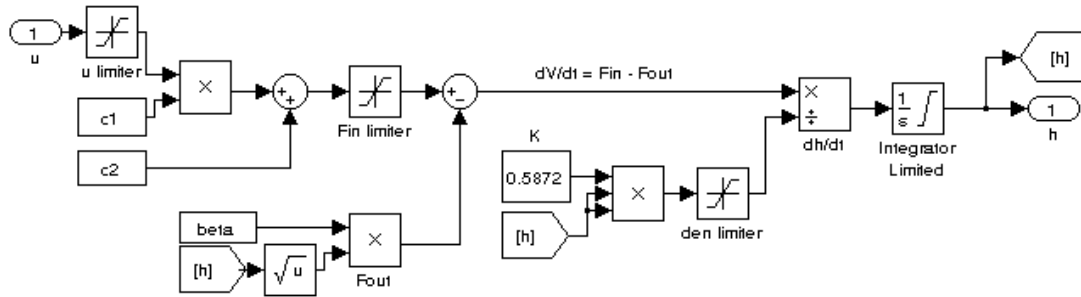


Figura 7: Modelo fenomenológico de la planta, implementado en Simulink. Está basado en la dinámica de la planta, descrita por la ecuación (9).

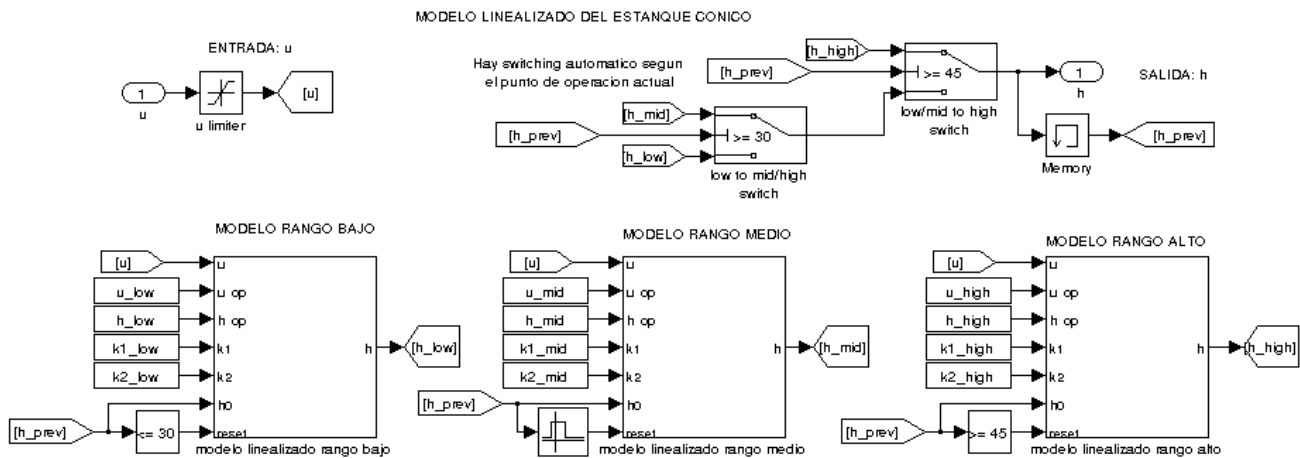


Figura 8: Modelo fenomenológico linealizado de la planta, implementado en simulink. Este módulo (de alto nivel) se encarga del intercambio entre plantas linealizadas, según el punto de operación.

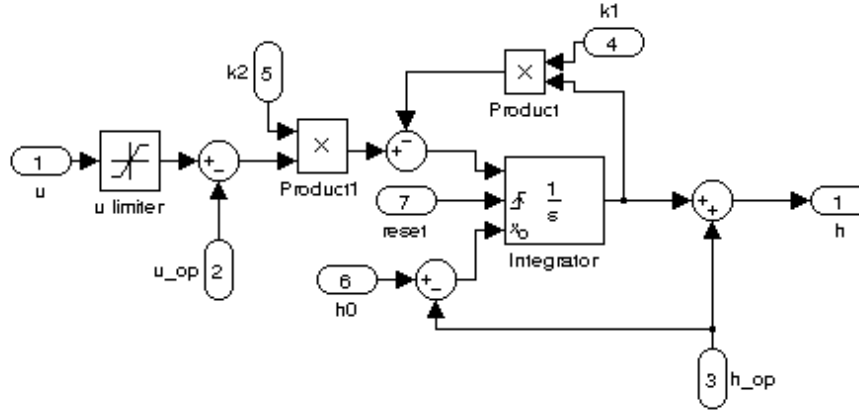


Figura 9: Modelo fenomenológico linealizado de la planta, implementado en simulink. Este módulo (de bajo nivel) se encarga de la dinámica del sistema, mediante una planta de primer orden reseteable. Se utiliza un sistema como este por cada punto de operación.

3.1.6. Evaluación de los modelos

Para evaluar el desempeño de los modelos desarrollados, se comparará la respuesta de las simulaciones para ambos modelos, con la respuesta de la planta real a lazo abierto. Se considerará como medida de evaluación el error cuadrático medio (MSE) entre la respuesta real y la simulada.

Se utiliza como entrada al sistema se utilizó una serie de frecuencias que, probadas con la planta real, permiten pasar escalonadamente por los 3 rangos de altura y permitir una estabilización en cada uno. La Figura 10 presenta la entrada utilizada durante todo el periodo del experimento.

La Figura 11 muestra las respuestas de la planta real y los modelos, ante la entrada presentada en la Figura 10. El modelo fenomenológico presenta un $MSE = 18,97[cm^2]$, mientras que el modelo linealizado tiene una respuesta con $MSE = 55,66[cm^2]$.

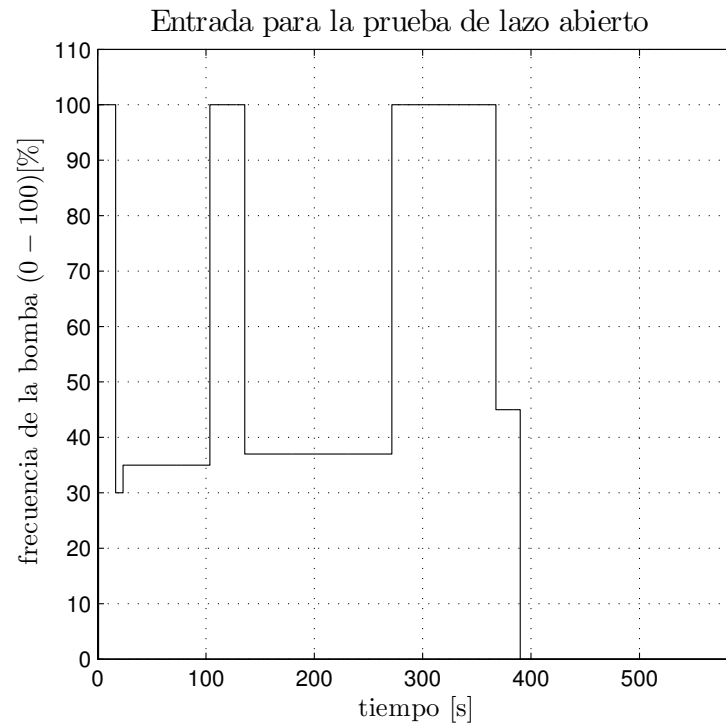


Figura 10: Entrada en frecuencia al sistema, utilizada para comparar modelos calculados.

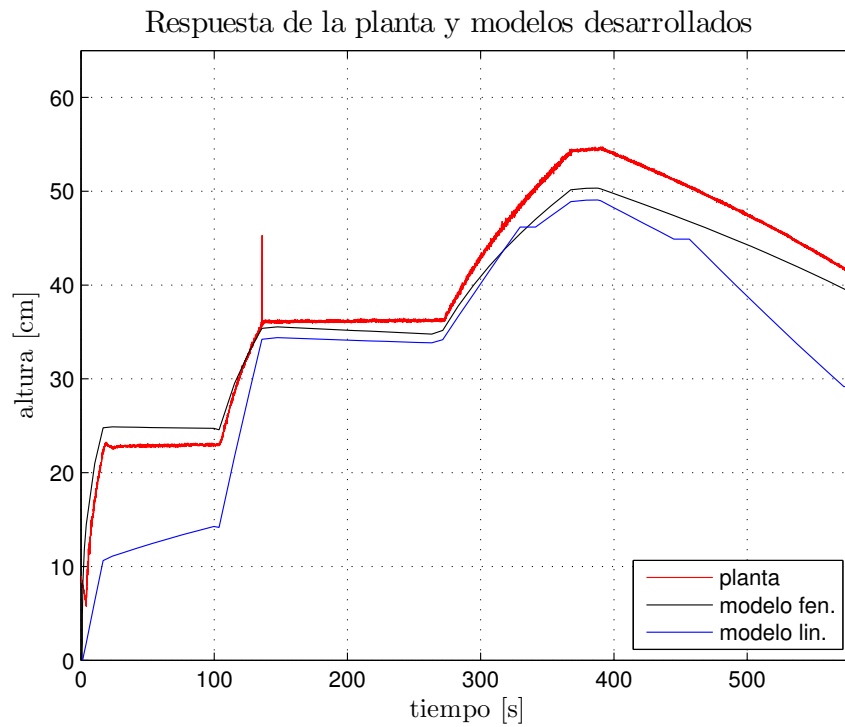


Figura 11: Respuesta del sistema real y de los modelos ante la entrada presentada en la Figura 10.

3.2. Modelos Lineales

Para la obtención de los modelos lineales fue necesario contar con datos representativos de la planta, además de cumplir las características de linealidad y ser estacionarios, esto se cumple recuperando los datos en zonas de operación bien definidos. Los datos fueron recuperados en lazo cerrado y en los 3 rangos de operación: baja (15-30 [cm]), media (30-45 [cm]) y alta (45-60 [cm]), para cada rango se definió un controlador para estabilizar el sistema. Los datos obtenidos se dividieron en 2 conjuntos: uno para el entrenamiento y otro para la validación de los modelos lineales.

3.2.1. Adquisición de datos y modelación

Se generarán 3 modelos lineales (ARX, ARIX, ARMAX) por cada punto de operación, dando un total de 9 modelos. Para obtener los datos se siguieron los siguientes pasos:

1. En principio se diseñó un controlador PI discreto, con un tiempo de estabilización $t_s < 300[s]$ para cada rango de operación utilizando como base los modelos linealizados con el objetivo de tener un modelo lineal inicial para definir con el método del lugar de la raíz cada controlador, sin embargo en pruebas previas con un controlador PI anulando el polo de la ecuación (38) y usando la técnica de anti-windup, se obtuvo un controlador que funcionó correctamente, es decir, mantuvo la referencia en el tiempo de estabilización requerido. Es importante mencionar que fue el efecto del anti-windup lo que hizo obtener una señal estable, lo anterior fue revisado de forma empírica en el estanque.

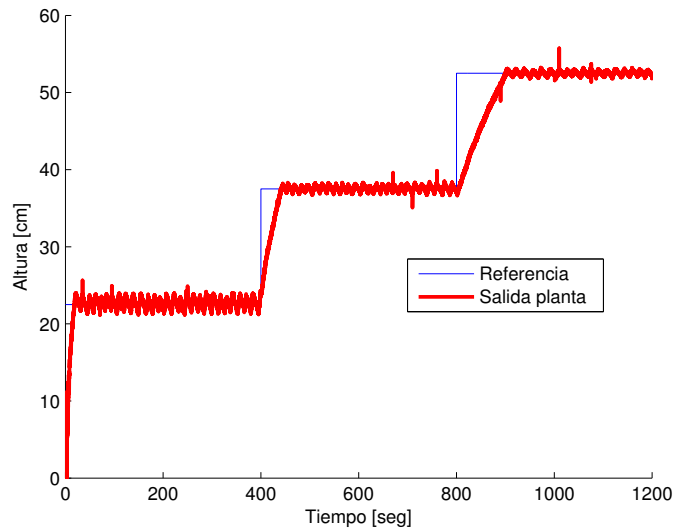


Figura 12: Respuesta del sistema con control PI más Anti-Windup, utilizado para la identificación de los modelos lineales ARX, ARIX y ARMAX.

2. Para cada rango se utilizó una señal PRBS como perturbación (ver figura 13) de forma de poder excitar la planta con una mayor variedad de frecuencias. Se utilizó una PRBS de 7bits con un periodo de 5[seg] y un ancho 10 %, sin embargo también se probaron frecuencias de 0,05[seg] a 5[seg], además de un ancho de 2 %, pero no se lograron datos muy relevantes para generar los modelos. Se recupero la medición de entrada u y salida h en cada rango (3 mediciones distintas).
3. Los datos de mediciones fueron divididos 2 conjuntos, uno de entrenamiento (80 %) y otro de validación (20 %), dando un total de 6 conjuntos distintos. El conjunto de entrenamiento se utilizó para obtener los parámetros del modelo, es decir los polinomios $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ y $C(z^{-1})$ (ver ecuaciones (28), (30) y (29)). El conjunto de validación sirvió para comparar los modelos del mismo tipo y obtener el mejor representante de cada uno, el criterio de comparación fue el mínimo error cuadrático medio (MSE).

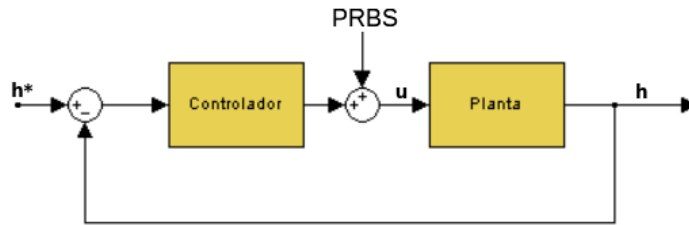


Figura 13: Esquema de control utilizado para la identificación de los modelos lineales.

Los modelos fueron generados con los datos de entrenamiento y las funciones de MATLAB *arx* y *armax* junto con la función *findstate* para obtener también las condiciones iniciales del modelo. Para simular los modelos se utilizó la función *sym* para a partir de la entrada u , obtener la salida h del sistema.

3.2.2. Evaluación de modelos lineales

Para la evaluación se utilizó el criterio de el Error Cuadrático Medio, o MSE en sus siglas en inglés. Los modelos fueron comparados en lazo abierto y respecto a la respuesta de la planta real. Los datos obtenidos en esta prueba fueron los que se pueden observar en la tabla 1.

Al comparar los resultados obtenidos se llegó a la conclusión que el modelo que mejor representa a los datos es el modelo ARMAX, dado que alcanza una medida menor de error que los demás modelos para cada rango de operación. En la figura 14 se puede observar la respuesta de un modelo ARMAX para el rango bajo.

A continuación se presentan los modelos ARMAX para cada rango de operación, es importante recordar que el tiempo de muestreo de estos modelos es de 0.5[seg] lo anterior se debe a que con ese tiempo se lograba disminuir el efecto de ruido y además se mantiene la forma de la señal media:

Modelo / Rango	ARX	ARIX	ARMAX
Bajo	0.321657 arx(3,2,1)	0.452959 arix(1,1,1)	0.053457 armax(3,2,2,3)
Medio	0.605495 arx(3,1,1)	0.163864 arix(2,1,1)	0.066790 armax(3,2,2,3)
Alto	0.028048 arx(3,2,1)	0.066920 arix(2,1,1)	0.015948 armax(2,2,2,2)

Cuadro 1: Tabla con el Error Cuadrático Medio de los distintos modelos lineales generados.

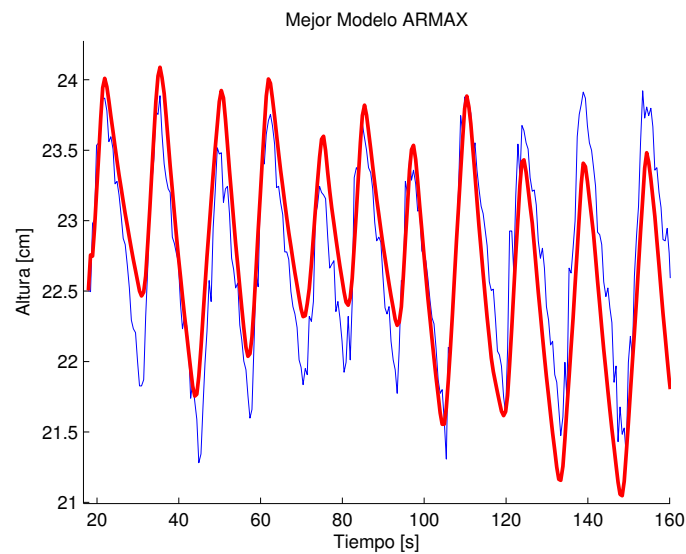


Figura 14: Comparación entre la respuesta del sistema real en azul y la respuesta del modelo ARMAX para el rango bajo.

Rango Bajo ARMAX(3,2,2,3):

$$\begin{aligned}
 A(z^{-1})y(t) &= B(z^{-1})u(t-3) + C(z^{-1})e(t) \\
 A(z^{-1}) &= 1 - 2,254z^{-1} + 1,56z^{-2} - 0,3059z^{-3} \\
 B(z^{-1}) &= 0,002863 - 0,002759z^{-1} \\
 C(z^{-1}) &= 1 - 1,671z^{-1} + 0,6728z^{-2}
 \end{aligned} \tag{40}$$

Rango Medio ARMAX(3,2,2,3):

$$\begin{aligned}
 A(z^{-1})y(t) &= B(z^{-1})u(t-3) + C(z^{-1})e(t) \\
 A(z^{-1}) &= 1 - 2,049z^{-1} + 1,184z^{-2} - 0,1346z^{-3} \\
 B(z^{-1}) &= 0,001767 - 0,001712z^{-1} \\
 C(z^{-1}) &= 1 - 1,833z^{-1} + 0,8342z^{-2}
 \end{aligned} \tag{41}$$

Rango Alto ARMAX(2,2,2,2):

$$\begin{aligned}
 A(z^{-1})y(t) &= B(z^{-1})u(t-2) + C(z^{-1})e(t) \\
 A(z^{-1}) &= 1 - 1,982z^{-1} + 0,9818z^{-2} \\
 B(z^{-1}) &= 0,00113 - 0,001118z^{-1} \\
 C(z^{-1}) &= 1 - 1,908z^{-1} + 0,9092z^{-2}
 \end{aligned} \tag{42}$$

Un detalle importante es que todos los modelos ARMAX anteriores tienen un polo en cercano a 1, lo que es de esperar debido a que por la forma de funcionar la planta esta actúa como un integrador.

3.3. Evaluación de modelos fenomenológicos versus modelos lineales

Para la evaluación de los modelos se utilizo en lazo cerrado la señal presentada en la ec. (43), junto con controladores PI sintonizados para cada rango de operación. Como en los casos anteriores, se utilizo la métrica del error cuadrático medio para determinar cual modelo se ajusta más al comportamiento de la planta.

$$r(t) = \begin{cases} 25 & 0 \leq t \leq 400 \\ 40 & 400 < t \leq 800 \\ 55 & 800 < t \leq 1200 \end{cases} \tag{43}$$

Los controladores PI estos fueron construidos utilizando como base los modelos lineales AR-MAX de las ecuaciones (40), (41), (42) y el método del lugar de la raíz, además se consideró un tiempo de estabilización de $t_s = 150[seg]$ y $MOV = 10\%$. Los controladores obtenidos fueron:

$$C_{bajo}(z) = 46 + \frac{4,4160T_s}{z - 1} \quad (44)$$

$$C_{medio}(z) = 50 + \frac{0,5T_s}{z - 1} \quad (45)$$

$$C_{alto}(z) = 54 + \frac{0,54T_s}{z - 1} \quad (46)$$

Dado que los controladores tienen un rango de validez que depende de los modelos utilizados como base, se espera que estos tengan un buen performance en las zonas de operación o rangos donde se obtuvieron los datos para el entrenamiento de los modelos lineales, lo contrario es cierto también, de forma que los controladores anteriores tuvieron que ser sintonizados disminuyendo su efecto (multiplicar el integrador por un valor entre (0,1)) para evitar que la acción integral hiciera que el error aumentara tanto que el controlador no fuera capaz de reducir el error en el tiempo de establecimiento pedido, incluso fue necesario incluir la acción del Anti-windup para evitar este problema con los errores de los controladores. Por otro lado, los ceros del controlador intentan anular la acción del polo cercano a 1 que tiene la planta, de forma de poder alcanzar los parámetros de diseño propuestos en el laboratorio.

En la figura 15 se presenta la respuesta de los diferentes modelos evaluados junto con la respuesta del sistema o planta real con los controladores generados para esta prueba:

Además se incluye a continuación en la tabla 2 los resultados del Error Cuadrático Medio para cada modelo y rango de operación:

Modelo / Rango	Fenomenológico	Linealizado	Lineal (ARMAX)
Bajo	34.2609	18.9018	13.2515
Medio	8.8843	1.7708	6.1864
Alto	0.8134	2.6686	38.8487
Total	14.6523	7.7802	19.4070

Cuadro 2: Error Cuadrático Medio de los diferentes modelos trabajados

Los datos anteriores fueron generados a partir de la señal de entrada y salida controlada de la planta, luego la entrada que fue controlada se ingreso como entrada también por Simulink a

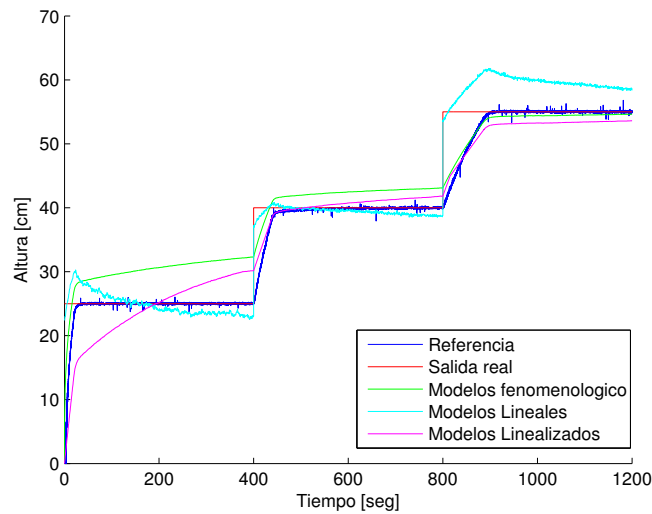


Figura 15: Salidas de los diferentes modelos del sistema, prueba completa

los modelos propuestos de forma que luego solo fue necesario computar los errores para generar la tabla anterior 2. Al observar los resultados queda claro que el modelo linealizado responde de mejor manera que los demás, llegando a un error promedio aproximado de 8[cm].

En las figuras 16, 17 y 18 se observa el comportamiento de todos los modelos para los rangos bajos, medio y alto respectivamente. Para el rango bajo (ver 16) el comportamiento del modelo lineal ARMAX es el que aparentemente tienen un mejor desempeño, en cuanto a los modelos linealizados y fenomenológico estos tienen una respuesta menor.

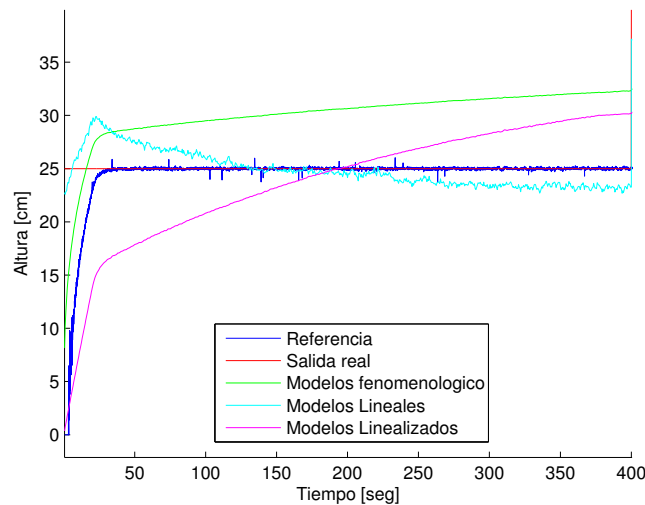


Figura 16: Salida de los diferentes modelos del sistema en el rango bajo

En cuanto a las respuestas en rango medio (ver 17) el modelo que mejor se comporta es el modelo linealizado el cual se ajusta muy bien.

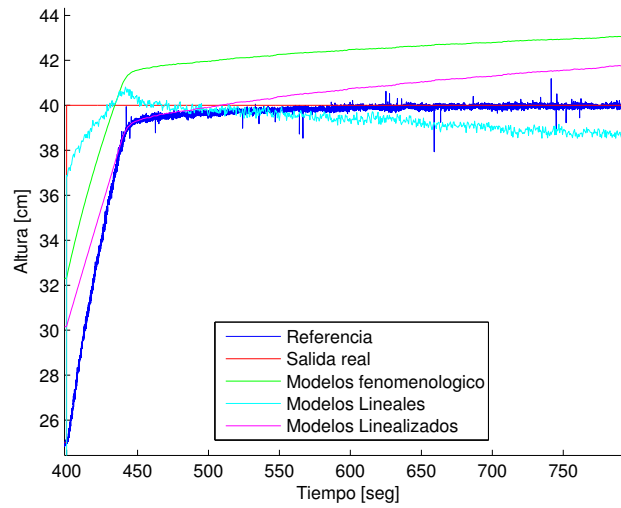


Figura 17: Salida de los diferentes modelos del sistema en el rango medio

Finalmente la respuesta en rango alto muestra que el modelo fenomenológico se ajusta de mejor forma que los demás, sin embargo lo que más llama la atención al observar la figura 18 es que el modelo lineal ARMAX tiene un gran error esto se debe a que el sistema no inicio correctamente y el sistema que intercambia entre los distintos modelos por rango no esta bien implementado, de forma que es difícil ser concluyente respecto a la precisión de particularmente este modelo.

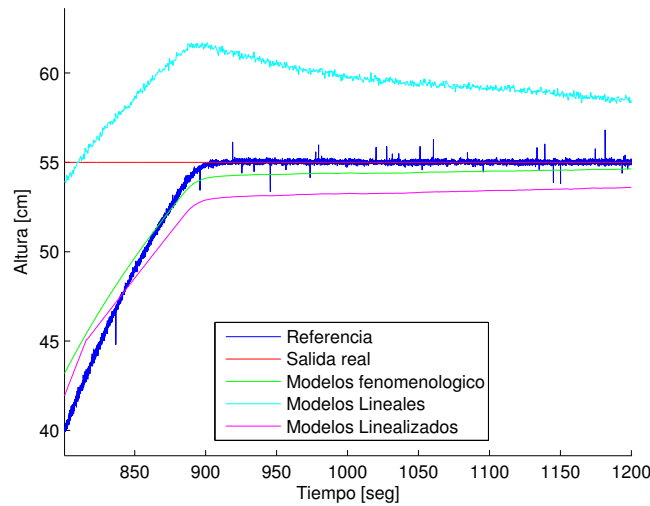


Figura 18: Salida de los diferentes modelos del sistema en el rango alto

4. Análisis

4.1. Modelos Fenomenológicos

4.1.1. Caracterización de la planta

Empíricamente se notó que la bomba genera flujo de agua, al menos por sobre $u^* = 15\%$, pero que toma mucho tiempo en vencer el peso de la columna de agua que debe desplazar, por lo que es difícil estimar este u^* . La estimación de parámetros indica un valor de $u^* = 17,3\%$, lo que indica que hay errores en la estimación.

Se considera que tanto la inclusión de un filtro pasa-bajos para el preprocesamiento de los datos, como la eliminación de los primeros datos fue de gran utilidad, pues los perfiles de llenado son muy ruidosos, especialmente para niveles bajos de altura, lo que durante los procedimientos de estimación de parámetros produjo complicaciones.

Por último, la estimación de los parámetros podría ser mejorada mediante más perfiles de llenado/vaciado. También, se pueden emplear otros métodos para calcular/mejorar c_1 , c_2 y β , como realizar un ajuste fino con una grilla de parámetros, buscando optimizar el MSE como medida de evaluación.

4.1.2. Linealización del sistema

Los modelos linealizados presentados en las ecuaciones (37), (38) y (39) son estables, sus polos están en el semiplano izquierdo. Más aún, a medida que aumenta la altura del punto de operación, sus sistemas se comportan más como un integrador, lo que verifica la proposición de que la planta es un integrador.

Como todo sistema linealizado, es de esperar que estos modelos sean más precisos en torno a los puntos de operación para los que fueron calculados. Por lo anterior, es de esperar un peor desempeño para el modelo de rango bajo, pues abarca un mayor rango de alturas que los otros modelos, esperando un peores resultados al inicio del llenado del estanque (rango $[0, 15][cm]$).

4.1.3. Evaluación de los modelos

En un primer análisis, la Figura (11) y la evaluación de los modelos indican que el modelo fenomenológico tiene un mejor rendimiento que el linealizado, con un $MSE = 18,97[cm^2]$ versus un $MSE = 55,66[cm^2]$, respectivamente. La respuesta del sistema muestra que el modelo fenomenológico tiene un buen desempeño en los niveles bajo y medio, mientras que se produce un desacople para el rango alto.

Por otro lado, la respuesta del sistema muestra que el modelo linealizado sólo presenta un buen ajuste para el nivel medio, mientras que se produce el mismo desacople que en el modelo fenomenológico para el rango alto. Éste modelo tiene un mal desempeño en el rango bajo, lo que se atribuye a problemas de derivados de trabajar muy lejos del punto de linealización para este rango, durante la etapa de llenado del estanque, por eso, se produce un desacople de la respuesta real y la linealizada en los primeros segundos.

Las diferencias entre la respuesta de la planta y los modelos creados, también son incrementadas debido a las siguientes razones:

- No linealidades que no han sido consideradas en los modelos: Por ejemplo, el hecho de que no haya flujo de entrada para valores bajos de u , lo que si se consideró en la implementación del modelo fenomenológico, pero no está incluido en el modelo linealizado.
- El flujo de entrada de agua, genera perturbaciones en la superficie del estanque, lo que lleva a lecturas más ruidosas de la altura. Además, estas perturbaciones son dependientes de la altura actual, pues el ruido generado es menor a mayor altura.
- Una mala estimación de los valores de c_1 , c_2 o β .
- La válvula de salida puede quedar levemente mal configurada (lo que es muy probable que ocurra), por lo que el modelo del flujo de salida cambia entre cada experimento.

Finalmente, se considera que la entrada utilizada para esta evaluación no fue del todo provechosa, pues se deberían haber considerado intervalos de tiempo más amplios por cada nivel de operación. Además, como muestra la Figura 10, el sistema sólo fue excitado con una baja cantidad de frecuencias de bomba, por lo que la evaluación está sesgada a u en torno a $u = 0\%$, $u = 40\%$ y a $u = 100\%$. Por lo anterior, se recomienda el uso de una que cubra todo el rango de frecuencias de operación, por ejemplo, una entrada escalonada desde $u = 0\%$ a $u = 100\%$. Sin embargo, se considera que la elección de tomar en cuenta el vaciado del estanque si ayudó a obtener una evaluación más completa.

4.2. Modelos Lineales

4.2.1. Adquisición de datos y modelación

Al revisar los datos y resultados de los modelos lineales autoregresivos no queda claro si estos representa fielmente la respuesta en los rangos de operación seleccionados. Es posible que faltara utilizar una señal PRBS de mayor periodo al utilizado, esto se menciona al revisar la figura 14 en donde se ve cierto comportamiento sinusoidal de la señal de respuesta del sistema, pero no hay una reacción mayor en el tiempo que de cuenta de otras frecuencias de respuesta del sistema, aunque la figura es solo una, esta es representativa de los demás datos utilizados para el entrenamiento de los modelos. Por otro lado los datos obtenidos para la modelación a simple vista resultaron

ser estacionarios, en gran medida por el efecto de control sobre la señal, en cuanto al muestreo de datos se utilizó un submuestreo de la señal original (periodo de 0.05[seg]) dando como periodo de muestreo final de 0.5[seg], este muestreo se utilizó dado que mejoró el efecto del ruido sobre la señal obteniendo un MSE menor respecto a la señal original.

En cuanto a los otros modelos lineales obtenidos es posible decir que los modelos ARX presentaron el segundo mejor comportamiento y aunque en principio hubiéramos querido utilizar estos modelos por ser más simples de utilizar dado que solo cuentan con un ruido blanco que debe ser simulado, se optó por el modelo ARMAX para ser consistentes con lo requerido en las actividades del laboratorio. Por otro lado los modelos ARMAX obtenidos y los parámetros del polinomio $B(z^{-1})$ obtenido muestra que sus índices son muy pequeños cercanos a la cien milésima dando posibilidad a especular que el efecto real de la entrada no es tan importante cuando se tiene controlada la planta en un punto de operación particular o que el efecto de la entrada bajo estas condiciones puede ser modelada con ruido de media móvil.

4.2.2. Evaluación de todos los modelos desarrollados

En cuanto a la evaluación de los modelos Fenomenológicos, linealizados y lineales, no se puede ser tan certero debido a los problemas que se tuvieron con los modelos lineales en cuanto a simular una forma de cambiar de modelo cuando se pasa de un rango de operación a otro (ver discontinuidades en la figura 15), el problema principal son las condiciones iniciales sobre los modelos y hacer coincidir el final con el inicio de los modelos. Dejando a un lado la dificultad de simulación de los modelos lineales, es posible advertir que el modelo linealizado tiene un buen comportamiento, el mejor de los 3 tipos analizados aunque al inicio no presenta un buen comportamiento, aunque esto se da en todos los modelos. El que mejor modelo en el rango bajo es el modelo lineal ARMAX aunque tiene un sobresalto no observado en la respuesta de la planta. Finalmente un detalle importante en cuanto a los modelos lineales obtenidos es que todos cuentan con un polo cercano a 1 lo que es lo esperado debido a la naturaleza de la planta, además los modelos son estables, esto último se puede determinar a partir de que los polos están dentro del círculo unitario (condición necesaria en los modelos discretos).

5. Conclusiones

Mediante la modelación fenomenológica de un sistema, se puede llegar a entender mejor su comportamiento, con bases teóricas. Este proceso de identificación puede requerir realizar experimentos con la planta real, para poder estimar los parámetros del modelo a construir. A partir del mismo modelo, es posible diseñar derivaciones linealizadas del mismo, que representan de una forma más simple la dinámica del sistema para los puntos de operación escogido.

La estimación de los parámetros fenomenológicos del sistema c_1 , c_2 y β se realizó de manera satisfactoria, lo que se refleja en la evaluación del modelo fenomenológico y el linealizado, con métricas MSE de $MSE = 18,97[cm^2]$ y $MSE = 55,66[cm^2]$, respectivamente, a pesar de los factores que no considerados en la modelación, como ruido y no linealidades. El modelo fenomenológico demostró un buen desempeño para los rangos bajo y medio, mientras que el linealizado se comporta particularmente bien en el rango medio, pero muy mal en el rango bajo, donde se aleja demasiado del punto de operación. Al revisar los datos del comportamiento del modelo fenomenológico es posible especular que el parámetro β pueda depender de la altura del líquido en el estanque teniendo esto un efecto mayor a alturas pequeñas cercanas a cero, de forma que sería interesante obtener un mejor y más exacto valor de β para cada punto de operación, es posible que se mejore el resultado del modelo fenomenológico. Se considera que es posible obtener mejores estimaciones para los parámetros, realizando más experimentos y de mejor calidad, lo anterior es cierto específicamente en la actividad con los modelos autoregresivos en donde no se obtuvo una respuesta mejor a pesar de utilizar una perturbación importante como la PRBS, como posible sugerencia sería utilizar una APRBS de mayor periodo y mayor amplitud sobre cada punto de operación. Otra mejora para futuras experiencias sería aumentar la cantidad de puntos de operación para lograr mejores ajustes del modelo linealizado.

6. Referencias

- [1] Katsuhiko Ogata, Ingeniería de control moderna, Prentice Hall 4ed, pag. 468.