

Pre-Informe:

Identificación de sistemas.

EL5205-1 Laboratorio de Control Avanzado

16 de Septiembre, 2015

Profesores:

Doris Saez.
Manuel Duarte.
Marcos Orchard.

Auxiliar:

David Acuña.

Integrantes:

Matias Pavez.
Pablo Saavedra.

Índice

1. Introducción	3
2. Marco Teórico	4
2.1. Modelamiento Fenomenológico	4
2.1.1. Derivación fenomenológica	4
2.1.2. Linealización del modelo fenomenológico	6
2.1.3. Discretización del modelo fenomenológico	7
2.1.4. Estimación de parámetros del modelo fenomenológico	7
2.2. Modelos lineales	7
2.2.1. Control para ajuste de modelos lineales	8
2.2.2. Uso de señal PRBS para adquisición de datos	9
2.2.3. Modelos ARX, ARMAX y ARIX	10
3. Procedimiento en el Laboratorio	11
3.1. Modelos Fenomenológicos	11
3.1.1. Determinación de parámetros	11
3.1.2. Linealización	11
3.1.3. Evaluación de los modelos	11
3.2. Modelos Lineales	12
3.2.1. Adquisición de datos	12
3.2.2. Elaboración de modelos lineales	12
3.2.3. Evaluación de modelos lineales	12
3.3. Evaluación de modelos fenomenológicos versus modelos lineales	12
4. Consideraciones generales	13
5. Referencias	15

1. Introducción

Un paso fundamental antes siquiera pensar en la construcción de un sistema de control clásico, es la identificación de un modelo que explique la dinámica y el comportamiento de una planta. Los modelos son una abstracción del comportamiento de un sistema real, que se vale de ciertos supuestos pertinentes de forma de simplificar su planteamiento, claro está que el modelo se puede complejizar tanto como se desee para tener una representación más fiel del fenómeno de interés, sin embargo, en la práctica los modelos simples tienden a dar mejores resultados, son más fáciles de entender y de manejar.

Un modelo puede ser de varios tipos: analógico, mental, matemático, físico, etc. También pueden ser clasificados como modelos de caja blanca, gris o negra según grado de conocimiento que se tiene de su funcionamiento: un modelo de caja blanca está basado en leyes físicas o conocimiento fenomenológico completo y en general, permiten caracterizar el sistema con pocos parámetros. Los modelos de caja negra son construidos sin utilizar información fenomenológica, por lo que son construidos a partir de datos de entrada y salida del sistema, y a diferencia de los de caja blanca, tienen un menor poder de generalización, pues dependen de los datos disponibles al momento de su construcción. Finalmente, los modelos de caja gris son una combinación de las clases anteriores, construidos con conocimiento fenomenológico parcial y completados con métodos empíricos.

Para esta experiencia se consideran modelos fenomenológicos y lineales, los cuales pueden ser representados matemáticamente. El modelo fenomenológico puede ser considerado como un modelo de caja blanca, mientras que los modelos lineales se consideran de caja gris, debido a que tienen sus bases en relaciones fenomenológicas, pero deben ser apoyados por métodos matemáticos sobre datos de entrenamiento. En este pre-informe se presenta el procedimiento que se utilizará durante las sesiones de laboratorio, así como el marco teórico que lo respalda, con el fin de identificar el sistema de interés con los modelos antes mencionados. El sistema hidráulico a estudiar se presenta en la figura 1, donde el objetivo es revisar y contrastar diferentes métodos de identificación, además de familiarizarse con los aspectos involucrados en la obtención de los datos y su procesamiento.

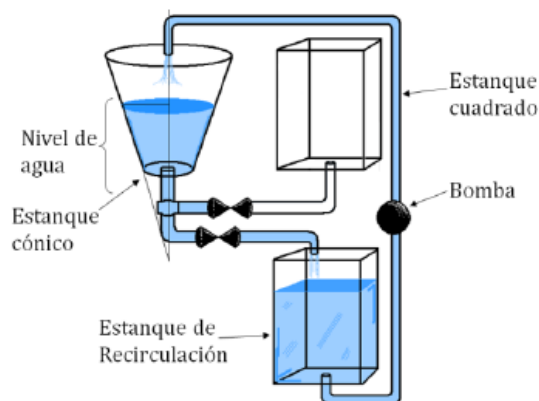


Figura 1: Diagrama del sistema de estanques del Laboratorio de Automática. En esta oportunidad, los componentes de interés son el estanque cónico, la válvula de salida y la bomba de agua.

2. Marco Teórico

2.1. Modelamiento Fenomenológico

El modelamiento fenomenológico intenta describir adecuadamente un sistema a partir de leyes físicas o matemáticas generales que gobiernan los fenómenos que intervienen en él. En general estas leyes contienen un número pequeño de parámetros los cuales se relacionan con suposiciones adecuadas sobre el comportamiento del sistema pero que restringen el alcance de las aplicaciones del modelo.

En cuanto a la experiencia, en la figura (2) se muestra un diagrama con los aspectos relevantes del sistema hidráulico con el que se trabajará. Los parámetros R y H definen la geometría del estanque cónico, donde $R = 34,5[cm]$ es el radio mayor, $H = 79,8[cm]$ es la altura y θ es el ángulo entre el eje de simetría y las paredes del cono.

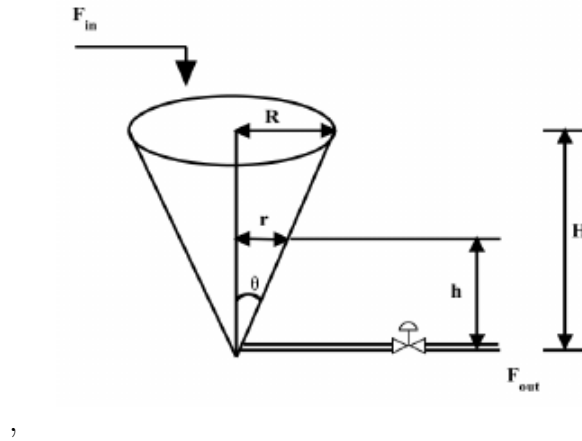


Figura 2: Modelo Estanque Cónico. R y H son valores conocidos y caracterizan completamente el estanque, F_{in} corresponde al flujo de entrada de agua al estanque y F_{out} al flujo de salida. F_{out} puede ser regulado por la válvula presente en la figura.

2.1.1. Derivación fenomenológica

La experiencia busca encontrar un modelo que relacione la cantidad de agua en un estanque cónico a partir de los flujos entrada y salida de agua, los que son controlados por la frecuencia de la bomba y la apertura de la válvula de salida, respectivamente. Esta planta claramente contiene un integrador debido a la acumulación del líquido en el estanque a medida que pasa el tiempo, la modelación típica de un problema como este es el de flujos netos el cual se describe por la siguiente ecuación (1):

$$\frac{dV}{dt} = F_{in}(t) - F_{out}(t) \quad (1)$$

Donde $\frac{dV}{dt}$ es la variación del volumen de agua V en el estanque por unidad de tiempo y $F_{in}(t)$ y $F_{out}(t)$ son los flujos de entrada y salida del estanque respectivamente. Las ecuaciones de los flujos se relaciona tanto con la naturaleza del fluido, las aberturas de las válvulas, presiones, etc. En el caso de esta experiencia las ecuaciones que explican los flujos son entregadas (ver ecuaciones (2) y (3)):

$$F_{in}(t) = c_1 \cdot u + c_2 \left[\frac{cm^3}{s} \right] \quad (2)$$

El comportamiento del flujo de entrada F_{in} puede ser explicado con una ecuación afín (ver ecuación (2)) dependiente de 2 parámetros c_1 y c_2 y donde u representa la variable manipulada del sistema la cual corresponde a la frecuencia del variador de frecuencia que controla la bomba que entrega el flujo de entrada al estanque.

$$F_{out}(t) = \beta \cdot \sqrt{h} \left[\frac{cm^3}{s} \right] \quad (3)$$

En cuanto al flujo de salida F_{out} (ver ecuación (3)) este tiene un comportamiento no lineal proporcional a la raíz cuadrada de la altura del agua h en el estanque. La altura h del agua en el estanque es la variable de control. El parámetro β es una constante de proporcionalidad que se relaciona con la abertura de la válvula de salida. Por otro lado, la forma del estanque nos permite establecer ciertas relaciones geométricas (ver ecuaciones (4) y (5)):

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3} \quad (4)$$

$$\tan(\theta) = \frac{R}{H} = \frac{r}{h} \quad (5)$$

A partir de estas relaciones geométricas es posible encontrar una correspondencia entre estas y el volumen del agua en el estanque (ver ecuación (6)), de forma que el volumen de agua depende de la altura del agua en el estanque como era de esperar.

$$V = \frac{\pi R^2}{3H^2} h^3 \quad (6)$$

Además a partir de la ecuación anterior (6) es posible encontrar la derivada en el tiempo del volumen de agua en el estanque (ver ecuación (7)):

$$\frac{dV}{dt} = Kh^2 \frac{dh}{dt} \quad (7)$$

Donde K es una constante definida por:

$$K = \frac{\pi R^2}{H^2} = 0,5872 \quad (8)$$

Finalmente a partir de la ecuación anterior (7) y la ecuación de flujos netos (1) es posible obtener una relación (ver ecuación (9)) relación no lineal entre la variable manipulada u y la variable controlada h :

$$\frac{dh}{dt} = \frac{c_1 u + c_2 - \beta \sqrt{h}}{K h^2} = f(h, u) \quad (9)$$

2.1.2. Linealización del modelo fenomenológico

Como parte de la experiencia se busca linealizar el modelo fenomenológico del estanque en torno a un punto de operación arbitrario (h_0, u_0) , para lo que se utiliza la expansión de Taylor de primer orden descrita en la expresión (10).

$$f(h, u) \approx f(h_0, u_0) + \left. \frac{\partial f(h, u)}{\partial h} \right|_{h_0, u_0} (h - h_0) + \left. \frac{\partial f(h, u)}{\partial u} \right|_{h_0, u_0} (u - u_0) \quad (10)$$

En la ec. (11) se presenta $f(h, u)$ linealizada, mientras que en (12) se presenta el mismo resultado tras usar el cambio de variable: $\bar{h} = h - h_0$, $\bar{u} = u - u_0$.

$$f(h, u) \approx \frac{c_1 u_0 + c_2 - \beta \sqrt{h_0}}{K h_0^2} - \left[\frac{2(c_1 u_0 + c_2)}{K h_0^3} - \frac{3\beta}{2K h_0^{5/2}} \right] (h - h_0) + \frac{c_1}{K h_0^2} (u - u_0) \quad (11)$$

$$\frac{d\bar{h}}{dt} \approx - \left[\frac{2(c_1 u_0 + c_2)}{K h_0^3} - \frac{3\beta}{2K h_0^{5/2}} \right] \bar{h} + \frac{c_1}{K h_0^2} \bar{u} \quad (12)$$

Entonces, aplicando la transformada de Laplace a la ecuación (12) se obtiene la expresión (13), correspondiente a un modelo continuo de la planta, donde los coeficientes k_1 y k_2 están dados por las expresiones (14) y (15), respectivamente.

$$\frac{\bar{H}(s)}{U(s)} = \frac{k_2}{s + k_1} \quad (13)$$

$$k_1 = \frac{2(c_1 u_0 + c_2) - \frac{3}{2}\beta \sqrt{h_0}}{K h_0^3} \quad (14)$$

$$k_2 = \frac{c_1}{K h_0^2} \quad (15)$$

Para calcular el valor de u_0 a utilizar en cada punto de operación (h_0, u_0) , se impone la condición de estado estacionario en la ecuación (9), es decir, $\frac{dh}{dt} = 0$, obteniendo la expresión (16) para la frecuencia de operación en función de los parámetros c_1, c_2, β y la altura deseada h_0 .

$$u_0 = \frac{\beta\sqrt{h_0} - c_2}{c_1} \quad (16)$$

con lo que k_1 se puede calcular según la ecuación (17).

$$k_1 = \frac{\beta}{2Kh_0^{5/2}} \quad (17)$$

2.1.3. Discretización del modelo fenomenológico

En la segunda parte de la experiencia se trabajará con sistemas en tiempo discreto, por lo que se procede a discretizar el modelo fenomenológico de la expresión (9). Se usará una aproximación hacia delante para la derivada, según la ecuación (18), donde T_s corresponde al tiempo de muestreo de datos.

$$\frac{df}{dt} \approx \frac{f[k+1] - f[k]}{T_s} \quad (18)$$

Luego, el modelo discretizado se presenta en la ecuación (19).

$$h[k+1] = h[k] + \frac{T_s}{K \cdot h^2[k]} \left(c_1 u + c_2 - \beta\sqrt{h[k]} \right) \quad (19)$$

2.1.4. Estimación de parámetros del modelo fenomenológico

...

2.2. Modelos lineales

Los modelos lineales buscan realizar identificación de la planta, sin recurrir a relaciones fenomenológicas. Se construyen a partir de datos obtenidos con anterioridad, modelando el sistema como una suma ponderada de las entradas y salidas pasadas. Una vez elegida la estructura lineal de planta a ajustar, basta estimar los parámetros del modelo, típicamente se recurre a métodos que minimicen alguna función objetivo relacionada con el error entre el modelo y la salida de la planta real.

Para el proceso de estimación de parámetros se utiliza un esquema de control de la planta similar al presentado en la figura 3, que tiene por objetivo simplificar el alcanzar los puntos de

operación, al incluir un control, además de permitir la adquisición de datos ricos en información, al excitar convenientemente la planta en torno a cada uno de los 3 puntos de operación. La planta en torno a los puntos de operación puede ser perturbada con una señal PRBS (Pseudorandom binary sequence) en el rango de valores permitidos con la intención de excitar a la planta a diferentes frecuencias de operación y poder recuperar datos de entrenamiento y test lo más representativos del funcionamiento real de la planta.

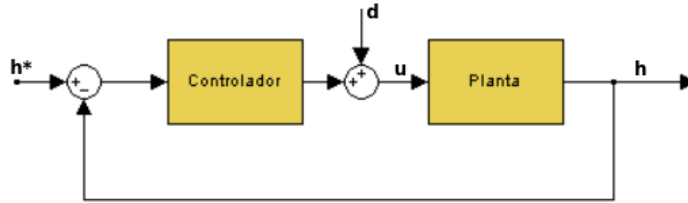


Figura 3: Esquema de control utilizado para la identificación de los modelos lineales. h^* corresponde al punto de operación deseado, mientras que d es una perturbación de la salida del controlador.

Este esquema para la obtención de los datos es con un control en lazo cerrado sin embargo también es posible establecer un esquema de lazo abierto, la desventaja de este último es que es difícil de regular de forma manual la salida para alcanzar un punto de operación estable.

2.2.1. Control para ajuste de modelos lineales

El uso de controladores tiene como objetivo modificar convenientemente el comportamiento de un sistema, por medio del manejo de las entradas del mismo. Este comportamiento deseado se suele especificar mediante requerimientos como el tiempo de establecimiento, tiempo de subida o cantidad de sobrepaso aceptado.

El tiempo de establecimiento o *settling time* (t_s) se define como el tiempo que toma la salida en quedar acotada en una banda especificada, típicamente del 2 % de error respecto a la referencia deseada. La cantidad de sobrepaso o *max overshoot* (MOV) se define como el máximo valor que debe tomar la salida del sistema controlado, típicamente expresado en tanto por ciento de la referencia.

La teoría de control clásico tiene como herramientas principales 3 tipos de controladores y combinaciones de éstos [1]:

Controlador proporcional (P): Señal de salida $y(t)$ es proporcional al error $e(t)$. Este tipo de controlador es simple, pero limitado para cubrir los requerimientos de control típicos. Además, presenta un error fijo en régimen permanente. Su forma se presenta en la ec. (20), donde k_P corresponde a la ganancia proporcional del controlador.

$$y(t) = k_P \cdot e(t) \quad (20)$$

Controlador integral (I): La salida $y(t)$ es proporcional al error acumulado, por lo que la respuesta del controlador es lenta, pero asegura cero error en régimen permanente, lo que se traduce en cero error ante una entrada escalón. Su forma se presenta en la ec. (21), donde k_I corresponde a la ganancia integral del controlador.

$$y(t) = k_I \cdot \int e(t) dt \quad (21)$$

Controlador derivativo (D): La salida $y(t)$ es proporcional al cambio del error, por lo que la respuesta del controlador es más rápida, pero se amplifica el ruido. Por su naturaleza, este controlador solo es útil en régimen transiente. es lenta, pero asegura cero error en régimen permanente, lo que se traduce en cero error ante una entrada escalón. Su forma se presenta en la ec. (22), donde k_D corresponde a la ganancia derivativa del controlador.

$$y(t) = k_D \cdot \frac{d}{dt} e(t) \quad (22)$$

Para esta experiencia solamente se utilizarán controladores de tipo P y PI, cuyas formulaciones se presentan en las ecuaciones (20) y (23). Donde el controlador PI se construye a partir de las ec. (20) y (21).

$$y(t) = k_P \cdot e(t) + k_I \cdot \int e(t) dt \quad (23)$$

2.2.2. Uso de señal PRBS para adquisición de datos

Una señal PRBS (Pseudorandom binary sequence) o Secuencia binaria pseudo aleatoria es un señal binaria muy utilizada en identificación de sistemas debido a que es fácil de generar y permite excitar una banda de frecuencias limitada en la planta. En teoría el ruido blanco permitiría excitar todas las frecuencias posibles en la planta obteniendo un respuesta más completa de la planta sin embargo no es tan fácil generarla y no siempre es posible aplicarla en una planta debido a restricciones en las velocidades del actuador o la misma planta, de forma que PRBS a pesar de tener un espectro limitado tiene características deseables para la mayoría de los casos. La señal PRBS es pseudo aleatoria debido a que utiliza una semilla finita y luego utiliza esta misma para generar aleatoria a partir de operaciones binarias entre sus bits [2], la señal final es una serie de escalones que difieren en ancho de pulso. la forma del espectro de potencia centrado de la señal PRBS es como un sombrero de ahí que se diga que es de banda limitada debido a que solo excita algunas frecuencias.

Al momento de generar la señal PRBS es importante considerar la frecuencia fundamental de la planta para evitar utilizar frecuencias muy altas que impidan reaccionar a la planta y por tanto observar la respuesta completa.

2.2.3. Modelos ARX, ARMAX y ARIX

Estos modelos asumen que la señal muestreada es lineal y estacionaria, además que el ruido que las afecta tiene media cero y una varianza conocida, es decir ruido blanco. Los diferentes modelos lineales se diferencian por su estructura, según los componentes que se utilicen en la suma ponderada de entradas y salidas, en la experiencia se utilizaran los siguientes tipos de modelos:

- ARX (Autoregressive with exogenous variable): Modelo dependiente de las salidas (AR) y entradas pasadas (X).
- ARMAX (Autoregressive Moving Average with exogenous variable): Modelo dependiente de salidas (AR), entradas pasadas (X) y que considera un error promedio no nulo (MA)
- ARIX (Autoregressive Integral with exogenous variable): Modelo dependiente de las salidas (AR) y entradas (X) pasadas, que realiza integración del error (I).

En las ecuaciones (24), (25) y (26) se presentan las funciones de los modelos ARX, ARMAX y ARIX, respectivamente.

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + e(t) \quad (24)$$

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + C(z^{-1})e(t) \quad (25)$$

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + \frac{e(t)}{\Delta} \quad (26)$$

Tanto $A(z^{-1})$ y $B(z^{-1})$ son polinomios en z^{-1} donde el orden de ambos indican la cantidad de auto regresores o retrasos en la salida y la entrada respectivamente. Una etapa importante en la identificación de estos modelos lineales es la obtención del orden de los auto regresores de la salida y los retrasos de la entrada, para ello se realiza un análisis de sensibilidad para determinar estos parámetros. El análisis de sensibilidad puede ser realizado utilizando la autocorrelación u otros datos estadísticos de la señal.

3. Procedimiento en el Laboratorio

3.1. Modelos Fenomenológicos

3.1.1. Determinación de parámetros

...

3.1.2. Linealización

Se escogieron puntos de operación en el centro de cada uno de los rangos recomendados: rango bajo $h_b = 22,5[cm]$, rango medio $h_m = 37,5[cm]$, rango alto $52,5[cm]$. Se utilizan estos puntos de operación para obtener 3 modelos de la planta, por medio de las ecuaciones (13), (15) y (17). Para los rangos bajo, medio y alto, se obtienen los sistemas linealizados presentados en las ecuaciones (27), (28) y 29, respectivamente.

$$\frac{\bar{H}(s)}{U(s)} = \frac{33,6397 \cdot c_1}{s + 35,4594 \cdot \beta} \quad (27)$$

$$\frac{\bar{H}(s)}{U(s)} = \frac{12,1103 \cdot c_1}{s + 9,8880 \cdot \beta} \quad (28)$$

$$\frac{\bar{H}(s)}{U(s)} = \frac{6,1787 \cdot c_1}{s + 4,2637 \cdot \beta} \quad (29)$$

3.1.3. Evaluación de los modelos

Se busca comprobar la efectividad de ambos modelos desarrollados, para lo que se comparará el resultado simulado con datos tomados de la planta real.

Para realizar la evaluación, se deben implementar los modelos fenomenológico y linealizado en MATLAB & Simulink. Se utilizará el error cuadrático medio como criterio de evaluación de los modelos. Como entrada al sistema, se utilizará una ...

3.2. Modelos Lineales

3.2.1. Adquisición de datos

En primer lugar se debe diseñar un controlador P o PI discreto, con un $t_s < 300[s]$. Además,

3 rangos de operación... ... cumplir con MOV de 10 % y t_s al 2 % de 150[s]

Uso de señal PRBS...

Separación en train, test, validation. ...

3.2.2. Elaboración de modelos lineales

modelos con grados de A,B y delay desde 1 a 3 ... (probar todas las combinaciones)

3.2.3. Evaluación de modelos lineales

evaluar según métrica MMSE: minimum mean square error

3.3. Evaluación de modelos fenomenológicos versus modelos lineales

métrica de evaluación.

4. Consideraciones generales

Respecto a la apertura de la válvula... afecta el valor de β .. ocupar mismo valor en todos los experimentos.

Para la bomba se consideró un modelo afín, por lo que siempre se deben usar valores de frecuencia mayores al mínimo, para no obtener resultados inesperados en los modelos.

Respecto a la frecuencia de muestreo... se recomienda ...

Respecto a los parámetros de los modelos lineales.

Planta es un integrador...

1. Modelos paramétricos suelen ser más precisos en la región de freq. donde la señal de entrada concentra la mayor parte de su energía (más info disponible en ese rango).
2. Generalmente los procesos físicos suelen ser de baja frecuencia \Rightarrow usar un PasaBajos para filtrar (datos?/inputs?)
3. separar datos en 3 conjuntos: (train: entrenar), (validation: evitar sobreentrenamiento), (test: comparar modelos ya validados).
 - ojo que en la experiencia piden 2 conjuntos solamente!, no 3... que hacemos aquí?
 - no separar datos por periodos de tiempo ... sesgo del modelo.
 - no presentar resultados con train!
4. predicciones a 1 paso no son válidas. a N pasos, retroalimentar con outputs del modelo, no con los datos!.
5. Uso de Controlador P para tomar datos:
 - preferir ganancia ruidosa: $k_0(1 + \frac{v(t)}{\sqrt{t}})$, que debe ser reseteada cada *cierto* tiempo.
 - se busca evitar acoplar los parámetros del sistema, para así poder estimarlos más simplemente.
6. Uso de PRBS (Pseudo-Random binary sequences) como señal de entrada,:
 - sumar a cada una de las 3 referencias, cuidando de abarcar un rango de alturas interesante
 - Hay que espaciar temporalmente la PRBS de una manera inteligente
 - señal periódica, determinista que se comporta como ruido blanco.
 - dado un *seed* binario (ex: 011010), se generará determinísticamente una PRBS.
 - su densidad espectral de potencia dada por la ec. TODO, se comporta como ruido blanco en el rango { TODO, TODO }
 - señal toma valores en {0,1}
7. sobre la planta:

- ojo. con posición de la válvula de salida!
- Estimar flujo de entrada en función de la frec. de la bomba. f_{min} es la mínima frecuencia tal que sale agua. estimar la recta usando otro punto, en donde se cierra la válvula y se mide el tiempo de llenado.
- estanque tiene una alta constante de tiempo
- estanque es un integrador
- sampling:
 - - sampling a alta freq.: se capturará mucho ruido (proveniente del flujo de agua que impacta la superficie)
 - sampling a baja. freq.: aliasing
 - recomendado (rule of thumb): tomar al menos 5 muestras por constante de tiempo
 - en lo posible, medir con alta f.muestreo y hacer downsampling para disminuir efecto del ruido.
 - Notar que usar un filtro agrega retardos al sistema. se debe usar el mismo filtro para todos los modelos!! (osea, tomar datos sin filtro y luego filtrar offline)

8. sobre los estimadores:

- Regresión Lineal: uso de WLS (Weighted Least Squares), pues hay muestras de peor calidad que otras (sensores miden distinto según el rango)
- análisis de la varianza de los estimadores: alta varianza indica que la info no es útil!. tendrá como consecuencia un problema con múltiples soluciones, lo que se puede solucionar con una señal de entrada rica en frecuencias. (ex: PRBS)
- coeffs cercanos a cero: analizar varianza para ver si es posible hacer un test de hipótesis.
- cantidad de coeffs dependerá de la freq. de muestreo.
- raro encontrar un polo fuera de $\|1\|$

5. Referencias

- [1] Katsuhiko Ogata, Ingeniería de control moderna, Prentice Hall 4ed, pag. 468.
- [2] Pseudorandom binary sequence, Wikipedia,
https://en.wikipedia.org/wiki/Pseudorandom_binary_sequence.