



# Preinforme:

## Variables de Estado.

EL5205-1 Laboratorio de Control Avanzado

7 de octubre, 2015

**Profesores:**

Doris Saez.  
Manuel Duarte.  
Marcos Orchard.

**Auxiliar:**

David Acuña.

**Integrantes Grupo 1:**

Matias Pavez.  
Pablo Saavedra.



[Página dejada intencionalmente en blanco]



# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2. Marco Teórico</b>	<b>3</b>
2.1. Representación en variables de estado . . . . .	3
2.1.1. Tiempo Continuo . . . . .	3
2.1.2. Tiempo Discreto . . . . .	3
2.1.3. Discretización de sistemas LTI continuos . . . . .	4
2.2. Linealización y puntos de equilibrio . . . . .	5
2.2.1. Linealización de sistemas dinámicos . . . . .	5
2.3. Observabilidad y Controlabilidad . . . . .	5
2.3.1. Observabilidad . . . . .	6
2.3.2. Controlabilidad . . . . .	6
2.4. Observador de Luenberger Completo y Reducido . . . . .	6
2.5. Filtro de Kalman . . . . .	7
<b>3. Procedimiento en el Laboratorio</b>	<b>9</b>
3.1. Representación en variables de estado . . . . .	9
3.2. Linealización del sistema . . . . .	10
3.3. Métodos de discretización . . . . .	11
3.4. Diseño de control realimentado . . . . .	12
3.5. Diseño de observador de Luenberger . . . . .	12
3.6. Transición de observador determinístico a estocástico . . . . .	12
<b>4. Consideraciones generales</b>	<b>14</b>
<b>5. Referencias</b>	<b>15</b>

# 1. Introducción

El control en variables de estado es muy utilizado en la teoría de control moderno. Presenta la ventaja de trabajar en el espacio de estados, donde las variables consideradas tienen directa relación física con las de interés, a diferencia de el control clásico, donde se trabaja en el espacio de Laplace o de frecuencias. También tiene ventajas, cuando la planta no entrega información sobre salidas de interés, por lo que deben utilizarse observadores de estados, como el de Luenberger o el de Kalman.

Se trabajará con el sistema del cubo presentado en la Figura 1. Este sistema está compuesto por la estructura del cubo y un péndulo interno, el que puede ser actuado para cambiar el centro de masa del sistema. La planta no entrega información sobre la inclinación respecto al suelo, por lo que ésta debe ser estimada por medio de observadores de estado, a fin de poder realizar control de inclinación del sistema en una de sus aristas. Además, el sistema es inherentemente inestable, y altamente no lineal, lo que significa un desafío para los diseñadores.

Dado que el sistema es altamente no lineal y los estimadores están sujetos a ruido y perturbaciones, se espera poder modelar el sistema e implementar controladores en el espacio de estados, capaces de controlar la planta por periodos cortos de tiempo.

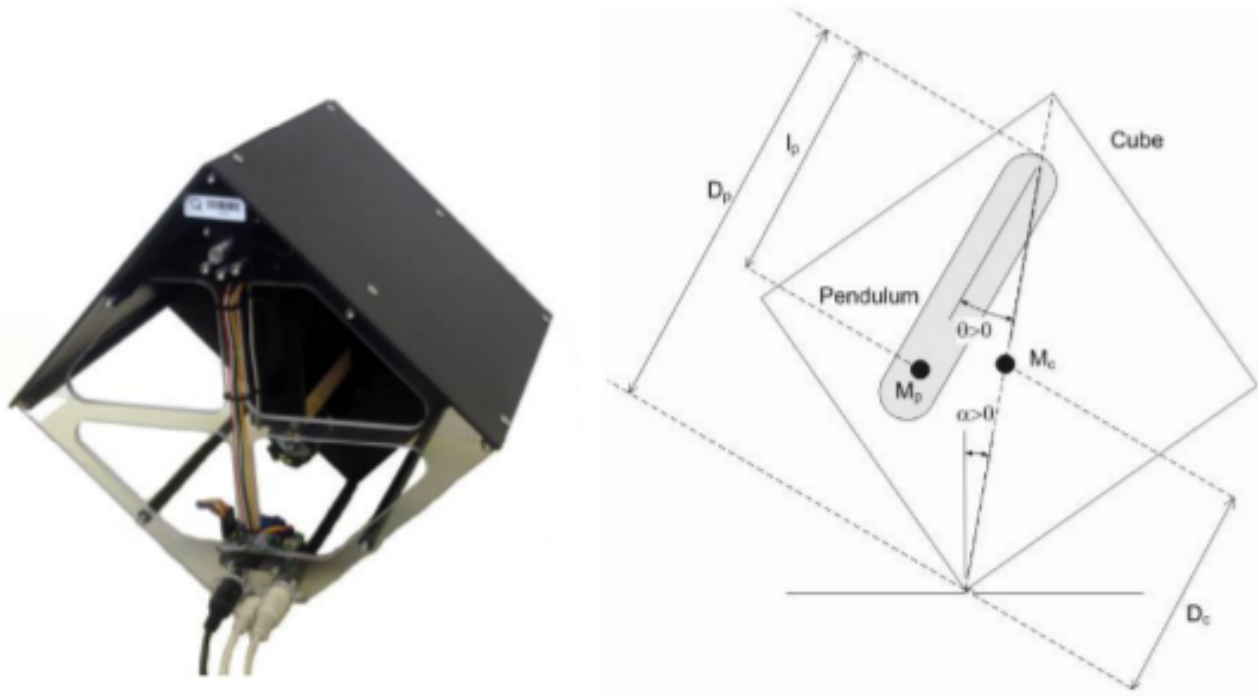


Figura 1: Sistema de “cubo” que será la planta en la experiencia. A la izquierda se presenta el sistema real y a la derecha un diagrama de los aspectos relevantes para modelarlo.

## 2. Marco Teórico

### 2.1. Representación en variables de estado

Formalmente, se define como vector de estados  $x(t)$  del sistema, el conjunto mínimo de parámetros que dada una condición inicial  $x(t_0)$  y la entrada  $u(t)$  con  $t \geq t_0$ , permiten caracterizar la salida  $y(t)$  de un sistema dinámico, para todo  $t \geq t_0$ .

#### 2.1.1. Tiempo Continuo

Un sistema lineal en variables de estado de tiempo continuo se suele modelar por las ecuaciones (1) y (2), donde si  $x(t)$  es de dimensión  $n$ ,  $u(t)$  de dimensión  $m$ , e  $y(t)$  de dimensión  $q$ , entonces  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{q \times q}$  y  $D \in \mathbb{R}^{q \times m}$  son matrices que representan el sistema dinámico, mediante relaciones lineales entre sus estados, entradas y salidas.

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (1)$$

$$y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t) \quad (2)$$

Si además el sistema es invariante en el tiempo, se tendrá que  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  son matrices constantes.

#### 2.1.2. Tiempo Discreto

Para el caso de tiempo discreto, la representación en variables de estado está basada en ecuaciones de diferencias, que permiten describir la dinámica del sistema. Además, se trabaja con una frecuencia de muestreo fija  $T_s$ .

De manera análoga al caso continuo y bajo las suposiciones de que la planta es un sistema LTI (Linear Time Invariant), se tendrá una representación discreta equivalente dada por las ecuaciones (3) y (4), para el estado del sistema  $x(t)$  y la salida  $y(t)$ . Además, dado que se muestrea en intervalos fijos de tiempo, se suele trabajar con el cambio de variable  $t = k \cdot T_s$ , donde  $t$  es el tiempo transcurrido y  $k$  es la numeración del intervalo de tiempo actual.

$$x[k+1] = Ax[k] + Bu[k] \quad (3)$$

$$y[k] = Cx[k] + Du[k] \quad (4)$$

### 2.1.3. Discretización de sistemas LTI continuos

Dado que la experiencia requiere discretizar el sistema continuo, para luego implementar un controlador discreto, esta sección explica la transformación a realizar. Los controladores suelen ser implementados discretamente en la práctica, utilizando un retenedor de orden cero (ZoH) antes de pasar a la planta, el que se encarga de generar una señal continua a partir de la salida discreta del controlador. En la Figura 2 se presenta la respuesta de un ZoH ante una señal discreta.

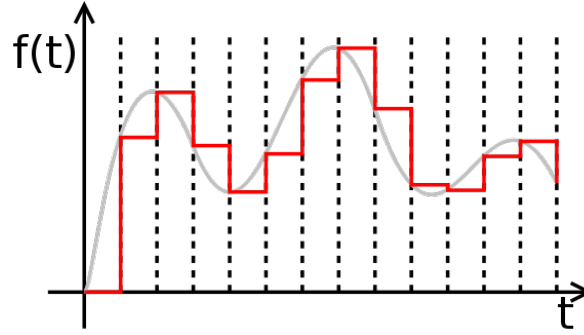


Figura 2: Función Zero-Order-Hold (ZoH). En claro, se presenta la señal original muestreada a intervalos regulares, en rojo se presenta la respuesta del ZoH.

Para diseñar controladores discretos conviene considerar el efecto del ZoH en la respuesta de la planta, lo que se realiza considerando el subsistema (ZoH-Planta) como un todo. Un método para ello, es usar la aproximación de Tustin, lo que requiere conocer la función de transferencia del sistema, que en este caso no se posee.

Otro método consiste en discretizar directamente el sistema continuo en variables de estado, mediante la transformación presentada en la ecuación (5), donde  $A_d$  y  $B_d$  se calculan mediante las expresiones (6) y (7). La representación generada es el equivalente discreto de la representación en tiempo continuo de la ecuación (1), considerando un tiempo de muestreo  $T_s$  constante [1].

$$x[k+1] = A_d x[k] + B_d u[k] \quad (5)$$

$$A_d = e^{AT_s} \quad (6)$$

$$B_d = \int_0^{T_s} e^{A\lambda} B d\lambda \quad (7)$$

Esta discretización se puede realizar en MATLAB mediante el comando `sysd`, que permite especificar el sistema en variables de estado y  $T_s$ , para retornar la versión discretizada.

## 2.2. Linealización y puntos de equilibrio

### 2.2.1. Linealización de sistemas dinámicos

Para un sistema dinámico no lineal como el presentado en las ecuaciones (8), (9), y considerando un punto de operación  $(x_{op}, u_{op})$ , se tendrá el sistema linealizado de ecuaciones (10) y (11), obtenido a partir de una expansión en series de Taylor de cada ecuación dinámica original [2].

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad (8)$$

$$y(t) = g(x(t), u(t)) \quad (9)$$

$$\dot{x}_\delta(t) = Ax_\delta(t) + Bu_\delta(t) \quad (10)$$

$$y_\delta(t) = Cx_\delta(t) + Du_\delta(t) \quad (11)$$

donde  $x_\delta = x - x_{op}$ ,  $u_\delta = u - u_{op}$ ,  $y_\delta = y - y_{op}$ ,  $y_{op} = g(x_{op}, u_{op})$ , y las matrices A, B, C, D quedan definidas por las expresiones (12), (13), (14) y (15), respectivamente. Además,  $x$  es de dimensión  $n$ ,  $y$  es de dimensión  $q$  y  $u$  es de  $m$ .

$$A = \left. \frac{\partial f(\cdot)}{\partial x} \right|_{x_{op}, u_{op}} \quad (\dim(A) = n \times n) \quad (12)$$

$$B = \left. \frac{\partial f(\cdot)}{\partial u} \right|_{x_{op}, u_{op}} \quad (\dim(B) = n \times m) \quad (13)$$

$$C = \left. \frac{\partial g(\cdot)}{\partial x} \right|_{x_{op}, u_{op}} \quad (\dim(C) = q \times n) \quad (14)$$

$$D = \left. \frac{\partial g(\cdot)}{\partial u} \right|_{x_{op}, u_{op}} \quad (\dim(D) = q \times m) \quad (15)$$

## 2.3. Observabilidad y Controlabilidad

La observabilidad y controlabilidad de un sistema son aspectos duales de un mismo problema. Garantizar la observabilidad de un sistema permitirá saber si es posible generar observadores para todos los estados internos de él, y por otro lado, la controlabilidad nos garantiza que es posible construir un controlador para llevar al sistema a un estado deseable.

### 2.3.1. Observabilidad

Un sistema es observable, si se pueden estimar sus estados en un tiempo finito y sólo a partir de sus entradas y salidas. En sistemas lineales la propiedad de observabilidad puede ser comprobada a partir de la matriz de observabilidad  $O$ , presentada en la expresión (16), donde se debe verificar que su rango sea igual a la cantidad de variables de estado  $n$ , o análogamente, si  $O$  tiene  $n$  filas linealmente independientes, el sistema es observable.

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

### 2.3.2. Controlabilidad

Un sistema es controlable, si es posible llevarlo desde un estado particular a otro en el espacio de estados, mediante una entrada admisible y en un tiempo finito, o análogamente, que siempre exista una entrada que permita cambiar desde un estado a cualquier otro en un tiempo acotado. En los sistemas lineales la propiedad de controlabilidad puede ser comprobada a partir de la matriz de controlabilidad  $R$ , presentada en la expresión (17), de forma que  $R$  tiene un rango igual a la cantidad de variables de estado  $n$ , o dicho de otra forma,  $R$  tiene  $n$  filas linealmente independientes, el sistema es controlable.

$$R = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad (17)$$

## 2.4. Observador de Luenberger Completo y Reducido

El observador de Luenberger permite estimar los estados internos de un sistema lineal a partir de las observaciones de la entrada y salida del mismo. En la figura 3 se puede observar un diagrama del observador montado en paralelo con el sistema. Éste observador se vale del conocimiento de la planta para emularla o clonarla de forma de someterla a la misma entrada del sistema, por otro lado, los estados internos del observador son calculados a partir del error entre la salida real y la estimada ponderada por una ganancia llamada de Luenberger, si ésta ganancia es seleccionada correctamente, es decir que  $(A - LC)$  tenga valores propios en la parte negativa, se logra en un tiempo reducido que el sistema clon del observador se parezca cada vez más a el sistema original y por tanto también sus estados internos.

El observador de Luenberger puede ser completo o reducido y esto depende de si existen estados que efectivamente pueden ser medidos y utilizados, de forma que un observador de Luenberger reducido cuenta no sólo con información de los parámetros de la planta (es decir las matrices  $A$ ,  $B$ ,



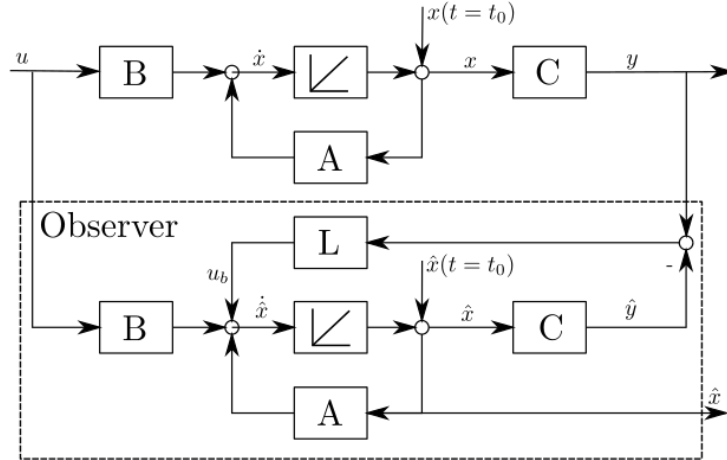


Figura 3: Diagrama de bloques del observador de Luenberger.

$C$  y  $D$ ) sino también con algunos de los estados internos, mientras que el observador de Luenberger completo solo tiene información de los parámetros de la planta.

Dado los parámetros de la planta, la ecuación dinámica del observador de Luenberger es la que se puede observar en la ecuación (18), donde es de interés la dinámica del error entre la estimación y los estados del sistema  $\Delta x(t)$ .

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \Delta x(t) &= (A\hat{x}(t) + Bu(t) - LC\Delta x(t)) - (Ax(t) - Bu(t)) \\ &= (A - LC)\Delta x(t) \end{aligned} \quad (18)$$

donde  $\Delta x(t) = \hat{x}(t) - x(t)$ .

## 2.5. Filtro de Kalman

El filtro de Kalman es un algoritmo que permite estimar los estados de un sistema dinámico lineal estocástico, bajo la suposición de que el sistema tiene ruido blanco aditivo. La diferencia entre el observador de Luenberger y el de Kalman reside en la ganancia  $K$  de realimentación del error, la que debe ser elegida manualmente (y es constante) en Luenberger, mientras que para el filtro de Kalman, ésta es calculada de forma óptima cuando se conocen las varianzas de los ruidos que afectan al sistema. Ya que el Filtro de Kalman es un algoritmo recursivo, este se puede ejecutar en tiempo real usando únicamente las mediciones de entrada actuales, el estado calculado previamente y su matriz de incertidumbre, sin requerir alguna otra información pasada, como el estado inicial del sistema, garantizando convergencia a pesar de las condiciones iniciales.

En la Figura 4 se puede ver el esquema de cálculo de estados de Kalman en donde es posible apreciar que existen 2 etapas en el proceso del filtro, predicción y corrección. La predicción estima

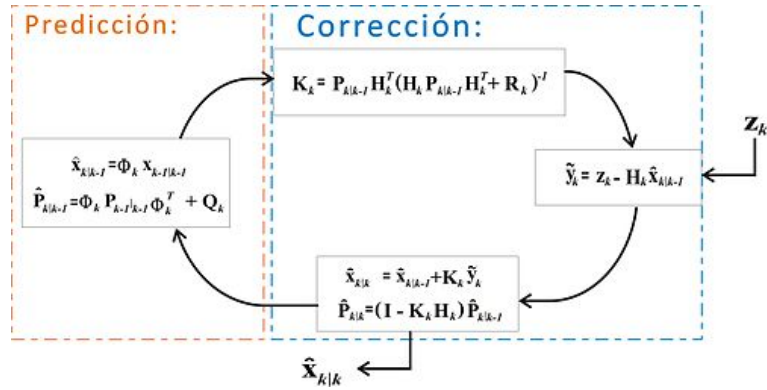


Figura 4: Esquema del proceso de estimación del estado con un filtro de Kalman. A la izquierda se presenta la etapa de predicción, mientras que a la derecha se detalla la de corrección.

el estado a priori, según el modelo dinámico del sistema. La corrección utiliza la estimación a priori junto a las mediciones, para obtener una estimación a posteriori del estado.

### 3. Procedimiento en el Laboratorio

#### 3.1. Representación en variables de estado

La planta que se desea controlar, presentada en el diagrama de la Figura 1, tiene dos variables que definen su estado: al ángulo  $\alpha$  del cubo, respecto de la vertical, y  $\theta$ , correspondiente al ángulo del péndulo respecto de la diagonal del cubo. El resto de los símbolos indican parámetros geométricos conocidos.

Las expresiones (19) y (20) presentan la dinámica del sistema, en función de  $\alpha$  y  $\theta$ . Donde los valores de las constantes  $a_i$ ,  $b_j$  y  $c_k$  son conocidos.

$$\begin{aligned} \frac{d^2\alpha}{dt^2} &= \frac{1}{(c_1 + c_2 \cos^2(\theta))c_3} \cdot [(a_1 + a_2 \cos(\theta)) \sin(\theta) \dot{\alpha}^2 \\ &\quad + a_3 \sin(\theta) \dot{\theta} \dot{\alpha} + a_4 \sin(\theta) \dot{\theta}^2 + (a_5 + a_6 \cos(\theta)) \dot{\theta} \\ &\quad + a_7 + a_8 \cos(\theta)) u + a_9 \sin(\alpha) \cos^2(\theta) + a_{10} \sin(\alpha) + a_{11} \cos(\theta) \cos(\alpha) \sin(\theta)] \\ &= f_1(\alpha, \theta, \dot{\alpha}, \dot{\theta}, u) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\theta}{dt^2} &= \frac{1}{(c_1 + c_2 \cos^2(\theta))c_3} \cdot [(b_1 + b_2 \cos(\theta)) \sin(\theta) \dot{\alpha}^2 \\ &\quad + (b_3 \cos(\theta) + b_4) \sin(\theta) \dot{\theta} \dot{\alpha} + (b_5 + b_6 \cos(\theta)) \sin(\theta) \dot{\theta}^2 \\ &\quad + (b_7 + b_8 \cos(\theta)) \dot{\theta} + (b_9 + b_{10} \cos(\theta)) u + (b_{11} + b_{12} \cos(\theta)) \sin(\alpha) \\ &\quad + b_{13} \sin(\alpha) \cos^2(\theta) + b_{14} \cos(\alpha) \sin(\theta) + b_{15} \cos(\theta) \sin(\theta) \cos(\alpha)] \\ &= f_2(\alpha, \theta, \dot{\alpha}, \dot{\theta}, u) \end{aligned} \quad (20)$$

De las ecuaciones dinámicas (19) y (20), se propone un vector de estados compuesto por  $\alpha$ ,  $\theta$  y sus respectivas derivadas  $\dot{\alpha}$  y  $\dot{\theta}$ , para así tener un sistema de primer orden que pueda ser linealizado fácilmente y además, porque las ecuaciones dinámicas están compuestas por las aceleraciones de los ángulos base. Con lo anterior, se tendrá el vector de estados presentado en la expresión (21). En la expresión (22) se presenta la derivada del vector de estados, que representa la dinámica del sistema.

$$x(t) = \begin{pmatrix} \alpha \\ \theta \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \quad (21)$$

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \\ f_1(\alpha, \theta, \dot{\alpha}, \dot{\theta}, u) \\ f_2(\alpha, \theta, \dot{\alpha}, \dot{\theta}, u) \end{pmatrix} \quad (22)$$

### 3.2. Linealización del sistema

Para linealizar el sistema se utilizará el punto de operación  $x_0 = (0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$  y el método de linealización descrito en las ecuaciones (12), (13), (14) y (15), de donde se derivan las expresiones (23), (23), (23) y (23) que caracterizan el sistema linealizado.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 41,2707 & -40,6150 & 0 & -5,0285 \\ -36,6645 & -97,1819 & 0 & -23,2838 \end{pmatrix} \quad (23)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2,3945 \\ 11,0875 \end{pmatrix} \quad (24)$$

$$C = (1 \ 0 \ 0 \ 0) \quad (25)$$

$$D = 0 \quad (26)$$

Por lo tanto, el sistema linealizado completo queda descrito por el sistema de la expresión (27):

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(X - X_0) + Bu \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 41,2707 & -40,6150 & 0 & -5,0285 \\ -36,6645 & -97,1819 & 0 & -23,2838 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \theta \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2,3945 \\ 11,0875 \end{pmatrix} u \\ y(t) &= C(X - X_0) = (1 \ 0 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} \alpha \\ \theta \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (27)$$

Donde se utilizó la matriz  $C = (1 \ 0 \ 0 \ 0)$ , pues permite obtener  $\alpha$  como salida del sistema, para

así poder diseñar un controlador del tipo feedforward con este valor. Las matrices de controlabilidad  $C_O$  y observabilidad  $O_O$  del sistema son (28) y (29), respectivamente.

$$C_O = \begin{pmatrix} 0 & 2,3945 & -55,753 & 946,66 \\ 0 & 11,088 & -258,16 & 4845,6 \\ 2,3945 & -55,753 & 946,66 & -16182 \\ 11,088 & -258,16 & 4845,6 & -85692 \end{pmatrix} \quad (28)$$

$$O_O = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 41,271 & -40,615 & 0 & -5,0285 \\ 184,37 & 488,68 & 41,271 & 76,468 \end{pmatrix} \quad (29)$$

De  $C_O$  y  $O_O$ , se desprende que el sistema linealizado en  $x_0 = (0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$  es observable y controlable, pues el rango de ambas matrices es 4. Por otro lado, la matriz  $A$  tiene 2 polos complejos en  $(-6,5465 \pm 1,4363j)$  y 2 polos reales en  $-17,277$  y  $7,0866$ , donde el último se ubica en el lado derecho del plano complejo, por lo que el sistema es inestable.

### 3.3. Métodos de discretización

Para discretizar el sistema de la expresión (27) se utiliza la función *c2d* de Matlab, que permite convertir un sistema linealizado continuo a discreto, usando en este caso una tasa de muestreo es  $T_s = 0,002[s]$ , generando el sistema discreto de la expresión (30):

$$x[k+1] = \begin{pmatrix} 1 & -8,058 \cdot 10^{-5} & 0,002 & -9,956 \cdot 10^{-6} \\ -7,22 \cdot 10^{-5} & 0,9998 & -4,832 \cdot 10^{-8} & 0,001954 \\ 0,08291 & -0,08026 & 1 & -0,009906 \\ -0,07165 & -0,1899 & -7,22 \cdot 10^{-5} & 0,9543 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha[k] \\ \theta[k] \\ \dot{\alpha}[k] \\ \dot{\theta}[k] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4,715 \cdot 10^{-6} \\ 2,183 \cdot 10^{-5} \\ 0,004679 \\ 0,02167 \end{pmatrix} u[k]$$

$$y[k] = (1 \ 0 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} \alpha[k] \\ \theta[k] \\ \dot{\alpha}[k] \\ \dot{\theta}[k] \end{pmatrix} = \alpha[k] \quad (30)$$

El método de discretización por defecto utilizada por la función “c2d” de Matlab es “Zero Order Hold”, el cual asume que la entrada se mantiene en el tiempo entre los intervalos de tiempo de muestreo. también existen otras aproximaciones que intentan hacer una interpolación de los datos de muestreo con orden de polinomios superiores. Otro método utilizado es el de Tustin o transformación bilineal el cual utiliza la aproximación (31) para pasar del espacio de Laplace al espacio  $Z$ , lo anterior genera un retraso sobre el sistema el cual es proporcional al tiempo

de muestreo utilizado, de forma que con tasas pequeñas de muestreo la aproximación es mejor y el retraso menor.

$$\begin{aligned}
 z &= e^{sT} \\
 &= \frac{e^{sT/2}}{e^{-sT/2}} \\
 &\approx \frac{1 + sT/2}{1 - sT/2}
 \end{aligned} \tag{31}$$

### 3.4. Diseño de control realimentado

Dado el sistema linealizado se requiere un control sobre la variable de estado  $\alpha$  donde la referencia sería el ángulo 0. Además, dado que el sistema es inestable es necesario generar un control que estabilice al sistema y que considere la dinámica del mismo, en donde una pequeña oscilación puede fácilmente desestabilizar al sistema, por lo tanto dentro del diseño se puede considerar un control con un tiempo de estabilización rápido como 20[ms] considerando también el tiempo de muestreo (100 samples), aunque este valor puede variar según las pruebas en el cubo. Los controladores propuestos son del tipo clásico (PI, PID, etc) y óptimo (LQR, LQG, etc).

### 3.5. Diseño de observador de Luenberger

Como se vio en el marco teórico el Observador de Luenberger necesita clonar la planta y además calcular una matriz  $L$  tal que los valores propios de la matriz  $A - LC$  sean estables y permitan un tiempo de convergencia adecuado al problema. Por otro lado el sistema es de orden 2 de forma que el polinomio característico de  $A - LC$  es  $p(\lambda) = \lambda^2 + 2\omega\lambda + \omega^2$ , donde  $\omega$  depende de los polos seleccionados para el observador, en este caso estos deben ser estables y rápidos respecto al sistema lineal dada la dinámica inestable del sistema del cubo. En general un valor grande de  $L$  garantiza convergencia sin embargo esto también implica errores iniciales grandes en la estimación.

### 3.6. Transición de observador determinístico a estocástico

Para transformar el observador de Luenberger a un filtro de Kalman es necesario mencionar que el observador de Luenberger a diferencia del filtro de Kalman el valor de la ganancia  $L$  no está determinada y debe ser calculada por ubicación de polos, mientras que Kalman entrega una fórmula exacta de su ganancia que depende de las varianzas de los sensores. Kalman incluye información extra del sistema la cual es la distribución del ruido sobre él. Como Kalman es un proceso iterativo para calcular la ganancia de Kalman es necesaria la matriz de covarianza inicial de las mediciones y las observaciones del sistema, además del error entre la salida del sistema real y el estimado.



Las matrices de covarianzas dependen de los sensores de forma que para su calculo se utilizara la información del Datasheet de los mismos.



## 4. Consideraciones generales

- Se puede considerar el uso de un filtro anti-aliasing para eliminar la posibilidad de leer señales ficticias, producto de altas frecuencias muestreadas a un bajo  $T_s$ .
- Puede ser necesaria la introducción de retardos de transporte en caso de que el controlador sea muy lento en relación a  $T_s$  (a lo más  $0,1T_s$ ).
- La planta es rápida por lo tanto es importante que los controladores tengan tiempos de respuestas rápidos (tiempo de establecimiento  $t_s$ ).
- La planta es altamente no-lineal e inestable para el punto de operación deseado. Por ello, es natural esperar un mal desempeño del sistema a largo plazo, pues bastan errores pequeños en la estimación de estados, para realizar un control erróneo que desencadene una respuesta que bote el cubo.
- Si se desea cero error en estado estacionario, es necesario añadir al controlador una componente integral, lo que se realiza expandiendo el vector de estados con una variable que indique el error en respecto de la referencia.
- El filtro de Kalman sólo asegura resultados óptimos en promedio y cuando los errores distribuyen como una normal de media cero, por lo que será natural obtener comportamientos subóptimos del filtro debido a la suposición de distribución, y en instancias aisladas de pruebas, donde no se considera el desempeño promedio.





## 5. Referencias

- [1] Universidad Nacional de la Plata. Apuntes de control moderno. Versión online, consultada el 7/10/2015: <http://www.ing.unlp.edu.ar/controlm/electronica/archivos/apuntes/cap6.pdf>
- [2] Rodriguez, José Luis. Control Moderno. Versión online, consultada el 7/10/2015: <http://www.unet.edu.ve/~jlrodriguezp/linealzn.pdf>