



Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Departamento de Informática e Matemática Aplicada

Relatório da 1ª Unidade - Grafos

Alexandre Dantas, Andriel Vinicius, Gabriel Carvalho, Maria Paz e
Vinicius de Lima

Professor: Matheus Menezes

10 de outubro de 2025

Sumário

Lista de Figuras	iii
Lista de Tabelas	iv
1 Introdução	1
1.1 Especificação da API	1
1.1.1 Para Grafos Não Direcionados	1
1.1.2 Para Grafos Direcionados (ou Dígrafos)	2
1.2 Solução proposta	2
1.2.1 Traços	2
1.2.2 Iteradores	2
1.3 Organização do relatório	3
2 Revisão teórica	4
3 Methodology	6
3.1 Examples of the sections of a methodology chapter	6
3.1.1 Example of a software/Web development main text structure	7
3.1.2 Example of an algorithm analysis main text structure	7
3.1.3 Example of an application type main text structure	7
3.1.4 Example of a science lab-type main text structure	8
3.1.5 Ethical considerations	8
3.2 Example of an Equation in \LaTeX	9
3.3 Example of a Figure in \LaTeX	9
3.4 Example of an algorithm in \LaTeX	10
3.5 Example of code snippet in \LaTeX	10
3.6 Example of in-text citation style	11
3.6.1 Example of the equations and illustrations placement and reference in the text	11
3.6.2 Example of the equations and illustrations style	11
3.7 Summary	12
4 Results	13
4.1 A section	13
4.2 Example of a Table in \LaTeX	14
4.3 Example of captions style	14
4.4 Summary	14

5 Discussion and Analysis	15
5.1 A section	15
5.2 Significance of the findings	15
5.3 Limitations	15
5.4 Summary	15
6 Testes de performance	16
6.1 Metodologia de testes	16
6.1.1 Micro Benchmarking estatístico	17
6.1.2 Micro Benchmarking de alta precisão	17
6.2 Testes realizados	17
6.3 Resultados	20
6.3.1 Especificações da máquina usada nos testes	20
6.3.2 Busca em profundidade	20
7 Reflection	26
Referências Bibliográficas	27
Appendices	28
A Atividades desenvolvidas por cada integrante	28

Lista de Figuras

2.1	Um grafo com $V := \{1, 2, 3, 4\}$ e $A := \{(1, 2), (1, 4), (2, 3)\}$	4
2.2	Um grafo com $V := \{u, v\}$ e $A := \{(u, v)\}$	4
2.3	Um grafo não direcionado com $V := \{a, b, c\}$ e $A := \{ab, ba, bc, cb\}$	5
2.4	Um grafo bipartido com $V_1 := \{a, b, c\}$ e $V_2 := \{u, v\}$	5
6.1	Gráfico de inclinação do Micro Benchmark estatístico da DFS em Rust. . . .	21
6.2	Gráfico de regressão das amostras do Micro Benchmark estatístico da DFS em Rust.	22
6.3	Gráfico de inclinação do Micro Benchmark estatístico da DFS em C++. . . .	23
6.4	Gráfico de regressão das amostras do Micro Benchmark estatístico da DFS em C++.	24
6.5	Gráfico do Micro Benchmark de alta precisão da busca em profundidade. . .	25

Lista de Tabelas

3.1	Undergraduate report template structure	6
3.2	Example of a software engineering-type report structure	7
3.3	Example of an algorithm analysis type report structure	7
3.4	Example of an application type report structure	8
3.5	Example of a science lab experiment-type report structure	8
4.1	Example of a table in \LaTeX	14
6.1	Especificações do sistema de teste	20
6.2	Tabela de resultados do Micro Benchmark de alta precisão da busca em profundidade.	24

Capítulo 1

Introdução

Este projeto tem como objetivo implementar uma API de algoritmos relacionados a Grafos na linguagem de programação Rust. A especificação da API segue as funcionalidades descritas na definição da Avaliação 01 da disciplina de Grafos, sob o Departamento de Informática e Matemática Aplicada (DIMAp) da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN).

Nesta implementação, a especificação da API se materializa em grande parte como *traços* (*traits*) de Rust. Tal conceito é semelhante a noção de *interface* em linguagens como Java e Go e praticamente idêntico ao conceito de *typeclasses* em linguagens como Haskell. O uso de traços permite que a API seja flexível e mantenha fidelidade as definições algébricas, além do mais, permite, por meio da implementação a nível de traço, que o código seja genérico e eficiente para as diversas representações de grafos.

Além dos traços, fizemos grande uso do conceito de *iteradores*, que também surgem a partir de traços, essa abstração permite que o código fique ainda mais reutilizável, sem que a eficiência seja comprometida.

Neste relatório vamos discutir a implementação e apresentar essas vantagens em detalhes. Além disso, vamos demonstrar empiricamente a partir de testes de benchmark que apesar do alto nível de abstração, a eficiência dos algoritmos ainda fica a par de implementações ótimas feitas em C++.

Para assegurar o comportamento esperado dos algoritmos, também implementamos mais de 50 testes unitários que testam e validam as implementações. Entretanto, por causa da extensão dos testes, vamos disponibilizá-los apenas através do código fonte da API.

1.1 Especificação da API

De acordo com a definição da Avaliação 01 a API deve possuir as seguintes funcionalidades:

1.1.1 Para Grafos Não Direcionados

1. Criação do Grafo a partir da Lista de Adjacências.
2. Criação do Grafo a partir da Matriz de Adjacências.
3. Criação do Grafo a partir da Matriz de Incidência.
4. Conversão de matriz de adjacência para lista de Adjacências e vice-versa.
5. Função que calcula o grau de cada vértice.
6. Função que determina se dois vértices são adjacentes.

7. Função que determina o número total de vértices.
8. Função que determina o número total de arestas.
9. Inclusão de um novo vértice usando Lista de Adjacências e Matriz de Adjacências.
10. Exclusão de um vértice existente usando Lista de Adjacências e Matriz de Adjacências.
11. Função que determina se um grafo é conexo ou não.
12. Determinar se um grafo é bipartido.
13. Busca em Largura, a partir de um vértice específico.
14. Busca em Profundidade, com determinação de arestas de retorno, a partir de um vértice em específico.
15. Determinação de articulações e componentes biconexos, utilizando obrigatoriamente a função `lowpt`.

1.1.2 Para Grafos Direcionados (ou Dígrafos)

16. Representação do Dígrafo a partir da Matriz de Adjacências.
17. Representação do Dígrafo a partir da Matriz de Incidência.
18. Determinação do Grafo subjacente.
19. Busca em largura.
20. Busca em profundidade, com determinação de profundidade de entrada de saída de cada vértice, e arestas de árvore, retorno, avanço e cruzamento.

1.2 Solução proposta

1.2.1 Traços

Como discutido brevemente no início do capítulo (1), nossa solução se baseia na criação de traços e iteradores que vão implementar os algoritmos descritos na especificação da API (1.1). Um traço define a funcionalidade que um tipo tem e que pode compartilhar com outros tipos (Klabnik et al., 2025b). No nosso caso específico, haverá um traço para grafos não direcionados, chamado de `Graph`, e um traço para grafos direcionados, chamado de `UndirectedGraph`. O traço `UndirectedGraph` herdará as propriedades do traço `Graph`, permitindo que os algoritmos definidos em `Graph` funcionem em `UndirectedGraph`. Essa escolha faz sentido porque na nossa implementação o grafo não direcionado funciona melhor como uma extensão do grafo direcionado.

1.2.2 Iteradores

Quanto ao uso de iteradores, eles serão implementados em algoritmos que envolvem algum tipo de travessia no grafo, como a Busca em Profundidade (DFS) dos itens 14 e 20, e a Busca em Largura (BFS) dos itens 13 e 19. A vantagem de implementar iteradores para esses algoritmos é que outros algoritmos, como a Determinação de Componentes Biconexos, do item 15, fica derivável dessa implementação. Além disso, a implementação em forma de

iteradores permite que possíveis usuários da API tenham acesso ao extenso framework de iteradores que a biblioteca padrão de Rust oferece. Alguns exemplos de uso de iteradores para além da implementação da API, seriam, a determinação de ciclos no grafo, a determinação de menor caminho entre dois vértices, a busca por um vértice específico, uma filtragem de vértices durante a busca, uma modificação do grafo durante a busca, algoritmos de backtracking e outros, tudo isso apenas compondo a implementação inicial. É importante ressaltar, também, que o iterador de Rust não perde desempenho em relação a uma implementação tradicional com loops (Klabnik et al., 2025a; *Zero-cost abstractions: performance of for-loop vs. iterators* — stackoverflow.com, 2018), inclusive podendo ser mais ótimo devido a otimizações do compilador. Essa capacidade lhe dá o apelido de abstração de custo zero.

1.3 Organização do relatório

No capítulo 2, vamos apresentar as definições que vamos usar durante o relatório e construir a base necessária para que o leitor consiga acompanhar a parte teórica em sua totalidade. Nessa seção revisaremos conceitos como definição de grafo, vértices, arestas, adjacência, conectividade e outros.

No capítulo 3, vamos revisar as representações de grafos nas estruturas de dados que temos disponíveis na linguagem de programação, estas são, Lista de Adjacência, Matriz de Adjacência e Matriz de Incidência. Também vamos discorrer um pouco sobre as vantagens e desvantagens de cada uma.

No capítulo 4, vamos descrever em uma linguagem de pseudocódigo a implementação dos algoritmos da especificação da API. Novamente, para preparar o leitor teoricamente para a implementação em Rust.

No capítulo 5, vamos apresentar e discorrer sobre as partes relevantes do código em Rust que implementa a API e consequentemente as representações e algoritmos descritos nos capítulos 3 e 4.

No capítulo 6, vamos demonstrar porque as abstrações utilizadas na implementação é zero custo comparando sua performance com uma implementação tradicional em C++.

No capítulo 7, vamos discutir as possíveis melhorias a nossa API e quais podem ser os futuros próximos passos.

No apêndice A, você poderá consultar as atividades desenvolvidas por cada integrante.

Capítulo 2

Revisão teórica

As definições utilizadas neste projeto foram, em grande parte, retiradas de [Diestel \(2025\)](#), com algumas modificações. Como a implementação dos algoritmos está em inglês, também apresentaremos o correspondente de cada definição em inglês, entre parênteses.

Definição 1 (Grafo). Um *grafo* (*graph*) é uma estrutura $G := (V, A)$ tal que $A \subseteq V^2$ e V é um conjunto de um tipo qualquer. Os elementos de V são denominados *vértices* (*nodes*) e os elementos de A são denominados de *arestas* (*edges*). O jeito tradicional de visualizar um grafo é como uma figura composta de bolas e setas:

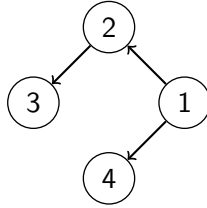


Figura 2.1: Um grafo com $V := \{1, 2, 3, 4\}$ e $A := \{(1, 2), (1, 4), (2, 3)\}$.

Definição 2 (Ordem e Tamanho). O número de vértices de um grafo G é chamado de *ordem* (*order*) e é denotado por $|G|$ – o número de arestas é chamado de *tamanho* (*size*) e é denotado por $||G||$. Por exemplo, na Figura 2.1, $|G| = 4$ e $||G|| = 3$.

Definição 3 (Adjacência). Dizemos que um vértice v é *adjacente*, ou *vizinho*, de um vértice u (*neighbor*) se somente se $(u, v) \in A$, também, denotaremos (u, v) como uv . Visualmente, enxergamos isso como:

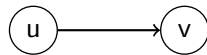


Figura 2.2: Um grafo com $V := \{u, v\}$ e $A := \{(u, v)\}$.

Definição 4 (Conjunto de adjacentes). Num grafo G , o conjunto de todos os vértices adjacentes de u (*neighbors*) é denotado por $A_G(u) := \{v \in V \mid uv \in A\}$. Já o conjunto de todos os vértices que em que v é adjacente será denotado por $\bar{A}_G(u) := \{v \in V \mid vu \in A\}$.

Definição 5 (Grau de um vértice). O *grau de um vértice* v (*node degree*) é o valor correspondente da soma $|A_G(v)| + |\bar{A}_G(v)|$. Também denotamos $|A_G(v)|$ como $d^+(v)$, $|\bar{A}_G(v)|$ como $d^-(v)$ e sua soma como $d(v)$.

Definição 6 (Caminho). Um *caminho* (*path*) é um grafo $C := (V, A)$ que tem a forma:

$$V := \{x_0, x_1, \dots, x_k\} \quad A := \{x_0x_1, x_1x_2, \dots, x_{k-1}x_k\}$$

Dizemos que C é um caminho de x_0 a x_k . Normalmente nos referimos ao caminho como a sequência dos seus vértices, $x_0x_1\dots x_k$.

Definição 7 (Conectividade). Dizemos que um grafo G é conexo (*connected*) se somente se para quaisquer dois vértices u e v , existe um caminho entre eles.

Definição 8 (Grafo não direcionado). Dizemos que um grafo G é *não direcionado* (*undirected*) se somente se A é simétrico, ou seja, se $uv \in A$ então $vu \in A$. O nome não direcionado vem da ideia de que os grafos que viemos discutindo até agora são denominados de *direcionados*, ou simplesmente *dígrafos*. Na literatura é comum apresentar grafo não direcionado como grafo e depois o direcionado como dígrafo, resolvemos inverter a ordem pois assim se traduz melhor nas representações de grafos que vamos implementar. Um grafo não direcionado pode ser visualizado sem a ponta das setas:

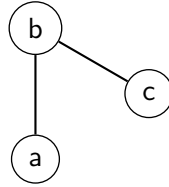


Figura 2.3: Um grafo não direcionado com $V := \{a, b, c\}$ e $A := \{ab, ba, bc, cb\}$

Também é comum omitir a simetria das arestas se pelo contexto for claro que está sendo tratado de um grafo não direcionado, na Figura 2.3, o conjunto de arestas A seria escrito como $\{ab, bc\}$.

Definição 9 (Grafo subjacente). O grafo subjacente (*underlying*) de um grafo direcionado $G := (V, A)$ é o grafo $S := (V, A')$ onde $A' := \{vu \mid uv \in A\} \cup A$.

Definição 10 (Grafo Bipartido). Dizemos que um grafo $G := (V, A)$ é bipartido (*bipartite*) se somente se existem dois conjuntos disjuntos V_1, V_2 tal que $V_1 \cup V_2 = V$, e que para todo $(u, v) \in A$, $(u \in V_1 \text{ e } v \in V_2)$ ou $(u \in V_2 \text{ e } v \in V_1)$, isto é, toda aresta em A conecta um vértice de V_1 a um vértice de V_2 .

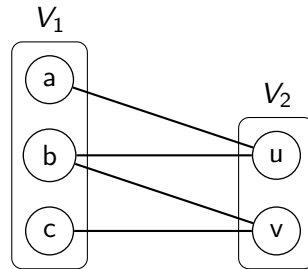


Figura 2.4: Um grafo bipartido com $V_1 := \{a, b, c\}$ e $V_2 := \{u, v\}$

Definição 11 (Grafo Biconexo). Dizemos que um grafo $G := (V, A)$ é biconexo (*biconnected*) se somente se $|G| > 2$ e para todo $v \in V$, o subgrafo de G resultante da remoção de v é conexo, isto é, $G - \{v\}$ é conexo.

Capítulo 3

Methodology

We mentioned in Chapter 1 that a project report's structure could follow a particular paradigm. Hence, the organization of a report (effectively the Table of Content of a report) can vary depending on the type of project you are doing. Check which of the given examples suit your project. Alternatively, follow your supervisor's advice.

3.1 Examples of the sections of a methodology chapter

A general report structure is summarised (suggested) in Table 3.1. Table 3.1 describes that, in general, a typical report structure has three main parts: (1) front matter, (2) main text, and (3) end matter. The structure of the front matter and end matter will remain the same for all the undergraduate final year project report. However, the main text varies as per the project's needs.

Tabela 3.1: Undergraduate report template structure

Frontmatter	Title Page
	Abstract
	Acknowledgements
	Table of Contents
	List of Figures
	List of Tables
	List of Abbreviations
Main text	Chapter 1 Introduction
	Chapter 2 Literature Review
	Chapter 3 Methodology
	Chapter 4 Results
	Chapter 5 Discussion and Analysis
	Chapter 6 Conclusions and Future Work
	Chapter 7 Refection
End matter	References
	Appendices (Optional)
	Index (Optional)

3.1.1 Example of a software/Web development main text structure

Notice that the “methodology” Chapter of Software/Web development in Table 3.2 takes a standard software engineering paradigm (approach). Alternatively, these suggested sections can be the chapters of their own. Also, notice that “Chapter 5” in Table 3.2 is “Testing and Validation” which is different from the general report template mentioned in Table 3.1. Check with your supervisor if in doubt.

Tabela 3.2: Example of a software engineering-type report structure

Chapter 1	Introduction	
Chapter 2	Literature Review	
Chapter 3	Methodology	Requirements specifications
		Analysis
		Design
		Implementations
Chapter 4	Testing and Validation	
Chapter 5	Results and Discussion	
Chapter 6	Conclusions and Future Work	
Chapter 7	Reflection	

3.1.2 Example of an algorithm analysis main text structure

Some project might involve the implementation of a state-of-the-art algorithm and its performance analysis and comparison with other algorithms. In that case, the suggestion in Table 3.3 may suit you the best.

Tabela 3.3: Example of an algorithm analysis type report structure

Chapter 1	Introduction	
Chapter 2	Literature Review	
Chapter 3	Methodology	Algorithms descriptions
		Implementations
		Experiments design
Chapter 4	Results	
Chapter 5	Discussion and Analysis	
Chapter 6	Conclusion and Future Work	
Chapter 7	Reflection	

3.1.3 Example of an application type main text structure

If you are applying some algorithms/tools/technologies on some problems/datasets/etc., you may use the methodology section prescribed in Table 3.4.

Tabela 3.4: Example of an application type report structure

Chapter 1	Introduction	
Chapter 2	Literature Review	
Chapter 3	Methodology	Problems (tasks) descriptions Algorithms/tools/technologies/etc. descriptions Implementations Experiments design and setup
Chapter 4	Results	
Chapter 5	Discussion and Analysis	
Chapter 6	Conclusion and Future Work	
Chapter 7	Reflection	

3.1.4 Example of a science lab-type main text structure

If you are doing a science lab experiment type of project, you may use the methodology section suggested in Table 3.5. In this kind of project, you may refer to the “Methodology” section as “Materials and Methods.”

Tabela 3.5: Example of a science lab experiment-type report structure

Chapter 1	Introduction	
Chapter 2	Literature Review	
Chapter 3	Materials and Methods	Problems (tasks) description Materials Procedures Implementations Experiment set-up
Chapter 4	Results	
Chapter 5	Discussion and Analysis	
Chapter 6	Conclusion and Future Work	
Chapter 7	Reflection	

3.1.5 Ethical considerations

This section addresses ethical aspects of your project. This may include: informed consent, describing how participants will be informed about the study’s purpose, procedures, risks, and benefits. You should detail the process used for obtaining consent and ensuring participants understand their rights.

- **Informed Consent:** If data was collected from participant, detail the process for obtaining consent and ensuring participants understand their rights.
- **Confidentiality and Privacy:** Explain measures taken to protect participants’ data and maintain confidentiality. Discuss how data is stored, who will have access, and how anonymity will be preserved.

- **Risk Assessment:** Identify potential risks to participants and outline strategies to minimize them.
- **Vulnerable Populations:** If applicable, address how you will protect vulnerable groups (e.g., children, elderly, or marginalized communities) involved in your project.
- **Research Integrity:** Highlight your commitment to honesty and transparency in research. Discuss how you will avoid plagiarism, fabrication, and falsification of data.
- **Compliance with Regulations:** Mention relevant ethical guidelines and regulations that your project will adhere to.
- **Impact on Society:** Reflect on the broader implications of your project. Discuss how the outcomes may affect communities, stakeholders, or the environment, and how you plan to address any potential negative consequences.
- **Feedback Mechanisms:** Describe how you incorporate feedback from participants and stakeholders to improve the ethical conduct of the project throughout its duration.

3.2 Example of an Equation in \LaTeX

Eq. 3.1 [note that this is an example of an equation's in-text citation] is an example of an equation in \LaTeX . In Eq. (3.1), s is the mean of elements $x_i \in \mathbf{x}$:

$$s = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i. \quad (3.1)$$

Have you noticed that all the variables of the equation are defined using the **in-text** maths command $\$$, and Eq. (3.1) is treated as a part of the sentence with proper punctuation? Always treat an equation or expression as a part of the sentence.

3.3 Example of a Figure in \LaTeX

wikibooks.org/wiki/LaTeX/Floats,_Figures_and_Captions.

Keep your artwork (graphics, figures, illustrations) clean and readable. At least 300dpi is a good resolution of a PNG format artwork. However, an SVG format artwork saved as a PDF will produce the best quality graphics. There are numerous tools out there that can produce vector graphics and let you save that as an SVG file and/or as a PDF file. One example of such a tool is the “Flow algorithm software”. Here is the link for that: flowgorithm.org.

3.4 Example of an algorithm in \LaTeX

Algorithm 1 is a good example of an algorithm in \LaTeX .

Algorithm 1 Example caption: sum of all even numbers

Entrada $\mathbf{x} = x_1, x_2, \dots, x_N$

Saída *EvenSum* (Sum of even numbers in \mathbf{x})

```

1: function EvenSummation( $\mathbf{x}$ )
2:   EvenSum  $\leftarrow 0$ 
3:    $N \leftarrow \text{length}(\mathbf{x})$ 
4:   for  $i \leftarrow 1$  to  $N$  do
5:     if  $x_i \bmod 2 == 0$  then                                ▷ Check whether a number is even.
6:       EvenSum  $\leftarrow \text{EvenSum} + x_i$ 
7:     end if
8:   end for
9:   return EvenSum
10: end function

```

3.5 Example of code snippet in \LaTeX

Code Listing 3.1 is a good example of including a code snippet in a report. While using code snippets, take care of the following:

- do not paste your entire code (implementation) or everything you have coded. Add code snippets only.
- The algorithm shown in Algorithm 1 is usually preferred over code snippets in a technical/scientific report.
- Make sure the entire code snippet or algorithm stays on a single page and does not overflow to another page(s).

Here are three examples of code snippets for three different languages (Python, Java, and CPP) illustrated in Listings 3.1, 3.2, and 3.3 respectively.

```

1 import numpy as np
2
3  $\mathbf{x}$  = [0, 1, 2, 3, 4, 5] # assign values to an array
4 evenSum = evenSummation( $\mathbf{x}$ ) # call a function
5
6 def evenSummation( $\mathbf{x}$ ):
7     evenSum = 0
8     n = len( $\mathbf{x}$ )
9     for i in range(n):
10         if np.mod( $\mathbf{x}[i]$ ,2) == 0: # check if a number is even?
11             evenSum = evenSum +  $\mathbf{x}[i]$ 
12     return evenSum

```

Código 3.1: Code snippet in \LaTeX and this is a Python code example

Here we used the “\clearpage” command and forced-out the second listing example onto the next page.

```

1 public class EvenSum{
2     public static int evenSummation(int[] x){
3         int evenSum = 0;
4         int n = x.length;
5         for(int i = 0; i < n; i++){
6             if(x[i]%2 == 0){ // check if a number is even?
7                 evenSum = evenSum + x[i];
8             }
9         }
10        return evenSum;
11    }
12    public static void main(String[] args){
13        int[] x = {0, 1, 2, 3, 4, 5}; // assign values to an array
14        int evenSum = evenSummation(x);
15        System.out.println(evenSum);
16    }
17 }

```

Código 3.2: Code snippet in \LaTeX and this is a Java code example

```

1 int evenSummation(int x[]){
2     int evenSum = 0;
3     int n = sizeof(x);
4     for(int i = 0; i < n; i++){
5         if(x[i]%2 == 0){ // check if a number is even?
6             evenSum = evenSum + x[i];
7         }
8     }
9     return evenSum;
10 }
11
12 int main(){
13     int x[] = {0, 1, 2, 3, 4, 5}; // assign values to an array
14     int evenSum = evenSummation(x);
15     cout<<evenSum;
16     return 0;
17 }

```

Código 3.3: Code snippet in \LaTeX and this is a C/C++ code example

3.6 Example of in-text citation style

3.6.1 Example of the equations and illustrations placement and reference in the text

Make sure whenever you refer to the equations, tables, figures, algorithms, and listings for the first time, they also appear (placed) somewhere on the same page or in the following page(s). Always make sure to refer to the equations, tables and figures used in the report. Do not leave them without an **in-text citation**. You can refer to equations, tables and figures more than once.

3.6.2 Example of the equations and illustrations style

Write **Eq.** with an uppercase “Eq” for an equation before using an equation number with (`\eqref{.}`). Use “Table” to refer to a table, “Figure” to refer to a figure, “Algorithm” to refer to an algorithm and “Listing” to refer to listings (code snippets). Note that, we do not use

the articles “a,” “an,” and “the” before the words Eq., Figure, Table, and Listing, but you may use an article for referring the words figure, table, etc. in general.

For example, the sentence “A report structure is shown in **the** Table 3.1” should be written as “A report structure is shown **in** Table 3.1.”

3.7 Summary

Write a summary of this chapter.

Note: In the case of **software engineering** project a Chapter “**Testing and Validation**” should precede the “Results” chapter. See Section 3.1.1 for report organization of such project.

Capítulo 4

Results

The results chapter tells a reader about your findings based on the methodology you have used to solve the investigated problem. For example:

- If your project aims to develop a software/web application, the results may be the developed software/system/performance of the system, etc., obtained using a relevant methodological approach in software engineering.
- If your project aims to implement an algorithm for its analysis, the results may be the performance of the algorithm obtained using a relevant experiment design.
- If your project aims to solve some problems/research questions over a collected dataset, the results may be the findings obtained using the applied tools/algorithms/etc.

Arrange your results and findings in a logical sequence.

4.1 A section

...

4.2 Example of a Table in L^AT_EX

Table 4.1 is an example of a table created using the package L^AT_EX“booktabs.” do check the link: wikibooks.org/wiki/LaTeX/Tables for more details. A table should be clean and readable. Unnecessary horizontal lines and vertical lines in tables make them unreadable and messy. The example in Table 4.1 uses a minimum number of liens (only necessary ones). Make sure that the top rule and bottom rule (top and bottom horizontal lines) of a table are present.

Tabela 4.1: Example of a table in L^AT_EX

Bike		
Type	Color	Price (£)
Electric	black	700
Hybrid	blue	500
Road	blue	300
Mountain	red	300
Folding	black	500

4.3 Example of captions style

- The **caption of a Figure (artwork)** goes **below** the artwork (Figure/Graphics/illustration). See example artwork in Figure ??.
- The **caption of a Table** goes **above** the table. See the example in Table 4.1.
- The **caption of an Algorithm** goes **above** the algorithm. See the example in Algorithm 1.
- The **caption of a Listing** goes **below** the Listing (Code snippet). See example listing in Listing 3.1.

4.4 Summary

Write a summary of this chapter.

Capítulo 5

Discussion and Analysis

Depending on the type of project you are doing, this chapter can be merged with “Results” Chapter as “ Results and Discussion” as suggested by your supervisor.

In the case of software development and the standalone applications, describe the significance of the obtained results/performance of the system.

5.1 A section

The Discussion and Analysis chapter evaluates and analyses the results. It interprets the obtained results.

5.2 Significance of the findings

In this chapter, you should also try to discuss the significance of the results and key findings, in order to enhance the reader’s understanding of the investigated problem

5.3 Limitations

Discuss the key limitations and potential implications or improvements of the findings.

5.4 Summary

Write a summary of this chapter.

Capítulo 6

Testes de performance

Nessa seção vamos comparar o desempenho da busca em profundidade implementada em Rust com uma versão tradicional implementada em C++, usando bibliotecas *benchmarking* escritas em Rust. O objetivo é mostrar que apesar do alto nível de abstração e flexibilidade da nossa implementação, o desempenho ainda fica próximo de versões tradicionais do algoritmo que não tem a mesma flexibilidade, implementadas em C++.

6.1 Metodologia de testes

Os testes realizados vivem sob duas principais categorias, *Micro Benchmarking* de alta precisão e *Micro Benchmarking* estatístico. Micro benchmarking de alta precisão executa apenas uma vez pedaço de código e mensura estatísticas como, quantidade de instruções realizadas pelo processador, acesso ao cache e uso de RAM. Enquanto, o micro benchmarking estatístico, se refere a múltiplas execuções de um pedaço de código, onde é realizada a coletas de várias amostras, nesse tipo de teste, é mensurado medidas de tendência central e dispersão, como a média e desvio padrão do tempo de execução. Para facilitar a realização desses testes e a coleta de dados, importamos duas bibliotecas públicas escritas em Rust, [Criterion](#) (n.d.) e [Gunraun](#) (n.d.) para o Micro Benchmark estatístico e Micro Benchmark de alta precisão respectivamente.

Para viabilizar a coleta de dados de funções em C++ usando as bibliotecas implementadas em Rust, foi necessário criar uma FFI (Foreign Function Interface) para permitir que código C++ interaja com o código das bibliotecas em Rust. Essa implementação, se deu especificando um bloco extern "C" para permitir que as funções sejam identificadas unicamente pelo seu nome, por exemplo:

```
1 extern "C" {  
2 void* mk_adjacency_list(size_t node_amt) { ... }  
3  
4 void add_edge_unchecked(void* graph, size_t n, size_t m) { ... }  
5  
6 void dfs(void* graph, size_t start) { ... }  
7 }
```

Código 6.1: Exemplo de interface FFI escrita em C++

Feito isso, fomos capazes de importar e usar essa interface em código Rust e implementar um encapsulador:

```
1 unsafe extern "C" {  
2     fn mk_adjacency_list(node_amt: usize) -> *mut std::ffi::c_void;
```

```

3     fn add_edge_unchecked(graph: *mut std::ffi::c_void, n: usize, m: usize
4     );
5     fn dfs(graph: *mut std::ffi::c_void, start: usize);
6 }
7 pub struct AdjacencyListCpp {
8     ptr: *mut std::ffi::c_void,
9 }
10
11 impl AdjacencyListCpp {
12     pub fn new(node_amt: usize) -> Self { ... }
13
14     pub fn add_edge_unchecked(&self, n: usize, m: usize) { ... }
15
16     pub fn dfs(&self, start: usize) { ... }
17 }

```

Código 6.2: Exemplo de uso de interface FFI escrita em Rust

Exemplos completos de código são acessíveis no caminho <https://github.com/mpazmarcato/Trabalho-U1-Grafos/tree/main/crates/cpp-api>.

6.1.1 Micro Benchmarking estatístico

O processo de Micro Benchmarking implementado pela biblioteca *Criterion* (n.d.) funciona em quatro etapas, Aquecimento, Medição, Análise e Comparação com o resultado anterior (*Analysis Process - Criterion.rs Documentation — bheisler.github.io, n.d.*). Entretanto, não levaremos em conta o resultado da última etapa. A primeira etapa serve para aquecer o cache da CPU, de forma que seja reduzida a quantidade de casos atípicos na amostra (*Analysis Process - Criterion.rs Documentation — bheisler.github.io, n.d.*). A segunda etapa realiza a medição dos tempos de execução e a terceira etapa realiza o cálculo de estatísticas como média, moda e mediana dos dados medidos.

A biblioteca também gera gráficos automaticamente usando o programa *Gnuplot*. A biblioteca também argumenta que as amostras de bom benchmark deve formar uma linha de regressão quando plotadas num gráfico (*Analysis Process - Criterion.rs Documentation — bheisler.github.io, n.d.*).

6.1.2 Micro Benchmarking de alta precisão

O processo de Micro Benchmarking implementado pela biblioteca *Gungrau* (n.d.), funciona de uma maneira bastante diferente do *Criterion*, este executa um trecho de código apenas uma vez e coleta as estatísticas usando o *Valgrind*. Estas estatísticas incluem quantidade estimada de ciclos da CPU, quantidade de instruções realizadas, quantos acertos de cache L1 e L2 e outros. O processo de configuração e uso é praticamente idêntico ao do *Criterion*.

6.2 Testes realizados

Vamos realizar testes apenas para a Busca em profundidade. Todos os testes serão realizados numa lista de adjacência em grafos completos, ou seja, que há arestas entre todos os nós. Essa escolha advém da ideia de que queremos maximizar o uso de recursos e quantidade de instruções, possivelmente evidenciando as diferenças que favorecem a implementação em C++.

Como não foi apresentada anteriormente, aqui está a implementação da busca em profundidade em C++. Definimos uma classe para a lista de adjacência em C++ e realizamos a

implementação tradicional da busca, tomando o cuidado para pré-alocar a pilha e o dicionário de visitados, assim como a implementação em Rust e para evitar alocações no meio da busca.

```

1 class AdjacencyList {
2     private:
3         std::vector<std::vector<size_t>> data;
4
5     public:
6         AdjacencyList(size_t node_amt) : data(node_amt) {}
7
8         size_t order() { return data.size(); }
9
10        std::vector<size_t>& neighbors(const size_t node) {
11            static std::vector<size_t> empty;
12            return (node < order()) ? data[node] : empty;
13        }
14
15        void dfs(const size_t start) {
16            std::vector<size_t> stack;
17            std::unordered_set<size_t> visited;
18
19            stack.reserve(order());
20            visited.reserve(order());
21
22            stack.push_back(start);
23            visited.insert(start);
24
25            while (!stack.empty()) {
26                const auto current = stack.back();
27                stack.pop_back();
28
29                for (const auto& neighbor : neighbors(current)) {
30                    if (visited.insert(neighbor).second) {
31                        stack.push_back(neighbor);
32                    }
33                }
34            }
35        }
36 };

```

Código 6.3: Implementação da busca em profundidade em C++

O código fonte da geração do grafo e da criação dos testes é a seguinte:

```

1 pub fn create_complete_graph(size: usize) -> AdjacencyMatrix {
2     let mut matrix = vec![vec![0; size]; size];
3     for (i, row) in matrix.iter_mut().enumerate() {
4         for (j, val) in row.iter_mut().enumerate() {
5             if i != j {
6                 *val = 1;
7             }
8         }
9     }
10    AdjacencyMatrix(matrix)
11 }

```

Código 6.4: Código fonte da geração do grafo completo

Micro Benchmarking estatístico

Realizamos 3 testes performando a busca num grafo completo, os testes se diferenciam pela ordem do grafo gerado. Foram gerados grafos com 500 nós, 1000 e 2000 nós.

```

1 fn bench_dfs_comparison(c: &mut Criterion) {
2     let sizes = vec![500, 1000, 2000];
3
4     let mut group = c.benchmark_group("dfs");
5
6     for size in sizes {
7         let g = create_complete_graph(size);
8         let rust_list = AdjacencyList::from_adjacency_matrix(&g);
9         let cpp_list = AdjacencyListCpp::from_adjacency_matrix(&g);
10
11         group.bench_with_input(
12             BenchmarkId::new("rust", size),
13             &size,
14             |b, _| b.iter(|| rust_list.dfs(0).for_each(|_| ()))
15         );
16
17         group.bench_with_input(
18             BenchmarkId::new("cpp", size),
19             &size,
20             |b, _| b.iter(|| cpp_list.dfs(0))
21         );
22     }
23
24     group.finish();
25 }
26
27 criterion_group! {
28     name = benches;
29     config = Criterion::default()
30         .measurement_time(std::time::Duration::from_secs(30));
31     targets = bench_dfs_comparison
32 }
33
34 criterion_main!(benches);

```

Código 6.5: Código fonte dos testes de Micro Benchmark estatístico da DFS.

Micro Benchmarking de alta precisão

No Micro Benchmark de alta precisão, foi realizado apenas um teste da busca em profundidade para um grafo completo com 1000 nós. É importante ressaltar que a parte do código que é responsável pela inicialização do grafo também é mensurada no teste, pois é uma limitação da biblioteca. O código que implementa o Micro Benchmark é o seguinte:

```

1 fn setup() -> AdjacencyList {
2     AdjacencyList::from_adjacency_matrix(&create_complete_graph(1000))
3 }
4
5 fn cpp_setup() -> AdjacencyListCpp {
6     AdjacencyListCpp::from_adjacency_matrix(&create_complete_graph(1000))
7 }
8
9 #[library_benchmark]
10 fn single_shot_dfs() {
11     setup().dfs(black_box(0)).for_each(|_| ())
12 }
13
14 #[library_benchmark]
15 fn single_shot_cpp_dfs() {
16     cpp_setup().dfs(black_box(0))

```



```
17 }
18
19 library_benchmark_group! {
20     name = bench_dfs_group;
21     benchmarks = single_shot_dfs, single_shot_cpp_dfs
22 }
23
24 main!(library_benchmark_groups = bench_dfs_group);
```

Código 6.6: Código dos testes de Micro Benchmark de alta precisão da implementação da DFS.

Na código 6.6, Note o uso da função `black_box` na chamada das duas buscas (linhas 11 e 16), ela serve para que o compilador não pré-calcule a computação realizada pela DFS. O mesmo não precisa no Micro Benchmark estatístico pois o tipo da variável `group` na código 6.5 já garante isso automaticamente.

6.3 Resultados

6.3.1 Especificações da máquina usada nos testes

Para realizar os testes, usamos um computador com as seguintes configurações:

Tabela 6.1: Especificações do sistema de teste

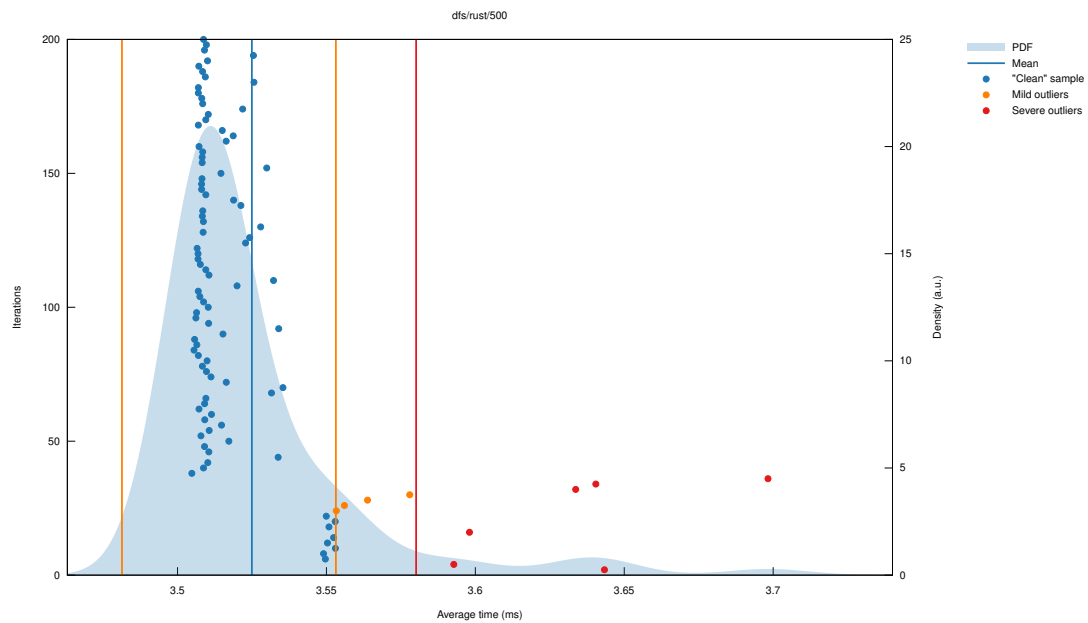
Hardware	Processador	AMD Ryzen 9 5900XT
	GPU	Nvidia Geforce RTX 4060 Ti
	RAM	32GB RAM
Software	Sistema Operacional	Arch Linux x86_64
	Kernel	Linux 6.17.1-arch-1-1
	Compilador Rust	rustc 1.90.0 (2025-09-14)
	Versão do Cargo	1.90.0 (2025-07-30)
	Compilador C++	clang 20.1.8
	Versão do Valgrind	3.25.1

6.3.2 Busca em profundidade

Micro Benchmark estatístico

Começaremos pelos testes de Micro Benchmarking estatístico, que exibem estatísticas sobre o tempo de execução dos algoritmos coletadas de várias iterações, ou amostras. Como as proporções das versões de um grafo com 500, 1000 e 2000 nós foram parecidas, nesse texto exibiremos apenas o resultado do benchmark de um grafo com 500 nós. Portanto, tivemos:

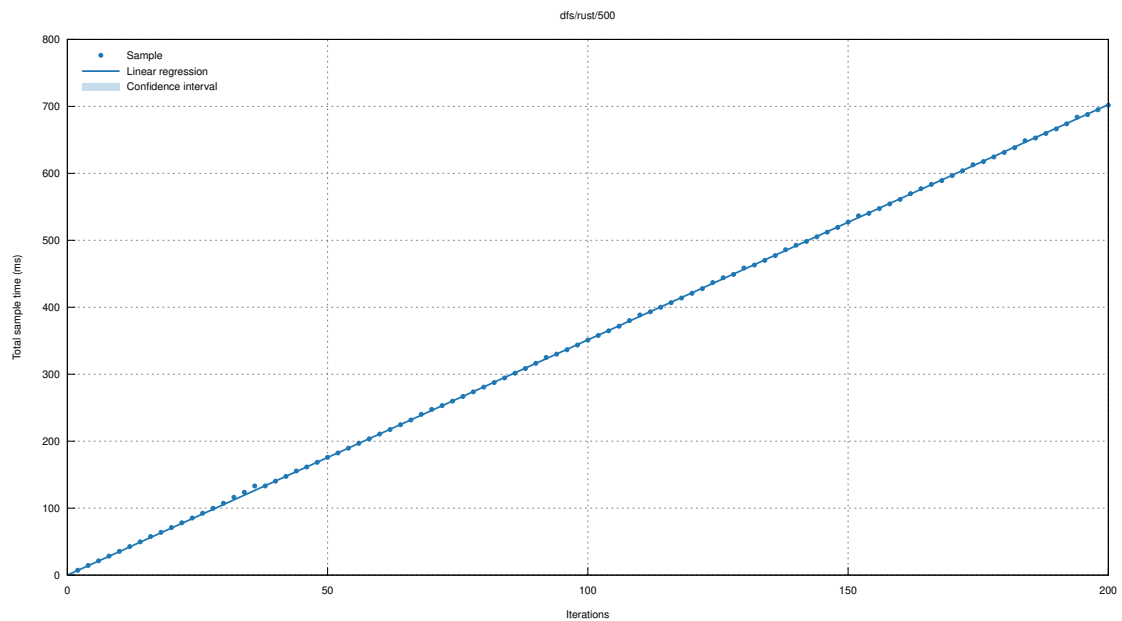
Figura 6.1: Gráfico de inclinação do Micro Benchmark estatístico da DFS em Rust.



Na figura 6.1, os pontos azuis são amostras "limpas", os pontos vermelhos representam casos atípicos severos, os pontos amarelos representam casos atípicos médios, seguindo o método de Tukey (*Criterion*, n.d.), as retas amarelas e vermelhas representam as cotas superiores e inferiores dessas medidas. O fundo azul representa a função de probabilidade desse teste e a reta azul representa a média, nesse caso, em torno de 3.54 ms.

Para validar se o benchmark foi bom, analisemos a reta de regressão das amostras desse teste:

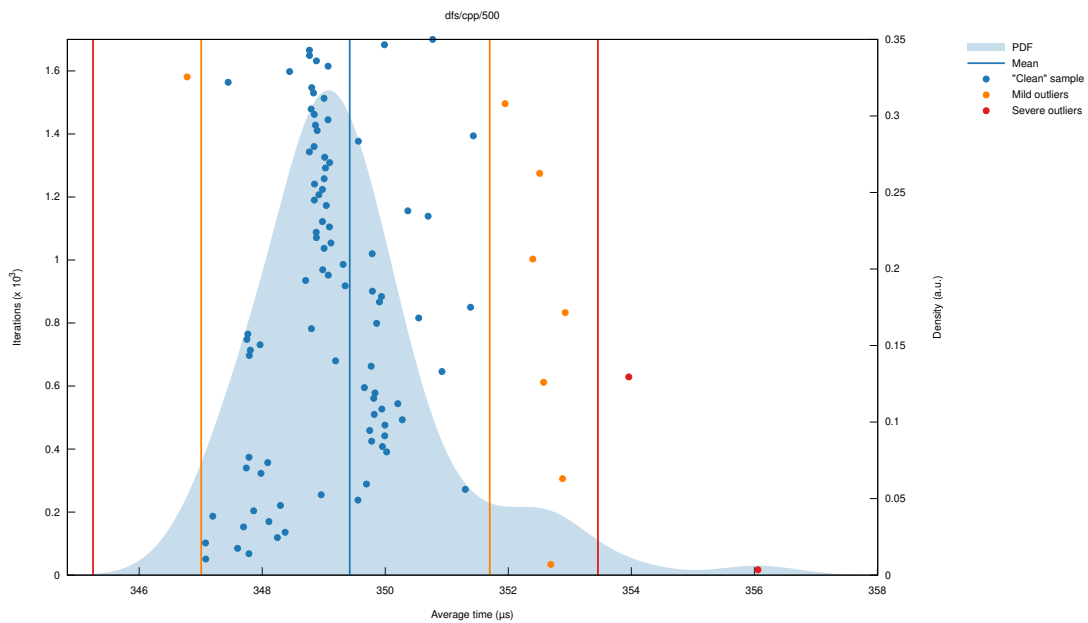
Figura 6.2: Gráfico de regressão das amostras do Micro Benchmark estatístico da DFS em Rust.



Na figura 6.2, os pontos azuis representam as amostras coletadas e a linha azul representa a reta de regressão sobre as amostras. Se o teste produz uma reta de regressão que grosseiramente passa por todas as amostras, o teste é considerado um bom benchmark (*Criterion*, n.d.), o que nesse caso é verdade.

Quanto aos teste realizado na implementação em C++, obtivemos o seguinte:

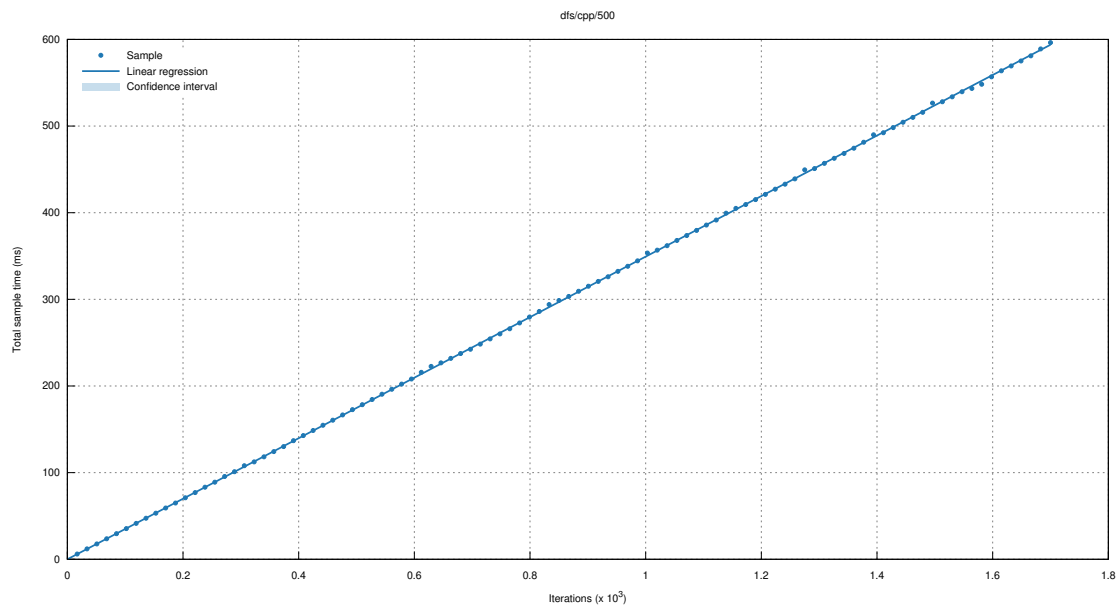
Figura 6.3: Gráfico de inclinação do Micro Benchmark estatístico da DFS em C++.



O gráfico da figura 6.3 segue as mesmas especificações do gráfico da figura 6.1, discutida anteriormente. Nesse caso, o tempo médio de execução do algoritmo é aproximadamente 349 ms, sendo 10 vezes mais rápida do que a versão em Rust, algo que se mantém consistente independente do tamanho do grafo.

Quanto ao gráfico de regressão das amostras, ele segue o padrão do teste realizado no código em Rust:

Figura 6.4: Gráfico de regressão das amostras do Micro Benchmark estatístico da DFS em C++.



Micro Benchmark de alta precisão

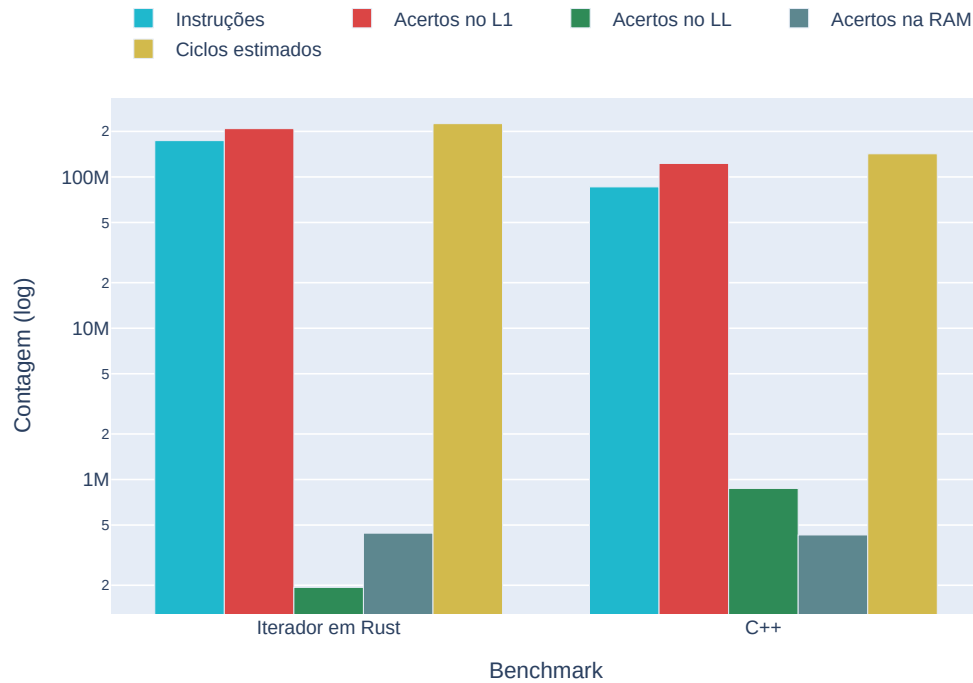
Nos testes de Micro Benchmarking de alta precisão tivemos os seguintes resultados:

Tabela 6.2: Tabela de resultados do Micro Benchmark de alta precisão da busca em profundidade.

Métricas	C++	Iterador em Rust
Quantidade de instruções	85926683	173801339
Acertos no Cache L1	122803778	208565341
Acertos no Cache LL	873133	193603
Acertos na RAM	429925	441938
Quantidade de ciclos estimada	142216818	225001186

Em forma de gráfico, tivemos:

Figura 6.5: Gráfico do Micro Benchmark de alta precisão da busca em profundidade.



Na tabela 6.2 é possível perceber que a versão em C++ realiza em torno de 2 vezes menos a quantidade de instruções que a versão em Rust faz. Entretanto também é possível notar que a versão em Rust usa mais o cache L1, em torno de 1.7 vezes mais, e bem menos o cache LL em relação a versão em C++, em torno de 4.5 vezes menos, indicando que o uso de cache é mais otimizado na versão em Rust. Também é possível notar que a versão em C++ precisa de 1.5 vezes menos ciclos na CPU para terminar sua computação. Isso significa que, mesmo aproveitando o cache, a versão da DFS em forma de iteradores em Rust precisou de mais instruções para completar, o que é razoável dado a flexibilidade do uso dessa implementação.

Capítulo 7

Reflection

Write a short paragraph on the substantial learning experience. This can include your decision-making approach in problem-solving.

Some hints: You obviously learned how to use different programming languages, write reports in \LaTeX and use other technical tools. In this section, we are more interested in what you thought about the experience. Take some time to think and reflect on your individual project as an experience, rather than just a list of technical skills and knowledge. You may describe things you have learned from the research approach and strategy, the process of identifying and solving a problem, the process research inquiry, and the understanding of the impact of the project on your learning experience and future work.

Also think in terms of:

- what knowledge and skills you have developed
- what challenges you faced, but was not able to overcome
- what you could do this project differently if the same or similar problem would come
- rationalize the divisions from your initial planed aims and objectives.

A good reflective summary could be approximately 300–500 words long, but this is just a recommendation.

Note: The next chapter is “**References**,” which will be automatically generated if you are using BibTeX referencing method. This template uses BibTeX referencing. Also, note that there is difference between “References” and “Bibliography.” The list of “References” strictly only contain the list of articles, paper, and content you have cited (i.e., refereed) in the report. Whereas Bibliography is a list that contains the list of articles, paper, and content you have cited in the report plus the list of articles, paper, and content you have read in order to gain knowledge from. We recommend to use only the list of “References.”

Referências Bibliográficas

Analysis Process - Criterion.rs Documentation — *bheisler.github.io* (n.d.).

URL: <https://bheisler.github.io/criterion.rs/book/analysis.html>

Criterion (n.d.).

URL: <https://github.com/bheisler/criterion.rs>

Diestel, R. (2025), *Graph theory*, Vol. 173, Springer Nature.

Gungraun (n.d.).

URL: <https://github.com/gungraun/gungraun>

Klabnik, S., Nichols, C., Krycho, C. and Rust Community (2025a), 'Comparing Performance: Loops vs. Iterators - The Rust Programming Language'.

URL: <https://doc.rust-lang.org/book/ch13-04-performance.html>

Klabnik, S., Nichols, C., Krycho, C. and Rust Community (2025b), 'Traits: Defining Shared Behavior - The Rust Programming Language'.

URL: <https://doc.rust-lang.org/book/ch10-02-traits.html>

Zero-cost abstractions: performance of for-loop vs. iterators — *stackoverflow.com* (2018).

URL: <https://stackoverflow.com/questions/52906921/zero-cost-abstractions-performance-of-for-loop-vs-iterators>

Apêndice A

Atividades desenvolvidas por cada integrante