

## LP23: mécanismes de la conduction électrique dans les solides

Niveau: Licence

Prérequis: mécanique, EM, loi d'Ohm local., MQ, statistique de FD.

On va s'intéresser à la conduction électrique dans les solides. Il existent 3 type de matériaux : conducteurs, isolants, semi-cond.

Aujourd'hui on va essayer de comprendre les 3 mécanismes pr justifier.

On appelle conduction le transport de charge dans un solide sous l'effet d'une DDP/d'un champ  $\vec{E}$ .  
On décrit un solide comme un cristal périodique.

Ro: On utilise d'habitude  $R$  dépendant des paramètres géom, ici on parle de résistivité

$$R = \frac{\rho l}{S}$$

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \text{ conductivité}$$

# I - Modèle de Drude.

## 1.1. Hypothèses

" Un premier modèle classique consiste à considérer les noyaux qui forment le cristal entourés des électrons qui se catégorisent en :

- électrons de cœur : immobiles autour des noyaux  $\rightarrow$  forment les ions du cristal

- électrons de valence : qui peuvent se déplacer librement  $\rightarrow$  électrons de conduction  
" delocaliser "  $\rightarrow$  slide

Hyp:

•  $m_{ions} \gg m_{e^-}$  : ions immobiles.

• électron libre : inter  $e^-$  / ions négligés.

• les électrons sont considérés comme un gp.  
inter  $e^-$  /  $e^-$  négligés.

• les  $e^-$  inter avec les ions que par des collisions instantanées.  
 $\frac{m_e}{\tau} v(M, t)$  ,  $\tau$  temps entre 2 col.  
 $\rightarrow$  slide

## 1.2. Conductivité

PFD :  $\rightarrow$  sous l'effet d'un champ  $\vec{E}$ , mise en mouvement  $e^-$   
constant

$$m_e \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{m_e}{\tau} \vec{v} = -e \vec{E}.$$

On s'intéresse au RP:  $\frac{d\vec{v}}{dt} = 0$ . (3)

$$\vec{v} = \frac{-e\tau}{m_e} \vec{E}$$

Modèle simpliste en réalité gaz d' $e^- \rightarrow$  vitesse isotrope, champ  $\vec{E}$  fait rupture l'isotropie

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{-e\tau}{m_e} \vec{E}$$

$\rightarrow$  induit un courant:

$$\vec{j} = -en \langle \vec{v} \rangle$$

$\uparrow$   
densité d' $e^-$

D'où  $\boxed{\vec{j} = \frac{e^2 n \tau}{m_e} \vec{E}}$

On reconnaît la loi d'Ohm local  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ .

avec  $\boxed{\sigma = \frac{e^2 n \tau}{m_e}}$  conductivité

exp: vérif  $\sigma_{th, Cu}^{20^\circ C} = 59,6 \times 10^6 \text{ S.m}^{-1}$ .

mesure 4 points



### 1.3. Interprétation et limites

(4)

•  $l_{pm} = ?$        $l_{pm} = v \tau$ .

$v?$  : gp à l'équi

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{3}{2} k_B T \quad \leftarrow 3 \text{ dof.}$$

$$v = \sqrt{\frac{3 k_B T}{m_e}}$$

$$l_{pm} = \underbrace{\frac{\sigma m_e}{e^2 n \tau}}_{\frac{\sigma}{n}} \times \sqrt{\frac{3 k_B T}{m_e}}$$

$\hookrightarrow \tau \sim 10^{-14} \text{ s}$  avec  $n = \frac{Z \rho_S}{M_S} \times N_A$ .  
 $\text{cond} \approx 1, 2$   
 $\downarrow$   
 $\approx 10^{22} \text{ e}^-/\text{cm}^3$ .

$l_{pm} \approx 10^{-9} \text{ m} \approx 10 \text{ \AA}$ . trop long.  
 par rapport à  
 taille atome.

• dépendance en  $T$ ?

$$v \propto \sqrt{T} \quad \tau \propto \frac{1}{\sqrt{T}}$$

on s'attend à  $\sigma \propto \frac{1}{\sqrt{T}}$ .

exp: ajout du point à des données préparé pb.

$$\sigma = \frac{1}{T}$$

• on explique plutôt bien métaux mais pas isolants, et SC.

Pour résoudre ce problème on va aller vers un modèle quantique où le fait que les  $e^-$  sont des fermions introduira la statistique de Fermi

## II - Modèle de Sommerfeld.

### 2.1. Hypothèses

- $e^-$  indé et indiscernable
- on néglige interaction ions /  $e^-$

$$\rightarrow \text{Schröd} \text{ stat} : \frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = E \psi.$$

$$\text{sol } \psi(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad \text{avec } E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}.$$

On considère particules confiné à un solide cubique de volume  $V = L^3 \rightarrow$  conditions périodique

$$\psi(\vec{r} + L \vec{e}_i) = \psi(\vec{r}) \quad i = x, y, z.$$

$$\rightarrow e^{i\vec{k} \cdot L \vec{e}_i} = 1$$

$$\rightarrow k_i = \frac{2\pi n_i}{L}$$

$$n_i \in \mathbb{N}^*$$

$\rightarrow$  états à  $k$  discret dans espace  $k^3$ , un état prend un volume  $\frac{(2\pi)^3}{L^3} = \frac{(2\pi)^3}{V}$  (où plutôt  $\frac{1}{2}$  car spin  $\rightarrow 2e^-$  par état)



Densité d'état dans espace  $k^2$



$$\rho(k) dk = \frac{V_{\text{cyl}}}{V_{\text{1 état}}}$$

$$= \frac{4\pi k^2 dk}{\frac{(2\pi)^3}{V} \left(\frac{1}{2}\right)_{\text{spin}}}$$

$$\rho(k) = \frac{V k^2}{(2\pi)^2} = \frac{V}{4\pi^2} \frac{2m}{\hbar^2} E$$

$$\rho(k) dk = \rho(E) dE$$

$$\rho(E) = \frac{V k^2}{4\pi^2} \frac{dk}{dE}$$

$$\boxed{\rho(E) = \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \sqrt{E} \frac{V}{4\pi^2}}$$

$$dE = \frac{\hbar^2}{2m} k dk$$

$$\frac{dk}{dE} = \frac{1}{\sqrt{E}} \frac{1}{\sqrt{2m/\hbar^2}}$$

$$k^2 \frac{dk}{dE} = \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \frac{1}{2} \frac{E}{\sqrt{E}}$$

→ densité d'états d'énergie dans  $[E, E+dE]$

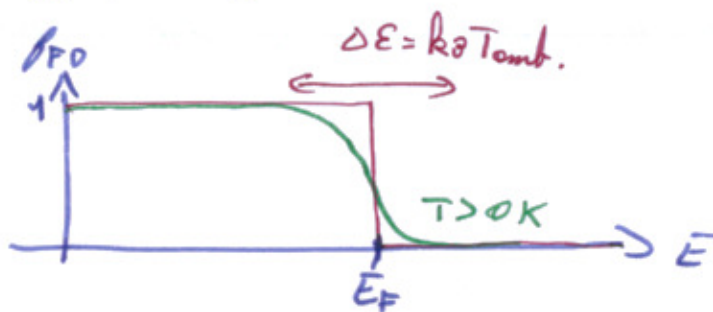
Par état il y a un certain nombre d'e- décrit par FD:

$$f_{FD}(T, E, \mu) = \frac{1}{e^{\beta(E-\mu)} + 1}$$

s'il y a  $N$  e-:

$$N = \int_0^\infty f_{FD}(T, E, \mu) \rho(E) dE$$

FFD à  $T = 0K$



↳ plus haut niveau d'énergie occupé par un  $e^-$

On fait calcul comme si  $T = 0K$ .

$$N = \int_0^{E_F} \rho(E) dE.$$

$$\rightarrow E_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( 3\pi^2 \times \frac{N}{V} \right)^{2/3}.$$

$$\sim 10^{-13} J \sim 1eV. \quad n \sim 10^{22} e^-/cm^{-3} = 10^{28} e^-/m^{-3}$$

Rq:  $E_F = k_B T_F$  ← température de Fermi à

partir du lequel  
être à 0K n'est plus  
une bonne approx

$$T_F = 40^4 K \gg T_{amb} 0K.$$

Rq:  $v_F = \frac{\hbar k_F}{m} \simeq 10^6 m.s^{-1}$



"On a donc vu que du fait de FD (Pauli) les  $e^-$  de conduction ont une <sup>grande</sup> énergie  $E_F$ , il participent à la conduction alors que ceux pr  $E < E_F$  sont bloqués."

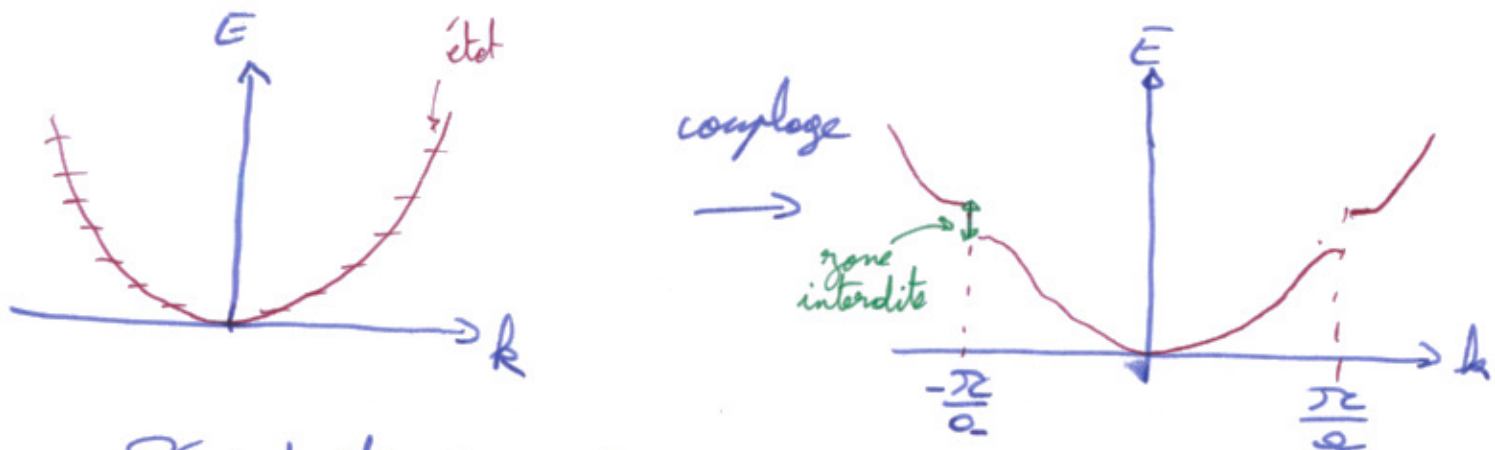
"Ça ne répond pas à ce qui explique les isolants et conducteurs."

"Pour cela il faut lever une hypothèse, celle de la non interaction ion /  $e^-$ ."

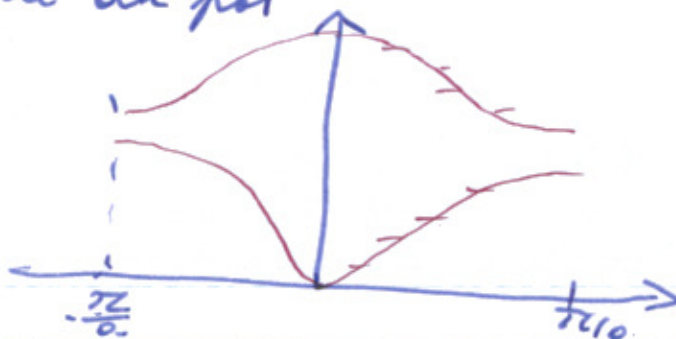
### III - Théorie des bandes.

On considère que  $e^-$  ont une interaction faible avec les ions (du fait d'écrantage par  $e^-$  cœur).  
 → potentiel périodique de période  $a$ . (pas réel)

#### 3.1. Ouverture de bande



Périodicité du pot

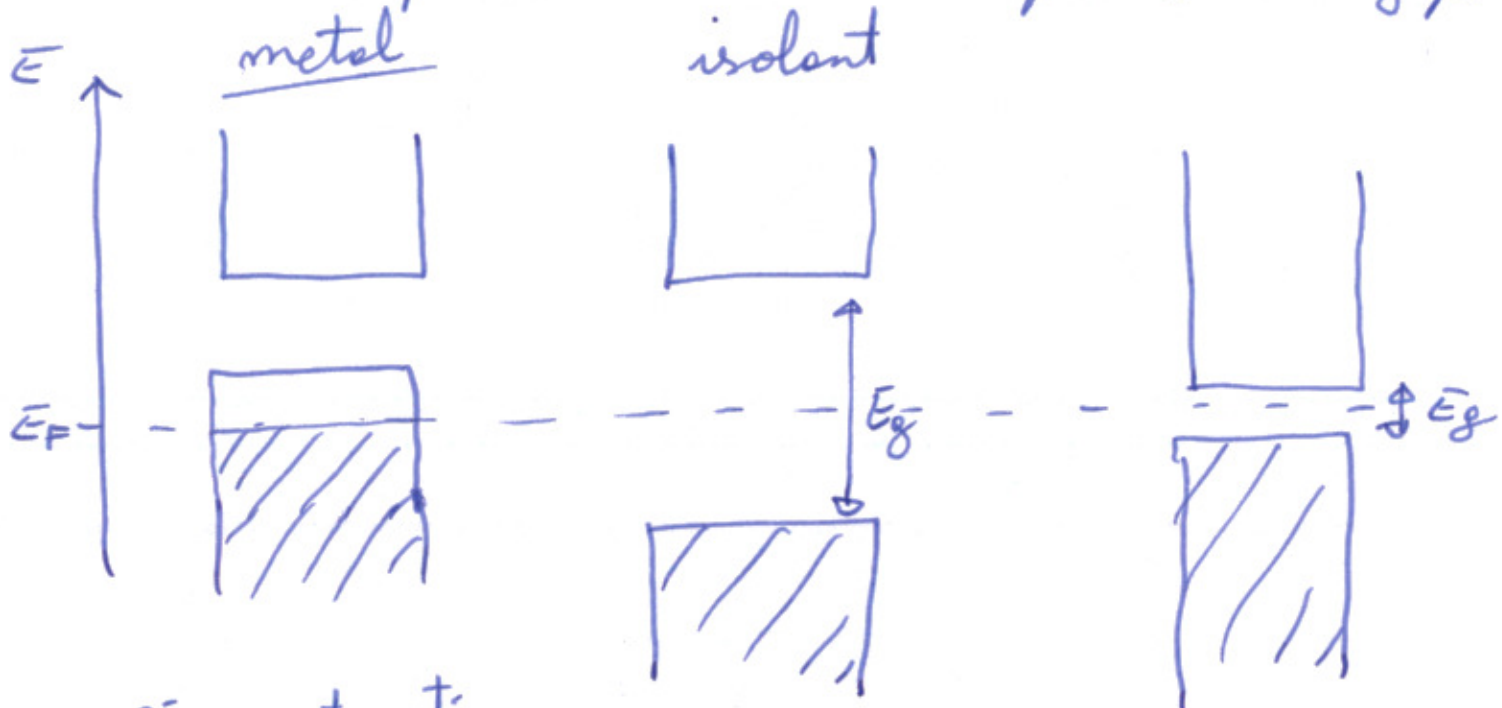




### 3.2. Structure de bande.

(3)

→ interprétation de isolant ou pas selon le gap.



$e^-$  peuvent monter  
en NRJ grâce à  
 $T_{amb}$  et "bouger"

bande de  
conduction  
pleine

$$E_g \approx k_B T_{amb}^{++}$$

$$25 meV = k_B T_{amb} \ll E_g$$

$$\boxed{E_g^{diamant} = 7 eV}$$

$$\boxed{E_g^{Si} \approx 1 eV.}$$

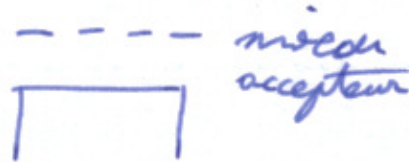
Rq: Q... dopage.  
 SC intrinsèque

impureté en déficit ou bénéfice de  $e^-$   
 (type N) (type P)  
 p o

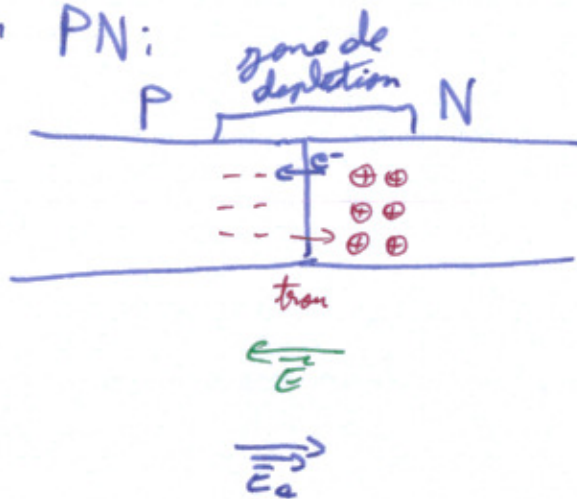
type N.



type P



• jonction PN:



•  $\vec{E}_a \leftarrow$  on annule zone de déplétion  
 $\Rightarrow$  conduction

•  $\vec{E}_a \rightarrow$  on l'aggrave  $\rightarrow$  isolant

$\rightarrow$  diode.