LP 19 : Diffraction de Fraunhofer.

I - Phénomènes de diffraction.

1.1. Principe d'Huygens-Fresnel.

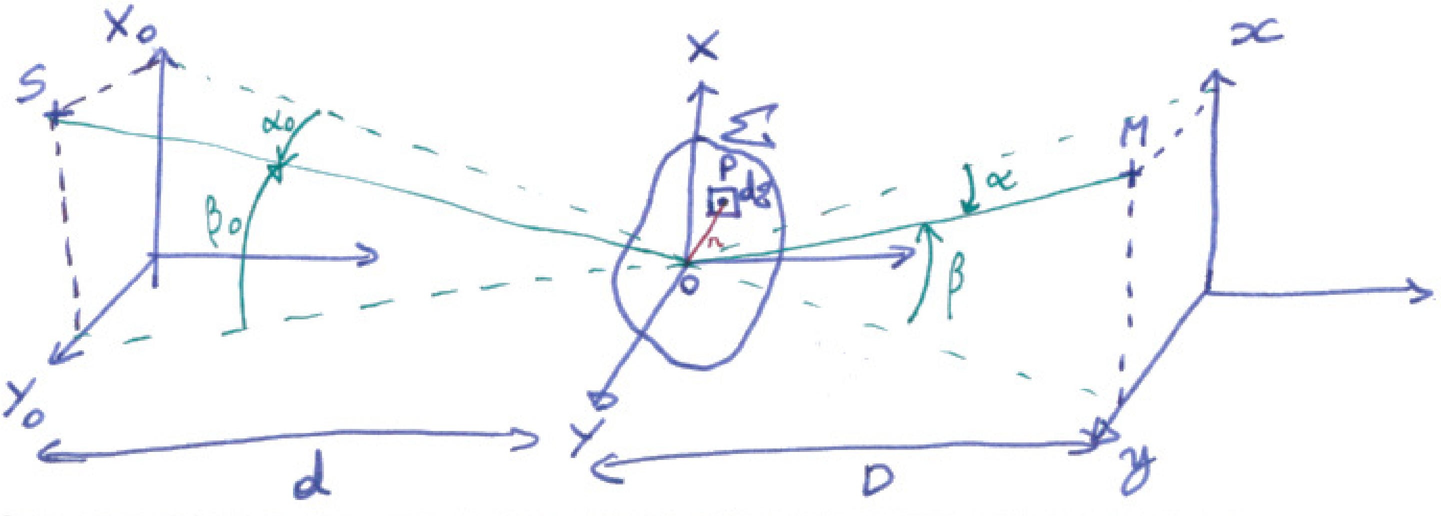
Chaque point P émet une onde secondaire sphérique de

- m̂ fréquence
- m̂ phase
- d'amplitude proportionnelle à l'amplitude incidente et à la surface $d\Sigma$ élémentaire

$$ds = \frac{e^{ik\cdot\|\overrightarrow{PM}\|}}{\|\overrightarrow{PM}\|} A\, s_0(P)\, d\Sigma .$$

→ sommation $\int$ car en phase donc les ondes interfèrent.

1.2. Diffraction par un objet plan.



On éclaire par une source sphérique en S.

$$s_0 \frac{e^{ik.SP}}{SP}$$

$\to$ onde en M :

$$s(M) = \int_{\Sigma} d\Sigma\, A\, s_0 \underbrace{t(x,y)}_{\Longleftrightarrow\ ???} \frac{e^{ik.SP}}{SP} \frac{e^{ik.PM}}{PM}$$

convention « on s'intéresse qu'au rôle de l'intensité »

On cherche à exprimer SP & PM :

$$PM = \sqrt{D^2 + (x-X)^2 + (y-Y)^2}.$$

$$= D\left(1 + \frac{(x-X)^2}{D^2} + \frac{(y-Y)^2}{D^2}\right)^{1/2}$$

à refaire avec des SP

conditions de Gauss

$$= D\left(1 + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{x-X}{D}\right)^2 + \left(\frac{y-Y}{D}\right)^2\right]\right)$$

$$= D\left(1 + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{x}{D}\right)^2 + \left(\frac{X}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2 + \left(\frac{Y}{D}\right)^2\right] - \frac{xX+yY}{D^2}\right)$$

$$PM = D\left(1 + \frac{1}{2}(\alpha^2+\beta^2) + \frac{r^2}{2D^2} - \frac{\alpha X + \beta Y}{D}\right)$$

où on a posé $\alpha = \frac{x}{d}$, $\beta = \frac{y}{d}$ et $r^2 = X^2 + Y^2$

car $\sin\alpha = \frac{x}{OM} \simeq \frac{x}{d}$

De même :

$$SP = d\left(1 + \frac{1}{2}(\alpha_0^2+\beta_0^2) + \frac{r^2}{2d^2} - \frac{\alpha_0 X + \beta_0 Y}{d}\right)$$

Au dénominateur :

$SP \simeq d$ et $PM \simeq D$.

Dans la phase : l'ordre 2 doit être comparé à λ car $2\pi \frac{PM}{\lambda} \rightarrow$ NON NEGLIGEABLE

On obtient :

$$\boxed{s(M) = \underbrace{\frac{A s_0}{d D}\, e^{ik\overbrace{\left[d + D + \frac{d}{2}(\alpha_0^2+\beta_0^2) + \frac{D}{2}(\alpha^2+\beta^2)\right]}^{\varphi\ \text{commune.}}}}_{s_0} \times \int_\Sigma dx\,dy\, t(X,Y)\, e^{-i\frac{k}{D}\left[(\alpha-\alpha_0)X + (\beta-\beta_0)Y\right] + i\frac{kr^2}{2}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{D}\right)}}$$

1.3. Approximation de Fraunhofer.

Cette formule donne la luminosité en fonction de la position d'observation (x, y) r).

Il existe plusieurs régimes :

- Fresnel → courtes distances
- Fraunhofer → grandes distances de l'objet dif

Ça correspond a negligé le deuxième termes.

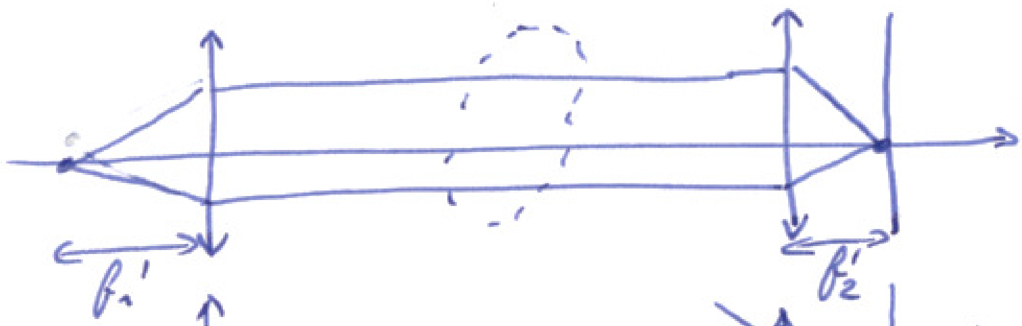
$$\frac{kr^2}{2d} \ll 1 \qquad \frac{kr^2}{2D} \ll 1$$

D'où $D, d \gg \frac{k r^2}{2}$.

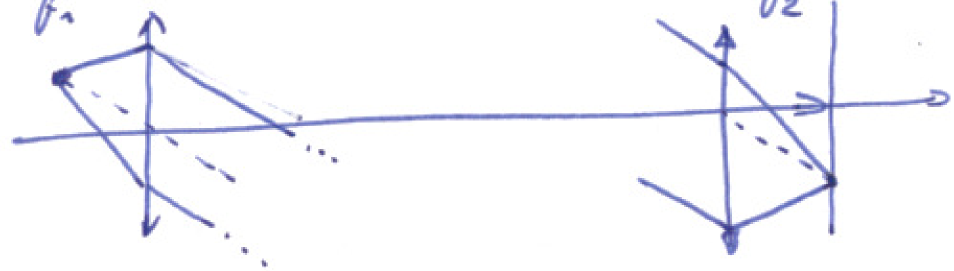
<u>ODG</u> : $\left.\begin{array}{l} \lambda_{He\text{-}Ne} = 630\,nm. \\ r \simeq 0{,}1\,mm \end{array}\right\}$ $D, d \gg 5\,cm$.

$r \simeq 1\,mm \quad \rightarrow D, d \gg 5\,m$.

- En pratique on se place à 1 m.
- Mieux on place source et écran au foyer de deux lentilles → infinie



OU



Dans ce cas :

$$s(M) = \tilde{s}_0 \int_{\Sigma} dx\,dy\; t(X, Y)$$