(1

LP27 : Effet tunnel : radioactivité α

Niveau : Licence.

Prérequis : fonction d'onde, eq schrö stat, solutions pour puits et une marche de pot à 1D, ~~isotope~~ physique nucléaire (radioactivité, isotope, conservation d'énergie), potentiel coulombien

Intro sur le cas d'une part face à une barrière de pot V_0 (exemple ?)

→ classiquement si $E < V_0$, la ~~proba d~~ part ne peut traverser la barrière, sa probabilité de presence est nulle.

→ en MQ, plus le cas, proba non nulle → on va voir pq !

A faire :

→ donner sens physique de pq

→ onde evanescente dans la barrière.

I - Effet tunnel & franchissement d'une barrière de potentiel.

1.1. Solutions.

avoir vocab MQ → $\psi(x)$
la fct d'onde se decompose sur état propre de eq stat.

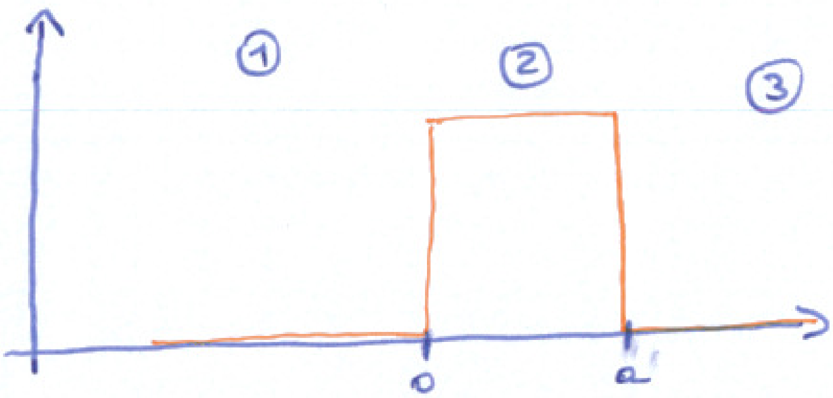
On considère une particule de masse m d'énergie E, et de fonction d'onde $\Psi(x,t)$
→ état propre stat ψ vérifie :

ψ vérifie l'equation de Schrodinger stationnaire :

$$\hat{H}\psi = E\psi \;.\; \rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi + V(x)\psi = E\psi$$

où $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)$

$$\left(\text{avec } V(x) = \begin{cases} V_0 > E \text{ si } x \in [0,a] \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}\right)$$



"Donc on a deux equations selon le domaine."

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x) + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

$$\rightarrow \frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x) + \underbrace{\frac{2mE}{\hbar^2}}_{k^2}\psi(x) = 0$$

avec $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$

→ solution $\Delta < 0$:

$$\psi = A_{1,3}\, e^{ikx} + B_{1,3}\, e^{-ikx} .$$

A' B'

état propre
→ onde plane

Dans ②, de même :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x) - \underbrace{K}_{>0}{}^2\psi = 0 \quad \text{avec } K = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}$$

→ solution $\Delta > 0$

$$\psi = C\, e^{-Kx} + D\, e^{Kx}$$

état propre
onde evanescente

On a donc les solutions:

état ,

$$\psi_① = \underline{A}\,(e^{ikx} + \underline{r}\, e^{-ikx})$$

↳ réflechie en 0.

$$\psi_② = \underline{A}\,(\underline{\alpha}\, e^{-Kx} + \underline{\beta}\, e^{Kx})$$

↳ existe car barrière finie.

↳ ondes evanescentes dans la barrière

A car tout dépend de amplitude incidente

$$\psi_③ = \underline{A}\,\underline{t}\, e^{ik(x-a)}$$

→ "ondes existe car ondes evanescentes non nulle en $x = a$, si a grand, $\underline{t}$ ↓."

parler d'onde plane incidente

Le potentiel étant finie, ψ et ψ' sont continues en $x=0$ et $x=a$.

- $\underline{1} + \underline{r} = \underline{\alpha} + \underline{\beta}$

  $k(1-\underline{r}) = K(-\underline{\alpha} + \underline{\beta})$

- $\underline{\alpha}\, e^{-Ka} + \underline{\beta}\, e^{Ka} = \underline{t}\, \underbrace{e^{ik(a-a)}}_{=1}$

  $\cancel{(-\underline{\alpha} + \underline{\beta}) K = k\, \underline{t}}$

  $+K(-\underline{\alpha}\, e^{-Ka} + \underline{\beta}\, e^{Ka}) = \underline{t}\, k.$

1.2. Coefficient de transmission

$$T = \frac{|\underline{A}\,\underline{t}|^2}{|\underline{A}|^2} = |\underline{t}|^2.$$

On peut montrer en résolvant ces eqs pour $(\underline{r}, \underline{\alpha}, \underline{\beta}, \underline{t})$

$$T = \frac{1}{1 + \frac{(k^2+K^2)^2}{(2kK)^2}\, \mathrm{sh}(Ka)^2} \qquad \mathrm{sh}\, Ka \underset{a\to+\infty}{\to} +\infty$$

$T \searrow 0$ très vite quand $a \nearrow$.

Limite de la barrière épaisse. $Ka \gg 1$:

$$\mathrm{sh}\, Ka \simeq \frac{e^{Ka}}{2}.$$

Et $$\boxed{T \simeq \frac{16\, k^2 K^2}{(k^2+K^2)^2}\, e^{-2Ka}}$$

"on retrouve bien que ça dépend de l'amplitude (5
de l'onde evanescente en a"

OG : longueur caract de décroissance

$$d_T = \frac{1}{2K} = \frac{\hbar}{\sqrt{8m(V_0-E)}} \simeq 0{,}1\,nm.$$

$= \frac{10^{-34}}{\sqrt{10^{-36}}} = 10^{-34+18} = 10^{-16} = 10\,fm.$

$\hbar = 10^{-34}\,J.s.$ $\quad \underbrace{V_0-E}_{\simeq 1eV}$ ← forces de liaisons.

$V_0-E = 10^{8}\,eV = 10^{-10}\,J$

$m_n = 10^{-27}\,kg$

"Donc on a vue que une particule confiné dans un potentielle peut exister en dehors de la barrière".

"on va appliquer ça pour expliquer la radioactivité α".

II - Application à la radioactivité α.

2.1. Phénomène

Un noyau peut se désintégré en emettant une particule α ⟷ noyau d'helium.

$${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$$

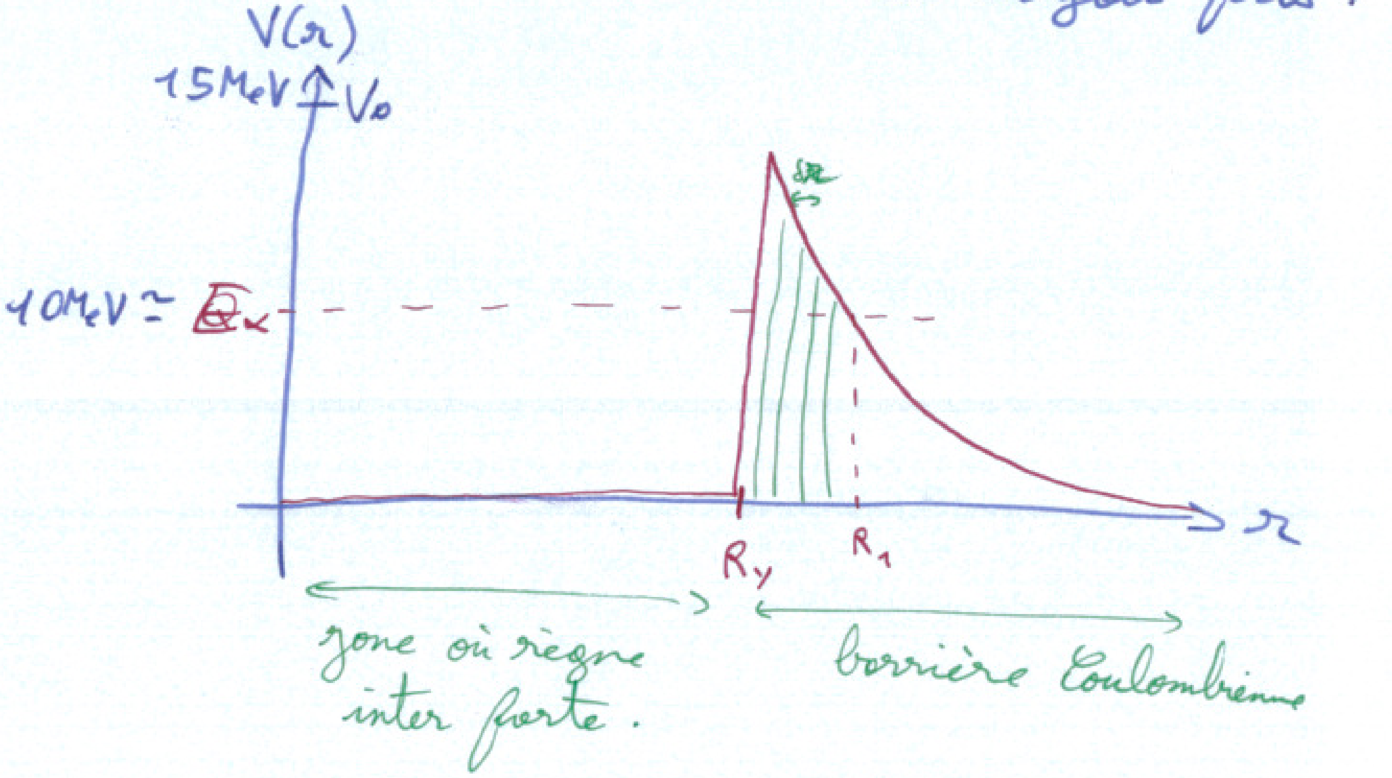
→ slide → il existe plusieurs noyaux avec de tel canaux de désintegration.

Selon les noyaux considéré on peut montrer que $E\alpha \simeq 4 - 10\,MeV$. → fct de Z_1

par bilan d'energie $\quad E\alpha = (M_X(\cancel{A}, Z) - M_Y(x, Z) - M\alpha)\,c^2$

2.2. Explication.

On considère α comme une particule dans le potentiel Coulombien du noyau fils Y



$$V(R) = \frac{2 Z_Y e^2}{4\pi\varepsilon_0 R_Y} \simeq 15 \text{ MeV}.$$

$R = R_Y = 7 fm$

→ effet tunnel $E_\alpha < V_0$.

épaisseur → $R_1 - R_Y$ où $R_1 \leftrightarrow V(R_1) = E_\alpha$.

$R_1 \simeq 45 fm$.

On cherche à déterminer proba de passage de α à travers barrière → barrière pas constante → on saucissonne chaque tranche va donner une proba de transmission

$$P = \prod_{i=1}^{N} P(r_i)$$

On a montrer que $P(r_i) \propto e^{-K(r_i)\delta r}$

$$\rightarrow \quad P \simeq e^{-\sum_i K(r_i)\,\delta r}.$$

→ limite continue

$$P \simeq e^{-\int_{R_*}^{R_1} K(r)\,dr}.$$

~~On~~ Donc en intégrant on obtient une ~~f~~ proba de passage. $K(r) = f(E_\alpha(R_*), V(r))$

$$K(r) = \frac{\sqrt{2m_\alpha(V-E)}}{\hbar} = f(Z_Y)$$

2.3. Période de demi-vie

"On considère que la particule α fait des aller retours dans le noyau, et à chaque à une proba de sortie"

* proba d'émission α par seconde : $\lambda = \underset{\text{nbre aller retour en 1 s.}}{n}\, P.$

Echantillon de l'élément $\quad N(t) = N_0(t)\, e^{-\lambda t}.$

Temps de demie vie $\quad T_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}.$

Ozgp

On peut montrer : loi de Geiger-Nuttall.

$$\boxed{\ln T_{1/2} = a + b \times E_\alpha^{-1/2}}$$

a, b fonction de Z et de n.

$$n \simeq \frac{v_\alpha}{2R_y} = \sqrt{\frac{2E_\alpha}{m_\alpha}} = f(E_\alpha) \simeq 10^{21}\ s^{-1}.$$

↳ nbre d'allez retour en 1 s

39'40''.

$R = 1{,}2\,fm\ A^{1/3}.$

- préparer → calcul $\underline{r}, \underline{s}, \underline{t}$,

- attention au langage sur MQ.
  ⟺ "on calcule des états stationnaire"

- $p \leftrightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ onde plane
  qui vérifie
  De Broglie.

- → parler onde plane | incidente
  | réfléchie

- manip numérique.

paquet d'onde gaussien → décomposé sur état propre.

→ $\psi(t,x)$ en fct du tps.

→ pb de normalisat°  e^{ikx}

→ à faire en limite périodique à l'inf.