LP 11 : Rétroaction et oscillations

Niveau : Licence.
Prérequis : Electrocinétique, AO, fct de transfert

Limite de la commande direct :
- perceuse : moteur : vitesse de rotation ≠ suivant le couple (i.e. le matériaux percée)
  Si on souhaite $v = cte$, il faudrait caracterisé/connaître préalablement les matériaux → impossible
  MOUAIS
- four : on veut cuire qq chose à T constant, on peut caractériser le four et savoir comment alimenter résistance pr que T cte. Mais en y introduisant nourriture → on change réponse ! Il faudrait caractériser le four avec une infté de config pr $T = cte$.
  ⇔ solution : asservissement.

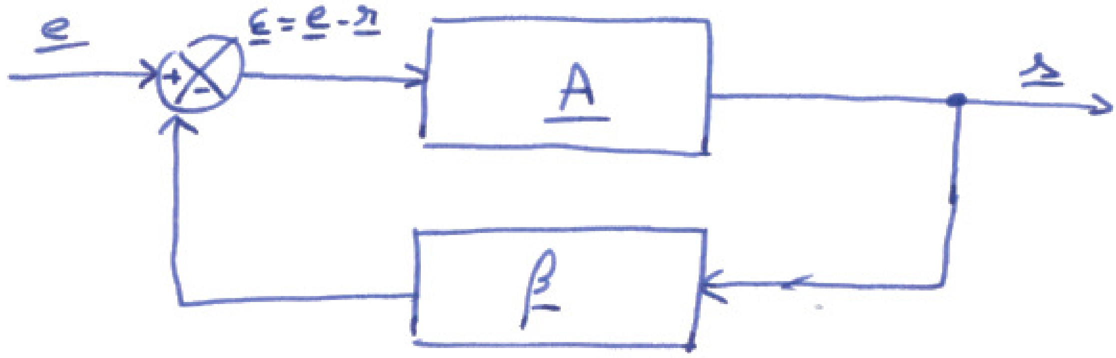
→ Asservissement sert à maintenir la réponse d'un système à une valeur de commande.

I - Asservissement

1.1. Boucle de rétroaction

" Un actionneur est contrôlé par un comparateur qui compare un valeur mesurée par un capteur sur la sortie s à une valeur de commande e. "

Représentation en schéma bloc



Fonction de transfert : "permet de caractériser la boucle"

$$\underline{H}_{FTBF} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$$

Ici : $\underline{s} = \underline{A}(\underline{e} - \underline{r})$, avec $\underline{r} \to \underline{\beta}\,\underline{s}$

$$\to \underline{s}(1 + \underline{A}\,\underline{\beta}) = \underline{A}\,\underline{e}$$

$$\boxed{\underline{H}_{FTBF} = \frac{\underline{A}}{1 + \underline{A}\,\underline{\beta}}}$$

→ comportement face à un échelon (réponse indicielle) ou à un excitation sinusoïdale (réponse fréquentielle) $\to H(j\omega)$

1.3. Caractéristique d'un système bouclé

" ~~Pour~~ Il peut être important de déterminer certaines caractéristiques de la boucle pr répondre à un cahier des charges (ex: un four chauffe trop, au point de brûler composant)."

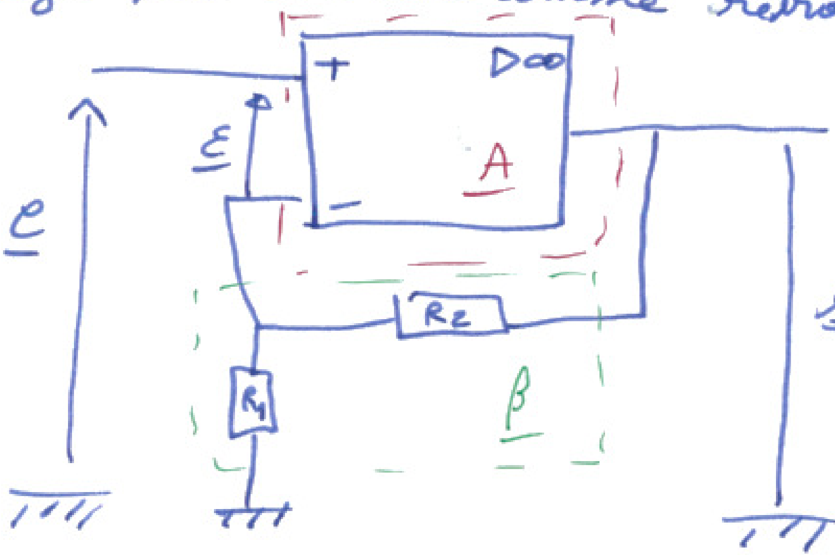
On définit :

- la précision statique : erreur entre sortie et commande à $t \to +\infty$.
- précision dym : erreur à tout t.
- rapidité : tps pr atteindre valeur de commande.

Pour régler une boucle, on rajoute un correcteur avant A. En général compromis entre précision et rapidité.

1.2. (avant) Exemple : montage amplificateur non inverseur

Déjà peut être vue comme rétroaction



Millmann :

$$V_- = \frac{s/R_2 + 0/R_1}{1/R_2 + 1/R_1} = \frac{s}{R_2} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\underline{s} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_-$$

Si AOP : $V_+ = V_- = \underline{e}$ sinon saturation

$$\underline{H}_{FTBF} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

(Rq : réponse ≠ pr ≠ freq (slew rate ...))

→ système bouclé : amplification

exp : on inverse V_+ et V_-, on observe saturation
→ syst diverge → stabilité ?

II - Stabilité des systèmes bouclés (linéaires ?)

2.1. Définition

Un système est stable si à entrée finie la réponse reste finie.

"On voit que si dénominateur de $H_{FTBF} = 0$, alors diverge."

2.2. Condition de stabilité

On voit donc que les pôles de la HFTBF joue un rôle centrale.

$\underline{H}_{FTBF} = 0$ est une condition nécessaire ~~mais~~ pour instabilité mais pas suffisante.

$$\underbrace{(1 + \underbrace{A\beta}_{H_{FTBO}})}_{\text{racine de ça = pôle de } H_{FTBF}} s = A \underline{e}$$

On s'intéresse à entrée nulle car on va appliquer ça ~~au~~ cas des oscillateurs ensuite.

Analysons le cas de syst d'ordre 2.

$$\frac{ds^2}{dt^2} + a\frac{ds}{dt} + b = 0.$$

$$\rightarrow \quad r^2 + ar + b = 0.$$

racines

$\Delta > 0 \quad x_\pm = -\alpha \mp \beta \rightarrow$ apériodique
$\Delta = 0 \quad x = -\alpha \rightarrow$ critique
$\Delta < 0 \quad x_\pm = -\alpha \mp i\beta \rightarrow$ oscillant

α introduit $s \propto e^{-\alpha t}$, donc si $\alpha > 0$ stable
$\alpha < 0$ instable
$\alpha = 0$ limite de stabilité

Stabilité $\boxed{\Re(r) < 0.}$

Revenons sur les systèmes bouclés, en complexes si H_{FTBO} est d'ordre 2.

$$(-\omega^2 + j\omega a + b + 1)s = 0$$

$s \neq 0$ si eq caractéristique $= 0$

Donc les racines de l'équation caractéristique sont les poles de la H_{FTBF}.

$Re(\text{pôle}) < 0$ stable

$Re(\text{pôle}) > 0$ instable

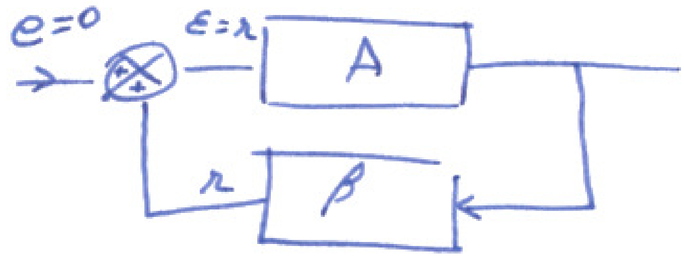
$Re(\text{pole}) = 0$ oscillant.

$\hookrightarrow$ i.e pôle $= j\omega_0$.

III - Oscillations.

3.1. Critères de Barkausen.

On s'intéresse à syst avec sommateur cette fois



$$H_{FTBF} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{A}{1 - \underbrace{A\beta}_{\text{on introduit } H_{FTBO}}}$$

Il sera auto-oscillant si $e = 0 \rightarrow s \neq 0$, le critère de tout à l'heure revient à avoir une racine ω_0 tq :

$A(j\omega_0)\beta(j\omega_0) = 1$

$$\boxed{\begin{array}{l} |H_{FTBO}(j\omega_0)| = 1 \\ \arg(H_{FTBO}(j\omega_0)) = 0 \end{array}} \Big) \mathcal{R}_e \qquad p = j\omega_0$$

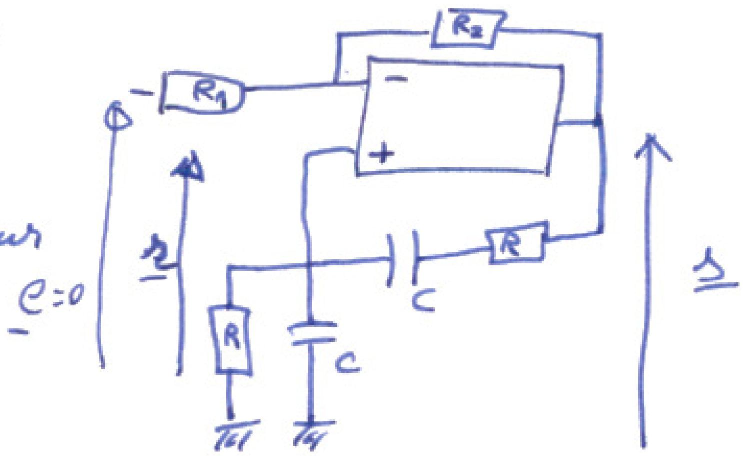
condition de Barkhausen.

3.2. Oscillateurs à pont de Wien.

schema slide :

β = filtre

A = amplificateur



$$\beta = \frac{\underline{r}}{\underline{s}} \qquad \underline{r} = \frac{\underline{s}\left(\frac{1}{R + 1/jC\omega}\right)}{\frac{1}{R} + jC\omega + \frac{1}{R + 1/jC\omega}}$$

$$\frac{\underline{r}}{\underline{s}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{R} + jC\omega\right)\left(R + \frac{1}{jC\omega}\right)}$$

$$= \frac{1}{1 + 1 + \frac{1}{jRC\omega} + jRC\omega + 1}$$

$$\beta = \frac{1}{3 + j\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \qquad \omega_0 = RC$$

↳ syst oscillant

~~↳ exp : verifier ω_0 avec~~ fct de transfert ? en boucle ouverte ?

Rappel $A = 1 + \frac{R_2}{R_1}$ → amplificateur

$$= \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

Barkhausen :

$$1 - \beta(j\omega)\frac{R_1 + R_2}{R_1} = 0$$

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2} = \beta = \left.\frac{1/3}{1 + \frac{j}{3}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}\right|_{\omega_0}$$

i.e. $\frac{R_2 + R_1}{R_1} = 3$. ou $\boxed{R_2 = 2R_1.}$

on boucle la boucle et on montre les oscillations pour $R_2 = 2R_1$ et établissant

OU exp mesure ω_0 signal → comparaison à RC