LP20 : Diffraction par des structures périodiques

Niveau : Licence

Prérequis : diffraction (théorème de translation, figures), interférences

On a vu que un objet diffracte la lumière aboutissant à un figure caractéristique de l'objet (lié par TF).

Si on considère deux fentes on a vu que les interférences produisent des figurent d'interf dans la figure de diffraction.

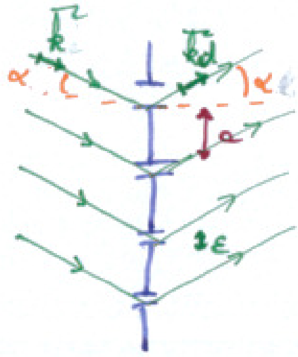
Aujourd'hui, on va s'intéresser au cas des réseaux dans lequel on multiplie le nombre de fente.

à rajouter influence de la densité d'objet diffractant

I – Réseau de diffraction à 1D.

1.1. Situation.

Comme en diffraction, un faisceau // arrive sur une structure de fente régulièrement espacée



N fentes

(commentaire sur réseau transmission et réflexion)

"On commence par considérer un faisceau monochrom.

On a vu en diffraction qu'une fente produit une figure de diffraction, dont le centre est l'image de la source par la lentille, indépendament de la position transverse du réseau.

Ici donc chaque figure de chaque fente se superpose.

Mais on a vu que lorsqu'on déplace une fente, l'onde subit une diff de marche qui induit un écart de phase donnée par le théorème de translation"

$$\underline{E}'(M,t) = e^{i(\vec{k}_d - \vec{k}_i)\cdot\overrightarrow{OO'}}\,\underline{E}(M,t)$$

où $E(M,t)$ transmise par fente en O.
$E'(M,t)$ ———————— O'

On comprend bien que si structure non périodique
→ phase arbitraire → $I = \sum_i I_i$

Mais si périodique i.e. $\overrightarrow{O_i O_j} = p\, a \quad p \in \mathbb{N}$,
il y a une relation de phase et chaque tâche de diffract° interfère

"Pour comprendre effet calculons l'intensité"

4.2. Calcul de l'intensité

$$\underline{E}(M) = \sum_{j=1}^{N} \underbrace{\underline{E_j}(M,\alpha)}_{\underline{E_1}(M,\alpha) \times e^{\overbrace{i(\vec{k_d}-\vec{k_i}).\overrightarrow{O_1 O_j}}}}$$

$$= i\frac{2\pi}{\lambda}(\sin\alpha - \sin\alpha_i)\, a\, j$$

$\Delta\varphi = 2\pi u a$
↳ déphasage entre 2 fente.

$u = \frac{(\alpha - \alpha_i)}{\lambda}$

$$= \underline{E_1}(M,\alpha) \sum_{j=1}^{N} \left(e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha-\alpha_i)a}\right)^j$$

$$= \underline{E_1}(M,\alpha) \sum_{j=1}^{N} \left(e^{i\Delta\varphi}\right)^j$$

→ suite géo :

$$\underline{E}(M,\alpha) = \underline{E_1}(M,\alpha) \frac{1 - e^{i\Delta\varphi N}}{1 - e^{i\Delta\varphi}}$$

$$= \underline{E_1}(M,\alpha) \frac{e^{i\frac{\Delta\varphi}{2}N}}{e^{i\frac{\Delta\varphi}{2}}} \frac{\left(e^{-i\frac{\Delta\varphi}{2}N} - e^{i\frac{\Delta\varphi}{2}N}\right)}{\left(e^{-i\frac{\Delta\varphi}{2}} - e^{i\frac{\Delta\varphi}{2}}\right)}$$

$$\Rightarrow \underline{E}(M,\omega) = \underline{E}_1(M,\omega)\; e^{i(N-1)\frac{\Delta\varphi}{2}} \; \frac{\sin N\frac{\Delta\varphi}{2}}{\sin\frac{\Delta\varphi}{2}}.$$

→ terme |·| nul.

$\rightarrow I \propto |\underline{E}|^2$

$$I = \underbrace{I_{d,1}(M)}_{\text{figure de diffr d'une fente.}} \left[\frac{\sin N\frac{\Delta\varphi}{2}}{\sin\frac{\Delta\varphi}{2}}\right]^2$$

ε^2 si pas dans I_0

$$\boxed{I = I_0\, \mathrm{sinc}^2(\pi u \varepsilon)\left[\frac{\sin \pi u N a}{\sin \pi u a}\right]^2.}$$

$\underbrace{I_0\, \mathrm{sinc}^2(\pi u \varepsilon)}_{}$: facteur de forme "de l'objet diffractant"
↳ en mesurant on remonte à la forme de l'objet

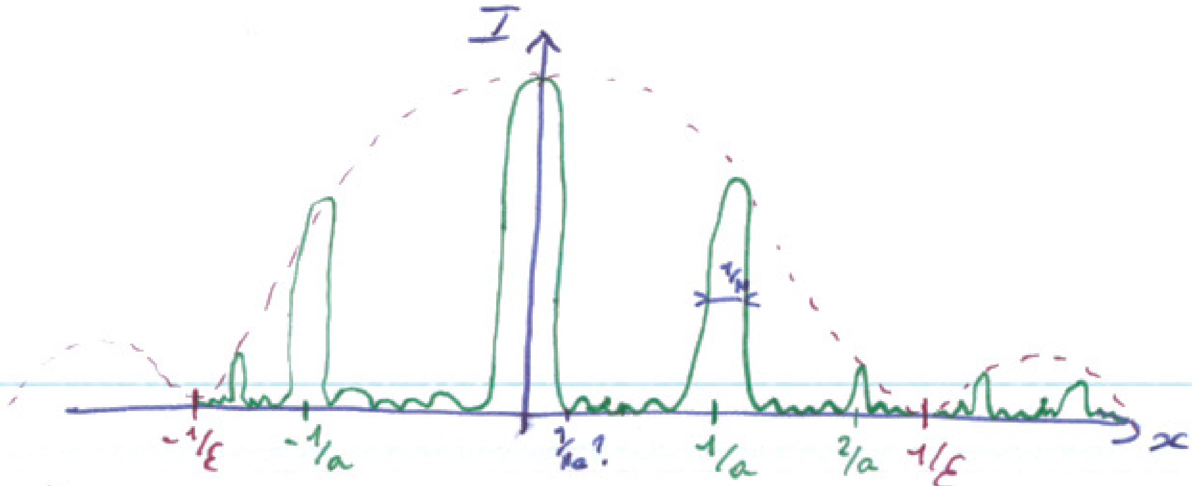
→ freq $1/\varepsilon$

$\underbrace{\left[\frac{\sin \pi u N a}{\sin \pi u a}\right]^2}_{}$: facteur de structure "du réseau"
↳ en mesurant on remonte à structure

→ freq $1/a$.

→ conv sur TF des deux

$1/a < 1/\varepsilon$.



$N \rightarrow +\infty$ dirac

L'onde n'est ~~cohérente~~ constructive qu'à certains endroits (5)
de la tache de diffraction → on obtient des structures qui tendent vers un peigne de dirac $(N \to \infty)$ (multi- convolué plié par la fig de diffr.

II - "On a analysé la figure pour monochrom, si polychrom, chaque λ va donner cond d'interf à ≠ endroit" → ce qui va permettre de caractérisé la source".

II - Etude spectrale d'une source.

2.1. Loi des réseaux

On peut faire un calcul de diff de marche.

$$\Delta\varphi = p\, 2\pi$$

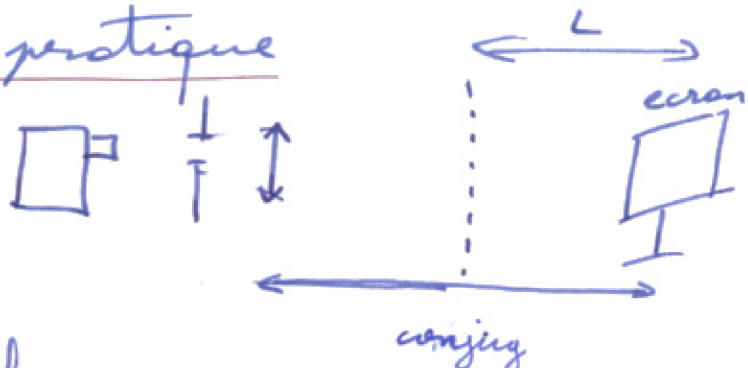
$$\frac{2\pi}{\lambda}(\sin\alpha - \sin\alpha_i)\, a = p\, 2\pi \qquad p \in \mathbb{Z}.$$

$$\boxed{(\sin\alpha - \sin\alpha_i) = p\,\frac{\lambda}{a}.}$$

La position des maxima (α) dépend de λ.
→ la lumière est dispersée.

2.2. Mise en pratique

exp :



en lum blanche
puis philorae Hg. + filtre 545 nm.

mesure $\alpha - \alpha_i$

avec $\tan \alpha - \alpha_i \simeq \alpha - \alpha_i$
d''/L.

→ on remonte à a.

pr a th = 100 ligne / mm
= 10 µm.

→ on a corrd reseau mais on peut faire inverse.

2.3. Pouvoir de résolution → cf femto-phys.

• Pouvoir dispersif : capacité a séparer 2 λ.
a des ordres diff → $\alpha_p = \alpha$ depend pas linéairement avec λ

$$D = \frac{d\alpha}{d\lambda}$$

$$\lambda = \frac{a}{p} \sin \alpha$$

$$D = \frac{p}{a \cos \alpha}$$

a ↘ D ↗ → exp.

p ↗ D ↗ donc on aura intéré à avoir p grand

"Mais risque de recouvrement".

• Resolution intrinsèque

$$P_R = \frac{\lambda}{\delta\lambda_{min}} = p\,N.$$

diff minimale entre 2 λ.

Rayleigh max de l'un = 0 de l'autre.

N ↗ R_R ↗.

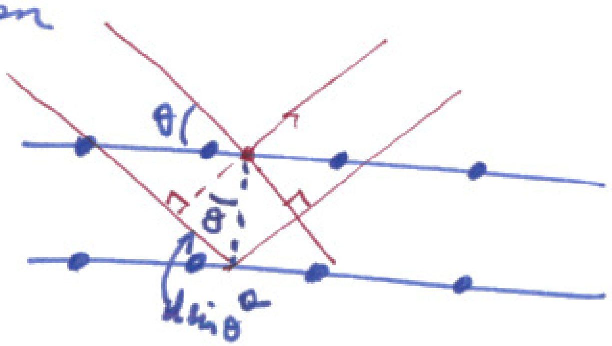
III - Diffraction par des solides cristallins

Cristal → réseau périodiques de structures (~~mailles~~, ou atomes?)

3.1. Formulation de Bragg.

Chaque "plan réticulaire" va agir comme un reseau en réflexion.

Il y aura une relation de phase entre chaque plan



$d \simeq 1\,Å$

$$\delta = \boxed{2d\sin\theta = n\lambda}$$

OG : $d \simeq 1\,Å$
$\lambda \simeq 10^{-10}$ m.
rayons X.

Ainsi en étudiant diffraction à ≠ angles, on peut remonter à la structure du cristal.
↳ structure ADN ?

3.2. Formulation de Von Laue. → reseau de Bravais
surement pas le temps.