LP 13 : ondes progressives ondes stationnaires

+ 0'40''

- Niveau : CPGE
- Prérequis : · électrocinétique
  · ED
  · fonctions sinusoïdales

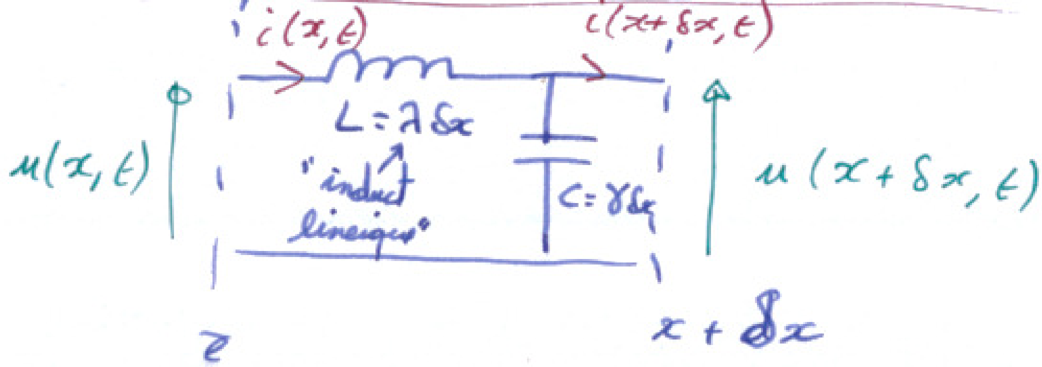
Intro slides : vague, tremblement de terre, communication

0'20''

Définition : perturbation d'une grandeur physique qui se propage de proche en proche dans un milieu (matériel ou immatériel).

I - Équation de propag 1'40''

1.1. Propag dans un cable coax.



4'00''

* Loi des mailles

$$u(x,t) = u(x+\delta x,t) + \lambda\,\delta x \times \frac{\partial i}{\partial t}(x,t)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{u(x+\delta x,t) - u(x,t)}{\delta x} = -\lambda \frac{\partial i}{\partial t}(x,t).$$

$\Rightarrow \delta x \to 0 \Rightarrow$ $$\boxed{\frac{\partial u}{\partial x}(x,t) = -\lambda \times \frac{\partial i}{\partial t}(x,t)}$$ (1)

(2

• Loi des noeuds :

$$i(x,t) = i(x+\delta x, t) + \gamma\,\delta x \,\frac{\partial u}{\partial t}(x+\delta x, t)$$

7'00

$$\underset{\delta x \to 0}{\Rightarrow} \boxed{\frac{\partial i}{\partial x}(x,t) \;-\gamma \frac{\partial u}{\partial t}(x,t)} \quad (2).$$

$\Rightarrow$ 2 grandeurs couplés i et u.

$$\Rightarrow \frac{\partial (1)}{\partial x} : \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -\lambda \,\frac{\partial^2 i}{\partial x \partial t} = -\frac{\partial^2 i}{\partial t \partial x}.$$

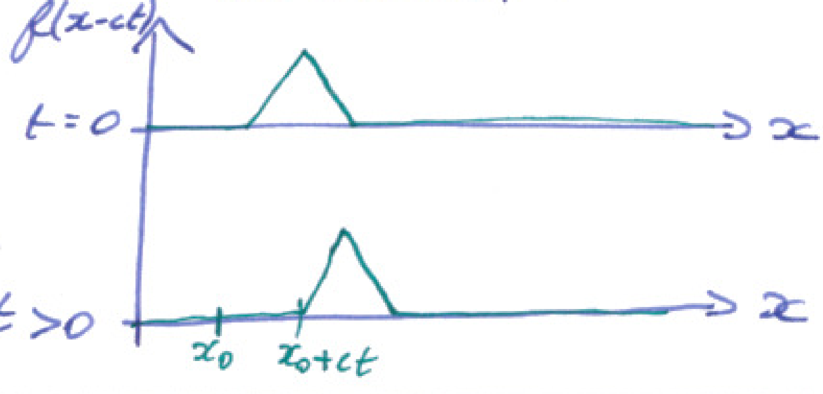
$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = +\gamma\lambda \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}}$$

$\Rightarrow$ équation de d'Alembert

$$\boxed{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0}$$

1.2. Solutions de l'équation

* fcts du type $f(x \pm ct)$ sol de l'eq de d'Alembert.



⟹ solution se propage vers les x croissant

→ "commentaire sur $f(x+ct)$ → dans autre sens"

14'00"

* c est la vitesse de propaga- de l'onde de ces ondes

1.3. Mesure de c pour le cable coax :

$$\Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{\gamma \lambda}}$$

15'40"

exp : un prépa mesure.

$$\begin{cases} \gamma = 102{,}51 \pm 0{,}01 \ \mu F.m^{-1} \\ \lambda = (345 \pm 2) \ mH.m^{-1} \end{cases}$$

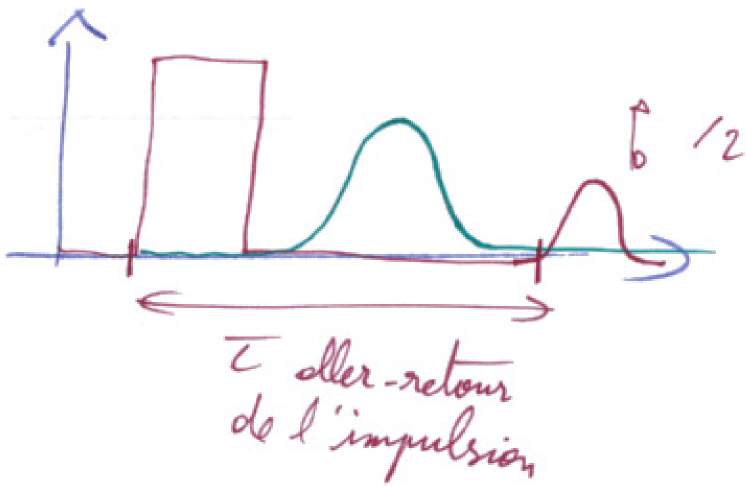
$$\Rightarrow \boxed{c \simeq (1{,}78 \pm 0{,}01) \times 10^{8} \ m.s^{-1}}$$

$\simeq c_{lum}$.

17'00".

signal → direct oscillo

→ cable → oscillo.



commentaire en terme de d'impédance

2'00"

* retard : · $\Delta t = (1{,}00 \pm \underbrace{0{,}01}_{???})$ ~~ms~~ μs.

· $d = (200 \pm 1)$ m

dû à raccordement GBF → oscillo

$$\Rightarrow C_{mes} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{1.10^{-6}}{200} \simeq 2{,}00 \times 10^8$$

$$\delta C_{mes} = C_{mes} \sqrt{\left(\frac{\delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\delta \Delta t}{\Delta t}\right)^2}$$

$$\simeq 0{,}02 \times 10^8 \ m.s^{-1}.$$

$$\Rightarrow \boxed{C_{mes} \simeq (2{,}00 \pm 0{,}02) \times 10^8 \ m.s^{-1}}$$

< 4'20"

com sur interpret → connectique
→ et onde déformer du à cable courbe

25'00".

1.4. Onde plane harmonique.

$$u(x,t) = A \cos(kx - \omega t + \varphi)$$ ← coron

verif :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -k^2 A \cos(kx - \omega t + \varphi)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\omega^2 A \cos(\text{———})$$

~~"fct est sol~~

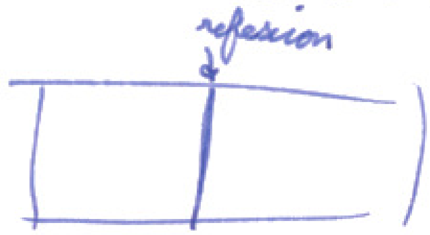
$\Rightarrow$ sol de l'eq de d'Al

ssi $\boxed{k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}.}$ relation de dispersion.

28'00

$\Rightarrow$ OPPH

exp : cuve à onde : $\rightarrow$ on voit ~~un~~ OPPH.

$\rightarrow$ on place 

$\rightarrow$ on voit onde où maxima et minima bouge pas.

$\rightarrow$ onde stat.

31'400

II - Ondes stationnaire

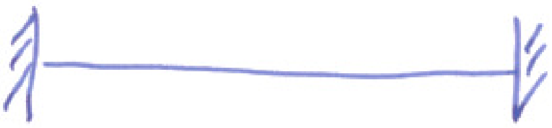
2.1. Superposition de 2 OPPH.

$$u(x,t) = A \cos(kx - \omega t) + A \cos(kx + \omega t)$$

$$\boxed{u(x,t) = 2A \cos(kx) \cos(\omega t)}$$

$\Rightarrow$ separation des composantes spatiales et temporelles

2.2. Conditions aux limites. 35'00". 5



$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(x,t) = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}.$$

$\underline{CL}$: $y(x=0,t) = y(x=L,t) = 0.$

$\Rightarrow$ si on considère une ond stat.

$\Rightarrow y(x,t) = 2A\cos(kx+\psi)\cos(\omega t+\varphi)$

$\Rightarrow y(x=0,t) = 2a(\psi)\cos(\omega t+\varphi)$

$\Rightarrow \boxed{\psi = \pm\frac{\pi}{2}}$

38'50".

$\Rightarrow y(x,t) = 2A\sin kx \cos \omega t+\varphi.$

$\Rightarrow kL = \pm n\pi.$

on peut montré $\Rightarrow \boxed{k_n = \frac{n\pi}{L}}$

on a vu base de la propage pr l'éq de d'Alembert.

Faut savoir que autre sol → vectoriel, etc.

mais on a tjrs une base de OPPH. ~~PR~~ pr ED linéaire!!!

et quand CL → onde stationnaire

40'34"

(6

→ Q : • autres eq d'onde ?

vect : $\Delta\vec{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$

• KG
• dirac graphène

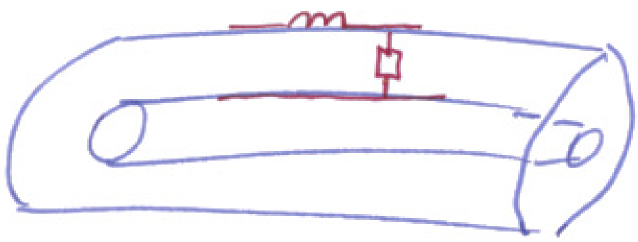
milieu $\Delta\vec{E} - \vec{grad}(div\,\vec{E}) = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$.

eq de Schrö en MQ.

• onde grav.

onde de gravité cuve à onde → eq compliqué.

• comment on arrive à cette modelisation du cable.



pq par unité de longueur la ~~c~~ capa.

$C = \frac{\varepsilon_0 \cancel{l} S}{e} = \frac{\varepsilon_0\, l \times d}{e}$

$C_l = \frac{\varepsilon_0 d}{e}$.

• ~~eq~~ corde on a dit que respecte d'Ale.
comment on montre ?

• deformation du paquet ⎍ ?
angle droit → frequence haute

cable coax dispersif pr HF.

• c'est quoi un milieu dispersif ?

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

$$v_\varphi = \frac{\omega}{k} \qquad v_g = \left.\frac{d\omega}{dk}\right|_{\omega_0} .$$

c'est quoi v_φ → vitesse d'un maximo d'un sinusoïde

c'est quoi v_g →

→ vite deplacement du milieu du paquet paquet d'onde.

• on peut pr eq linéaire dev sur base OPPH.

→ via la série de Fourier.

• c'est quoi la λ.

↔ $\frac{2\pi}{k}$.

• onde non linéaire ? → comme cuve à onde eq compliqué.

↔ canal plat → on a observer des solitons qui se propage sans deformations.

→ eq → dispersif → compensé par non linéarité.