LP26 : Cinématique relativiste
Expérience de Michelson
et Morley

Niveau : Licence.

Prérequis : EM, Michelson, différence de marche, figure interf, loi de décroissance exponentielle, temps de 1/2 vie

Intro 1.1. ?

I - Expérience de Michelson et Morley.

1.1. Motivation

• Propagation de la lumière, théorie de Maxwell

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

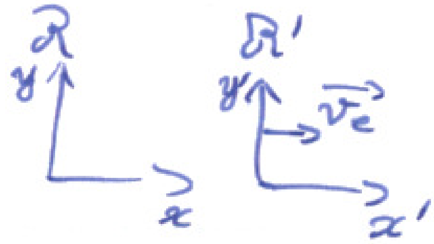
c : vitesse de la lumière p/r à quoi ?
(↳ vitesse plus faible dans matière (≠ son))

Hypothèse de Fresnel : la lumière se propage dans un milieu matériel à $c = 3 \times 10^8\ m.s^{-1}$ (exp de Bradley étoile lointaine) : c'est l'éther.

(Rq : 1851 Fizeau $c_{atm} = 3{,}13 \times 10^8\ m.s^{-1}$).

• On devrait donc pouvoir vérifier existence de l'éther car Terre à mvt $30\ m.s^{-1}$, autour du soleil.

On doit donc avoir $c_{lum} = c \pm 30\ m.s^{-1}$ car composition vitesse galiléenne :

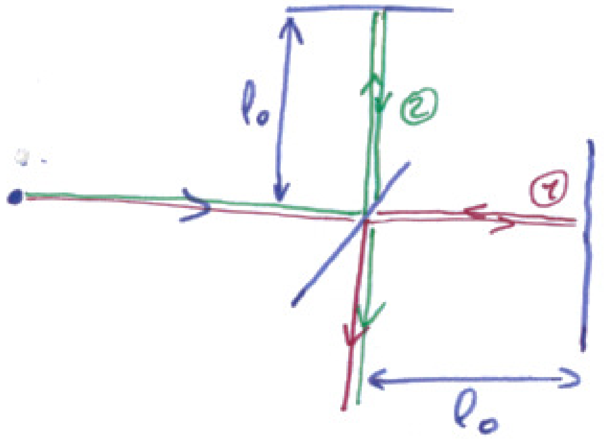


$$\boxed{\vec{v}_{R'} = \vec{v}_R - \vec{v}_e}$$

" $\frac{\Delta c}{c} \ll 1$ → mesure précise "
→ interféro.

1.2. Interférométrie

$\longrightarrow \vec{v_e}$



"Du à $\vec{v_e}$ vitesse de la lum $\neq$ dans chaque bras $\rightarrow$ induit déphasage".
↳ fig d'interf.

Dans ref de l'éther

①

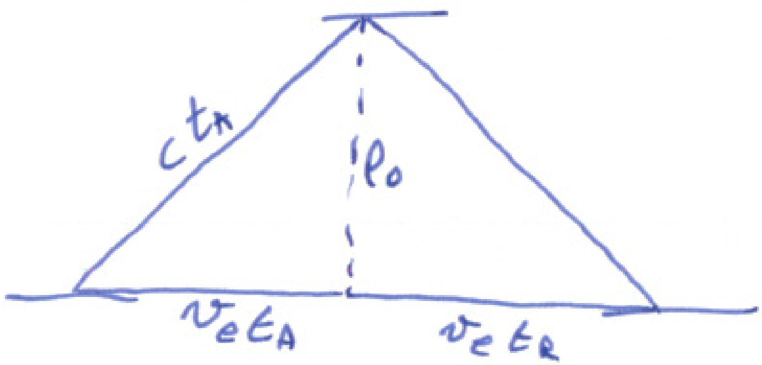
$$t_A = \frac{l_0 + \overbrace{v_e t_A}^{\text{miroir bouge}}}{\underbrace{c}_{\text{vit éther}}} \rightarrow t_A = \frac{l_0}{c - v_e}$$

De même $t_R = \dfrac{l_0 - v_e t_R}{c} \rightarrow t_R = \dfrac{l_0}{c + v_e}$.

$$t_{AR,①} = l_0 \left(\frac{1}{c - v_e} + \frac{1}{c + v_e} \right) = \frac{2 l_0 c}{c^2 - v_e^2}$$

$$= \frac{2 l_0}{c\left(1 - \frac{v_e^2}{c^2}\right)}$$

② Miroir bouge pendant l'AR :



$$\rightarrow \quad c^2 t_A^2 = \ell_0^2 + v_e^2 t_A^2$$

$$\rightarrow \quad t_A = \frac{\ell_0}{c\sqrt{1 - v_e^2/c^2}} \left(= \frac{\ell_0}{c}\,\gamma(v_e) \right)$$

$$t_{AR,2} = \frac{2\ell_0}{c\sqrt{1 - v_e^2/c^2}} = \frac{2\ell_0}{c}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v_e^2}{c^2}\right)$$

D'où $\Delta\phi = 2\pi\nu\,\Delta t_{AR}$.

$$= 2\pi\nu\,\frac{2\ell_0}{c}\left[1 + \frac{v_0^2}{c^2} - \left(1 + \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{c^2}\right)\right]$$

$$\Delta\phi = 2\pi\nu\,\frac{\cancel{2}\ell_0}{c\,\cancel{2}}\,\frac{v_e^2}{c^2}.$$

fin of perey $\Delta p = 0,4 \ldots$

esp: Michelson lum blanche.

(Rq: en RR ce calcul se ~~s~~ solutionne avec contraction longueur)

II - Cinématique relativiste

2.1. Postulats (d'Einstein 1905)

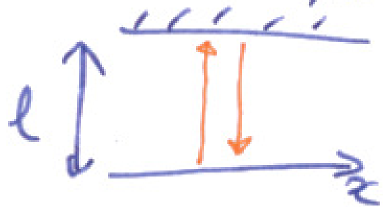
(i) Principe de relativité : les lois de la physique sont invariantes par chgt de réf galiléen

(ii) Invariance de c : dans tous référentiels, la lumière se propage à la même vitesse c (dans le vide)

2.2. Relativité du tps → sur slides?

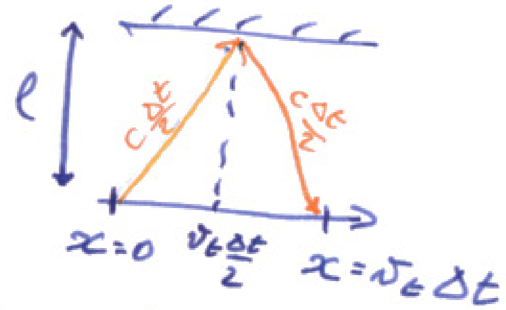
"Imaginons un train, dans lequel un contrôleur se regarde dans un miroir, on considère le temps que met un photon à faire AR".

Dans R_{train}, tt immobile



$$\Delta t = \frac{2\ell}{c}$$

Dans R_{quai}, vu depuis ext, contrôleur et miroir en mvt.



Même situation que tout à l'heure

$$\Delta t' = \frac{2\ell}{c} \underbrace{\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_t}{c}\right)^2}}}_{\equiv \gamma(v_t)}$$

$\Delta t \neq \Delta t'$!

$$\boxed{\Delta t' = \gamma(v_t)\, \Delta t}$$

en mvt immobile

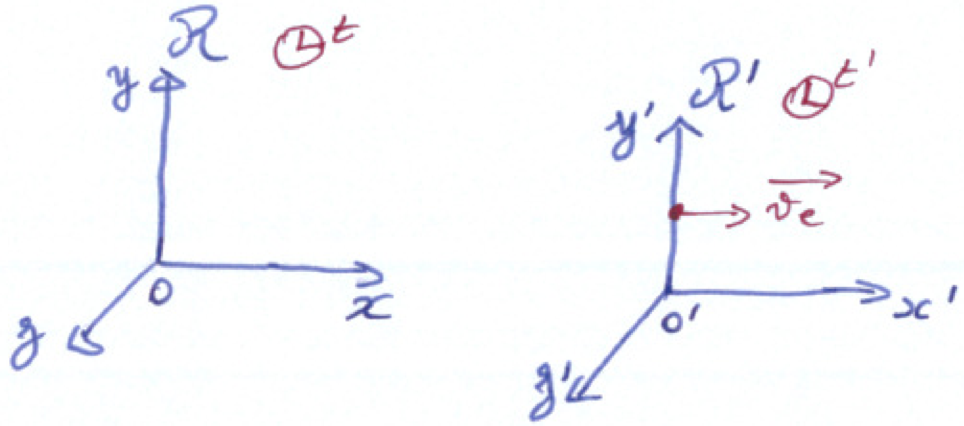
slide facteur γ.

Donc temps relatif !

2.3. Transformée de Lorentz

"Le temps est donc désormais relatif, il y a une coordonnée de temps différente dans chaque réf."

↳ Loi de transfo des coords entre 2 réf gal ?



$z = z'$ $\quad y = y'$.

• "Un MRU dans $\mathcal{R}$ (i.e. loi lin entre t et x) doit rester MRU dans $\mathcal{R}'$."

Donc transfo linéaire

Rq: ct par commodité → homogène

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \end{pmatrix} = [\Lambda] \begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix}$$

• Dans $\mathcal{R}$, O' $(x'=0)$ doit vérifier $x = v_e t$.

$0 = x' = \lambda_{21} ct + \lambda_{22} x$. $\quad \rightarrow x = \underbrace{-c \frac{\lambda_{21}}{\lambda_{22}}}_{v_e} t$

$\lambda_{21} = -\frac{v_e}{c} \lambda_{21} \equiv -\beta \lambda_{21}$

• De même dans $\mathcal{R}'$, O ($x=0$) doit vérifier

$x' = -v_e t$. $\rightarrow$ $\lambda_{12} = -\beta \lambda_{11}$.

Donc $\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & -\beta\lambda_{11} \\ -\beta\lambda_{22} & \lambda_{22} \end{pmatrix}$

• Voir transfo 2 $\rightarrow$ invariance

$$\Lambda(v_e)\Lambda(-v_e) = Id.$$

$$\begin{pmatrix} \lambda_{11} & +\beta\lambda_{11} \\ +\beta\lambda_{22} & \lambda_{22} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \lambda_{11} & -\beta\lambda_{11} \\ -\beta\lambda_{22} & \lambda_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11}^2 - \beta^2\lambda_{11}\lambda_{22} & \lambda_{11}\beta(\lambda_{11} - \lambda_{22}) \\ +\beta\lambda_{22}(\lambda_{22}-\lambda_{11}) & \lambda_{22}^2 - \beta^2\lambda_{11}\lambda_{22} \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow \lambda_{11} = \lambda_{22} \equiv \lambda.$

$\lambda^2 - \beta^2\lambda^2 = 1 \quad \rightarrow \quad \boxed{\lambda = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}} = \gamma(\beta)$

$$\boxed{\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(\beta) & -\beta\gamma(\beta) & 0 & 0 \\ -\beta\gamma(\beta) & \gamma(\beta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}}$$

transformée de Lorentz.

2.3. Loi de composition des vitesses → en slides

On peut montrer que

$$u_{x}' = u_x \cdot \frac{1 - \frac{v_e}{u_x}}{1 - \frac{v_e u_x}{c^2}}$$

$\frac{dx''}{dt'}$

On retrouve $u_x = c$. → $u_x' = c$.

III - Conséquences physiques

3.1. Simultanéité des évènements.

Si horloge synchro au début $t = t' = 0$ ~~et $x = x' = 0$~~.

Evenement se produit à $t > 0$ en $x = 0$, dans $\mathcal{R}'$ $t' = \gamma t$.

3.2. Dilatation du temps.

• On peut montrer comme on l'a déjà vu que

$$\boxed{\Delta t' = \gamma \, \Delta t}$$

(dem : $\Delta x = 0$)

temps separant deux evenement.

On définit le temps propre comme le temps du référentiel attaché à un observateur, où il est immobile : $x = 0$.

• Ça a été un des éléments qui a permis à la RR de s'imposer en expliquant flux de muon.
(MOUAIS → 1962)

3.3. Expérience de Frisch & Smith (1962).

↳ observé en 1941 par Rossi et Hall.

Comparaison de flux de muons à ≠ altitude

Mont Washington $N(1907\,m) = 563 \pm 10$

Cambridge $N(0\,m) = 408 \pm 9.$

Temps de vol pour $v = 0{,}995\,c$ (sélectionné avec épaisseur métal et scintillateur)

$\tau_{vol} = 6{,}4\,\mu sec.$

Or $N(t) = N(0)\, e^{-t/\tau_{1/2}}$

$\tau_{1/2} = 2{,}2\,\mu sec$
↳ mesurer via data.

$\rightarrow N(6{,}4\,\mu sec) = 31$ INCOMPATIBLE.

Mais $\tau_{1/2}$ correspond au temps de particules de demi vie, dans ref immobile.

$$T_{1/2} = \underset{\simeq 10{,}0}{\gamma}\, \tau_{1/2} = 22\,\mu sec.$$

$\rightarrow N(0) = 563 \pm 10$

$\rightarrow N(6{,}4\,\mu s) = 421 \pm \underset{?}{9}$ OK !!

3.4. Contraction des longueurs

On considère une règle dans ref $\mathcal{R}$.
immobile

Longueur dans $\mathcal{R}'$?

Procédure : prise coord des extrémités simmultanénent.

$$\Delta x = \gamma(\pm \beta c \underbrace{\Delta t'}_{=0} + \Delta x')$$

rq: $\Delta t \neq 0$ mais immobile dans $\mathcal{R}'$ de $x_1, x_2 = cte$

$$\boxed{\Delta x' = \frac{1}{\gamma} \Delta x} < \Delta x.$$

Retour sur Michelson, on comprend que dans ref où Michelson en mvt $\rightarrow$ contraction longueur.

Rappel $\Delta t_{AR\,//} = \frac{2 l_0}{c} \gamma$.

$\Delta t_{AR\,\perp} = \frac{2 l}{c} \gamma^2$ mais $l \neq l_0$
$l = \frac{1}{\gamma} l_0$.

$\rightarrow = \frac{2 l}{c} \gamma$.

Ccl.