

Laufzeitanalyse Matrixmultiplikation

von 766102 / 766238

Theoretische Analyse

Es ist anhand der Formel zur Matrizenberechnung leicht zu erkennen, dass die Berechnung der Matrix C folgender Formel folgt:

$$c_{i,j} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \cdot b_{kj}$$

Für jedes der N^2 Elemente werden die Werte der jeweiligen Zeile der Matrix A und der jeweiligen Spalte der Matrix B Multipliziert und aufaddiert. Dementsprechend wird für jedes Element der Matrix C N Multiplikationen und N Additionen durchgeführt. Für N^2 Elemente ergibt sich also $N^2 \cdot N = N^3$ Multiplikationen und N^2 Additionen.

Damit liegt der Algorithmus in $O(n^3)$, da die Addition in der groß-O Notation nicht von großer Relevanz ist und durch den konstanten Vorfaktor 'c' vor $g(n) = N^3$ ausgeglichen werden kann.

Praktische Analyse

	N C Mult	C Real	Java Mult	Java Real	N³ / LZ
10	0,000014	0,006	0,000065	0,230	25308767
20	0,000095	0,006	0,000391	0,232	32921811
30	0,000390	0,006	0,002110	0,235	21600864
40	0,000821	0,007	0,004496	0,236	24073146
50	0,001322	0,007	0,008688	0,240	24974706
100	0,007735	0,014	0,022679	0,244	65759103
500	0,862976	0,877	0,370609	0,605	202661382
1000	10,632783	10,629	14,961268	15,232	78143159

Berechnung von Mult mit clock in C und Nanotime in Java

Berechnung von Real mit time() (real Wert, gemittelt)

Angaben in Sekunden

Jeweils Mittelwerte aus 5 Messungen.

MacBook Pro mit 2.4 GHz i5

Mac OS X 10.8.3

Mit Stromverbindung

Jeweils gleiche Hintergrundprogramme

(davon keine mit signifikanter wechselnder Prozessorauslastung)

GCC 4.2.1

JavaC / JRE 1.6.0_45

jeweils Default Einstellungen

Vergleich Theoretisch / Praktisch

Wie man erkennt, bleibt die Laufzeit (Mittelwert der Mult-Messungen) im Vergleich zu N^3 weitestgehend konstant, sie variiert nur um den Faktor 10, der im Vergleich eher insignifikant ist und sich ohne weiteres durch Messungenauigkeiten erklären lässt, insbesondere da der Messrechner bei den gegebenen Werten sehr schnell rechnet und daher sehr beeinflussbar durch äußere Faktoren ist, erkennbar durch die starke Varianz zwischen den einzigen Messwerten (aus Übersichtsgründen nicht in der Tabelle festgehalten). Bei größeren Werten für N wird sich dies vermutlich normalisieren.

Somit lässt sich feststellen, dass die theoretisch bestimmte O-Schranke durch die empirischen Werte bestätigt wird.