

# Sur la Stabilité Interlangue des Catégories Morphosyntaxiques

## Rapport de Stage de L3

Matthieu Boyer



## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Pourquoi ?	1
1.2	Données et <i>Universal Dependencies</i>	2
1.3	Méthode	2
<b>2</b>	<b>Approche Géométrique</b>	<b>2</b>
2.1	Avec la distance Cosinus	2
2.2	Avec l'algorithme de ZASSENHAUS	3
2.3	Angle entre Cas et Système de Cas	3
2.4	Distance Euclidienne	4
2.5	Visualisation des Données	6
2.5.1	PCA	7
2.5.2	Clustering avec ToMATo	7
2.5.3	Analyse Topologique des Données	8
2.5.4	t-SNE	10
<b>3</b>	<b>Approche Probabiliste</b>	<b>12</b>
3.1	Barycentrisation	12

## Résumé

Dans ce rapport, nous nous intéressons à la stabilité interlangue des catégories morphosyntaxiques. Nous avons quantifié la manière dont différentes catégories descriptives d'un langage ont différentes significations dans différents langages, et particulièrement la manière dont un concept est matérialisé dans différents langages.

## 1 Introduction

### 1.1 Pourquoi ?

Cette citation de Martin Haspelmath sur la différence entre une catégorie linguistique descriptive dans un langage et une catégorie linguistique comparative dans le méta-langage est le point de départ de notre étude.

There is a fundamental distinction between language-particular categories of languages (which descriptive linguists must describe by descriptive categories of their descriptions) and comparative concepts (which comparative linguists may use to compare languages).

*Martin Haspelmath* [Has18]

Selon Haspelmath, il est possible que la manière de décrire les langues en linguistique soit basée sur des envies de comparaison, parfois mal placées. Dans ce rapport, nous allons donc nous intéresser à la notion fondamentale de catégorie morphosyntaxique, et comparer les descriptions dans différents langages de catégories linguistiques comparatives.

## 1.2 Données et *Universal Dependencies*

Pour étudier la thèse d’Haspelmath, nous allons considérer que les relations de dépendances (*reldep*) décrites par les annotations de UNIVERSAL DEPENDENCIES (UD, version 2 décrite dans [dMMNZ21]) sont une manière de représenter des catégories comparatives. Une relation de dépendance est une manière de décrire les relations syntaxiques dans une phrase. Elles se déduisent de la construction par une grammaire de dépendance ou contextuelle de la phrase.

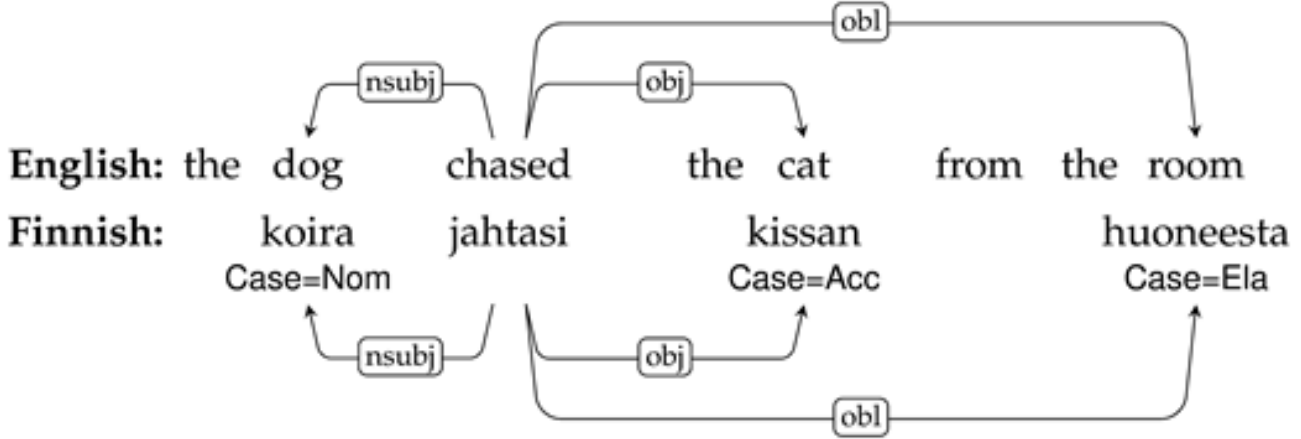


FIGURE 1 – Représentation d’une phrase et de ses relations de dépendances en anglais, source :[dMMNZ21]

Il existe 37 relations de dépendances de base, mais les personnes annotant les corpus ont la possibilité d’en créer de nouvelles, sous la syntaxe **str1:str2:...** où **str1** doit être une relation de dépendance décrite comme relation basique dans la table 3 de [dMMNZ21].

Par ailleurs, les mots sont annotés avec les propriétés morphologiques qu’ils possèdent, par exemple leur temps ou leur aspect pour un verbe ou leur cas et leur genre pour un nom. Les propriétés morphologiques universelles utilisées par UD sont décrites table 2 dans [dMMNZ21].

Enfin, les mots sont annotés avec leur nature grammaticale (e.g. Nom, Verbe, Pronom...) comme décrits table 1 dans [dMMNZ21].

## 1.3 Méthode

Nous considérons tout d’abord que chaque *reldep* décrit une unique catégorie comparative et que plusieurs *reldep* ne peuvent instancier une même catégorie comparative. En comptant le nombre d’instances de chaque *reldep* pour un mot vérifiant une propriété grammaticale de la langue (i.e. une catégorie descriptive, que l’on représente par une *feature* d’UD, typiquement les cas pour des langues en utilisant), on obtient une représentation vectorielle des catégories descriptives et on peut donc mesurer la proximité de deux catégories descriptives dans deux langues différentes. Les corpus utilisés dans cette première partie sont ceux du projet UNIVERSAL DEPENDENCIES, version 2.14 décrite dans [Z<sup>+</sup>24].

## 2 Approche Géométrique

### 2.1 Avec la distance Cosinus

On mesure en utilisant la distance Cosinus entre deux vecteurs la proximité entre ceux ci :

$$d_{\cos}(v_1, v_2) = \frac{\langle v_1 | v_2 \rangle}{\|v_1\| \|v_2\|} \quad (1)$$

On obtient alors les résultats suivants pour quelques cas :

Proximity with :	Abl	Acc	Dat	Gen	Ins	Loc	Nom	Voc
First Quartile	0.037	0.020	0.022	0.032	0.056	0.027	0.026	0.000
Median	0.198	0.123	0.134	0.317	0.249	0.188	0.104	0.006
Third Quartile	0.416	0.302	0.341	0.823	0.449	0.400	0.225	0.047
Mean	0.259	0.196	0.214	0.421	0.282	0.243	0.159	0.058

TABLE 1 – Proximities for Case=Gen

Proximity with :	Abl	Acc	Dat	Gen	Ins	Loc	Nom	Voc
First Quartile	0.020	0.038	0.018	0.026	0.035	0.020	0.620	0.003
Median	0.067	0.137	0.072	0.104	0.113	0.078	0.815	0.026
Third Quartile	0.158	0.272	0.161	0.225	0.211	0.156	0.912	0.075
Mean	0.115	0.188	0.119	0.159	0.153	0.115	0.739	0.072

TABLE 2 – Proximities for Case=Nom

Proximity with :	Abl	Acc	Dat	Gen	Ins	Loc	Nom	Voc
First Quartile	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.003	0.500
Median	0.004	0.007	0.006	0.006	0.012	0.007	0.026	0.885
Third Quartile	0.025	0.040	0.032	0.047	0.055	0.038	0.075	0.973
Mean	0.035	0.042	0.036	0.058	0.053	0.042	0.072	0.681

TABLE 3 – Proximities for Case=Voc

On obtient notamment le fait que le nominatif comme le vocatif ont des directions très particulières, et sont très différents de tous les autres cas. Pour le reste, les résultats sont assez flous, et il semble difficile de tirer

Toutefois, cette méthode est très limitée. En effet, on ne considère ici que 9 des 45 cas définis dans au moins un corpus. Par ailleurs, les résultats donnés ici sont à pondérer par la présence de nombreux corpus/langages ne possédant pas au moins l'un des cas ci-dessus, ce qui amène à une représentation trop brouillée des informations.

## 2.2 Avec l'algorithme de Zassenhaus

On considère les espaces vectoriels engendrés par la représentation vectorielle du système de cas d'une langue, que l'on appellera *espaces de cas*. Ceux-ci sont d'une certaine dimension finie. On applique alors sur toute paire de système de cas l'algorithme de Zassenhaus, permettant de générer une base de l'espace somme et de l'espace intersubsection. Toutefois, la grande variance au niveau des coordonnées, et la trop faible dimension (au plus 45, mais souvent de l'ordre de 5) dans un grand espace (dimension 228), rend l'intersubsection toujours nulle numériquement. Par ailleurs, cet algorithme est très lent à exécuter car il demande de nombreux appels mémoire pour obtenir la matrice de l'espace de cas de chaque paire de cas, et demande de trouver une base de l'espace de colonne, ce qui est non-trivialement la matrice.

## 2.3 Angle entre Cas et Système de Cas

On considère à nouveau la distance cosinus, mais cette fois-ci, non pas entre deux vecteurs, mais entre un vecteur et un espace de cas. Ceci est fait en considérant le projeté orthogonal d'un vecteur sur un espace de cas et en mesurant l'angle entre les deux (ou la distance cosinus). En observant les données de plus près, on trouve une anomalie : l'angle entre le vocatif du farsi et le système de cas arabe est de l'ordre de  $\arccos 10^{-16}$ . En regardant de plus près les corpus farsi<sup>1</sup>, on observe que cela découle d'une idiosyncrasie dans les annotations. En farsi, le lemme (unité morphologique abstraite : *fais* et *fait* sont deux graphies du même lemme *faire*, conjugué à deux personnes différentes) est décrit comme une interjection portant le vocatif et se reliant à un nom au cas absolu par la relation de transmission de cas (c'est à dire de marquer le cas pour un autre mot). Ce lemme agit donc en réalité plus comme une apposition. Le vocatif n'apparaît que très peu en farsi, et majoritairement dans cette situation. Ainsi, il semble que nous ne pouvons pas tirer d'enseignements du farsi vers une autre langue,

1. et non pas les dindes.

du moins sur le système de cas. Il semble toutefois bon de noter qu'il y a sans doute de nombreuses autres anomalies du style dans les corpus.

Par ailleurs, il n'est pas rare qu'au sein d'une même langue, deux corpus produisent des résultats assez différents. Ceci peut venir de la variance des phrases considérées, mais plus souvent de la présence ou non des reldeps **conj**, **case** et de la manière d'annoter le cas d'une apposition (cf. supra).

## 2.4 Distance Euclidienne

On considère cette fois la distance euclidienne entre tous deux vecteurs, qu'on aura au préalable normalisés pour qu'ils représentent des distributions de probabilité.

Proximity with :	Abl	Acc	Dat	Gen	Ins	Loc	Nom	Voc
First Quartile	0.605	0.315	0.552	0.521	0.535	0.595	0.569	0.842
Median	0.781	0.476	0.725	0.715	0.695	0.764	0.722	0.992
Third Quartile	1.002	0.695	0.950	0.936	0.929	0.993	0.965	1.115
Mean	0.802	0.526	0.751	0.733	0.732	0.790	0.760	0.982

TABLE 4 – Proximities for Case=Acc

On utilise ces données pour déterminer, entre deux corpus (ici le Czech-CLTT et le Russian-GSD), quel cas de l'autre langage est le plus proche d'un cas du premier. On obtient qu'ici, le datif russe est plus proche du génitif tchèque que du datif tchèque.

	Dat RU	Gen CZ	Gen RU	Dat CZ
Total	1711	2631	2070	277
obl	450	208	219	48
iobj	340	0	0	0
amod	243	736	475	54
nmod	300	1000	980	24
conj	112	225	84	21
case	0	340	1	87
det	34	80	79	3

TABLE 5 – Extraits des Vecteurs de Reldep pour le Russe et le Tchèque

On enlève ensuite **conj**, **det** puisque ces reldep démontrent l'accord vers la tête, et donc des doublons dans les données, ceci permet d'éviter de compter comme plusieurs instances d'un même cas un groupe nominal de la forme *Alice, le boulanger, la laitière et Bob*, qui remplit un usage sémantique uniforme dans la phrase. On enlève aussi **case**, qui souvent (notamment visible dans l'exemple ci-dessous), est utilisé pour marquer le cas avec une apposition (sur, sous), et ceci dépend très fortement de la personne qui a annoté le corpus, et de l'usage dans les grammaires du langage.

En considérant le graphe orienté des plus proches voisins, on remarque que celui-ci ne peut pas avoir de  $n$ -cycle pour  $n \geq 3$  et décrit des relations de proximité minimale. On obtient alors le graphe suivant pour le tchèque et le russe :

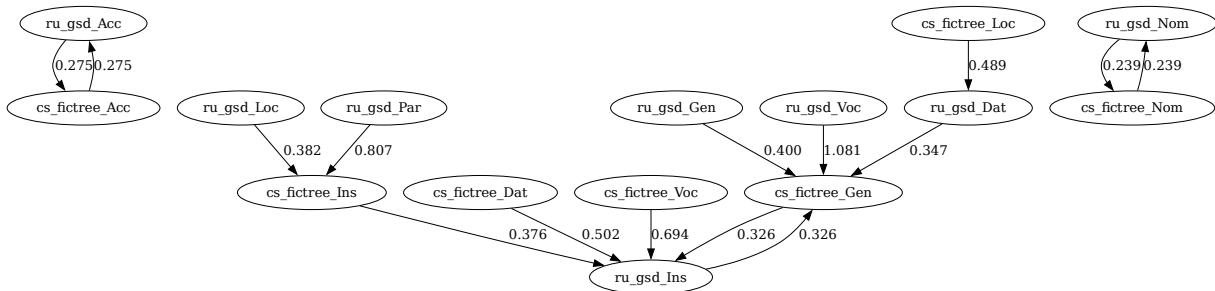


FIGURE 2 – Graphes des Plus Proches Voisins Russe-Tchèque.

Pour éviter encore plus d'avoir des redites, on décide de ne se concentrer que sur des mots de même nature. Ceci permet par exemple d'éviter qu'un groupe nominal ayant la même fonction sémantique (e.g. objet direct du verbe) apporte plusieurs instances d'un même cas (e.g. avec un adjectif et un nom à l'accusatif). On obtient alors le graphe suivant pour le tchèque et le russe en ne considérant que les noms :

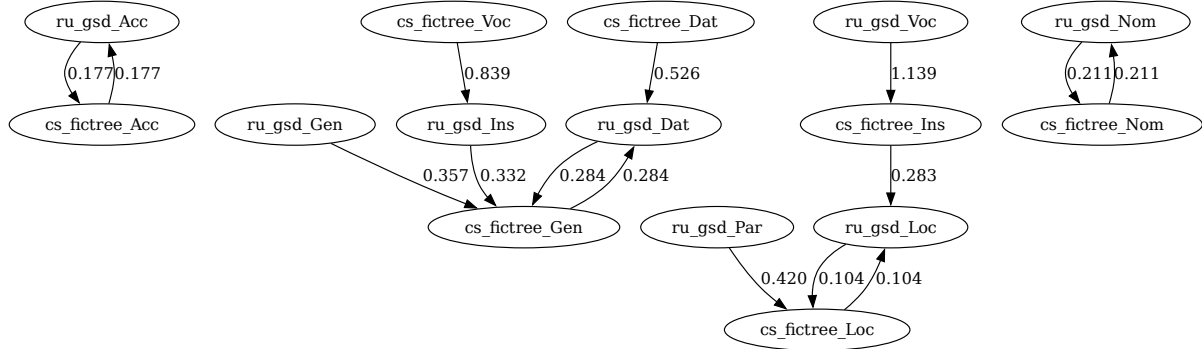


FIGURE 3 – Graphes des Plus Proches Voisins Russe-Tchèque pour les Noms uniquement.

On observe notamment que pour les noms, la structure du graphe reste la même. Le vocatif russe et le vocatif tchèque, peu utilisées et le partitif russe n'ayant pas d'équivalent en tchèque, ils sont bien plus éloignés des autres cas. On retrouve par ailleurs un bloc datif – génitif qui était déjà présent auparavant, à variance dans le corpus près. Par ailleurs, on observe également que les paires accusatif – accusatif et nominatif – nominatif restent stables et plus proches que toutes les autres paires de cas. En ne considérant que les pronoms, on obtient le graphe suivant :

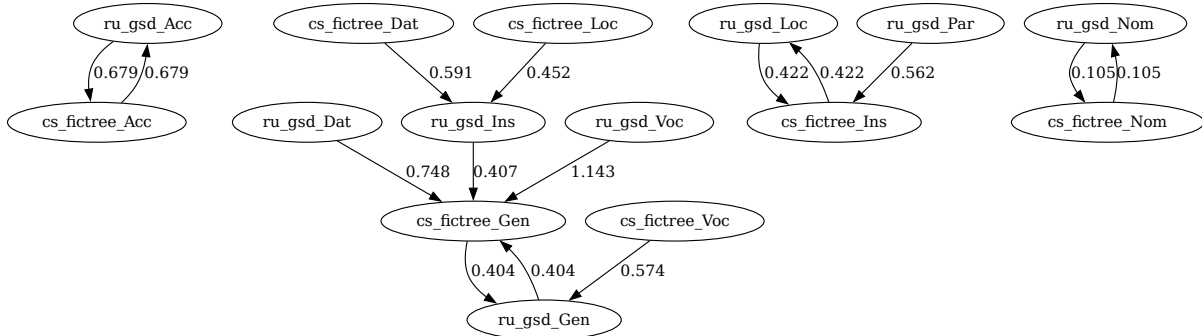


FIGURE 4 – Graphes des Plus Proches Voisins Russe-Tchèque pour les Pronoms uniquement.

Cette fois ci, il y a une variance bien plus forte dans les distances, sans doute due à la variance dans les données. En effet, à part au nominatif et à l'accusatif les échantillons de données sont bien plus faibles.

<i>Échantillons pour les noms :</i>		
Cas	Russe	Tchèque
Acc	2807	5960
Dat	1029	861
Gen	7616	4378
Ins	1642	2100
Loc	2809	2583
Nom	4571	5970
Par	1	0
Voc	1	203

<i>Échantillons pour les pronoms :</i>		
Cas	Russe	Tchèque
Acc	206	5960
Dat	129	2743
Gen	241	448
Ins	151	400
Loc	128	221
Nom	631	1427
Par	1	0
Voc	1	8

TABLE 6 – Taille d'Échantillons sur les cas en Russe et en Tchèque.

Finalement, il semble que considérer les pronoms fait perdre en information car ceux-ci sont bien moins usités en général. Toutefois, on remarque également qu'une structure générale de la langue semble transparaître de ces graphes. Il faut cependant noter que les graphes dépendent très fortement du corpus proposé :

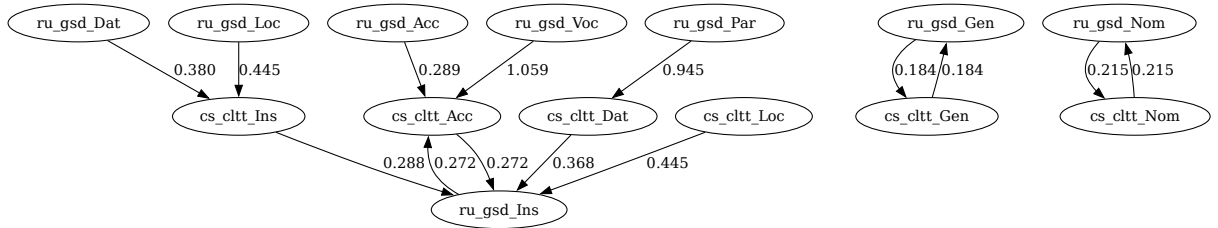


FIGURE 5 – Graphe des Plus Proches Voisins Russe-Tchèque

Ici, on ne considère plus le corpus `cs_fictree` mais le `cs_cltt`, bien plus petit (467 phrases contre 10160). Même si la forme du graphe ne semble que peu changer, la variance dans le corpus joue énormément. Par ailleurs, cette méthode n'est que peu applicable, puisqu'elle nécessite d'étudier toutes les langues par paire.

## 2.5 Visualisation des Données

Les résultats précédemment obtenus ne permettent d'observer les données ou bien à une échelle très importante, ce qui brouille les résultats, ou bien à une échelle trop faible pour qu'on puisse généraliser un résultat. Dans la suite, on propose donc des méthodes pour regrouper les vecteurs de cas dans différentes langues, afin d'essayer de constater l'uniformité (ou non) de certains groupes de cas.

### 2.5.1 PCA

On commence par appliquer une analyse en deux composantes principales (PCA) aux vecteurs représentant deux cas différents.

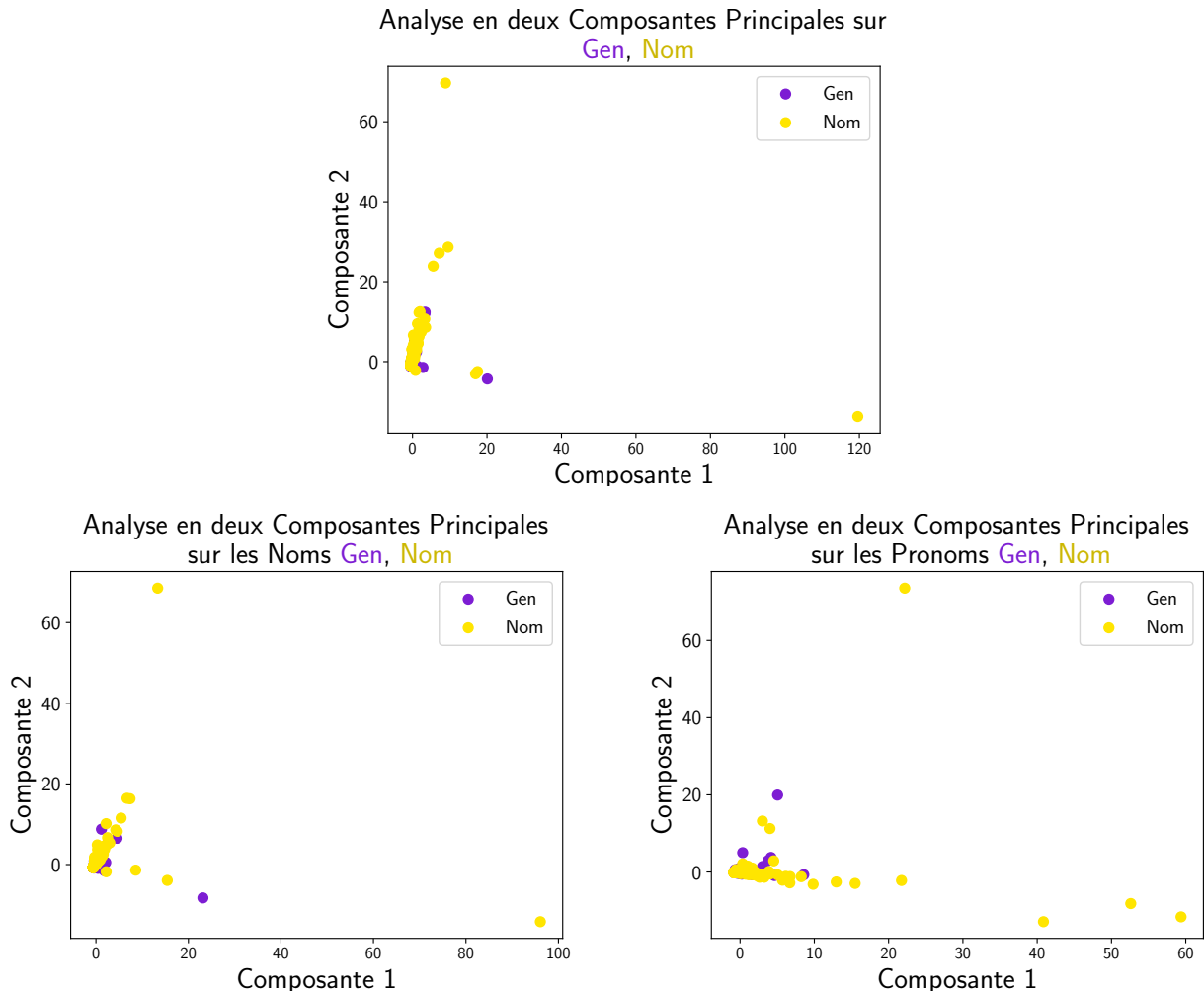


FIGURE 6 – Représentations de l’Analyse en deux Composantes Principales sur le Génitif et le Nominatif

En regardant de plus près, les composantes déterminées par l’algorithme de PCA sont en fait basées sur deux langues, et donc les deux composantes n’ont pas de sens au regard de la syntaxe.

### 2.5.2 Clustering avec ToMATo

L’algorithme est présenté dans [CGOS11].

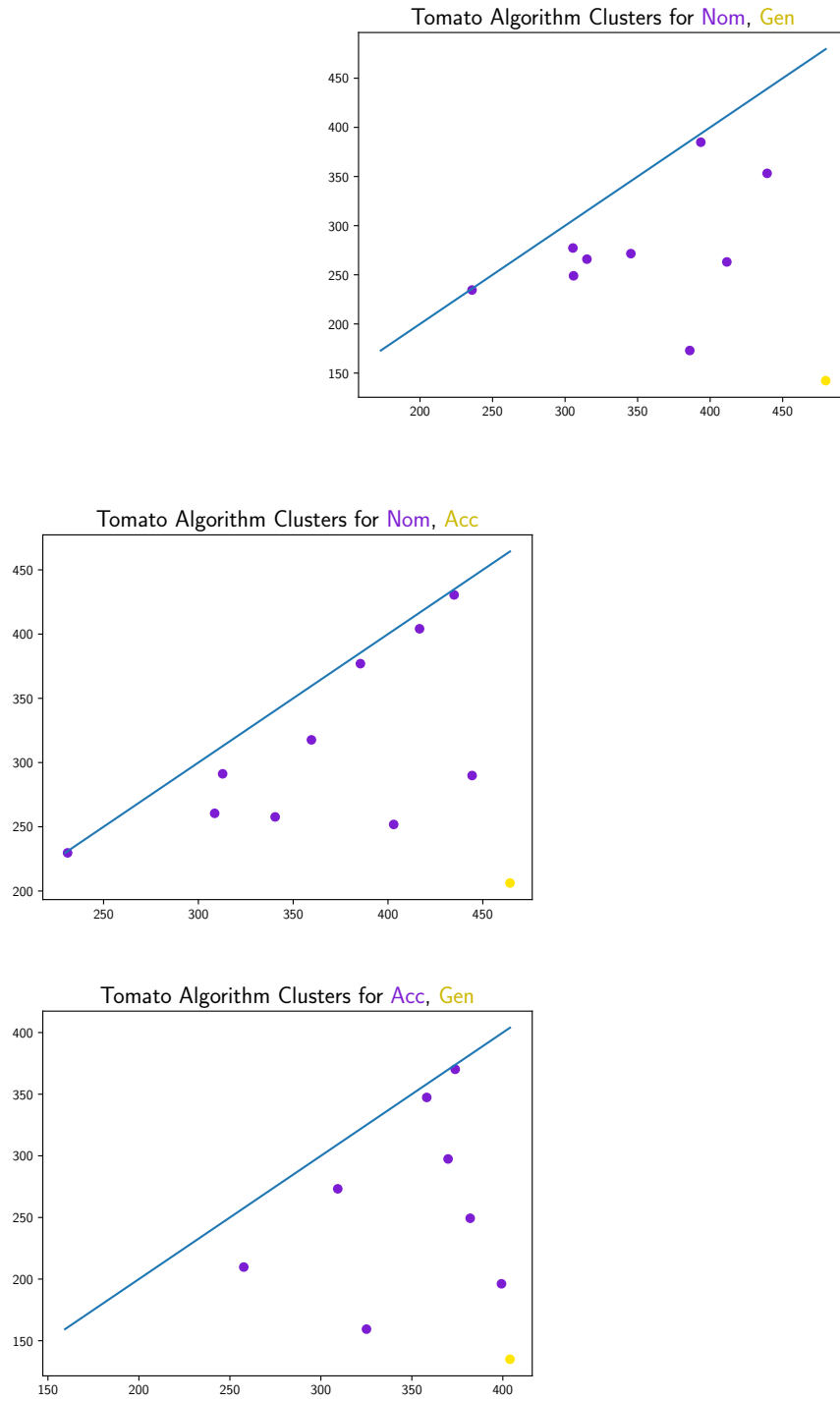


FIGURE 7 – Représentations des clusters trouvés par l’algorithme ToMATo sur les paires de  $\{\text{Acc}, \text{Nom}, \text{Gen}\}$

### 2.5.3 Analyse Topologique des Données

Pour l’implémentation de ce qui suit, on utilise les bibliothèques Python `Gudhi`, `POT` et `Hera`, dont les implémentations sont décrites dans [MBGY14], [FC<sup>+</sup>21], [KMN17]



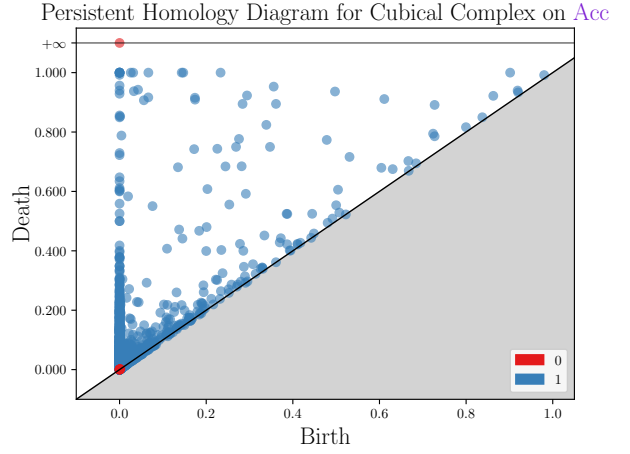
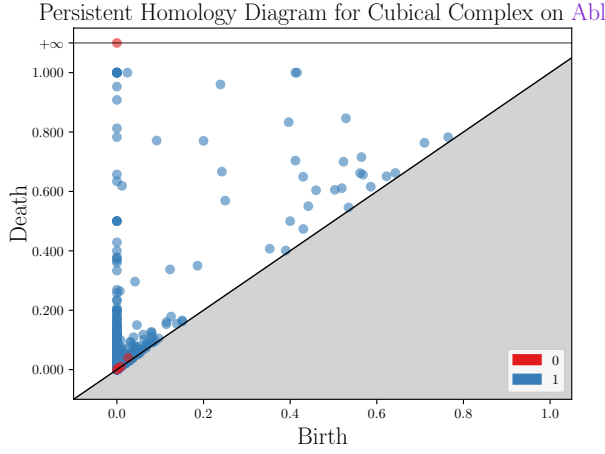


FIGURE 8 – Représentations de l'Homologie Persistente du Complexe Cubique sur  $\{Abl, Acc\}$

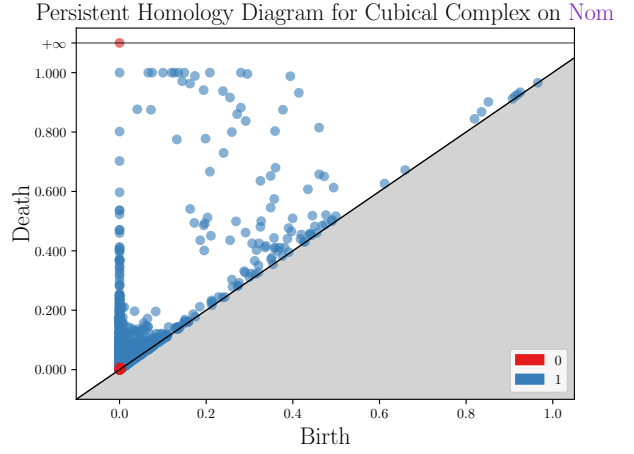
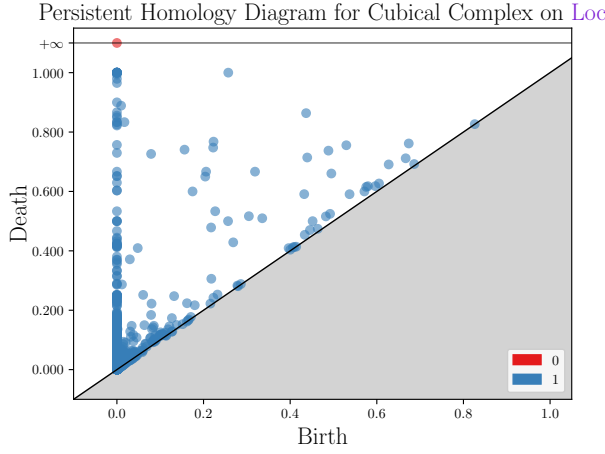


FIGURE 9 – Représentations de l'Homologie Persistente du Complexe Cubique sur  $\{Loc, Nom\}$

On utilise un complexe cubique pour essayer de représenter au mieux les groupes d'homologie (cf. pour les détails) de la variété triangulée par les points de chaque cas. On remarque qu'une forme générale se retrouve dans les diagrammes de persistences de chacun des cas. Lorsqu'on calcule la distance de Wasserstein entre deux diagrammes, on obtient le tableau suivant :

Cas	Abl	Acc	Dat	Loc	Gen
Abl	0.00	2.45	3.11	1.94	3.85
Acc	2.45	0.00	1.33	1.25	1.79
Dat	3.11	1.33	0.00	1.63	1.27
Loc	1.94	1.25	1.63	0.00	2.26
Gen	3.85	1.79	1.27	2.26	0.00

TABLE 7 – Distances de Wasserstein entre les Diagrammes de Persistence des Complexes Cubiques pour quelques Cas

Les distances étant assez faibles, on obtient bien le résultat suggéré par les figures, il semble y avoir une structure générale de la notion topologique de variété engendrée par un cas. Pour vérifier cette hypothèse, on teste de même en créant le complexe de Rips. Toutefois, les diagrammes restent très brouillons, il est difficile de trouver une variété plus abstraite avec la même homologie.

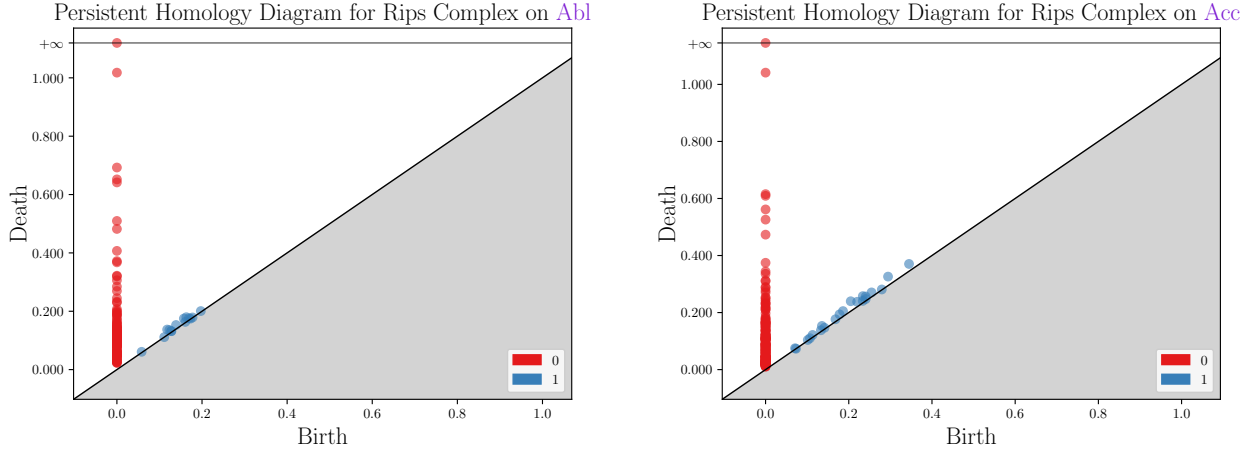


FIGURE 10 – Représentations de l’Homologie Persistente du Complexe de Rips sur  $\{Abl, Acc\}$

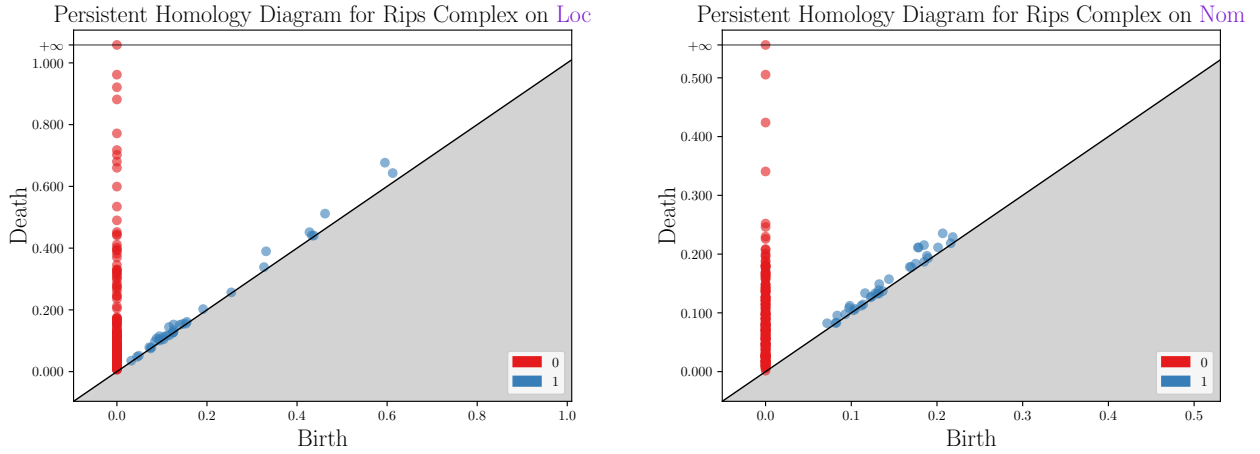


FIGURE 11 – Représentations de l’Homologie Persistente du Complexe de Rips sur  $\{Loc, Nom\}$

On remarque à nouveau qu’une forme générale se retrouve dans les diagrammes de persistences de chacun des cas. Lorsqu’on calcule la distance de Wasserstein entre deux diagrammes pour quelques cas, on obtient le tableau suivant :

Cas	Abl	Acc	Dat	Gen	Loc	Nom
Abl	0.00	0.89	1.27	0.82	1.09	0.94
Acc	0.89	0.00	1.01	0.42	1.03	0.91
Dat	1.27	1.01	0.00	0.87	1.47	0.76
Gen	0.82	0.42	0.87	0.00	0.84	0.87
Loc	1.09	1.03	1.47	0.84	0.00	1.48
Nom	0.94	0.91	0.76	0.87	1.48	0.00

TABLE 8 – Distances de Wasserstein entre les Diagrammes de Persistence des Complexes de Rips pour quelques Cas

Cela signifie notamment que la représentation d’un cas comme variété topologique ne varie que peu d’un cas à l’autre. En particulier, cela implique que si deux cas ont des *directions* générales,

#### 2.5.4 t-SNE

On essaie ensuite d’appliquer une analyse t-SNE en 2D, décrite dans [vdMH08]

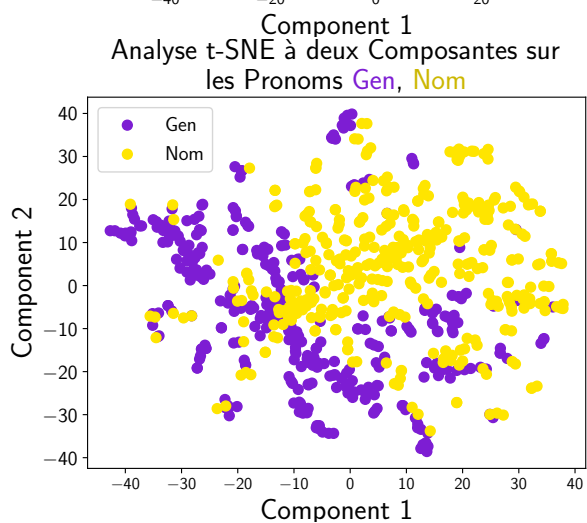
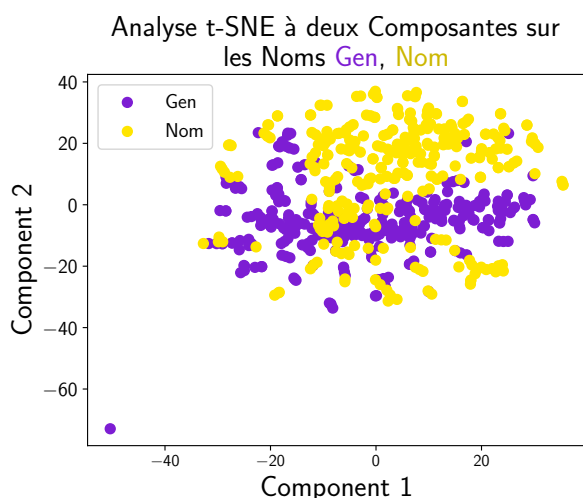
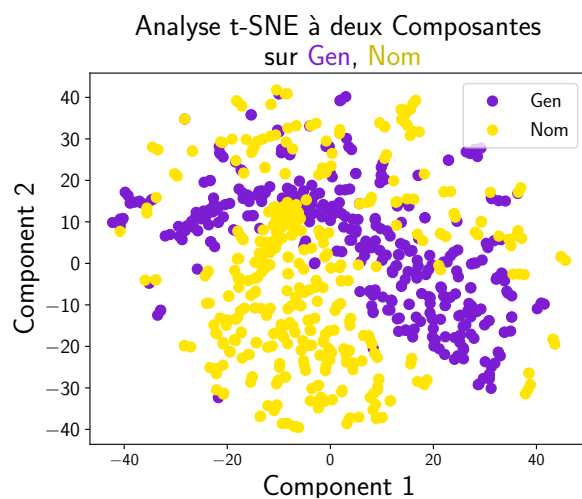


FIGURE 12 – Représentations de l'Analyse t-SNE à deux Composantes sur le Génitif et le Nominatif

Il semble que deux clusters se dégagent, avec des frontières toutefois assez floues. Il semblerait donc que syntaxiquement, le génitif et le nominatif aient des représentation assez différentes.

### 3 Approche Probabiliste

On voit dorénavant le vecteur représentant un cas dans un corpus comme une mesure de probabilité sur les relations de dépendances des mots possédant ce cas. On voit alors l'ensemble des données représentant un cas dans tous les corpus comme la mesure empirique de la variable aléatoire *Cas*.

#### 3.1 Barycentrisation

On a cherché jusque-là à comparer les cas. On va désormais essayer de les prototyper et de mesurer l'écart au prototype, afin de tirer une définition des cas. Celle-ci devrait coller à la description théorique proposée ci-dessous :

<b>Nom</b> nsubj d'un verbe	<b>Abs</b> nsubj d'un verbe avec obj
<b>Acc</b> obj d'un verbe	<b>Gen</b> nmod
<b>Erg</b> nsubj d'un verbe sans obj, ou obj d'un verbe	<b>Dat</b> iobj

Pour calculer les prototypes, on procède comme suit. On peut ainsi calculer son espérance (en considérant les mesures équiprobables), mais également le barycentre de ses réalisations pour la distance-1 de Wasserstein (ou Earth Mover's Distance, voir [FC<sup>+</sup>21] pour plus de détails). On rappelle par ailleurs que le barycentre de  $n$  points pour une distance  $d$  est le point qui minimise l'énergie associée

$$P = \operatorname{argmin}_x \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d(x, x_i) = \operatorname{argmin}_x E \left( x, (x_i)_{i \in \llbracket 1, n \rrbracket} \right)$$

Ceci nous donne une forme de vecteur prototypique pour la distribution des relations de dépendance du cas. On obtient la distribution ci-dessous, en ne considérant à nouveau que les noms, pour quelques *reld* :

<b>Cas</b>	<b>Prototype</b>	<b>iobj</b>	<b>nmod</b>	<b>nsubj</b>	<b>obj</b>	<b>obl</b>
ABS	Uniforme	0.000	0.028	0.278	0.000	0.367
	Wasserstein	0.000	0.016	0.286	0.000	0.522
ERG	Uniforme	0.000	0.002	0.005	0.924	0.005
	Wasserstein	0.000	0.005	0.000	0.976	0.014
NOM	Uniforme	0.001	0.080	0.525	0.074	0.048
	Wasserstein	0.000	0.049	0.628	0.093	0.038
ACC	Uniforme	0.000	0.085	0.038	0.625	0.205
	Wasserstein	0.000	0.000	0.019	0.576	0.259
GEN	Uniforme	0.009	0.674	0.039	0.056	0.149
	Wasserstein	0.000	0.729	0.031	0.045	0.179
DAT	Uniforme	0.144	0.149	0.019	0.000	0.572
	Wasserstein	0.190	0.164	0.005	0.000	0.605
LOC	Uniforme	0.000	0.166	0.009	0.017	0.696
	Wasserstein	0.000	0.188	0.000	0.000	0.762
INS	Uniforme	0.000	0.172	0.014	0.000	0.660
	Wasserstein	0.000	0.213	0.000	0.000	0.738
ABL	Uniforme	0.000	0.165	0.013	0.001	0.700
	Wasserstein	0.000	0.172	0.000	0.000	0.785

TABLE 9 – Représentation des Principales *reld* des Prototypes pour quelques Cas sur les noms

On retrouve assez globalement la représentation attendue. Par ailleurs, l'énergie associée au prototype obtenu en prenant la moyenne des réalisations est de l'ordre de celle du barycentre pour la distance-1 de Wasserstein, ce qui justifie ce que l'on pouvait inférer du tableau ci-dessus, le barycentre pour la distance de Wasserstein présente un profil similaire à la moyenne des instances. Par exemple :

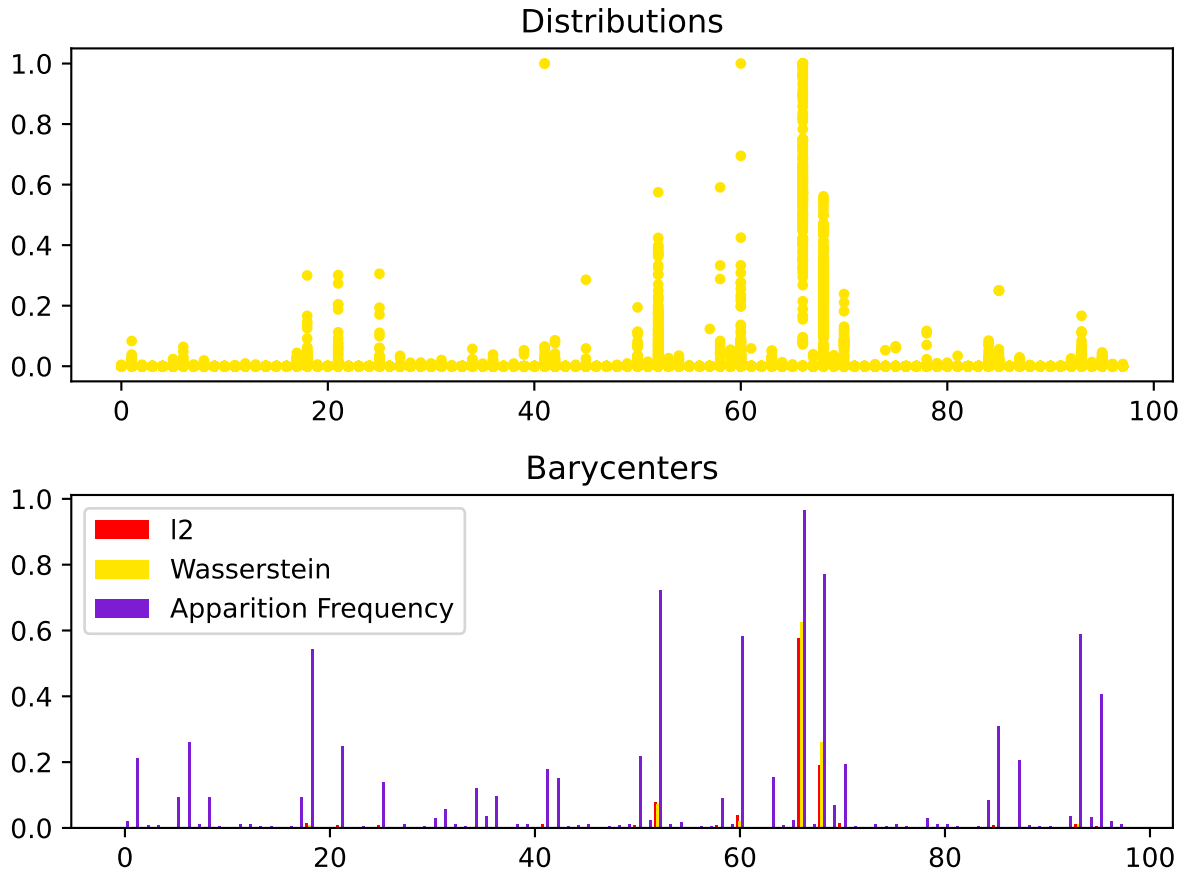


FIGURE 13 – Représentation des Données et des Prototypes proposés pour les noms à l'Accusatif

Sur la figure ci-dessus, l'axe des abscisses représente les différentes *reldep* apparaissant pour des noms à l'accusatif. On représente sur le graphe du haut en jaune la fréquence associée à une *reldep* pour chaque corpus. Le graphe du bas représente, en rouge, la moyenne uniforme des distributions, en jaune, le barycentre des distributions pour la distance de wasserstein, et violet la proportion des corpus pour lesquels la *reldep* apparaît.

## Références

- [CGOS11] Frédéric CHAZAL, Leonidas GUIBAS, Steve OUDOT et Primož SKRABA : Persistence-based clustering in riemannian manifolds. *Journal of the ACM*, 60, 06 2011.
- [dMMNZ21] Marie-Catherine de MARNEFFE, Christopher D. MANNING, Joakim NIVRE et Daniel ZEMAN : Universal Dependencies. *Computational Linguistics*, 47(2):255–308, 07 2021.
- [FC<sup>+</sup>21] Rémi FLAMARY, Nicolas COURTY *et al.* : Pot : Python optimal transport. *Journal of Machine Learning Research*, 22(78):1–8, 2021.
- [Has18] Martin HASPELMATH : *How comparative concepts and descriptive linguistic categories are different*, pages 83–114. 09 2018.
- [KMN17] Michael KERBER, Dmitriy MOROZOV et Arnur NIGMETOV : Geometry helps to compare persistence diagrams. *ACM J. Exp. Algorithmics*, 22, sep 2017.
- [MBGY14] Clément MARIA, Jean-Daniel BOISSONNAT, Marc GLISSE et Mariette YVINEC : The gudhi library : Simplicial complexes and persistent homology. In Hoon HONG et Chee YAP, éditeurs : *Mathematical Software – ICMS 2014*, pages 167–174, Berlin, Heidelberg, 2014. Springer Berlin Heidelberg.
- [vdMH08] Laurens van der MAATEN et Geoffrey HINTON : Visualizing data using t-sne. *Journal of Machine Learning Research*, 9:2579–2605, 11 2008.
- [Z<sup>+</sup>24] Daniel ZEMAN *et al.* : Universal dependencies 2.14, 2024. LINDAT/CLARIAH-CZ digital library at the Institute of Formal and Applied Linguistics (ÚFAL), Faculty of Mathematics and Physics, Charles University.

## Liste des tableaux

1	Proximities for Case=Gen . . . . .	3
2	Proximities for Case=Nom . . . . .	3
3	Proximities for Case=Voc . . . . .	3
4	Proximities for Case=Acc . . . . .	4
5	Extraits des Vecteurs de Reldep pour le Russe et le Tchèque . . . . .	4
6	Taille d’Échantillons sur les cas en Russe et en Tchèque. . . . .	6
7	Distances de Wasserstein entre les Diagrammes de Persistence des Complexes Cubiques pour quelques Cas . . . . .	9
8	Distances de Wasserstein entre les Diagrammes de Persistence des Complexes de Rips pour quelques Cas . . . . .	10
9	Représentation des Principales <i>reldep</i> des Prototypes pour quelques Cas sur les noms . . . . .	12

## Table des figures

1	Représentation d’une phrase et de ses relations de dépendances en anglais, source :[dMMNZ21] .	2
2	Graphes des Plus Proches Voisins Russe-Tchèque. . . . .	4
3	Graphes des Plus Proches Voisins Russe-Tchèque pour les Noms uniquement. . . . .	5
4	Graphes des Plus Proches Voisins Russe-Tchèque pour les Pronoms uniquement. . . . .	5
5	Graphe des Plus Proches Voisins Russe-Tchèque . . . . .	6
6	Représentations de l’Analyse en deux Composantes Principales sur le Génitif et le Nominatif . .	7
7	Représentations des clusters trouvés par l’algorithme ToMATo sur les paires de {Acc, Nom, Gen} .	8
8	Représentations de l’Homologie Persistente du Complexe Cubique sur {Abl, Acc} . . . . .	9
9	Représentations de l’Homologie Persistente du Complexe Cubique sur {Loc, Nom} . . . . .	9
10	Représentations de l’Homologie Persistente du Complexe de Rips sur {Abl, Acc} . . . . .	10
11	Représentations de l’Homologie Persistente du Complexe de Rips sur {Loc, Nom} . . . . .	10
12	Représentations de l’Analyse t-SNE à deux Composantes sur le Génitif et le Nominatif . . . . .	11
13	Représentation des Données et des Prototypes proposés pour les noms à l’Accusatif . . . . .	13