

Exercice Linéarité

Clément Allard — Matthieu Boyer

18 janvier 2025



1 Un sous espace vectoriel...

On note $E = \mathbb{R}^3$ et $+$, \cdot les opérations usuelles qui font de E un \mathbb{R} espace vectoriel. On note F l'espace vectoriel engendré par les vecteurs $(1, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$ et $(1, 1, 1)$ de \mathbb{R}^3 .

Question 1 : Est ce que la famille formée par ces trois vecteurs est libre ?

Question 2 : Trouver une condition pour qu'un vecteur (x, y, z) soit dans F .

Question 3 : Quelle est la dimension de F ?

2 ...et une application qui agit dessus

On note f l'application qui agit sur un vecteur de F en effectuant la rotation d'angle π d'axe (Oz)

Question 4 : Déterminer l'image d'un vecteur de F par f .

Question 5 : Déterminer l'image de f , notée $\text{Im}(f)$ définie de la manière suivante :

$$y \in \text{Im}(f) \iff \exists x \in F, y = f(x)$$

Question 6 : Montrer que l'image de f est un espace vectoriel. Quel est cet espace vectoriel ?