

# Exercice Linéarité

Clément Allard — Matthieu Boyer

18 janvier 2025



## 1 Un sous espace vectoriel...

On note  $E = \mathbb{R}^3$  et  $+$ ,  $\cdot$  les opérations usuelles qui font de  $E$  un  $\mathbb{R}$  espace vectoriel. On note  $F$  l'espace vectoriel engendré par les vecteurs  $(1, 1, 0)$ ,  $(0, 0, 1)$  et  $(1, 1, 1)$  de  $\mathbb{R}^3$ .

Question 1 : Est ce que la famille formée par ces trois vecteurs est libre ?

Question 2 : Trouver une condition pour qu'un vecteur  $(x, y, z)$  soit dans  $F$ .

Question 3 : Quelle est la dimension de  $F$  ?

## 2 ...et une application qui agit dessus

On note  $f$  l'application qui agit sur un vecteur de  $F$  en effectuant la rotation d'angle  $\pi$  d'axe  $(Oz)$

Question 4 : Déterminer l'image d'un vecteur de  $F$  par  $f$ .

Question 5 : Déterminer l'image de  $f$ , notée  $\text{Im}(f)$  définie de la manière suivante :

$$y \in \text{Im}(f) \iff \exists x \in F, y = f(x)$$

Question 6 : Montrer que l'image de  $f$  est un espace vectoriel. Quel est cet espace vectoriel ?