Introdução à Lógica Matemática

Funções Proposicionais

Marcelo Bezerra Barboza

Universidade Federal de Goiás

19 de agosto de 2025

Sumário

Definição

Uma **função proposicional** é uma proposição cujo valor lógico depende de uma ou mais variáveis.

Definição

Uma **função proposicional** é uma proposição cujo valor lógico depende de uma ou mais variáveis.

Exemplo

Considere a função proposicional $P(x)$: "x é um número primo".

- $P(5)$ é uma proposição verdadeira.
- $P(6)$ é uma proposição falsa.

Definição

O **conjunto verdade** de uma função proposicional $P(x)$ é o conjunto de todos os valores x que tornam tal proposição verdadeira.

Definição

O **conjunto verdade** de uma função proposicional $P(x)$ é o conjunto de todos os valores x que tornam tal proposição verdadeira.

Exemplo

Considere a função proposicional

$$P(x)\text{: “}x \text{ é um número primo menor que 10”.}$$

O conjunto verdade é, neste caso, o conjunto $\{2, 3, 5, 7\}$.

Quantificadores

$\forall$ **para todo**;

$\exists$ **existe**.

Considere o seguinte exemplo. Seja X o conjunto formado pelos números $2, 4$ e 6, ou seja, $X = \{2, 4, 6\}$. A afirmação de que, para todo x, se x pertence a X, então x é um número par, pode ser representada por meio de símbolos da maneira seguinte:

$$\forall\, x : \quad x \in X \implies x \text{é um número par.}$$

Considere o seguinte exemplo. Seja $X = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. A afirmação de que existem números primos em X pode ser representada por meio de símbolos da maneira seguinte:

$$\exists\, x \in X : \quad x \text{é um número primo.}$$

Argumento

Se $P_1, \ldots, P_n$ e Q são proposições, simples ou compostas, então a afirmação de que a sequência finita de proposições $P_1, \ldots, P_n$ tem como consequência a proposição Q é chamado de argumento.
Neste caso, utiliza-se a notação $P_1, \ldots, P_n \mapsto Q$ para representar tal argumento.
Se $P_1, \ldots, P_n \mapsto Q$ é um argumento, então $P_1 \wedge \ldots P_n \to Q$ é uma tautologia (Prove!).

Lista de Exercícios – Parte 1

1. Considere a função proposicional $P(x)$: "$x^2 \geq 16$". Determine o conjunto verdade para o domínio $D = \{-5, -4, 0, 4, 5\}$.
2. Determine o conjunto-verdade da proposição $\forall\ x \in \mathbb{N}, x + 1 > x$.
3. Determine o conjunto-verdade da proposição $\exists\ x \in \mathbb{Z}, x^2 = 2$.
4. Considere o argumento: "Todos os gatos miam. O animal de estimação de João é um gato. Logo, o animal de estimação de João mia." Este argumento é válido? Justifique.
5. Formalize a proposição "Para todo número real x, existe um número real y tal que $y > x$."

Lista de Exercícios – Parte 2

1. Traduza a proposição $\exists\ x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$. Qual o seu conjunto-verdade?
2. Crie um exemplo de um argumento válido com pelo menos duas premissas e uma conclusão.
3. Crie um exemplo de um argumento inválido e justifique por que ele é inválido.
4. Negações de Quantificadores: Negue a proposição $\forall x, P(x)$. Qual a regra geral para negação de proposições quantificadas?
5. Considere a proposição "Existe um aluno nesta sala que não gosta de matemática". Negue esta proposição e escreva a negação em linguagem natural.

Obrigado!