Сигнали и системи

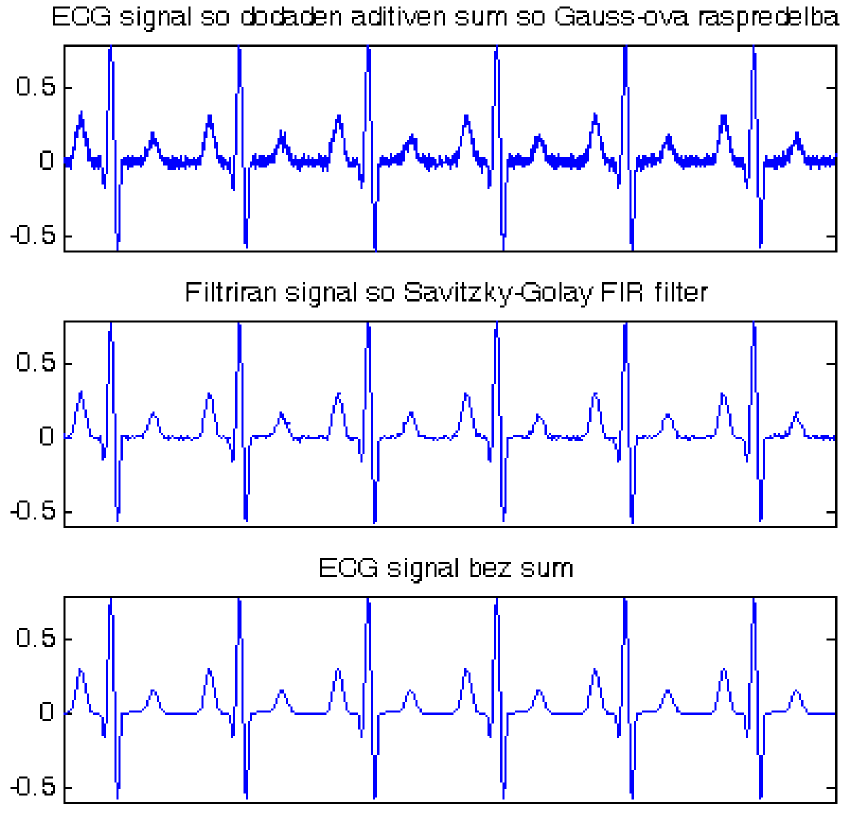
- Концептот на сигнали и системи се јавува во голем број на области: комуникации, дизајн на електрични кола, акустика, биомедицина, процесирање на говор/слика/видео, итн.

- Со сигналот се претставени промените на одреден физички феномен (квантитет) како функција од независини променливи (најчесто време)

- Со други зборови, сигнал е функција од една или повеќе независно променливи која содржи информации за однесувањето (природата) на одреден феномен

Сигнали и системи

- Пример сигнали



Сигнали и системи

- Пример сигнали

Сигнали и системи

- Пример сигнали

Сигнали и системи

- Систем се дефинира како (физички) уред кој изведува извесна операција на одреден сигнал
- Физички систем во поширока смисла е комбинација од компоненти, уреди или подсистеми
- Систем не подразбира само физички уреди, туку исто така и софтверски реализации кои извршуваат одредени операции на сигналите

Сигнали и системи

- Системот одговара на одреден влезен сигнал произведувајќи како одговор друг сигнал (или друго поведение)

  Системот може да се разгледува како процес со кој е извршена трансформација на влезниот сигнал

- Со пропуштање на сигналот низ системот велиме дека сме извршиле процесирање на сигналот

Сигнали и системи

- Напонот и струјата како функции од време во електрично коло се примери на сигнали. Електричното коло е пример за систем. Истото одговара на применетите напони и струи

- Со притискање на педалата за гас кај автомобилот, се зголемува брзината на истиот.
  - Систем: автомобил, Влезен сигнал: Притисок врз педалата за гас, одговор (одзив): брзината на автомобилот

- Систем: Компјутерски програм, влезен сигнал: дискретен сигнал, одзив: излезен сигнал

- Систем: камера, влезен сигнал: светлина од различни објекти, одзив: фотографија

Сигнали и системи

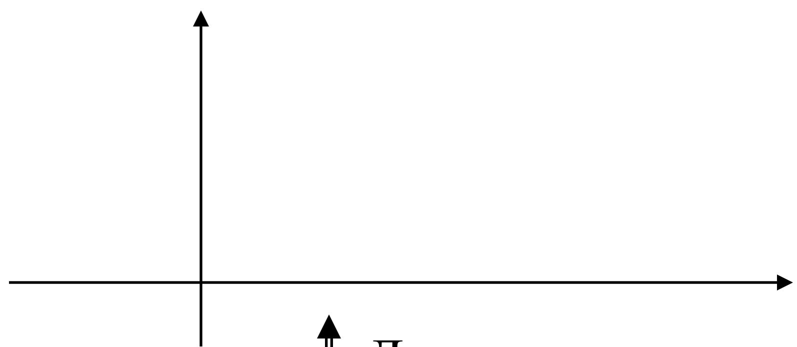
- Во однос на системите, од интерес може да е
  - Анализа на даден систем со цел да се разбере неговиот одговор/одзив на различни влезни сигнали (анализа на електрично коло)
  - Дизајн на систем за наменско процесирање на сигнали (компресија на слика)
  - Извлекување на одредени информации од сигналите
  - Контрола на карактеристиките на даден систем (управување на систем)

Сигнали

- Класификација
  - Аналогни и дискретни
  - Детерминистички и случајни
  - Еднодимензионални и дводимензионални
  - Периодични и апериодични
  - Каузални, антикаузални и двострани
  - Парни и непарни

Сигнали - класификација

- **Аналогни или дискретни**

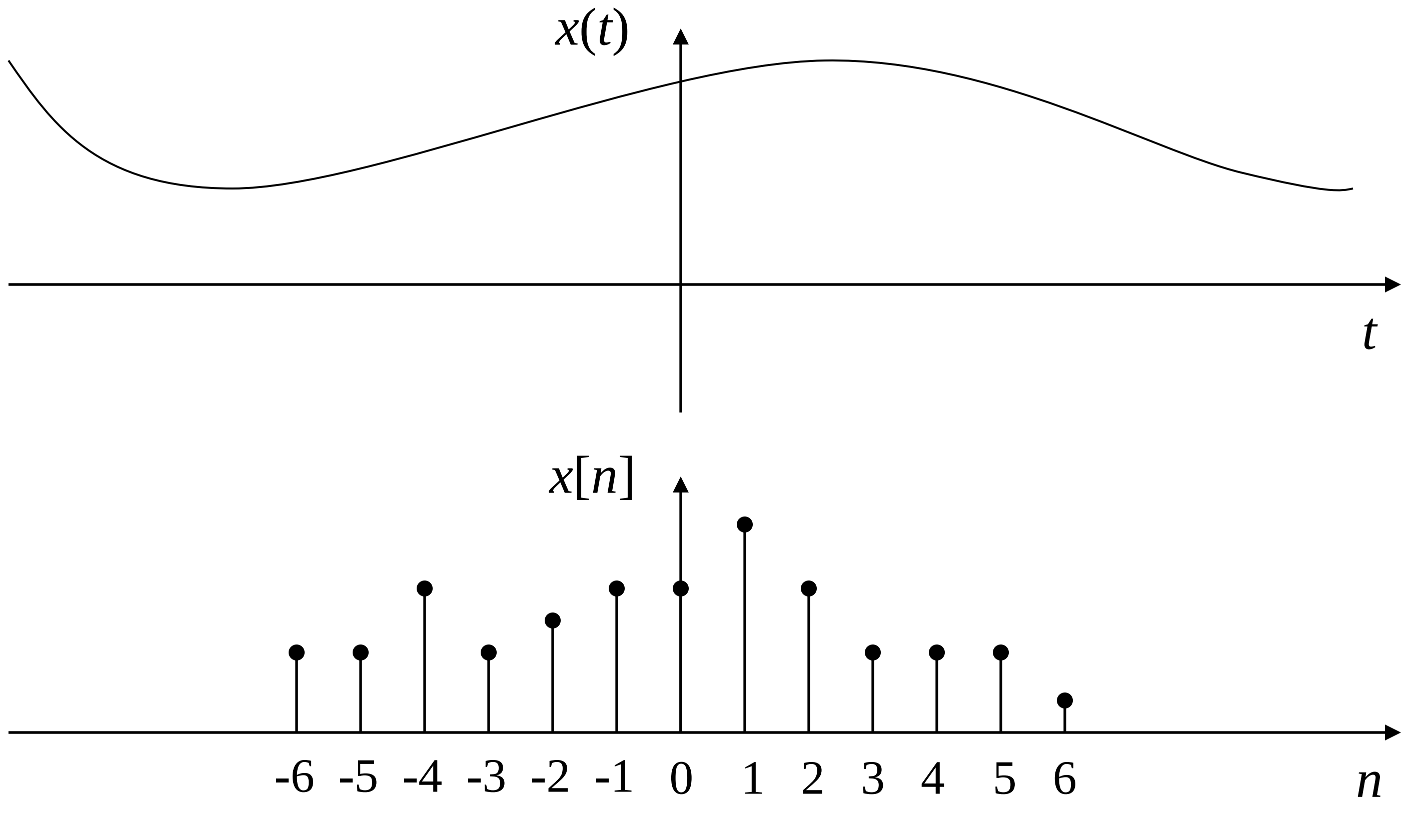


Дали променливата има континурани
вредности или дискретни

- **Аналогни (Continuous time) –**
  - $x(t)$, t – ***континуирана независна променлива***
- **Дискретни (Discrete time) –**
  - $x[n]$, n – ***дискретна независна променлива***

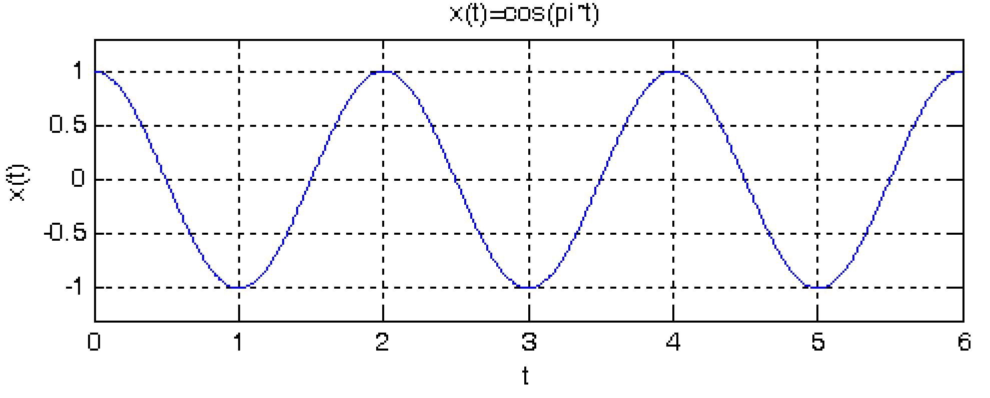
Сигнали - класификација

- Пример: аналоген и дискретен сигнал



Сигнали - класификација

- Дискретизација

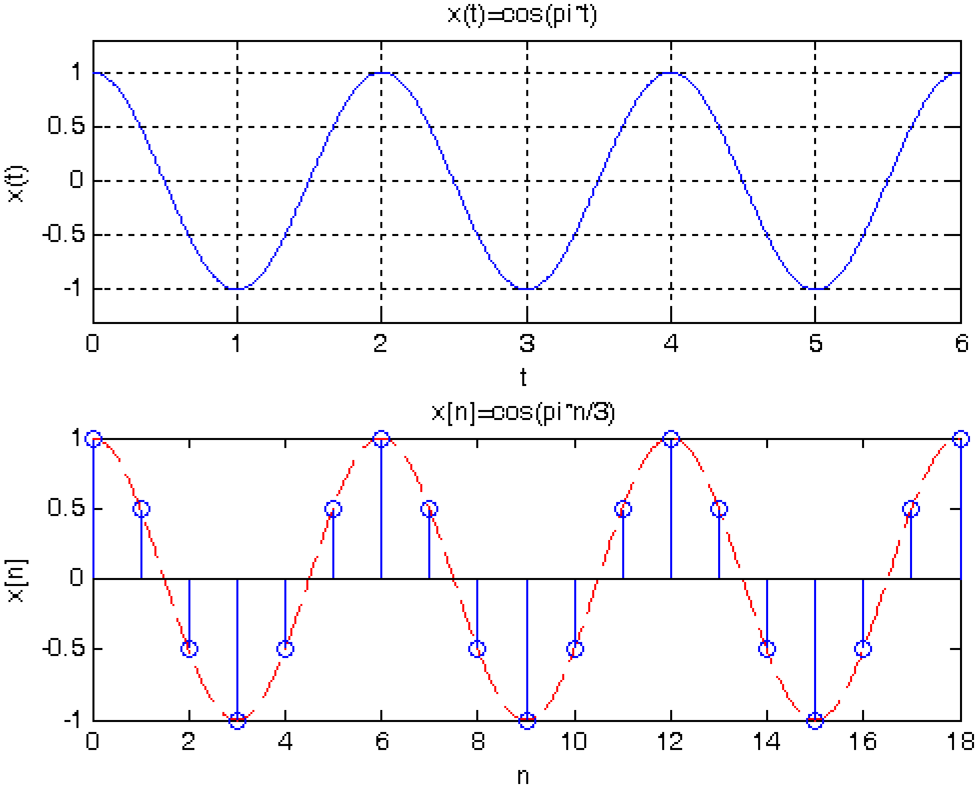


$$x(nT) = x[n]$$

Сигнали - класификација

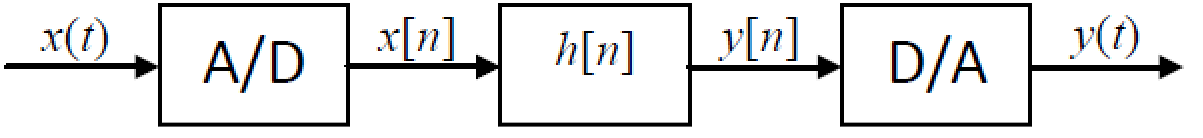
- Дискретизација

$$x(nT) = x[n]$$



Сигнали - класификација

- Дискретизација: типичен изглед на еден систем за процесирање

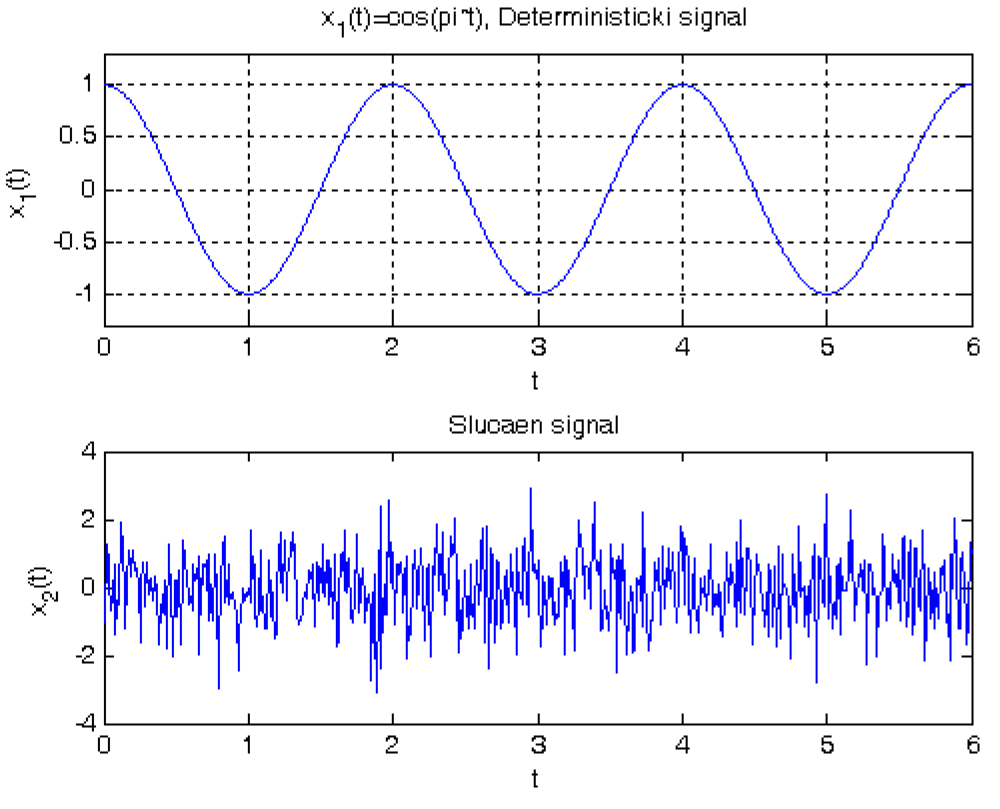


Сигнали - класификација

- **Детерминистички или случаен**
  - Детерминистички – сигнал чија вредност е зададена со математичка функција, табела ..
    - Неговите (идни) вредности можат да бидат одредени од минатите со потполна сигурност
  - Случаен – неизвесност околу неговото однесување
    - Неговите (идни) вредности не можат точно да се предвидат и можат само да се претпоставаат врз база на однесување на множество од сигнали.

Сигнали - класификација

- Детерминистички или случаен



Сигнали - класификација

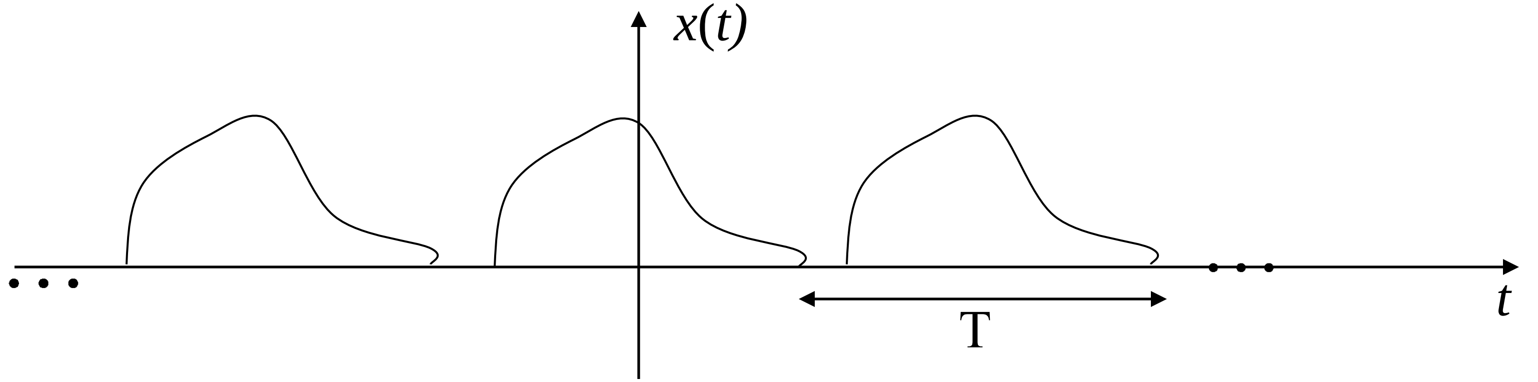
- **Еднодимензионални 1D,** зависат од една независна променлива величина

- **Дводимензионални 2D,** зависат од две независно променливи величини

Сигнали - класификација

- **Периодичен или апериодичен**

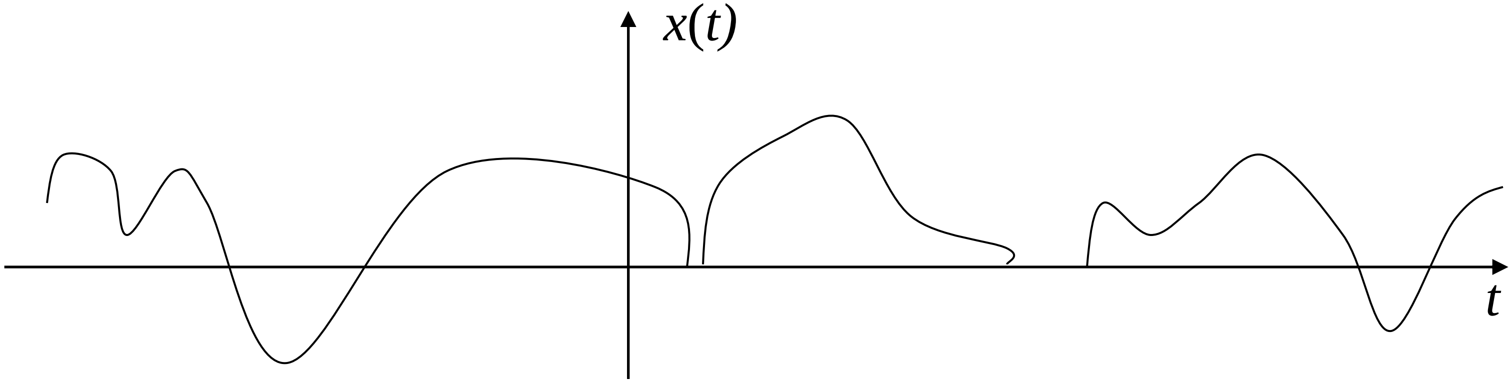
$$\boxed{x(t) = x(t+T)}$$



- Најмалата вредност за T за која горната равенка важи претставува *основен период*.

Сигнали - класификација

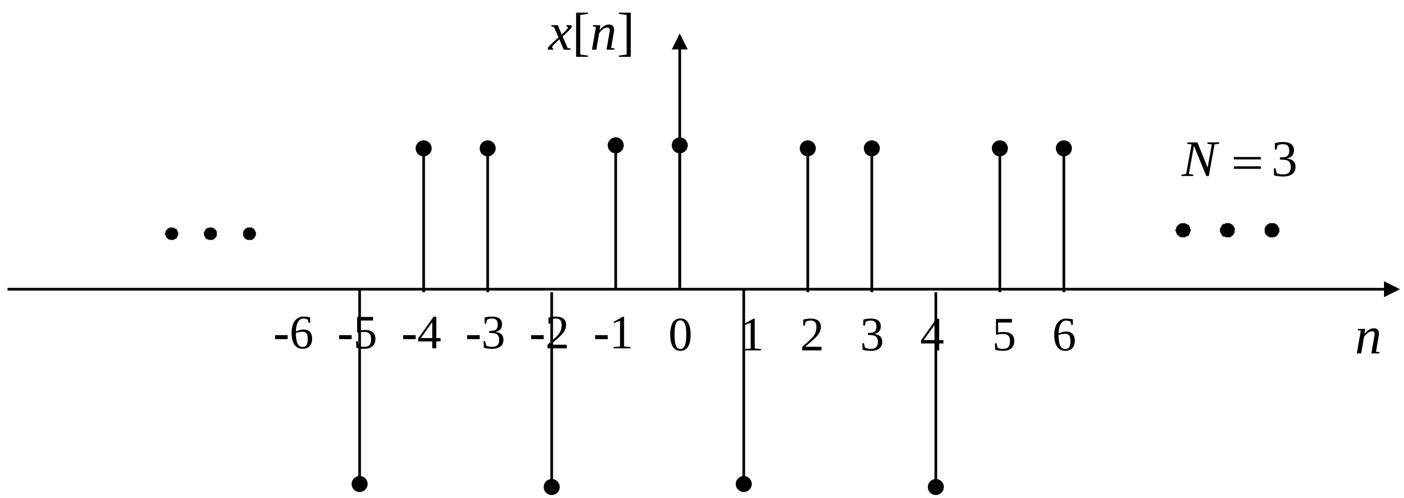
- Апериодичен – сигнал кој не е периодичен



Сигнали - класификација

- Периодичен дискретен сигнал

$$\boxed{x[n] = x[n+N]}$$

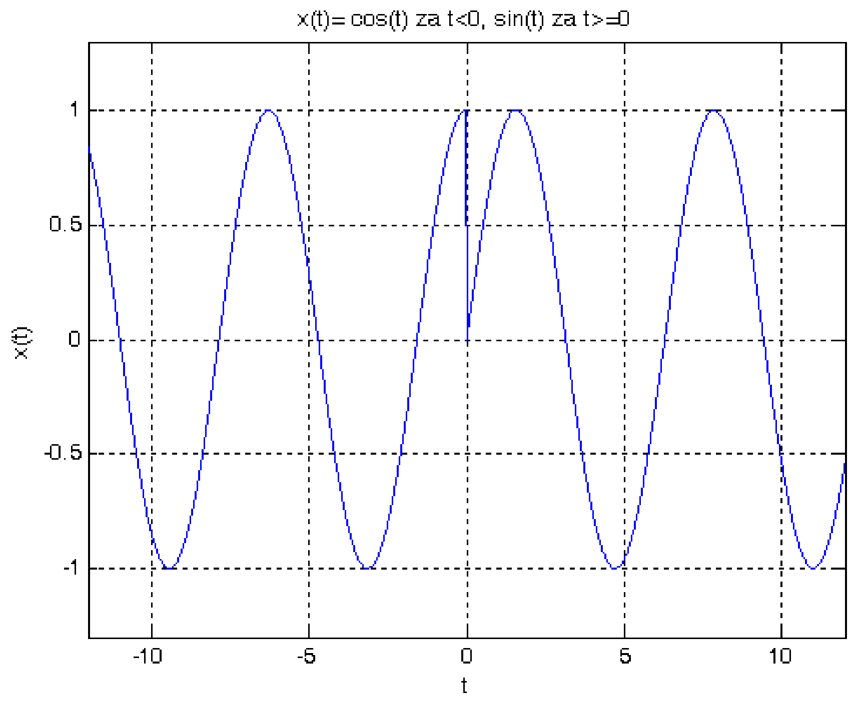


- Најмалата вредност за N за која горната равенка важи претставува *<u>основен период</u>*.

Сигнали - класификација

- Пример

$$x(t) = \begin{cases} \cos(t) & \text{за } t < 0 \\ \sin(t) & \text{за } t \geq 0 \end{cases}$$

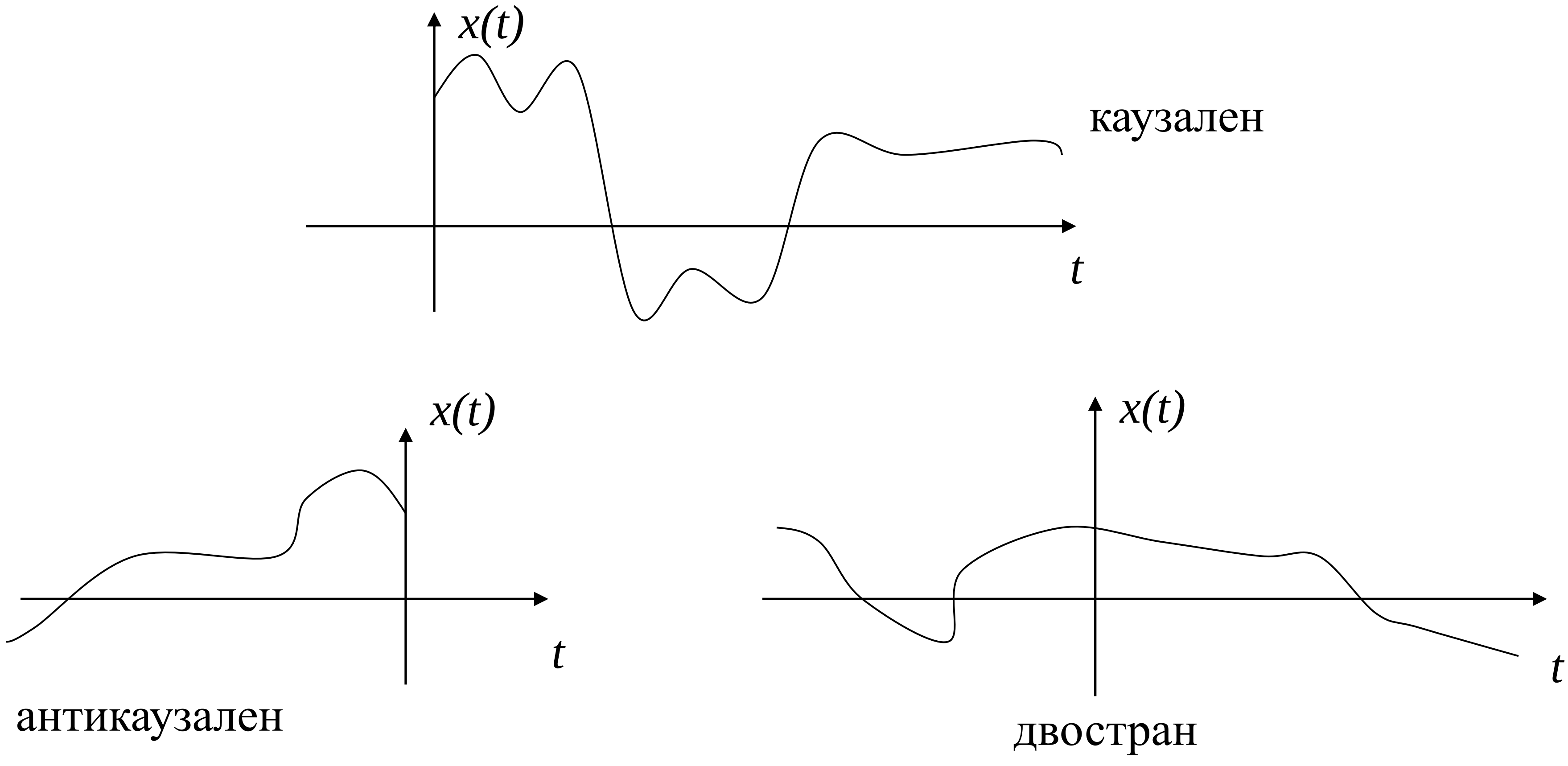


Сигнали - класификација

- **Каузален, антикаузален или двостран**
  - Каузален – дефиниран само за позитивни вредности на независната променлива ($t \geq 0$ односно $n \geq 0$)
  - Антикаузален – дефиниран само за негативни вредности на независната променлива ($t < 0$ односно $n < 0$)
  - Двостран – дефиниран за сите вредности на независната променлива

Сигнали - класификација

- Каузален, антикаузален или двостран



Сигнали - класификација

- **Парен или непарен**
  - Парен сигнал е секој сигнал $x(t)$ $(x[n])$ за кој

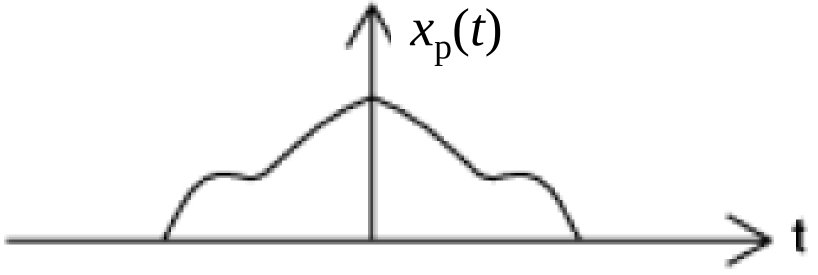
    $x(t) = x(-t)$ односно $x[n] = x[-n]$

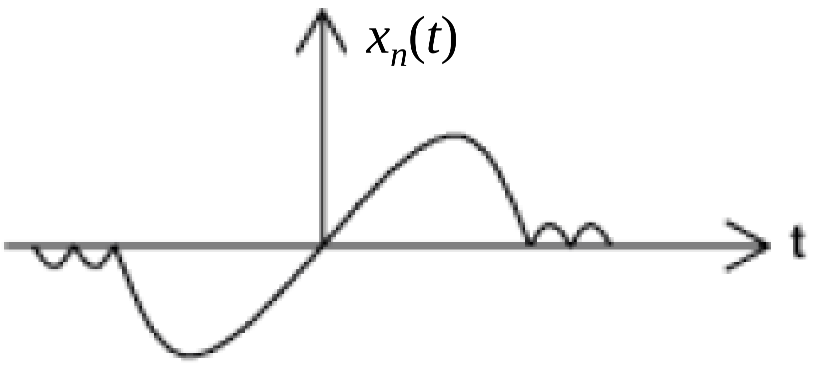
  - Непарен сигнал е секој сигнал $x(t)$ $(x[n])$ за кој

    $x(t) = -x(-t)$ односно $x[n] = -x[-n]$

Сигнали - класификација

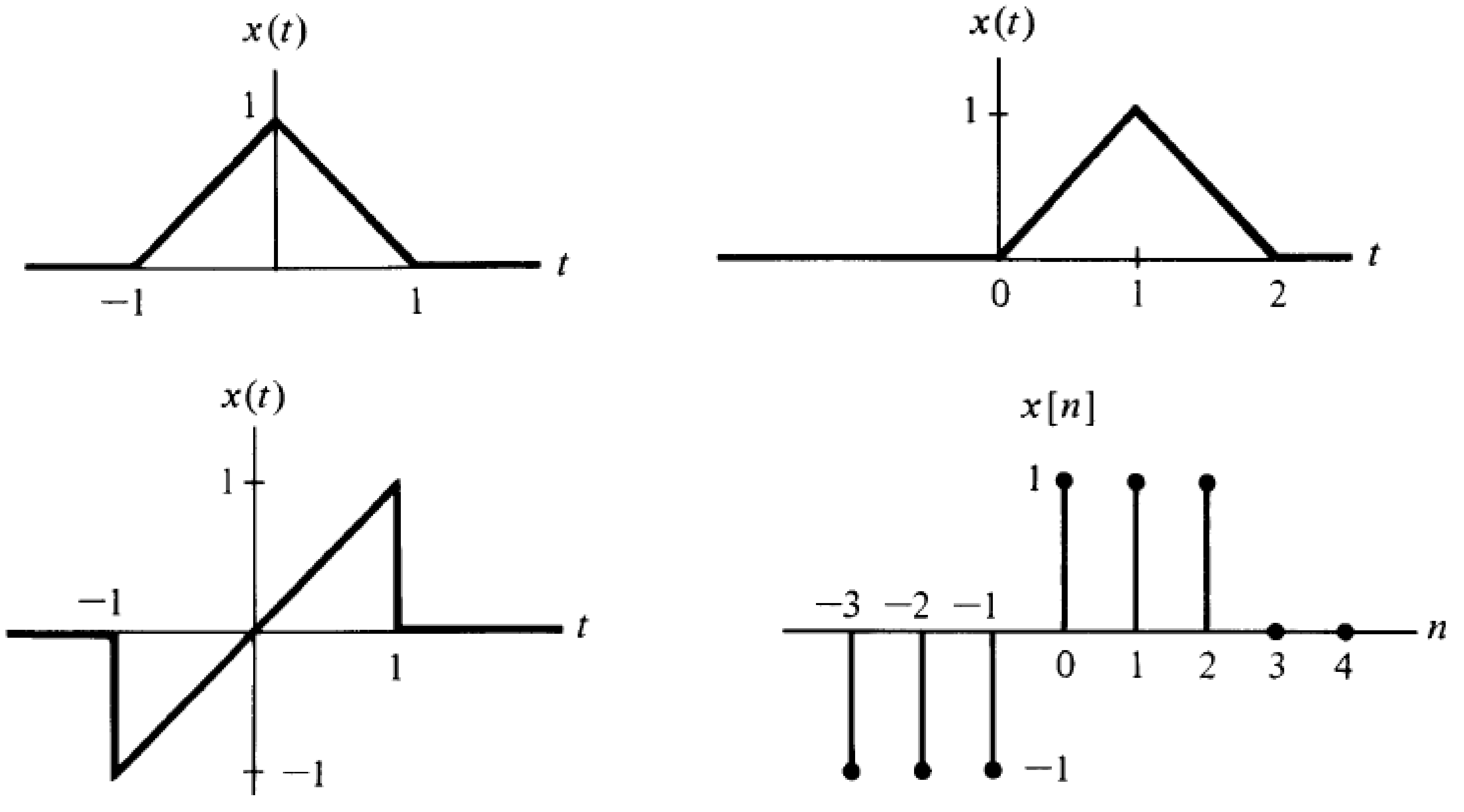
- Пример: парен или непарен





Сигнали - класификација

- Задача за вежбање: парен или непарен?



Сигнали - класификација

- **Парен или непарен**
  - Секој сигнал може да се напише како комбинација од еден парен и еден непарен сигнал

    $x(t) = x_p(t) + x_n(t)$ односно $x[n] = x_p[n] + x_n[n]$

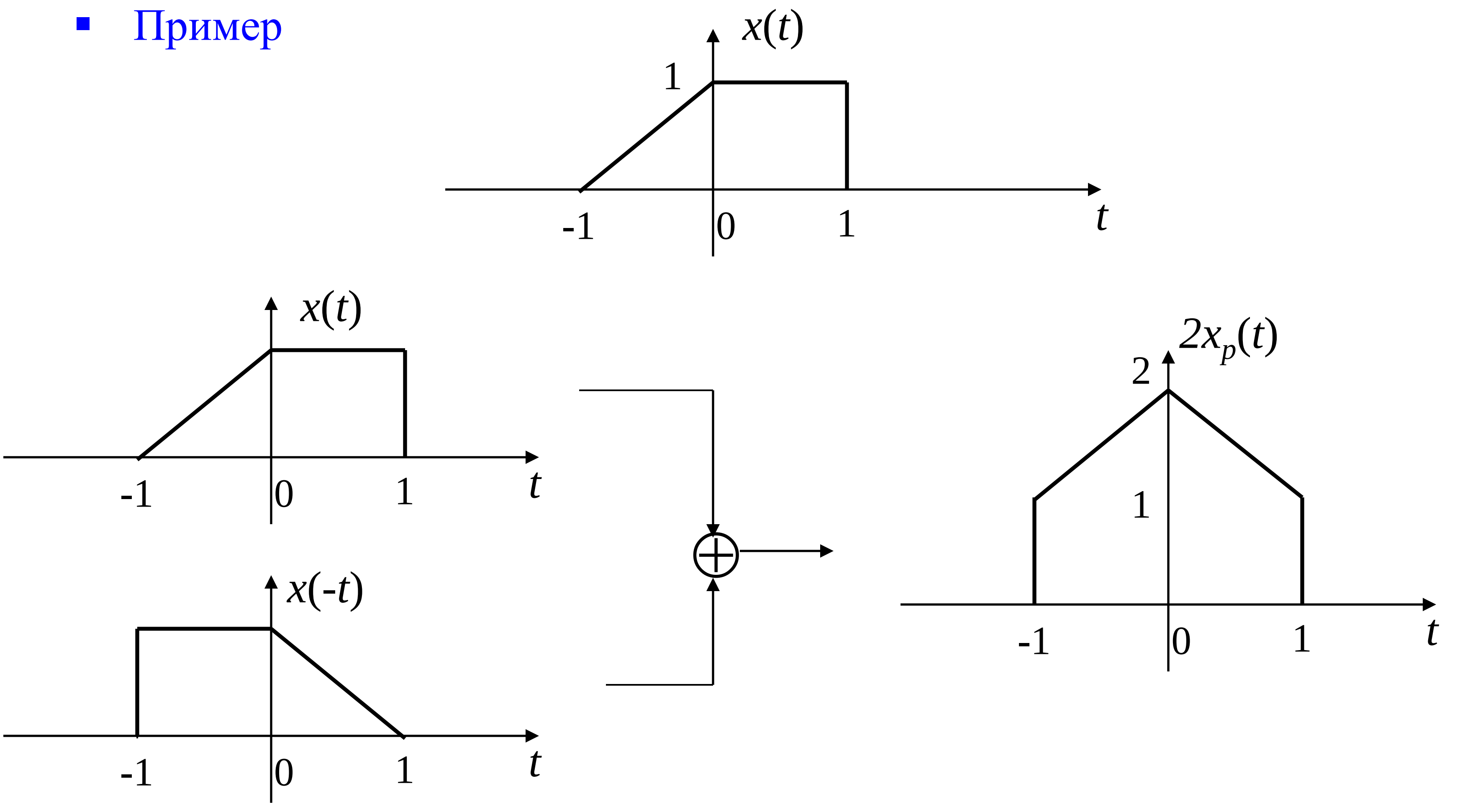
каде

$$x_p(t) = \frac{x(t) + x(-t)}{2} \qquad x_n(t) = \frac{x(t) - x(-t)}{2}$$

$$x_p[n] = \frac{x[n] + x[-n]}{2} \qquad x_n[n] = \frac{x[n] - x[-n]}{2}$$

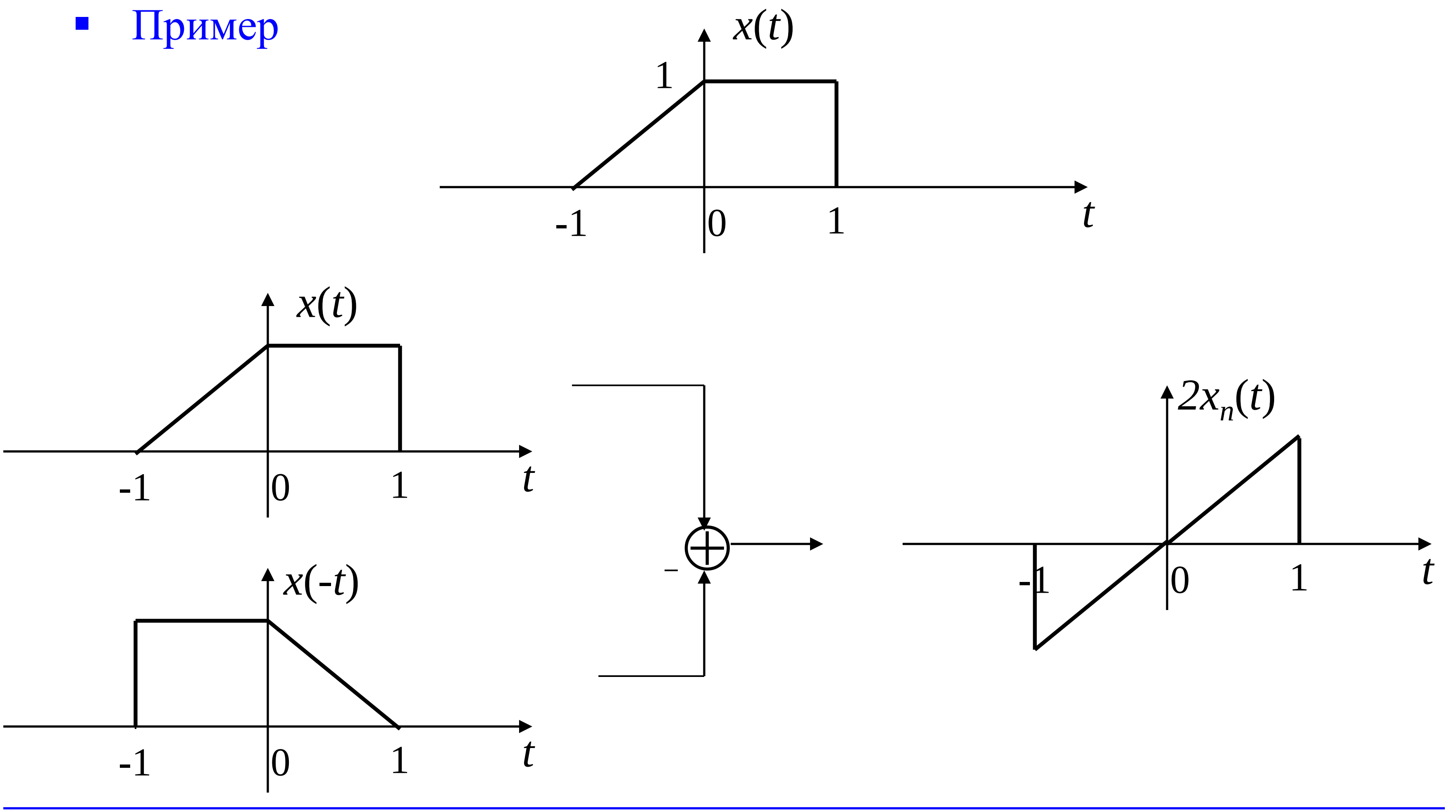
Сигнали - класификација

- Пример



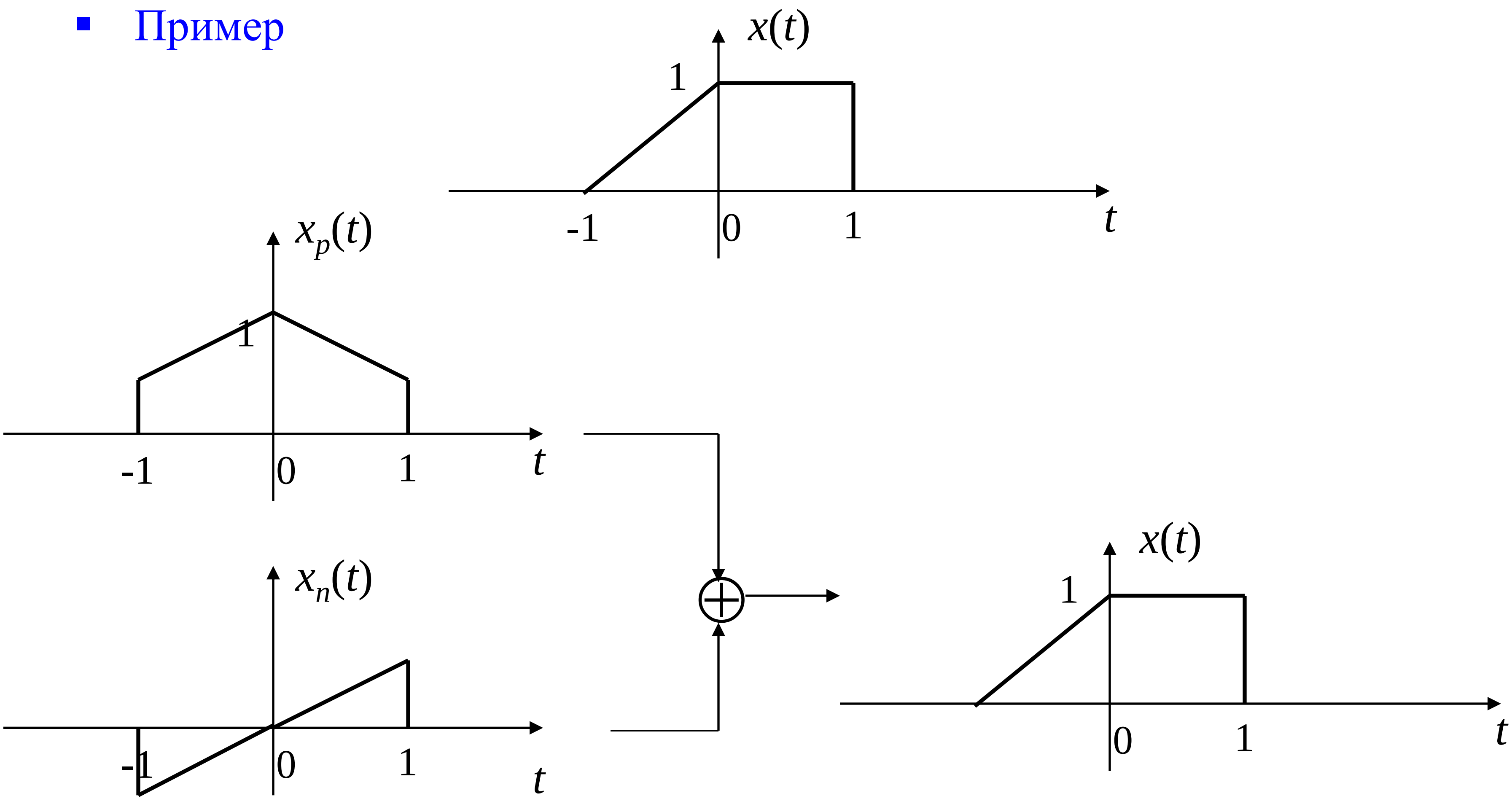
Сигнали - класификација

- Пример



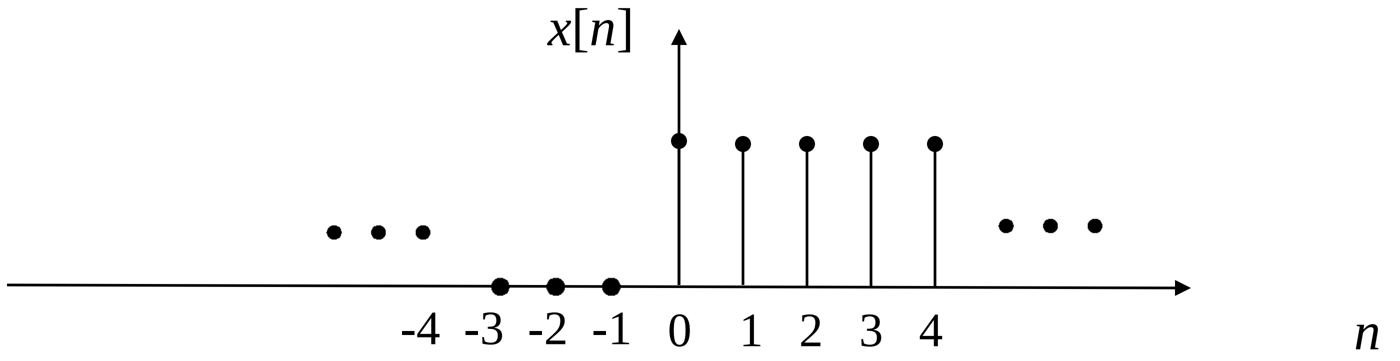
Сигнали - класификација

- Пример



Сигнали - класификација

- Задача за вежбање: Да се најде парен и непарен дел на низата



Сигнали - класификација

- Пример

$$x(t)=\begin{cases}\sin(2\pi t)/t & t\geq 1\\ 0 & t<1\end{cases}$$

  – Аналоген или дискретен ?
  – Периодичен или апериодичен ?
  – Каузален, антикаузален или двостран ?
  – Парен или непарен ?
  – Детерминистички или случаен ?

Сигнали - класификација

- Пример

$$x(t)=\begin{cases}\sin(2\pi t)/t & t\geq 1\\ 0 & t<1\end{cases}$$

  - **Аналоген**
  - **апериодичен**
  - **Каузален**
  - **Ни парен ни непарен**
  - **Детерминистички**

Сигнали - енергија

- **Енергија и моќност**
  - Енергија на аналоген сигнал (во интервалот $t_1 \le t \le t_2$)

$$E = \int_{t_1}^{t_2} |\, x(t)\,|^2 \, dt$$

  - Средна моќност на сигналот (во интервалот $t_1 \le t \le t_2$)

$$P = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |\, x(t)\,|^2 \, dt$$

  - Енергија на дискретен сигнал (во интервалот $n_1 \le n \le n_2$)

$$E = \sum_{n=n_1}^{n_2} |\, x[n]\,|^2$$

  - Средна моќност на сигналот (во интервалот $n_1 \le n \le n_2$)

$$P = \frac{1}{n_2 - n_1 + 1} \sum_{n=n_1}^{n_2} |\, x[n]\,|^2$$

Сигнали - енергија

- **Енергија и моќност**
  - Вкупна енергија на аналоген сигнал (во интервалот $-\infty \le t \le \infty$)

$$E_\infty = \lim_{T\to\infty} \int_{-T}^{T} |x(t)|^2\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2\, dt$$

  - Средна моќност на сигналот (во интервалот $-\infty \le t \le \infty$)

$$P_\infty = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} |x(t)|^2\, dt$$

  - Вкупна енергија на дискретен сигнал во интервалот $-\infty \le n \le \infty$

$$E_\infty = \lim_{N\to\infty} \sum_{n=-N}^{N} |x[n]|^2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2$$

  - Средна моќност на сигналот во интервалот $-\infty \le n \le \infty$

$$P_\infty = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} |x[n]|^2$$

Сигнали - енергија

- **Енергија и моќност**

  Од аспект на вкупната енергија и моќност на сигналите, можеме да дефинираме три класи на сигнали

  - Сигнали со конечна вкупна енергија $E_\infty < \infty$. Таков сигнал мора да има средна моќност нула

    $$P_\infty = \lim_{T\to\infty} \frac{E_\infty}{2T} = 0$$

  - Сигнали со конечна средна моќност $P_\infty > 0,\ E_\infty \to \infty$

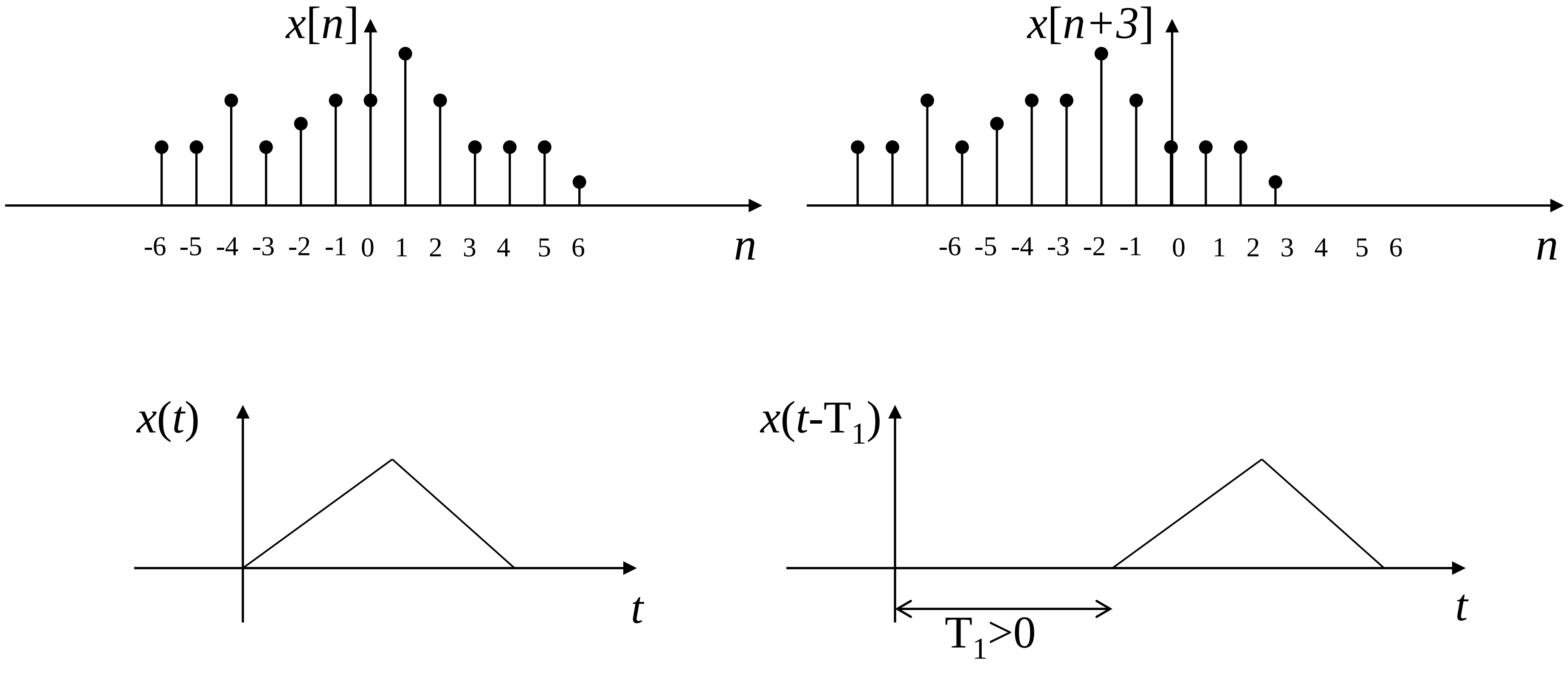
  - Сигнали со $P_\infty \to \infty,\ E_\infty \to \infty$

Трансформација на променливата

- Поместување во време
- Скалирање во време
- Инверзија

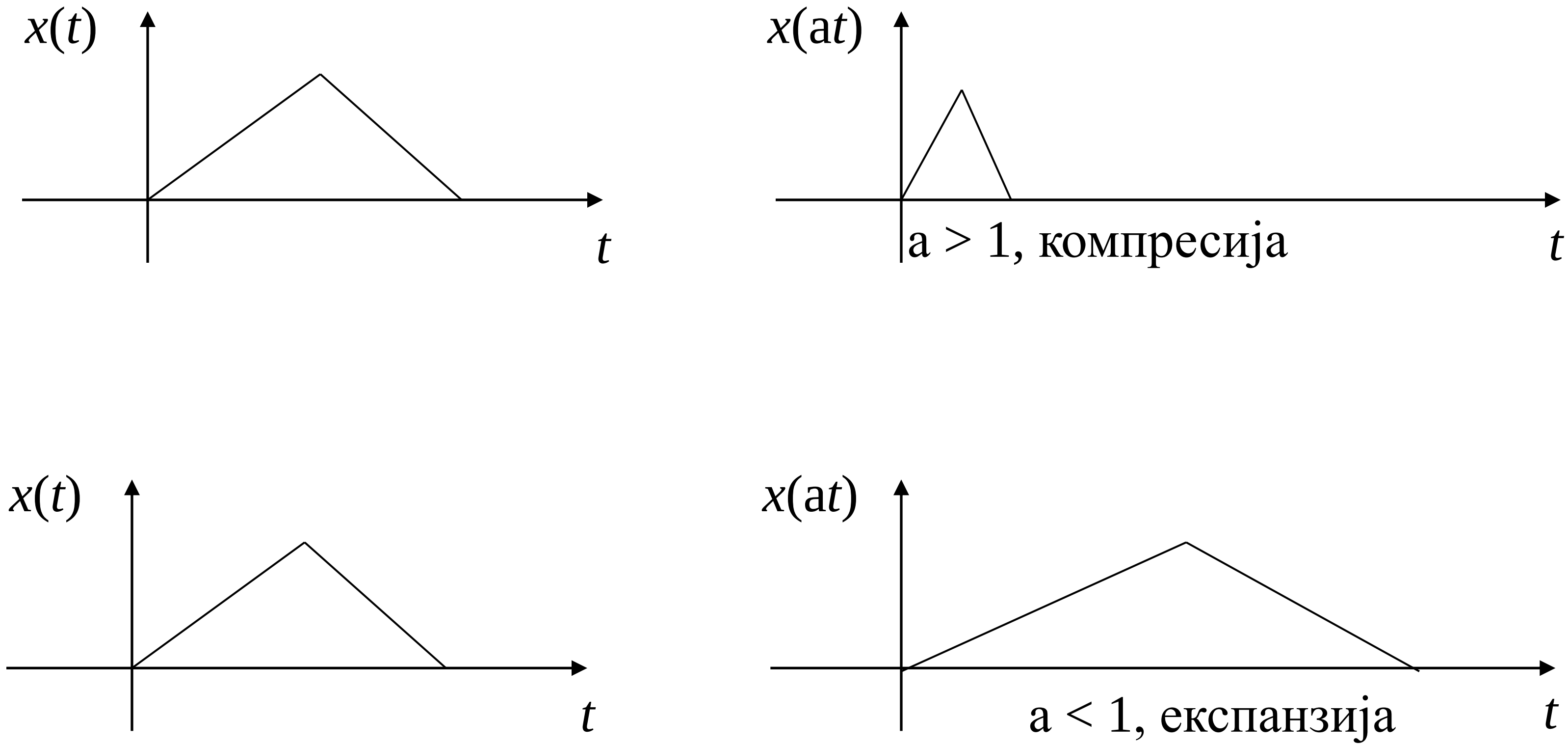
Трансформација на променливата

- **Поместување во време**



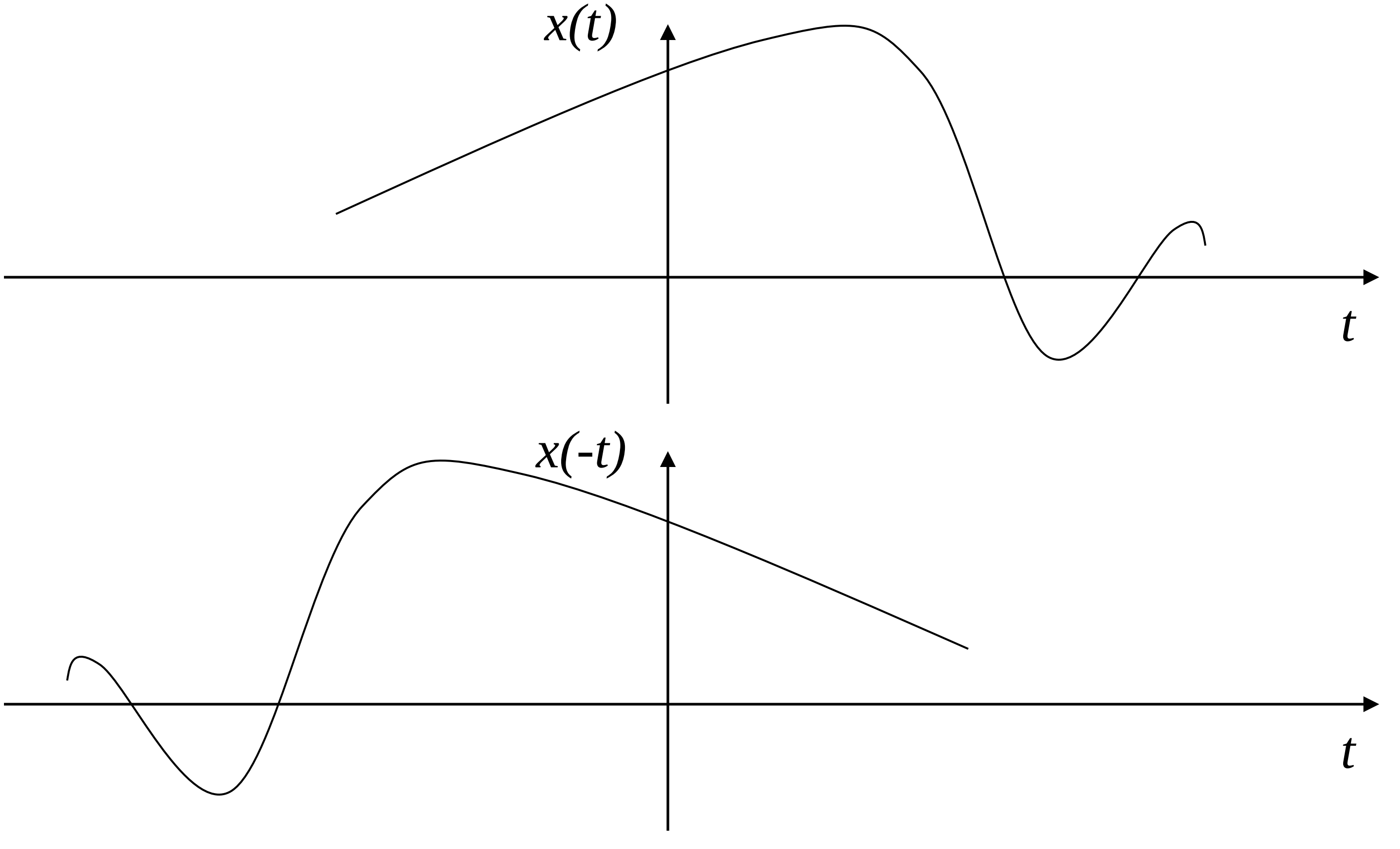
Трансформација на променливата

- **Скалирање во време**



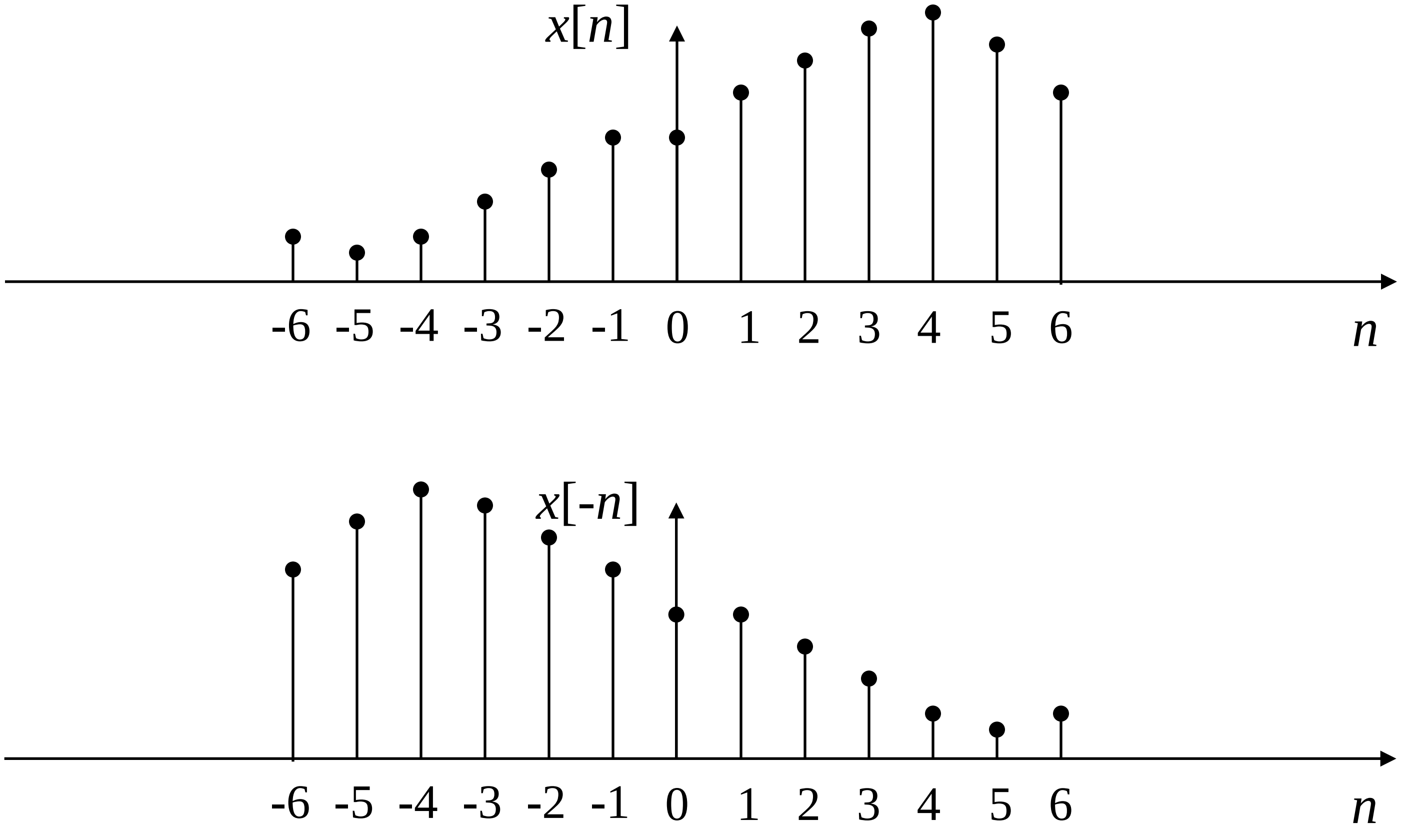
Трансформација на променливата

- **Инверзија**



Трансформација на променливата

- **Инверзија**



Трансформација на променливата

- генерално

$$y(t) = x(\alpha t + \beta)$$

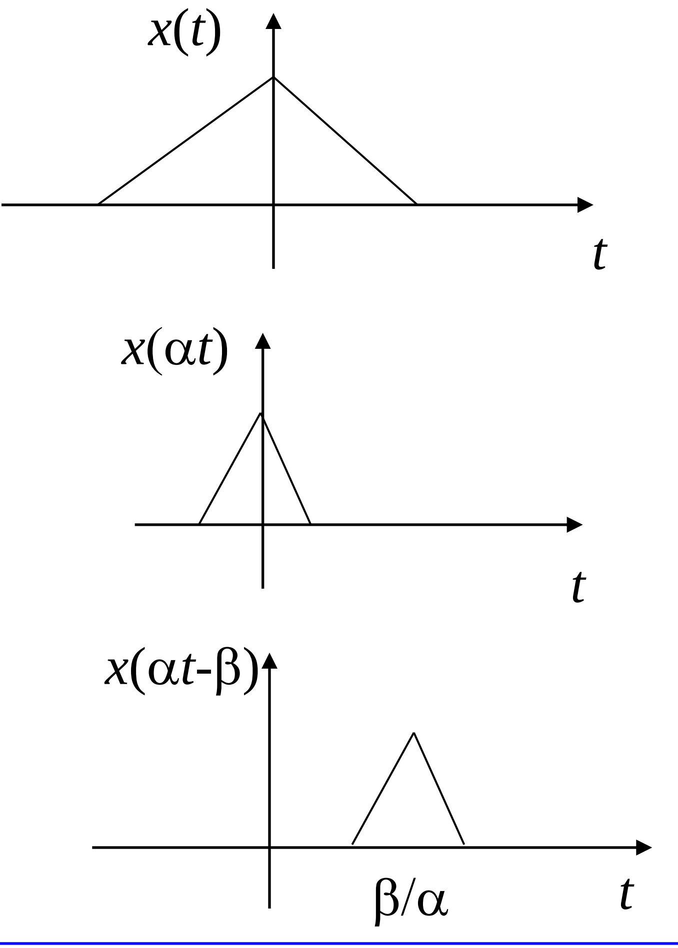
$\alpha < 0$ инверзија

$|\alpha| < 1$ експанзија

$|\alpha| > 1$ компресија

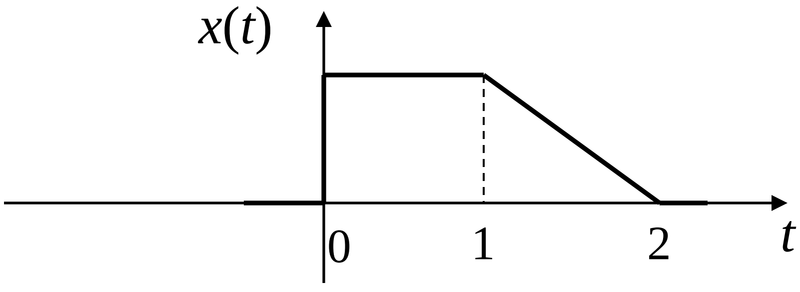
$\beta > 0$ поместување лево

$\beta < 0$ поместување десно



Трансформација на променливата

- Пример



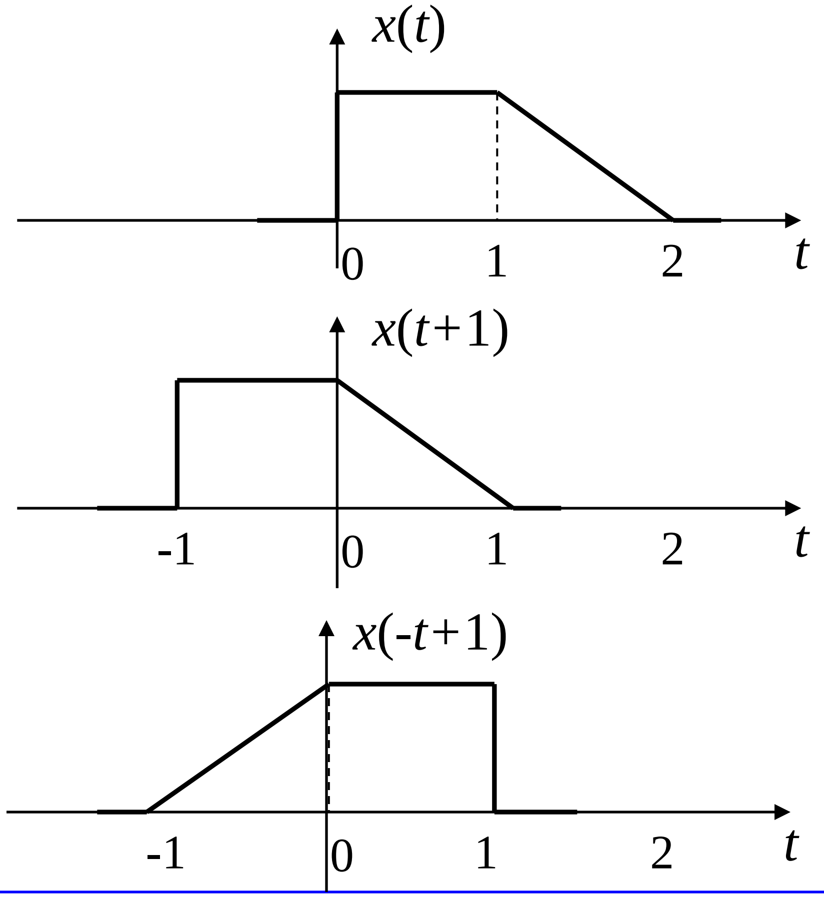
$$x(-t+1) = ?$$

$$x(\frac{3}{2}t) = ?$$

$$x(\frac{3}{2}t+1) = ?$$

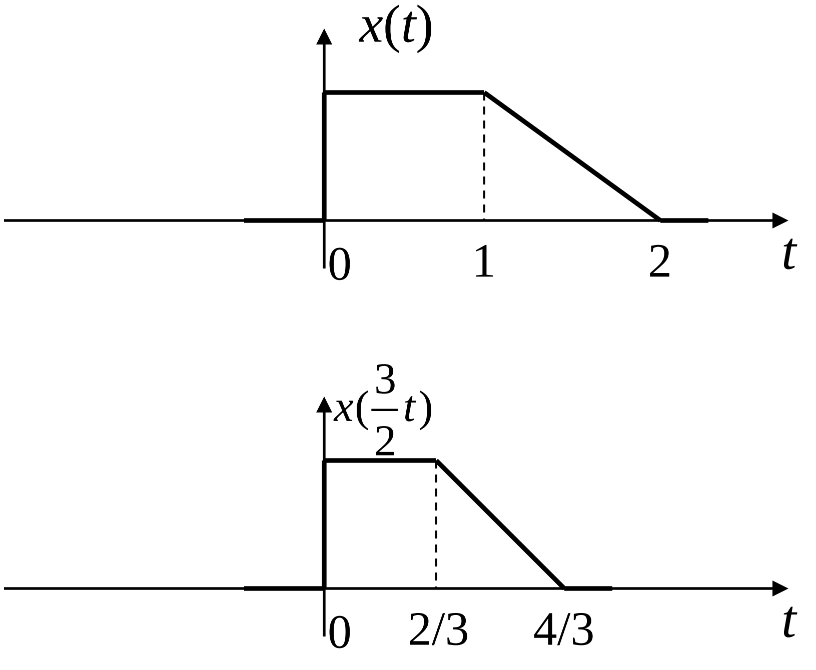
Трансформација на променливата

- Пример



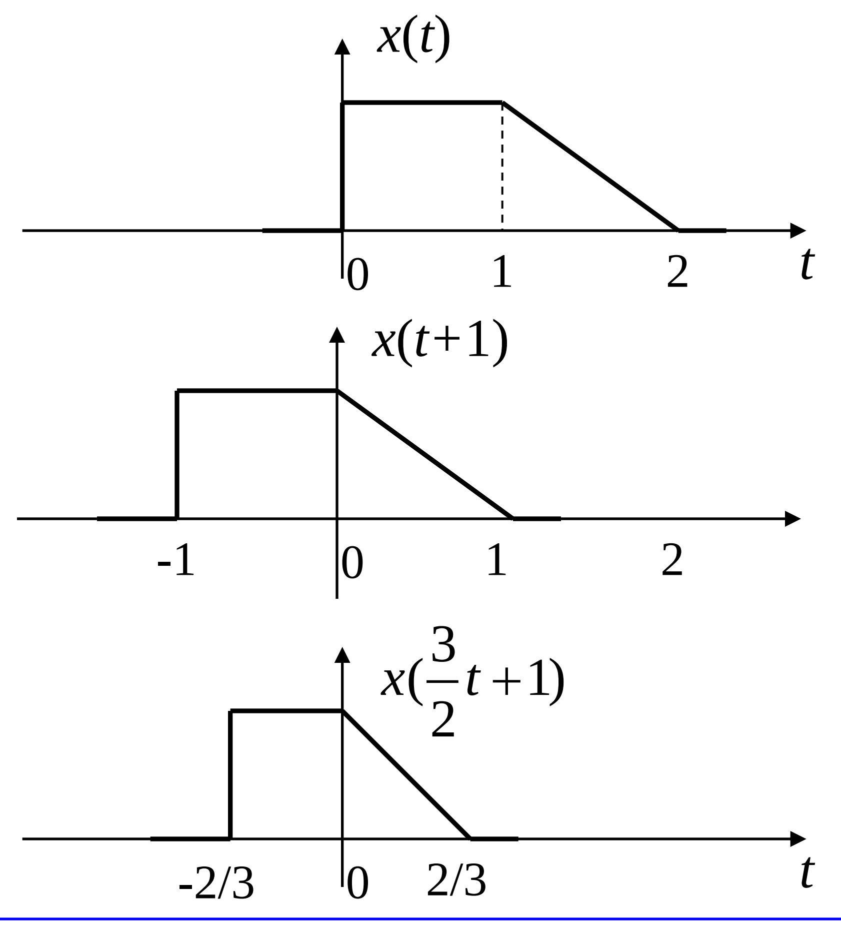
Трансформација на променливата

- Пример



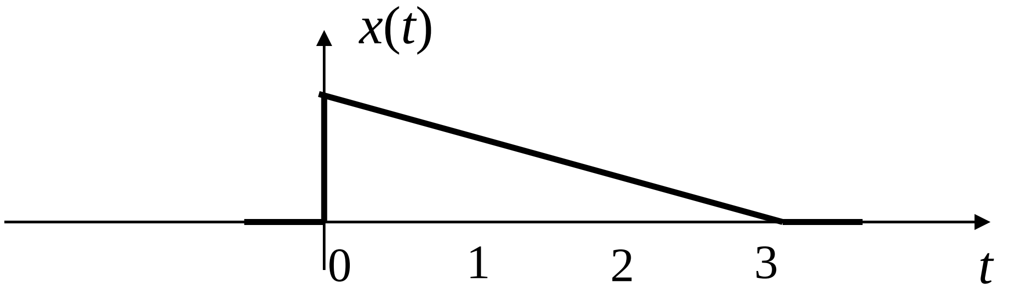
Трансформација на променливата

- Пример



Трансформација на променливата

- Задача за вежбање

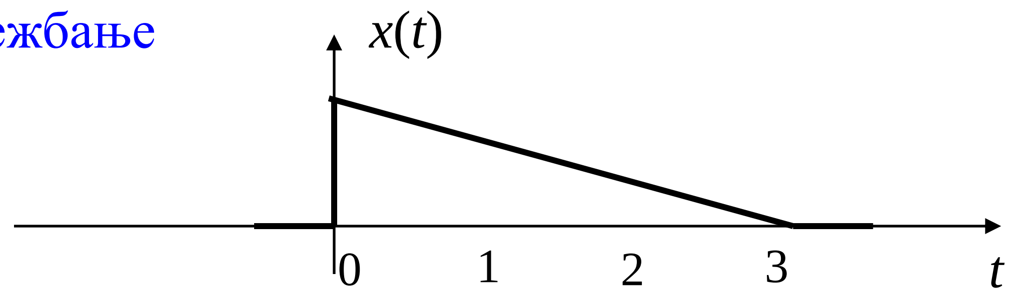


$$x(2t+2) = ?$$

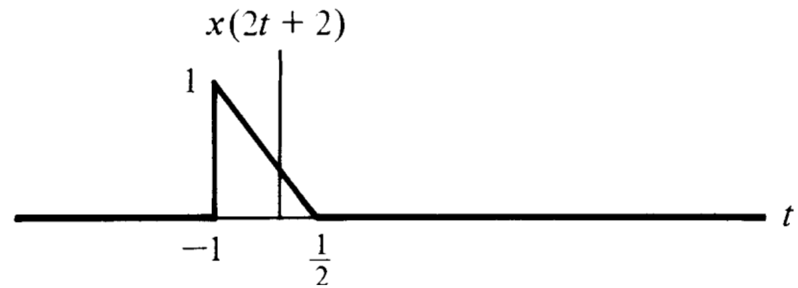
$$x(1-3t) = ?$$

Трансформација на променливата

- Задача за вежбање



$x(2t+2) = ?$



$x(1-3t) = ?$