# ФРЕКВЕНЦИСКА ЗАВИСНОСТ НА ЗАСИЛУВАЊЕТО

*Воведни забелешки:*

За да ја скицираме фреквенциската зависност на засилувањето (Бодеовиот дијаграм), треба најпрво математички да го добиеме изразот за засилувањето во функција од фреквенцијата (jω или s), и да го доведеме во следниот облик:

$$A(j\omega)=k\frac{(j\omega)^{z}\cdot\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{n1}}\right)\cdot\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{n2}}\right)\cdot....\cdot\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{nx}}\right)}{\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{p1}}\right)\cdot\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{p2}}\right)\cdot....\cdot\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{py}}\right)}$$

Изразот се состои од:
константа $k$
$z$ нули од типот (jω)
$x$ нули од типот $(1+j\omega/\omega_n)$
$y$ полови од типот $(1+j\omega/\omega_p)$

Придонесот на поедините членови од горниот израз во асимптотската скица на амплитудниот Бодеов дијаграм ќе го добиеме кога ќе го логаритмираме изразот за да го изразиме модулот на засилувањето во децибели (dB).

$$A(\omega)[\mathrm{dB}]=20\log\left|A(j\omega)\right|=20\log\left|k\frac{(j\omega)^{z}\cdot\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{n1}}\right)\cdot\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{n2}}\right)\cdot....\cdot\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{nx}}\right)}{\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{p1}}\right)\cdot\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{p2}}\right)\cdot....\cdot\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{py}}\right)}\right|=$$

$$A(\omega)[\mathrm{dB}]=20\left[\log|k|+z\cdot\log|\omega|+\log\sqrt{1+\frac{\omega^2}{\omega_{n1}^2}}+...+\log\sqrt{1+\frac{\omega^2}{\omega_{nx}^2}}-\log\sqrt{1+\frac{\omega^2}{\omega_{p1}^2}}-...-\log\sqrt{1+\frac{\omega^2}{\omega_{py}^2}}\right]$$

На сличен начин, придонесот на поедините членови во асимптотската скица на фазниот Бодеов дијаграм ќе го добиеме со пресметување на аргументот (фазниот став) на секој од членовите. Фазниот став е изразен во радијани (rad).

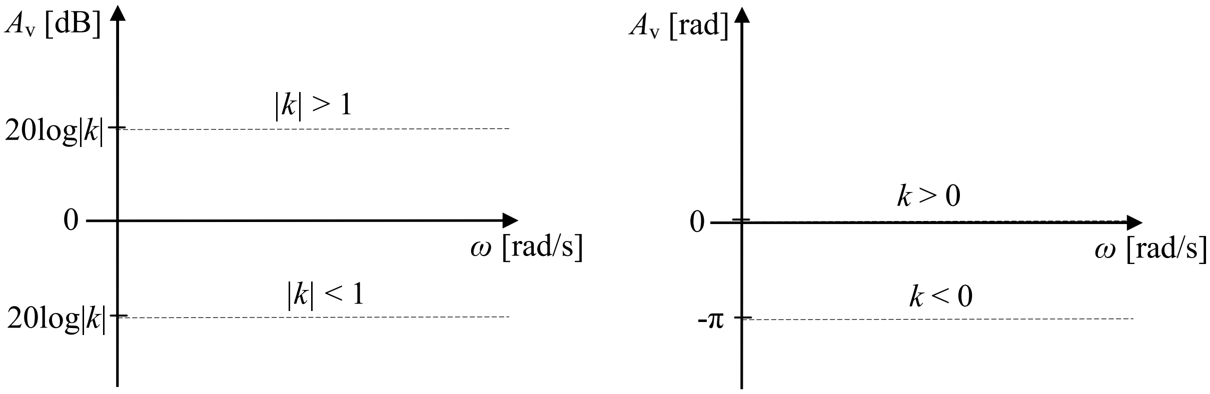
$$A(\omega)[\mathrm{rad}]=\arg\left(A(j\omega)\right)=\arg\left(k\frac{(j\omega)^{z}\cdot\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{n1}}\right)\cdot\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{n2}}\right)\cdot....\cdot\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{nx}}\right)}{\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{p1}}\right)\cdot\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{p2}}\right)\cdot....\cdot\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{py}}\right)}\right)=$$

по дефиниција : $\arg(\text{израз})=\mathrm{arctg}\left(\dfrac{\mathrm{Im}\{\text{израз}\}}{\mathrm{Re}\{\text{израз}\}}\right)$

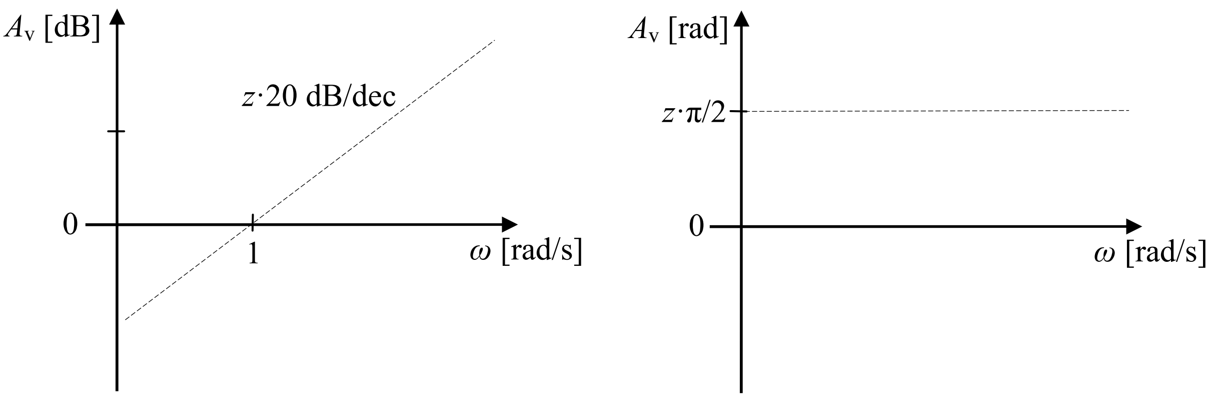
$$A(\omega)[\mathrm{rad}]=\mathrm{arctg}\left(\frac{\mathrm{Im}\{k\}}{\mathrm{Re}\{k\}}\right)+z\cdot\frac{\pi}{2}+\mathrm{arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_{n1}}\right)+...+\mathrm{arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_{nx}}\right)-\mathrm{arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)-...-\mathrm{arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_{py}}\right)$$

На следните цртежи се скицирани придонесите од членовите во амплитудниот и во фазниот Бодеов дијаграм:

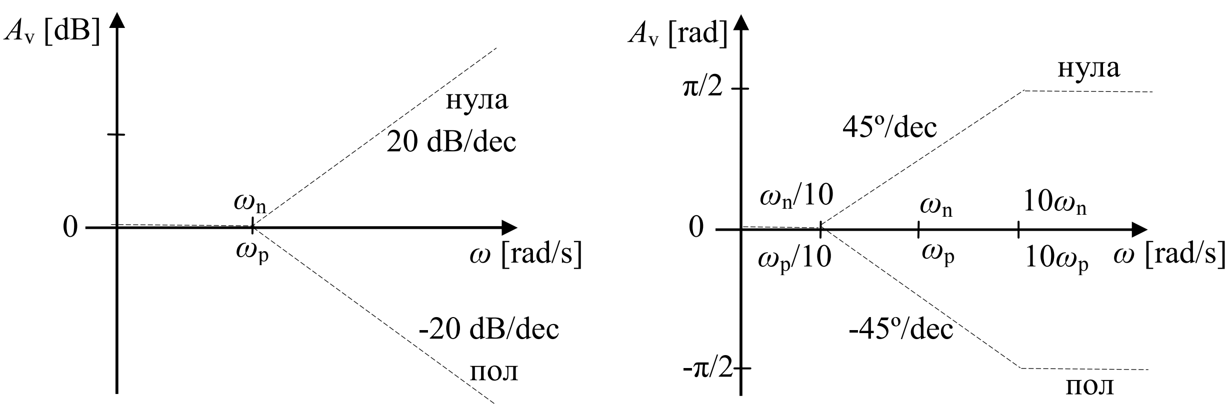
*Член* : $k$



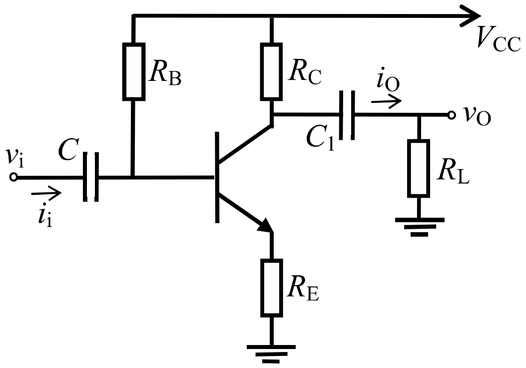

*Член* : $(j\omega)^z$




*Член* : нула $(1+j\omega/\omega_n)$ или пол $(1+j\omega/\omega_p)$



За засилувачот прикажан на сликата да се одреди и скицираат амплитудно-фреквенциската и фазно-фреквенциската зависност (Бодеовиот дијаграм) на напонското засилување $A_v(j\omega)$.



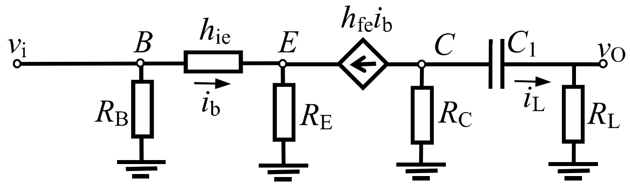

$R_B = 20\ \text{k}\Omega$ $\qquad R_E = 10\ \Omega$

$R_C = R_L = 2\ \text{k}\Omega$ $\qquad C_1 = 2{,}5\ \mu\text{F}$

$C \to \infty$

$h_{ie} = 1\ \text{k}\Omega$ $\qquad h_{fe} = 100$

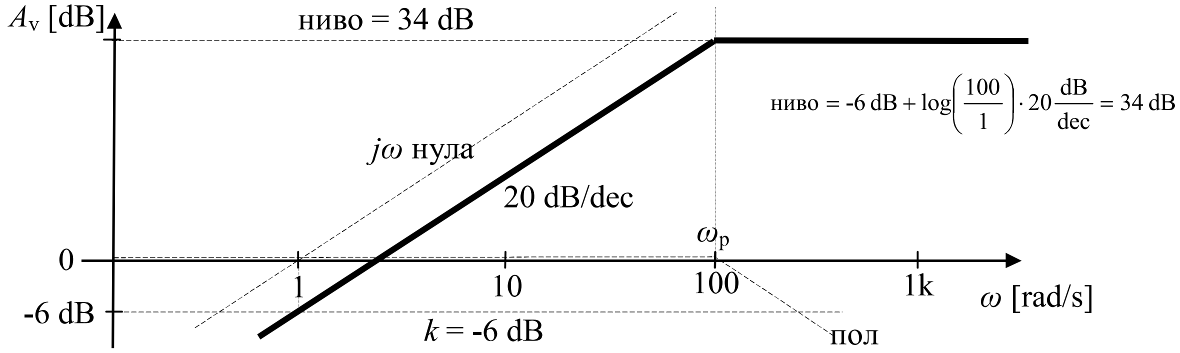
**Решение:**

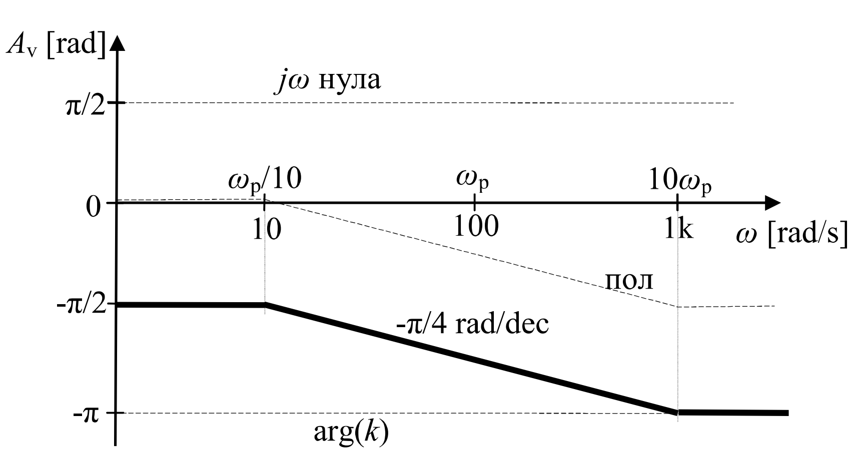



$$i_L = -h_{fe} i_b \frac{R_C}{R_C + R_L + \dfrac{1}{j\omega C_1}} \qquad (*)$$

$$A_v(j\omega) = \frac{v_O(j\omega)}{v_i(j\omega)} = \frac{i_L R_L}{h_{ie} i_b + R_E\left(1 + h_{fe}\right) i_b} = \{(*)\} = \frac{-h_{fe} i_b R_C R_L}{\left[h_{ie} + \left(1 + h_{fe}\right) R_E\right] i_b \left[R_C + R_L + \dfrac{1}{j\omega C_1}\right]} =$$

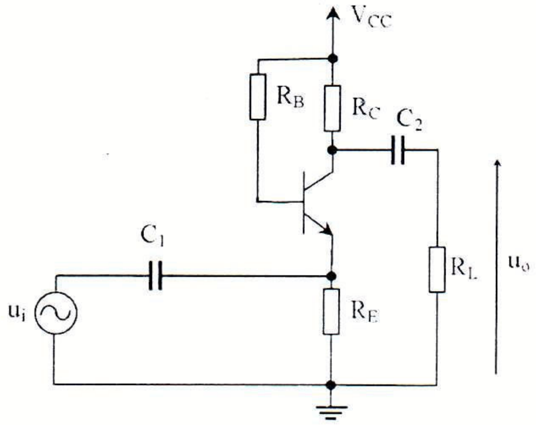
$$A_v(j\omega) = -\frac{h_{fe} R_C R_L C_1}{h_{ie} + \left(1 + h_{fe}\right) R_E} \cdot \frac{j\omega}{1 + j\omega C_1 \left(R_C + R_L\right)} = k \cdot \frac{j\omega}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_p}} \qquad k = -0{,}5\ \ (\text{-6 dB}) \qquad \omega_p = 100\ \text{rad/s}$$



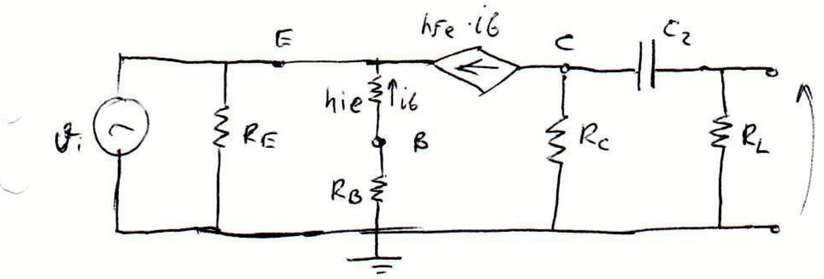



3. За засилувачот прикажан на сликата да се одреди и да се скицира амплитудно-фреквенциската зависност (Бодеовиот дијаграм) на напонското засилување $A_v(j\omega)$.

$R_C = 9\ k\Omega$; $R_E = 1\ k\Omega$;
$R_B = 10\ k\Omega$; $R_L = 1\ k\Omega$;
$C_1 \to \infty$; $C_2 = 1\ \mu F$;
$hie = 900\ \Omega$; $hfe = 100$;




Решение: шема за мали сигнали:




$$A_v(j\omega) = \frac{v_o}{v_i}$$

5 коло

$$A_v(j\omega) = \frac{\cancel{-} hfe \cdot \cancel{ib} \cdot \frac{Rc}{Rc + R_L + \frac{1}{j\omega C_2}} \cdot R_L}{\cancel{-}(R_B + hie)\,\cancel{ib}} = \frac{hfe \cdot Rc \cdot R_L}{(R_B + hie)\cdot\left(Rc + R_L + \frac{1}{j\omega C_2}\right)}$$

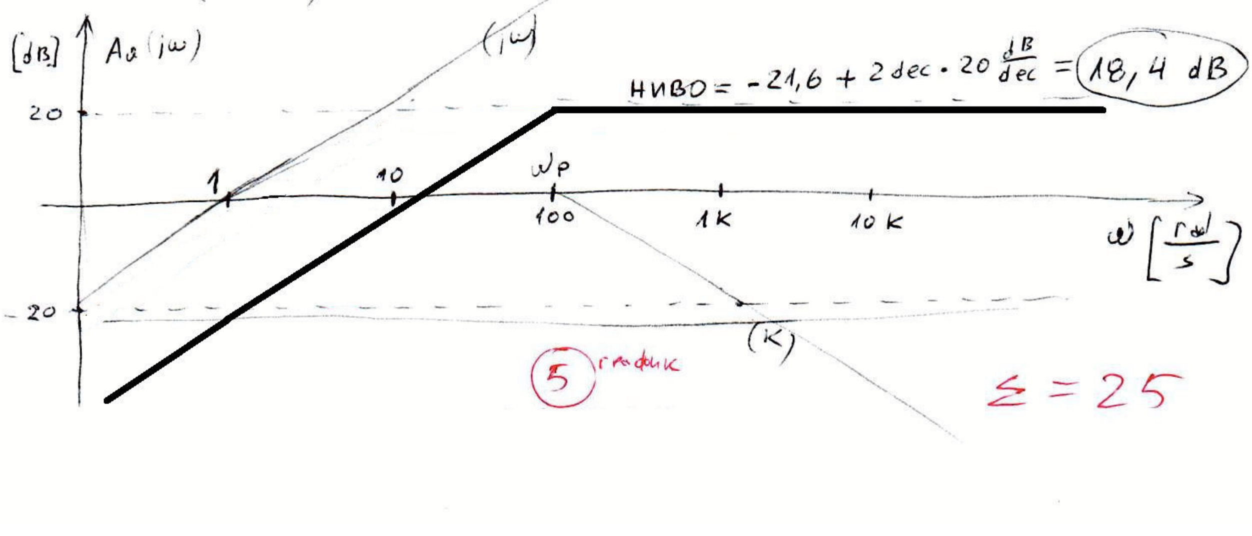
$$A_v(j\omega) = \frac{hfe\, Rc \cdot R_L \cdot C_2}{R_B + hie} \cdot \frac{j\omega}{1 + j\omega\, C_2(Rc + R_L)}$$

10 Av

$$k = \frac{hfe\ Rc\ R_L\ C_2}{R_B + hie} = 0{,}083 \quad (-21{,}6\ dB)$$

$$\omega_p = \frac{1}{C_2(R_c + R_L)} = 100\ rad/s$$

5




5 график

Σ = 25

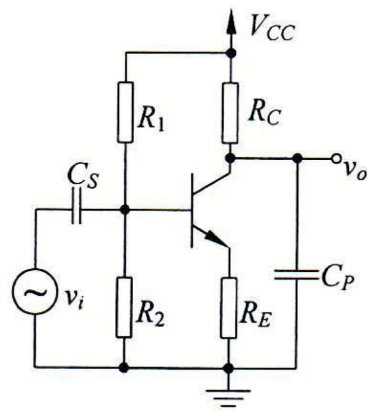
3. За засилувачот прикажан на сликата:

а) одреди го изразот за фреквенциската зависност на напонското засилување $A_v(j\omega)$,

б) скицирај го амплитудниот Бодеов дијаграм на $A_v(j\omega)$ ;

в) пресметај го во [dB] засилувањето на средни фреквенции $A_{V0}$;

г) одреди ги во [Hz] горната и долната гранична фреквенција, $f_H$ и $f_L$.

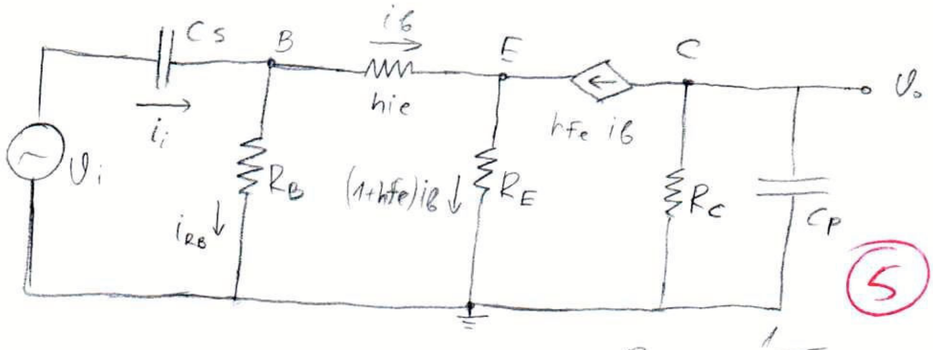



Познати се:

$R_1 = R_2 = 22\ \text{k}\Omega$; $R_C = 2\ \text{k}\Omega$; $R_E = 100\ \Omega$; $C_S = 3{,}3\ \mu\text{F}$; $C_P = 47\ \text{nF}$; $h_{fe} = \beta = 100$; $h_{ie} = r_\pi = 2\ \text{k}\Omega$.

Решение:

а) Шема за мали сигнали: $R_B = R_1 \| R_2 = 11\ k\Omega$




$$i_i = i_b + i_{RB}$$

$$i_{RB} = \frac{v_B}{R_B} = \frac{(h_{ie} + (1+h_{fe})R_E)\, i_b}{R_B}$$

$$A_v(j\omega) = \frac{v_o(j\omega)}{v_i(j\omega)} = \frac{-h_{fe}\, i_b \cdot \dfrac{R_C \cdot \frac{1}{j\omega C_P}}{R_C + \frac{1}{j\omega C_P}}}{\dfrac{1}{j\omega C_S} \cdot \left[ i_b + \dfrac{(h_{ie} + (1+h_{fe})R_E)\, i_b}{R_B} \right] + h_{ie}\, i_b + R_E(1+h_{fe})\, i_b}$$

5

$$A_v(j\omega) = \frac{-h_{fe} R_C \cdot j\omega C_S}{(1 + j\omega C_P R_C) \cdot \left[ 1 + \dfrac{h_{ie} + (1+h_{fe})R_E}{R_B} + j\omega C_S\left(h_{ie} + R_E(1+h_{fe})\right) \right]} = K \frac{j\omega}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{P1}}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{P2}}\right)}$$

$$K = -\frac{h_{fe} R_C C_S}{1 + \dfrac{h_{ie} + (1+h_{fe})R_E}{R_B}} = -0{,}314 \quad (-10\,dB)$$

5

$$\omega_{P1} = \frac{1}{R_C \cdot C_P} \approx 10\ krad/s$$

$$\omega_{P2} = \frac{1 + \dfrac{h_{ie} + (1+h_{fe})R_E}{R_B}}{C_S\left[h_{ie} + R_E(1+h_{fe})\right]} \approx 50\ \frac{rad}{s}$$

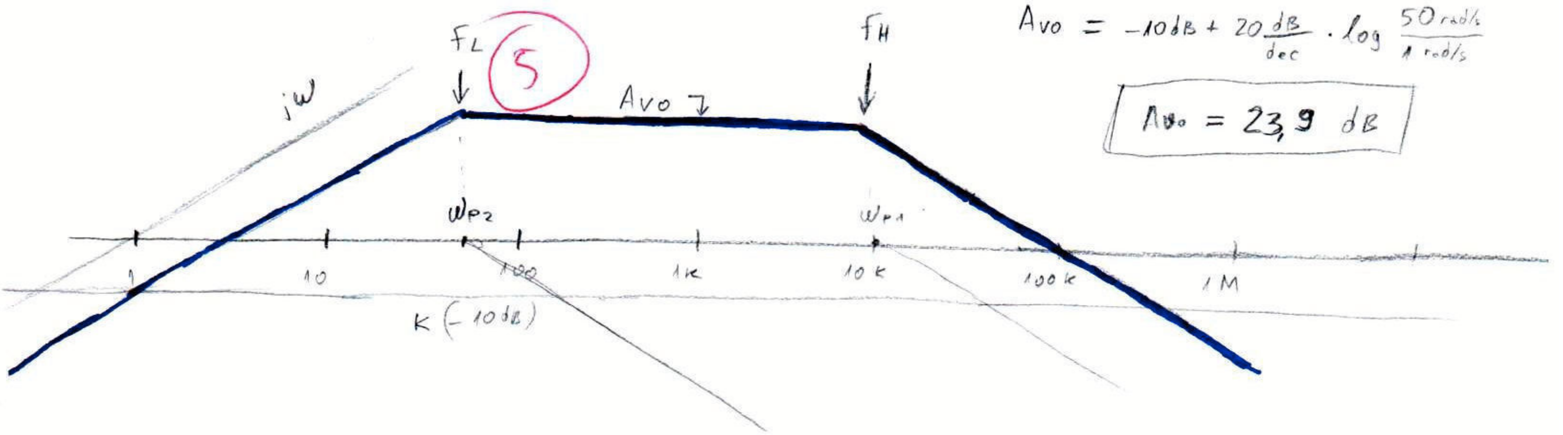
$$f_H = \omega_{P1}/2\pi = 1693\ Hz$$

$$f_L = \omega_{P2}/2\pi = 8\ Hz$$

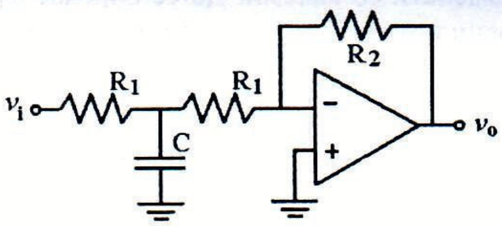
5

$$A_{v0} = -10\,dB + 20\frac{dB}{dec} \cdot \log\frac{50\ rad/s}{1\ rad/s}$$

$$\boxed{A_{v0} = 23{,}9\ dB}$$



3. За засилувачот од сликата да се определи и скицира амплитудниот Бодеов дијаграм на напонското засилување. Операцискиот засилувач е идеален.




Познато е:

$C = 1\mu F \quad R_1 = 1k\Omega \quad R_2 = 10k\Omega$

---

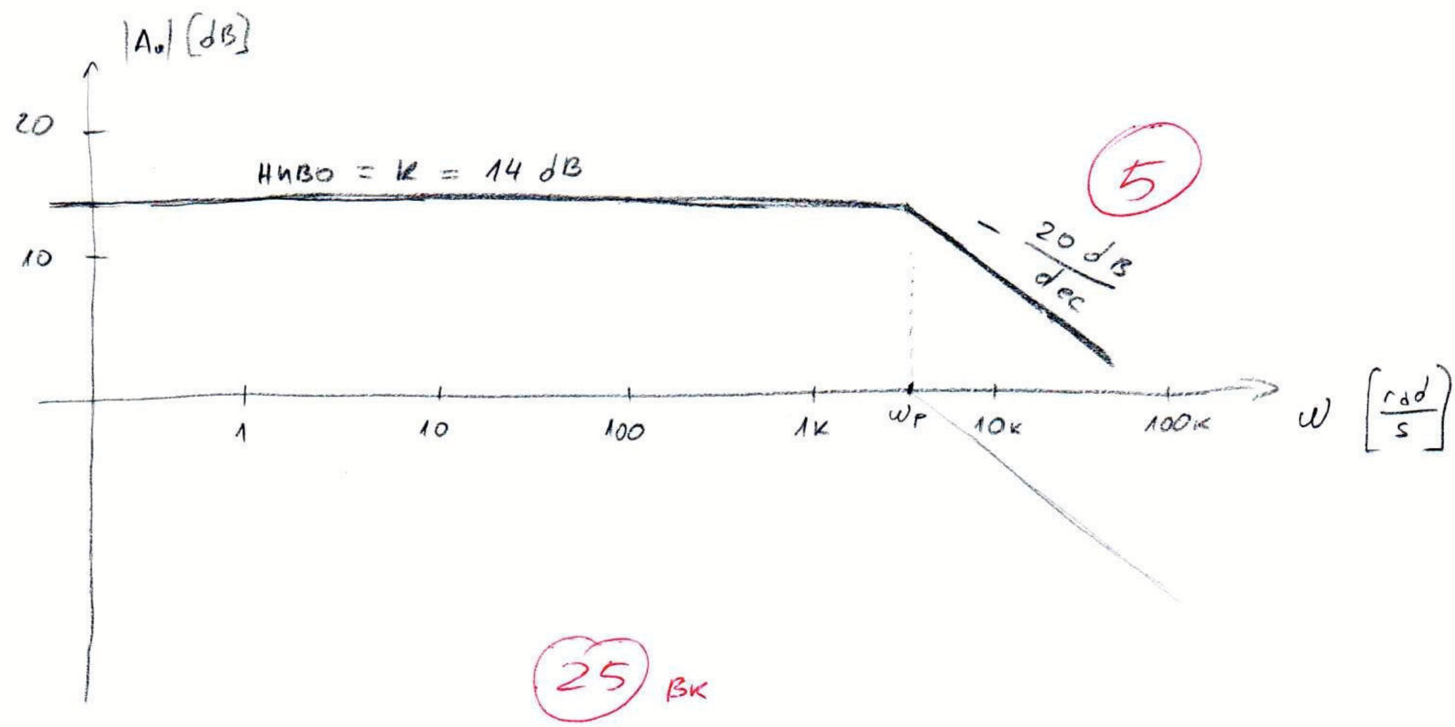
$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{v_o}{v_A}\cdot\frac{v_A}{v_i} = -\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{\frac{R_1}{1+j\omega CR_1}}{\frac{R_1}{1+j\omega CR_1}+R_1}$$

$$A_v(j\omega) = -R_2\,\frac{\cancel{(1+j\omega CR_1)}}{\cancel{(1+j\omega CR_1)}\left[R_1+R_1+j\omega CR_1^2\right]} = -\frac{R_2}{R_1}\,\frac{1}{2+j\omega CR_1}$$

$$A_v(j\omega) = -\frac{R_2}{2R_1}\,\frac{1}{1+j\omega\frac{CR_1}{2}} = K\cdot\frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_p}}$$ 10

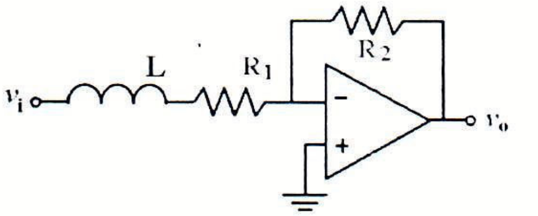
$$K = -\frac{R_2}{2R_1} = -5 \approx 14\ dB$$ 5

$$\omega_p = \frac{2}{CR_1} = 2000\ rad/s$$ 5




25 BK

2. За засилувачот прикажан на сликата да се скицираат амплитудниот и фазниот Бодеов дијаграм на напонското засилување. Колку изнесува горната гранична фреквенција на засилувачот? Операцискиот засилувач е идеален.




Познато е:

$L = 10$ mH     $R_1 = 1$ kΩ     $R_2 = 10$ kΩ

Решение:

$$Z = R_1 + j\omega L$$

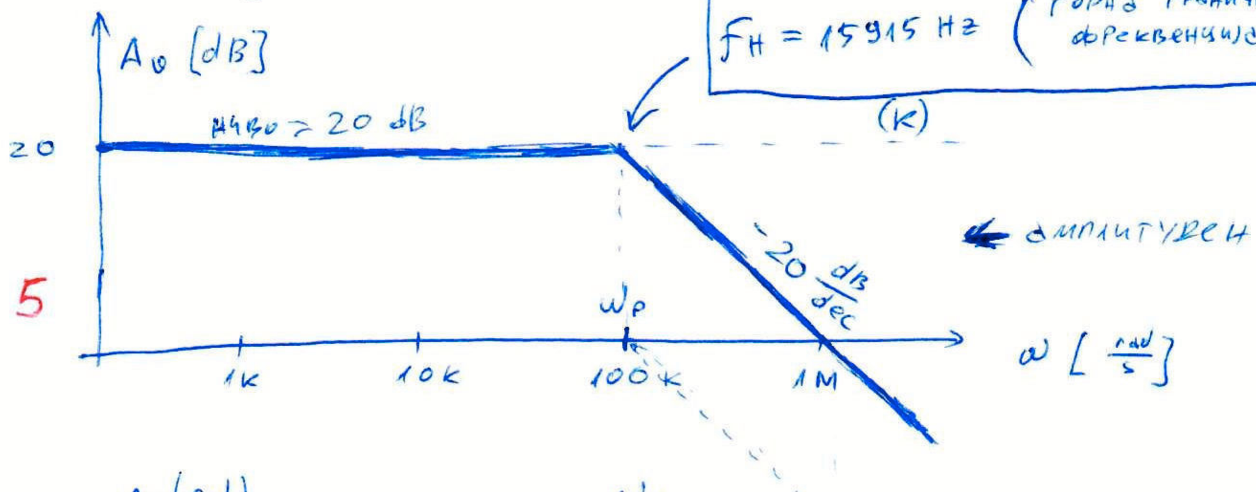
$$A_v(j\omega) = -\frac{R_2}{Z} = \frac{-R_2}{R_1 + j\omega L} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega \frac{L}{R_1}}$$ 5

$$K = -\frac{R_2}{R_1} = -10 \qquad 20 \log |K| = 20 \text{ dB}$$

5

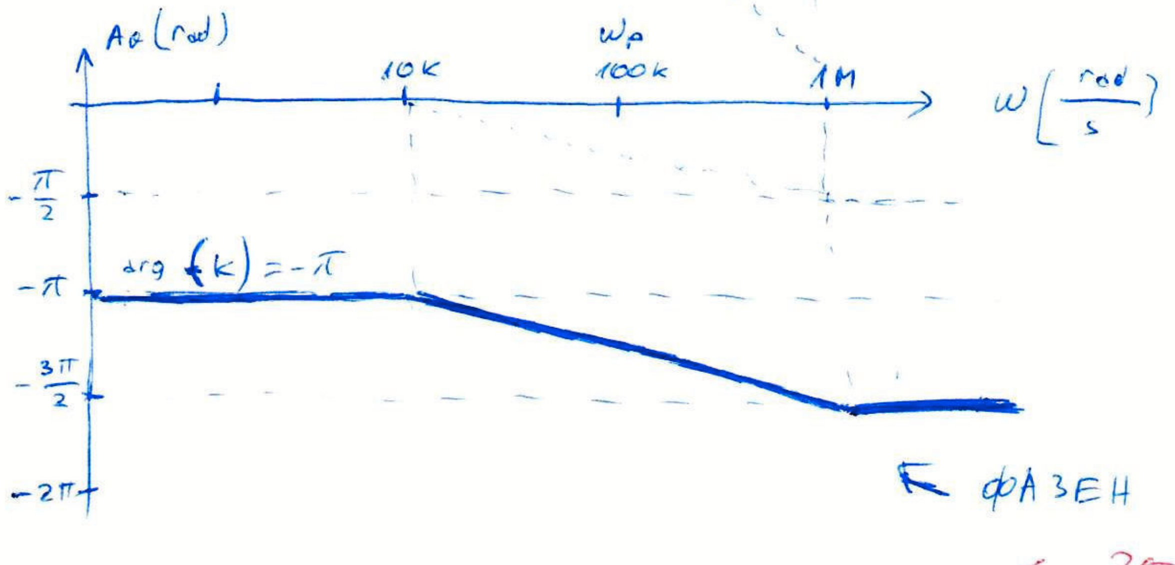
$$\omega_p = \frac{R_1}{L} = 100000 \text{ rad/s} \qquad (15915 \text{ Hz})$$ 5

$$\boxed{f_H = 15915 \text{ Hz} \ \left(\begin{matrix}\text{горна гранична} \\ \text{фреквенција}\end{matrix}\right)}$$




← амплитуден

5

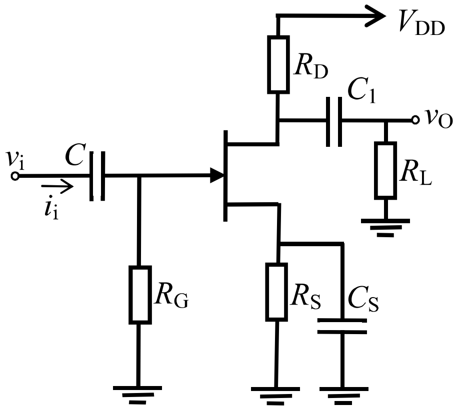



5

← фазен

Σ = 25

За засилувачот прикажан на сликата да се одреди и скицира амплитудно-фреквенциската зависност (Бодеовиот дијаграм) на напонското засилување $A_v(j\omega)$.




$R_G = 100\ \mathrm{k\Omega}$ $\qquad$ $R_S = 1\ \mathrm{k\Omega}$

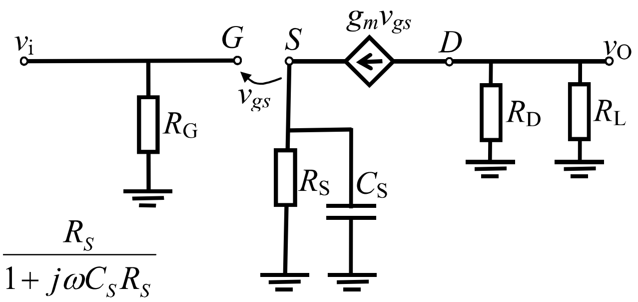
$R_D = R_L = 10\ \mathrm{k\Omega}$ $\qquad$ $C_S = 10\ \mu\mathrm{F}$

$C, C_1 \to \infty$

$g_m = 4\ \mathrm{mA/V}$ $\qquad$ $r_d \to \infty$

**Решение:**

Коло за мали сигнали:

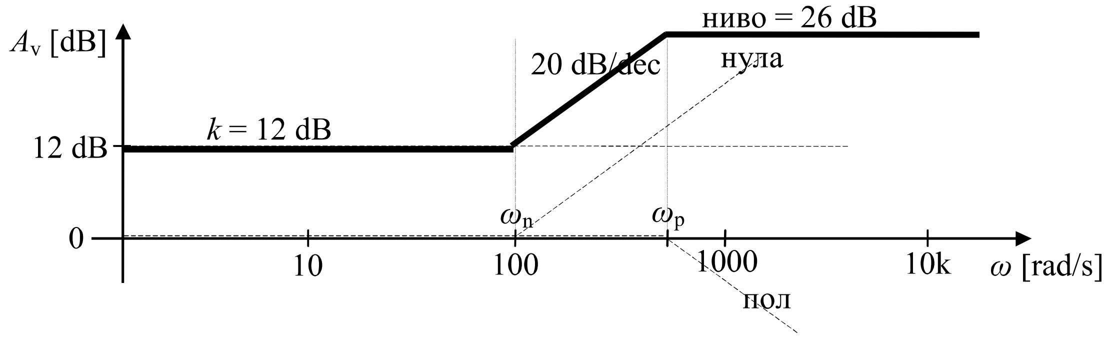



$$Z_{CS} = \frac{1}{j\omega C_S}; \qquad (R_S \parallel Z_{CS}) = \frac{R_S \dfrac{1}{j\omega C_S}}{R_S + \dfrac{1}{j\omega C_S}} = \frac{R_S}{1 + j\omega C_S R_S}$$

$$A_v(j\omega) = \frac{v_O(j\omega)}{v_i(j\omega)} = \frac{-g_m v_{gs}\left(R_D \parallel R_L\right)}{v_{gs} + g_m v_{gs}\left(R_S \parallel Z_{CS}\right)} = \frac{-g_m\left(R_D \parallel R_L\right)}{1 + g_m \dfrac{R_S}{1 + j\omega C_S R_S}} = \frac{-g_m\left(R_D \parallel R_L\right)\left(1 + j\omega C_S R_S\right)}{1 + j\omega C_S R_S + g_m R_S}$$

$$A_v(j\omega) = \frac{-g_m\left(R_D \parallel R_L\right)}{1 + g_m R_S} \cdot \frac{\left(1 + j\omega C_S R_S\right)}{1 + j\omega \dfrac{C_S R_S}{1 + g_m R_S}}$$

$$k = \frac{-g_m\left(R_D \parallel R_L\right)}{1 + g_m R_S} = -4 \ \ (12\mathrm{dB}) \qquad \omega_p = \frac{1 + g_m R_S}{C_S R_S} = 500\ \mathrm{rad/s} \qquad \omega_n = \frac{1}{C_S R_S} = 100\ \mathrm{rad/s}$$

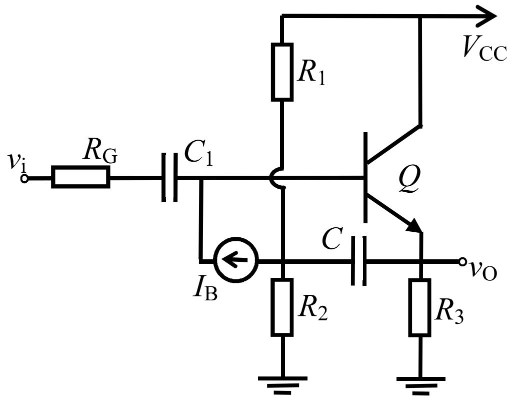



Пресметување на ниво: (претходно ниво) + (број на декади)·(промена по декада)

Број на декади = log (крајна фреквенција / почетна фреквенција)

$$\text{ниво} = 12\ \mathrm{dB} + \log\left(\frac{500}{100}\right) \cdot 20\,\frac{\mathrm{dB}}{\mathrm{dec}} = 26\ \mathrm{dB}$$

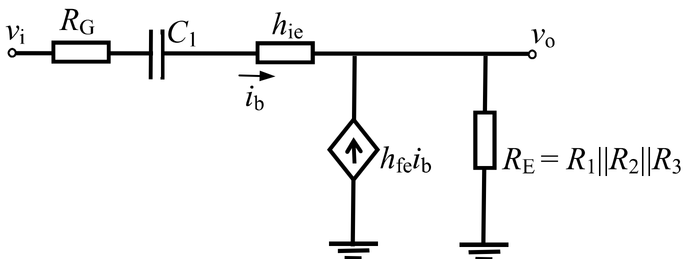
За засилувачот прикажан на сликата да се одреди капацитивноста на кондензаторот $C_1$ за долната гранична фреквенција на напонското засилување да изнесува $f_L = 10$ Hz.




| | |
|---|---|
| $R_1 = 60$ kΩ | $R_2 = 30$ kΩ |
| $R_3 = 1$ kΩ | $R_G = 6$ kΩ |
| $C \to \infty$ | |
| $C_1 = ?$ | $f_L = 10$ Hz |
| $h_{ie} = 2$ kΩ | $h_{fe} = 100$ |

**Решение:**

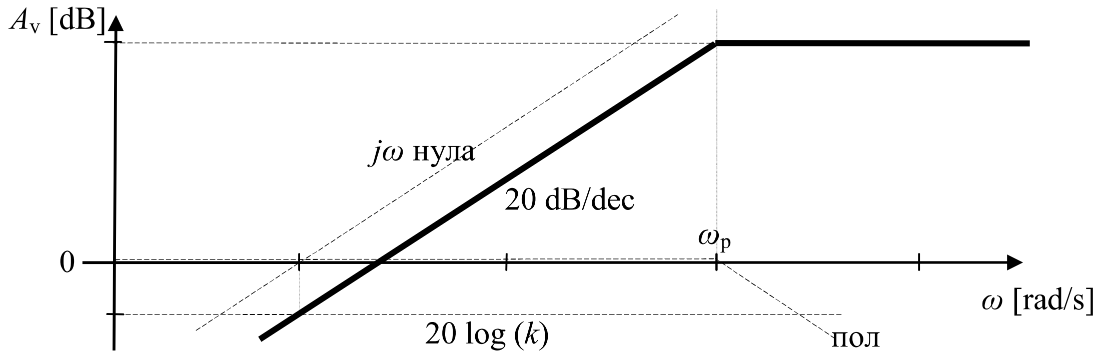
*I начин*:




$$A_v(j\omega) = \frac{v_O(j\omega)}{v_i(j\omega)} = \frac{R_E\left(1+h_{fe}\right)i_b}{R_G i_b + \dfrac{1}{j\omega C_1} i_b + h_{ie} i_b + R_E\left(1+h_{fe}\right)i_b} = \frac{\left(1+h_{fe}\right)R_E C_1 \cdot j\omega}{1 + j\omega C_1\left[R_G + h_{ie} + R_E\left(1+h_{fe}\right)\right]}$$

$$k = \left(1+h_{fe}\right)R_E C_1 \qquad \omega_p = \frac{1}{C_1\left[R_G + h_{ie} + R_E\left(1+h_{fe}\right)\right]}$$

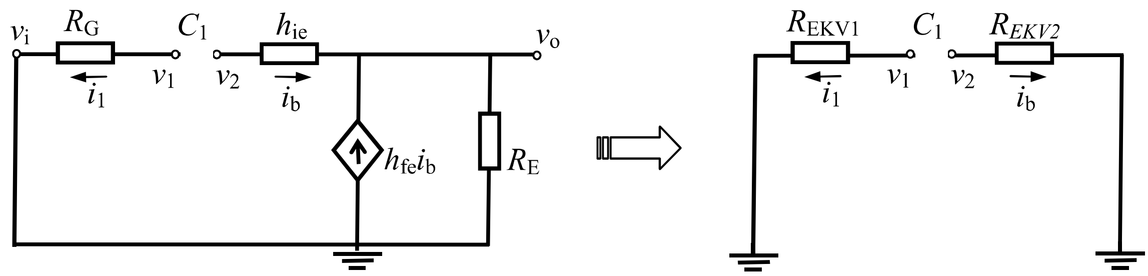
Бодеовиот дијаграм со „општи“ вредности би изгледал вака:




Се забележува дека долната гранична фреквенција е определена од вредноста на полот $\omega_p$:

$$\omega_p = \frac{1}{C_1\left[R_G + h_{ie} + R_E\left(1+h_{fe}\right)\right]} = 2\pi f_L \quad \Rightarrow \quad C_1 = \frac{1}{2\pi f_L\left[R_G + h_{ie} + R_E\left(1+h_{fe}\right)\right]} = 146\,\text{nF}$$

*II начин* (*пократок*):
Без да се определува зависноста $A_v(j\omega)$ и да се скицира целокупниот Бодеов дијаграм, вредноста на полот $\omega_p$ може да се определи и со пресметување на динамичката отпорност која ја „гледа“ кондензаторот, $R_{EKV}$:




$$R_{EKV} = R_{EKV1} + R_{EKV2} = R_G + \frac{v_2}{i_b} = R_G + \frac{h_{ie} i_b + R_E\left(1 + h_{fe}\right) i_b}{i_b} = R_G + h_{ie} + R_E\left(1 + h_{fe}\right)$$

Од пресметаната динамичка отпорност, вредноста на полот $\omega_p$ може да се добие според:

$$\omega_p = \frac{1}{R_{EKV} C_1} = \frac{1}{\left[R_G + h_{ie} + R_E\left(1 + h_{fe}\right)\right] C_1}$$

Употребувајќи ја дадената вредност за $f_L = 10$ Hz, следува:

$$\omega_p = \frac{1}{\left[R_G + h_{ie} + R_E\left(1 + h_{fe}\right)\right] C_1} = 2\pi f_L \quad \Rightarrow \quad C_1 = \frac{1}{2\pi f_L \left[R_G + h_{ie} + R_E\left(1 + h_{fe}\right)\right]} = 146\,\mathrm{nF}$$