системи

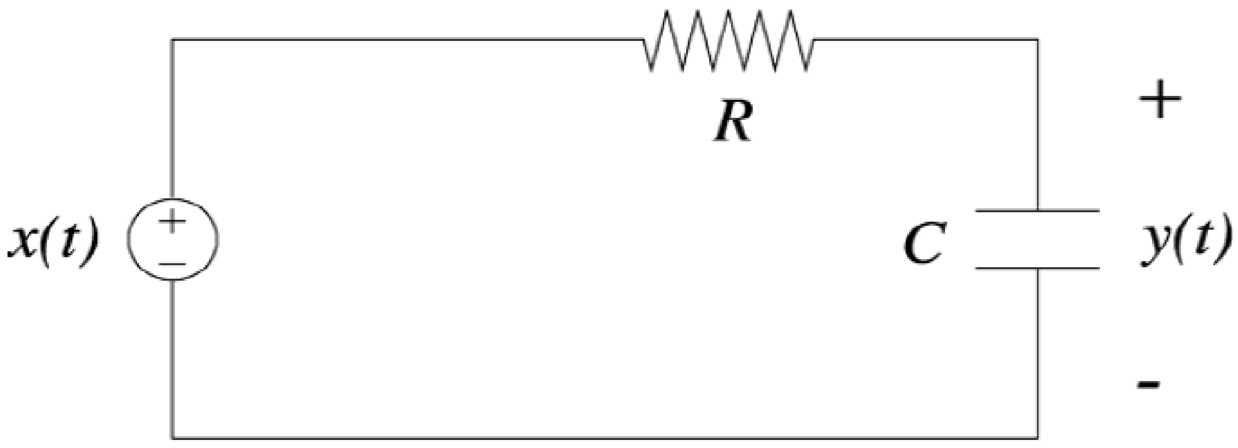
- Систем е процес кој даден влезен сигнал го трансформира во нов сигнал

$$x(t) \rightarrow y(t)$$
$$x[n] \rightarrow y[n]$$

  - Екситација = влез
  - Одзив = излез

системи

- Пример

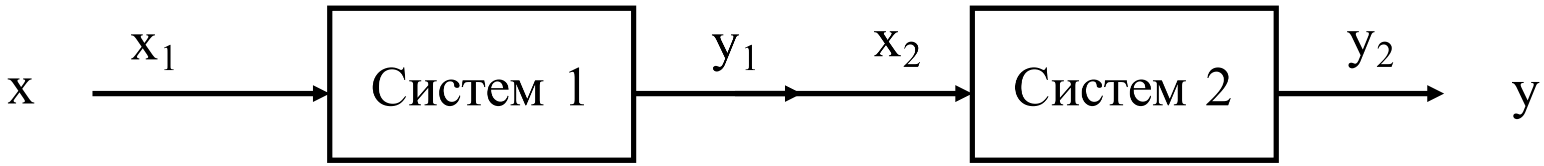


$$\frac{dy(t)}{dt} + \frac{1}{RC} y(t) = \frac{1}{RC} x(t)$$

поврзување на системи

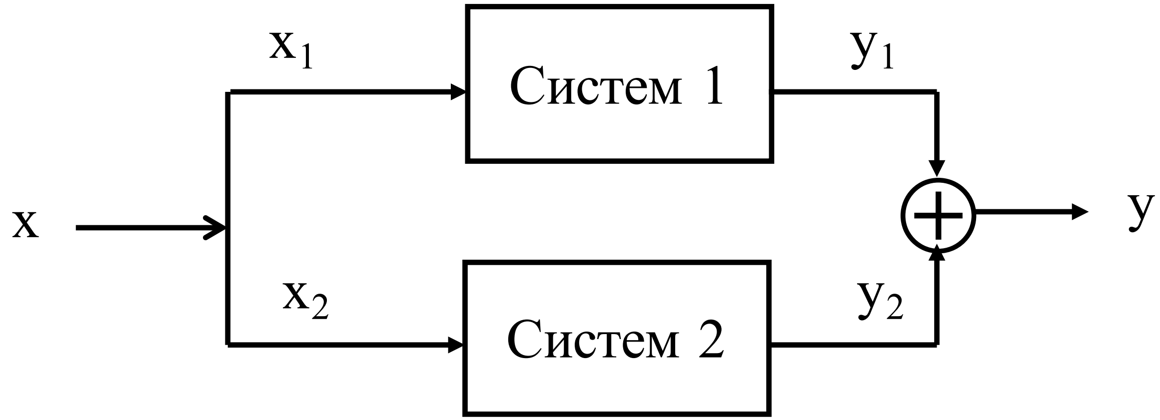
- Голем број системи се формирани со поврзување на субсистеми, со цел:
  - формирање покомплексен систем со помош на поедноставни системи
  - модификација на излезниот сигнал

  - Каскадна врска



поврзување на системи

- Паралелна врска

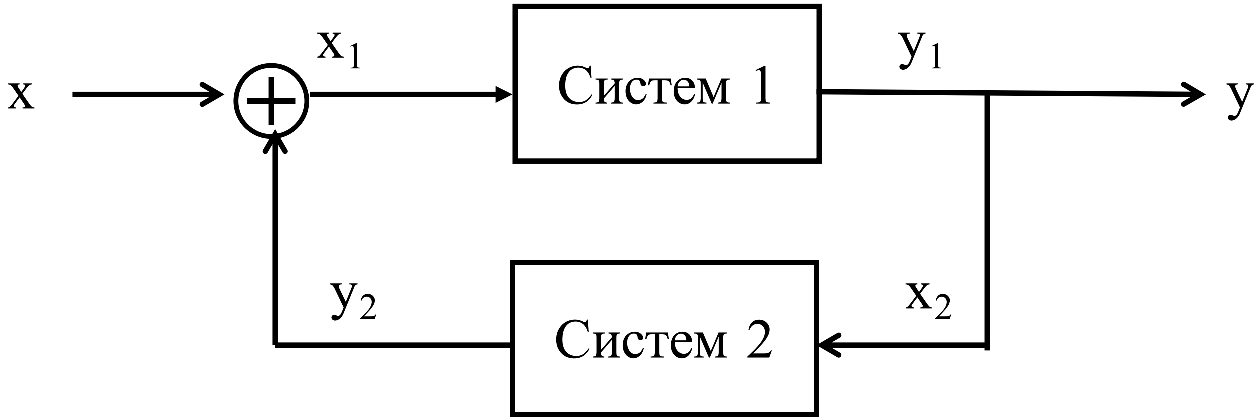


$$x_1 = x_2 = x$$

$$y = y_1 + y_2$$

поврзување на системи

- Повратна врска



$$x_1 = x + y_2$$

$$y = y_1$$

$$x_2 = y_1$$

особини на системи

- **Систем со или без меморија**
  - Систем е наречен систем без меморија доколку излезниот сигнал за секоја вредност на независната променлива во даден момент зависи само од влезниот сигнал во тој даден момент
    - примери

$$y[n]=[2x[n]-x[n]^2]^2$$

$$y(t)=Rx(t)$$

особини на системи

- **Систем со или без меморија**
  - Примери на систем со меморија

$$y[n] = x[n-1]$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k] = \sum_{k=-\infty}^{n-1} x[k] + x[n]$$
$$= y[n-1] + x[n]$$

$$y(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau$$

особини на системи

- **Систем со или без меморија**
  - Систем со меморија
    - Концептот на постоење на меморија на систем одговара на постоење на механизам во системот кој ги меморира сите информации поврзани со минатите/идните вредности на влезниот сигнал.
    - Системот со меморија е во **релаксирана состојба** кога во моментот на вклучување на влезниот сигнал вредностите на одзивот на сите субсистеми се нула.
    - Во секој друг случај системот има **почетна состојба различна од нула**.

особини на системи

- **Каузален систем**
  - Системот е каузален доколку излезниот сигнал во даден момент зависи само од влезниот сигнал во тој момент и од неговите претходни вредности (не зависи од идните вредности)
  - Сите реални физички системи каде времето е независна променлива се каузални (ефектот се јавува по причината)
  - Постојат физички системи кои не се каузални:
    - Системи кај кои независната променлива не е време, туку просторни координати
    - Системи за процесирање на сигнали кое се снимени и процесирањето не се одвива во реално време

особини на системи

- **Каузален систем**
  - Примери

$y(t)=x(t+1)$ $\rightarrow$ не е каузален

$y(5)=x(6)$, y зависи од идните вредности на x

$y[n]=x[-n]$

$n=4,\quad y[4]=x[-4]\rightarrow$ ok, меѓутоа

$n=-4,\quad y[-4]=x[4]\rightarrow$ не е каузален

$y(t)=x(t)\cos(t+1)$

$y(t)=x(t)\cos(t+1)=x(t)g(t)\rightarrow$ каузален систем

особини на системи

- **Временски непроменлив (перманентен) систем**
  - Системот е перманентен доколку однесувањето односно карактеристиките на системот не зависат од време.

За било кој сигнал $x(t)$ и за било кое поместување t_0, n_0

ако $\quad x(t) \rightarrow y(t)$

тогаш $\quad x(t-t_0) \rightarrow y(t-t_0)$

ако $\quad x[n] \rightarrow y[n]$

тогаш $\quad x[n-n_0] \rightarrow y[n-n_0]$

особини на системи

- **Временски непроменлив (перманентен) систем**
  - Примери

$$y(t) = \sin[x(t)]$$

$$x_1(t) \longrightarrow y_1(t) = \sin[x_1(t)]$$

$$x_2(t) = x_1(t - t_0) \longrightarrow y_2(t) = \sin[x_2(t)] = \sin[x_1(t - t_0)]$$

$$y_1(t - t_0) = \sin[x_1(t - t_0)]$$

$$\Rightarrow y_2(t) = y_1(t - t_0)$$

Системот е перманентен

особини на системи

- **Временски непроменлив (перманентен) систем**
  - Примери

$$y[n] = nx[n]$$

ако $x_1[n] = \delta[n] \rightarrow y_1[n] = 0$

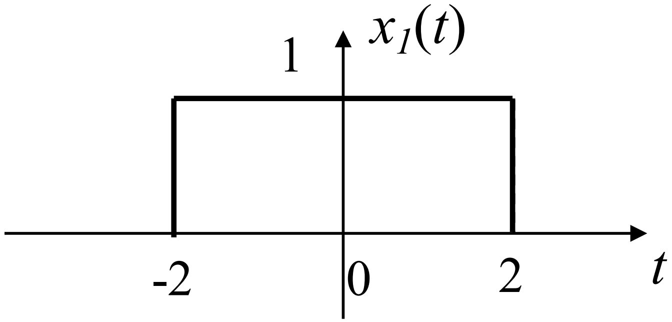
ако $x_2[n] = \delta[n-1] \rightarrow y_2[n] = n\delta[n-1] = \delta[n-1]$

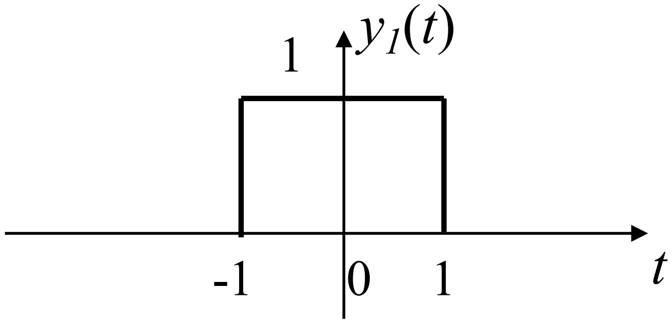
Системот не е перманентен - временски променлив систем

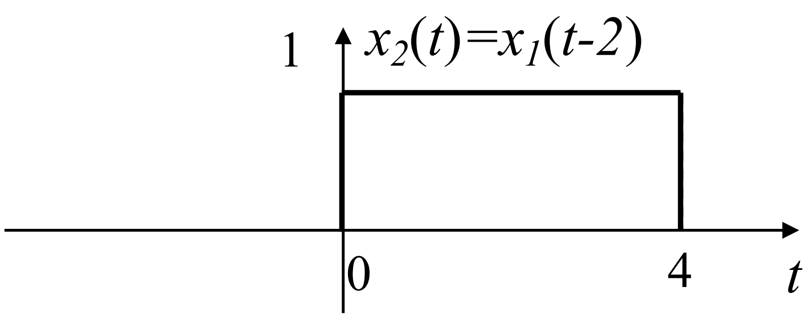
особини на системи

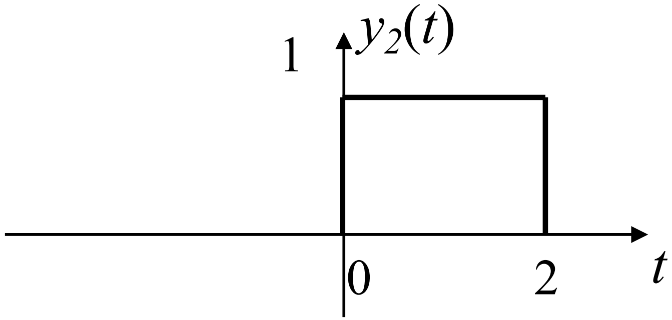
- **Временски непроменлив (перманентен) систем**
  - Примери

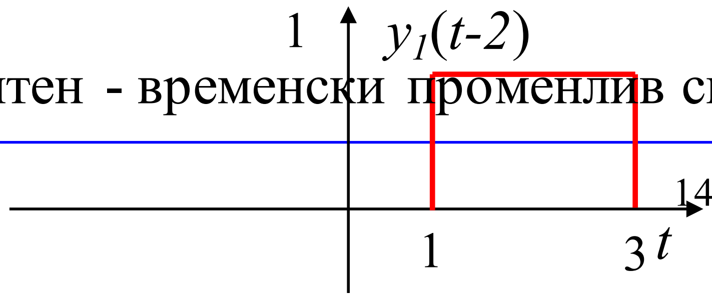
$$y(t) = x(2t)$$











Системот не е перманентен - временски променлив систем

особини на системи

- **Временски непроменлив (перманентен) систем**

  Може да заклучиме

  – Ако влезниот сигнал на перманентен систем е периодичен, тогаш и излезниот систем е периодичен со истата периода

"Доказ" да претпоставиме $x(t+T)=x(t)$

и $x(t)\to y(t)$

тогаш од TI

$$\underbrace{x(t+T)}_{\text{ова се исти влезни сигнали}} \to \underbrace{y(t+T)}_{\text{би морало и овие да бидат исти сигнали}}$$

$$y(t+T)=y(t)$$

особини на системи

- **Линеарен систем**
  - Линеарен систем е систем кој го поседува својството на суперпозиција: Ако на влез се примени сигнал кој е линеарна комбинација од два различни сигнали, тогаш излезниот сигнал е иста таква линеарна комбинација од излезните сигнала кои одговараат на секој од влезовите поединечно

особини на системи

- **Линеарен систем**

ако $x_1(t)$, $x_1[n]$

$y_1(t)$, $y_1[n]$

и $x_2(t)$, $x_2[n]$

$y_2(t)$, $y_2[n]$

тогаш $ax_1(t) + bx_2(t)$, $ax_1[n] + bx_2[n]$

$ay_1(t) + by_2(t)$, $ay_1[n] + by_2[n]$

особини на системи

- **Линеарен систем**
  - Генерално

Ако $$x_k[n] \rightarrow y_k[n]$$

тогаш

$$\sum_k a_k x_k(t) \quad \sum_k a_k x_k[n] \longrightarrow \boxed{} \longrightarrow \sum_k a_k y_k(t) \quad \sum_k a_k y_k[n]$$

последица: влезен сигнал кој е нула за секое t, n резултира во излезен сигнал кој е нула за секое t, n (влез нула, излез нула)

$$0 = 0 \cdot x[n] \rightarrow 0 \cdot y[n] = 0$$

особини на системи

- **Линеарен систем**
  - Примери

$$y(t) = tx(t)$$

да провериме дали системот е линеарен, разгледуваме два произволни влезни сигнала

$$x_1(t) \rightarrow y_1(t) = tx_1(t)$$

$$x_2(t) \rightarrow y_2(t) = tx_2(t)$$

и нека $x_3(t)$ е линеарна комбинација од нив

$$x_3(t) = ax_1(t) + bx_2(t)$$

особини на системи

- **Линеарен систем**
  - Примери

Ако $x_3(t)$ е влез во системот, соодветниот излез ќе биде

$$\begin{aligned} y_3(t) = tx_3(t) \\ &= t(ax_1(t) + bx_2(t)) \\ &= atx_1(t) + btx_2(t) \\ &= ay_1(t) + by_2(t) \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ системот е линеарен

особини на системи

- **Линеарен систем**
  - Примери $y[n]=2x[n]+3$
  - ако $x_1[n]=2$ и $x_2[n]=3$

тогаш $x_1[n]\rightarrow y_1[n]=2x_1[n]+3=7$

$x_2[n]\rightarrow y_2[n]=2x_2[n]+3=9$

одзив на $x_3[n]=x_1[n]+x_2[n]$

е $y_3[n]=2[x_1[n]+x_2[n]]+3=13\neq y_1[n]+y_2[n]=16$

$\Rightarrow$ системот не е линеарен

особини на системи

- **Линеарен систем**
  - Примери

$$y[n] = 2x[n] + 3$$

  - Алтернативно, бидејќи

$$y[n] = 3 \quad \text{за} \quad x[n] = 0$$

не е задоволено правилото *влез нула излез нула*

особини на системи

- **Стабилен систем**
  - Стабилен систем е систем во кој ограничен влезен сигнал предизвикува ограничен излезен сигнал
  - Слично, нестабилен систем е оној систем кај кој најмалку еден ограничен влезен сигнал предизвикува неограничен излезен сигнал

$$\left|x(t)\right| \leq X < \infty$$

$$\left|x[n]\right| \leq X < \infty$$

$$\left|y(t)\right| \leq Y < \infty$$

$$\left|y[n]\right| \leq Y < \infty$$

особини на системи

- Задача за вежбање

$$y(t) = x(t-2) + x(2-t)$$

  - без меморија?
  - Каузален?
  - Стабилен?
  - Линеарен?
  - Временски непроменлив?