Φοιτητής: Μπεκρής Δημήτρης
ΑΜ: 03117116

Άσκηση 3.6 (Bonus):

Περιγραφή Ζητουμένου

Στο ερώτημα 3.6 καλούμαστε να να αφαιρέσουμε την ομογραφία(projective transoframtion) από την εικόνα, που μας δίνεται. Ειδικότερα, ακολουθώντας τον αλγόριθμο **Metric Rectification via Orthogonal Lines**, ο οποίος περιγράφεται στο [1], στοχεύουμε στην απομάκρυνση της παραμόρφωσης λόγω του προβολικού μετασχηματισμού **H.**

Ανάλυση Αλγορίθμου:

Παρακάτω, περιγράφονται τα βήματα του αλγορίθμου, όπως αυτός εκτελέστηκε για την υλοποίηση του ζητουμένου.

Metric Rectification via Orthogonal Lines

1. Εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο Canny, για την εύρεση ακμών στην εικόνα.(cv2.Canny())
2. Ως είσοδο τις ακμές του προηγούμενου βήματος, εφαρμόζουμε τον πιθανοτικό αλγόριθμο Hough transform για τον εντοπισμό ευθειών(cv2.HoughLinesP), επιστρέφοντας τις συντεταγμένες των δύο σημείων για την κάθε ευθεία και επιλογή κατάλληλων κάθετων ζευγών.
3. Αφού τις μετατρέψουμε τις συντεταγμένες των σημείων για κάθε ευθεία σε ομογενείς , εφαρμόζουμε εξωτερικό γινόμενο και καταλήγουμε στις ομογενείς συντεταγμένες των ευθειών.
4. Θεωρούμε f = 1 και από την εξίσωση για όλα τα ζεύγη l**, m** καταλήγουμε σε σύστημα της μορφής `Ax = b.`
5. Με το διάνυσμα **c** που προκύπτει, κατασκευάζουμε το C_∞ , και με αντιστοιχία βρίσκουμε τα K, v.
6. Ως ομογραφία θεώρούμε την $H = H_a * H_p$, θεωρούμε δηλαδή ότι δεν έχει similarity, καθώς είναι αδύνατο να υπολογιστεί με τα K, v και εφαρμόσουμε τον αντίστροφο μετασχηματισμό.

Αναλυτικότερα:

Βήμα 4:

Για τον υπολογισμό του συστήματος χρησιμοποιούμε την εξίσωση, που δίνεται

$$\left(l_1m_1 \quad \tfrac{1}{2}(l_1m_2+l_2m_1) \quad l_2m_2 \quad \tfrac{1}{2}(l_1m_3+l_3m_1) \quad \tfrac{1}{2}(l_2m_3+l_3m_2) \quad l_3m_3\right)\mathbf{c}=0$$

Εφαρμόζοντας την παραπάνω εξίσωη για ότα τα ζέυγη ευθειών πρκύπτει σύστημα **Ax = b,** με

$$A=\begin{bmatrix} l_1^i*m_1^i & \frac{1}{2}(l_1^i*m_2^i+l_2^i*m_1^i) & l_2^i*m_2^i & \frac{1}{2}(l_1^i*m_3^i+l_3^i*m_1^i) & \frac{1}{2}(l_2^i*m_3^i+l_3^i*m_2^i) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}, b=\begin{bmatrix} -(l_3^i*m_3^i) \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

$όπου\, i \in \{\ 1, 2, 3, 4, 5\ \}$

Βήμα 5:

Λύνοντας το σύστημα προκύπτει το διάνυσμα $\boldsymbol{c}=[a\ \ b\ \ c\ \ d\ \ e]^T$, απο το οποίο κατασκευάζουμε την μήτρα

$$C_\infty^*=\begin{bmatrix} a & \frac{b}{2} & \frac{d}{2} \\ \frac{b}{2} & c & \frac{e}{2} \\ \frac{d}{2} & \frac{e}{2} & f \end{bmatrix}$$

Από τον τύπο που δίνεται:

$$C_\infty^*=\begin{bmatrix} KK^T & KK^T v \\ v^T K K^T & v^T K K^T v \end{bmatrix} (1)$$

Προκύπτει:

$$(1) \underset{\rightarrow}{K=diag()} \begin{bmatrix} k_{11}^2+k_{12}^2 & k_{12}*k_{22} \\ k_{12}*k_{22} & k_{22}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & \frac{b}{2} \\ \frac{b}{2} & c \end{bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} k_{22}=\sqrt{c} \\ \frac{b}{2}*k_{22} \\ \sqrt{a-k_{12}^2} \end{Bmatrix}$$

Ο πίνακας **K** είναι :

```
K = [[0.98608251 0.16625667]
 [0.         0.99324279]]
```

Αξίζει να σημειώσουμε ότι, η ορίζουσα του πίνακα K είναι:

```
det(K) = 0.9794193434632501
```

,το οποίο ήταν και αναμενόμενο, όπως αναφέρεται στο [1].
Στη συνέυχεια υπολογίζουμε το διάνυσμα **v**, ως εξής:

$$\boldsymbol{v}=(KK^T)^{-1}\begin{bmatrix} \frac{d}{2} \\ \frac{e}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & \frac{b}{2} \\ \frac{b}{2} & c \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{d}{2} \\ \frac{e}{2} \end{bmatrix}$$

και προκύπτει :

```
v = [ 7.18108729e-04 -2.52433019e-05]
```

Βήμα 6:

Η αρχική ομογραφία, προκύπτει δίχως την similarity συνιστώσα, από τον τύπο που δίνεται στο [1]

$$\mathrm{H}=\mathrm{H_S}\,\mathrm{H_A}\,\mathrm{H_P}=\begin{bmatrix} s\mathrm{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^\mathsf{T} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathrm{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^\mathsf{T} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathrm{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{v}^\mathsf{T} & v \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \mathrm{A} & \mathbf{t} \\ \mathbf{v}^\mathsf{T} & v \end{bmatrix} \qquad (2.16)$$

και ισούται με:

```
H = [[ 9.96388985e-01  1.67994378e-01  0.00000000e+00]
 [ 0.00000000e+00  1.00362410e+00  0.00000000e+00]
 [ 7.25614358e-04 -2.55071433e-05  1.01045194e+00]]
```

<u>Παρουσίαση Αποτελεσμάτων</u>

Η αρχική εικόνα, στην οποία έχουν σχηματιστεί τα ζεύγη ευθειών.

<u>Σημείωση:</u>

- Αναφέρουμε ότι, η εικόνα είναι αποθηκευμένη σε διαφορετικό χρωματικό χώρο, καθώς η συνάρτηση cv2.imwrite() υποθέτει BGR χώρο.

Η τελική είκόνα που προκύπτει είναι η εξής:

<u>Παρατηρήσεις:</u>

- Είναι σαφές ότι, το αποτέλεσμα δεν είναι τέλειο, καθώς λείπει η συνιστωσα ομοιότητας στον υπολογισμό του Η, η οποία δεν μπορεί να υπολογισθεί. Παρ'ολ'αυτά παρατηρούμε μια πολύ καλή προσέγγιση της πραγματικής εικόνας ελαφρώς περιστραμμένη.
- Για την εφαρμογή της αντίστροφης ομογραφίας, χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση cv2.warpPerspective().
- Παρατηρούμε κενά στη εικόνα, τα οποία στην προηγούμενη δεν υπήρχαν. Μια προσπάθεια ερμηνείας αυτού το γεγονότος είναι ότι, κατά την εφαρμογή της αντίστροφης ομογραφίας οι θέσεις των pixels μετατοπίστηκαν και παραμορφώθηκαν ώστε να ξεπεράσουν τα όρια της εικόνας, γεγονος το οποίο θα μπορούσε να χαρακτηριστεί αναμενόμενο, καθώς οι διαστάσεις της εικόνας διαφέρουν με του πραγματικού κόσμου.

<u>Βιβλιογραφία:</u>

[1]: Hartley - Zisserman, Multiple View Geometry in Computer Vision, 2nd edition, Cambridge University Press, 2000.