Université Pierre et Marie Curie 2007–2008 Interrogation écrite 1

LM110 – Fonctions

Groupe 16.3

Question de cours.

- 1. Montrer qu'une fonction dérivable qui présente un extremum en un point intérieur à son ensemble de définition y a une dérivée nulle.
- 2. Quels sont les extrema sur **R** de la fonction $x \mapsto x^4 + 4x^3 16x$?

Exercice 1. Tracer le graphe représentatif de la fonction $x \mapsto \cos x$.

Exercice 2.

- 1. Soient f une fonction continue et a < b deux réels tels que f(a) = f(b). Montrer qu'il existe un réel $c \in \left[a; \frac{a+b}{2}\right]$ tel que $f(c+\frac{b-a}{2}) = f(c)$.
- 2. On suppose qu'une voiture parcourt 60 kilomètres en 60 minutes. Déduire de la question précédente qu'il existe un intervalle de temps de 30 minutes où elle parcourt exactement 30 kilomètres.

[On pourra poser f(t) = x(t) - t, où x(t) désigne la distance parcourue à l'instant t.]

Exercice 3. Donner pour les fonctions suivantes leurs ensembles de définition, de continuité et de dérivabilité. Calculer alors leur dérivée.

$$x \mapsto \arctan(1+x^3); \quad x \mapsto \ln\left(1+\frac{1}{\cos^2 x}\right); \quad x \mapsto e^{\frac{x+1}{x-2}}.$$