Université Pierre et Marie Curie 2007–2008 Interrogation écrite 2

LM110 - Fonctions

Groupe 16.3

Question de cours. Donner le développement limité à l'ordre n en 0 de la fonction $x \mapsto (1+x)^a$ pour a réel. Établir cette formule.

Exercice 1. Calculer les développements limités des fonctions suivantes, au point et à l'ordre indiqués.

- 1. $x \mapsto \sin(2x)$ en $x_0 = \frac{\pi}{3}$, à l'ordre 5,
- 2. $x \mapsto e^{\cos(x)}$ en $x_0 = 0$, à l'ordre 4,
- 3. $x \mapsto \frac{1-\cos(x)}{x^2}$ en $x_0 = 0$, à l'ordre 3,
- 4. $x \mapsto \frac{\cos(x)}{\sqrt{1-x^2+x^3}}$ en $x_0 = 0$, à l'ordre 3,
- 5. $x \mapsto \frac{1-x^3+x^5}{1+\sin(x)}$ en $x_0 = 0$, à l'ordre 4.

Exercice 2. Calculer la limite suivante en utilisant les développements limités.

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2(x)} \right).$$