

Elementi di Matematica Computazionale

Prova scritta - Traccia A1

07 Luglio 2017

Durata della prova: 1 ora

Esercizio n. 1

Determina i valori di b per i quali la retta di equazione $y = 2x + 5$ é tangente alla parabola di equazione $y = x^2 - bx + 6$ e trova i corrispondenti punti di tangenza.

Esercizio n. 2

Trovare le soluzioni della seguente disequazione:

$$|x^2 - 9| + x - 3 \geq 0.$$

Esercizio n. 3

Trovare le soluzioni della seguente equazione:

$$\cos^2 x - 1 = 1 + 2 \sin x.$$

Formulario

Circonferenza: $(x^2 + y^2 + ax + by + c = 0)$

$$\text{Centro} : (-a/2; -b/2) \quad \text{Raggio} : r = \sqrt{(a/2)^2 + (b/2)^2 - c}$$

Ellisse: $(x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1)$

$$c^2 = a^2 - b^2 \quad \text{Fuochi} : F_1 = (-c, 0) \quad F_2 = (c, 0)$$

Iperbole: $(x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1)$

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad \text{Fuochi} : F_1 = (-c, 0) \quad F_2 = (c, 0) \quad \text{Asintoti} : y = \pm \frac{b}{a}x$$

Parabola: $(y = ax^2 + bx + c)$

$$\text{Vertice} : \left(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a} \right) \quad \text{Fuoco} : \left(\frac{-b}{2a}; \frac{1-\Delta}{4a} \right) \quad \text{Direttrice} : y = \frac{-1-\Delta}{4a}$$

Esponenziali

$$\begin{aligned} a^x \cdot a^y &= a^{x+y} & \frac{a^x}{a^y} &= a^{x-y} & (a^x)^y &= a^{x \cdot y} \\ a^x \cdot b^x &= (a \cdot b)^x & a^x/b^x &= (a/b)^x \end{aligned}$$

Logaritmi: $\log_a b = x \equiv a^x = b \quad (b > 0 \wedge a > 0 \wedge a \neq 1)$

$$\log_a a = 1 \quad \log_a 1 = 0 \quad \log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y \quad \log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y \quad \log_a b^c = c \cdot \log_a b$$

$$n = \log_a a^n \quad n = a^{\log_a n} \quad \log_a b = \frac{\log_v b}{\log_v a}$$

Trigonometria: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} \quad \csc \alpha = \frac{1}{\sin \alpha} \quad \sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\arcsin \alpha = \sin^{-1} \alpha \quad \arccos \alpha = \cos^{-1} \alpha \quad \arctan \alpha = \tan^{-1} \alpha$$

- $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \quad \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} \quad \cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} \quad \tan \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$$