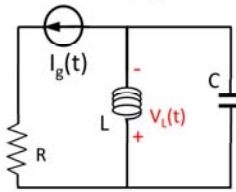


16 Feb 2021

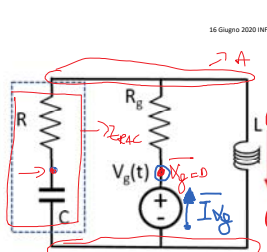


Esercizio n° 2 (12 punti)

Il circuito in figura si trova in regime permanente sinusoidale.

Determinare: (1) la potenza apparente e il fattore di potenza del generatore di corrente $I_g(t)$; (2) la potenza complessa scambiata del condensatore C; (3) la tensione nel tempo $V_L(t)$ ai capi dell'induttore L.

DATI: $I_g(t) = k_N (\cos(\omega t) + \sin(\omega t))$ [A], $R = 5$ [Ω], $L = k_C$ [mH], $C = 250$ [μF], $\omega = 1000$ [rad/s]



Esercizio n° 2 (8 punti)

Il circuito in figura si trova in regime permanente sinusoidale.

Determinare: (1) la potenza apparente e il fattore di potenza del generatore di tensione; (2) la corrente $i_L(t)$ che scorre nell'induttore; (3) la potenza complessa del bipolo R-C contenuto nel rettangolo tratteggiato.

DATI: $V_g = k_N \cos(\omega t - 90^\circ)$ [V], $R_g = 1$ [Ω], $R = k_C$ [Ω], $L = 2$ [mH], $C = 500$ [μF], $\omega = 1000$ [rad/s]

FASORI

$$\vec{V}_g = 6 e^{j\pi/2} = 6 (\cos(\pi/2) + j\sin(\pi/2)) = -6j$$

$$\vec{R}_g \rightarrow \vec{Z}_{Rg} = 1 \Omega \quad \vec{R} = 6 \Omega$$

$$\vec{Z}_L = j\omega L = j2 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 2j$$

$$\vec{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j2 \cdot 10^3 \cdot 500 \cdot 10^{-6}} = \frac{1}{j1} = -j$$

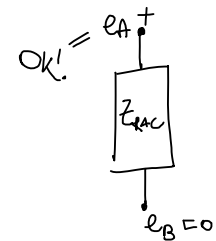
$$\vec{Z}_{R+C} = \vec{Z}_C + \vec{Z}_R =$$

$$\vec{Z}_{R+C} = -j + 6 = 6 - 2j$$

$$\vec{V}_g = \vec{V}_{Rg} + \vec{V}_{R+C} + \vec{V}_L = 0 \Rightarrow \vec{V}_g = \vec{V}_{Rg} + \vec{V}_{R+C} + \vec{V}_L$$

$$\vec{V}_g = \vec{V}_{Rg} + \vec{V}_{R+C} + \vec{V}_L = 0 \Rightarrow \vec{V}_g = \vec{V}_{Rg} + \vec{V}_{R+C} + \vec{V}_L$$

$$\vec{V}_g = \vec{V}_{Rg} + \vec{V}_{R+C} + \vec{V}_L = 0 \Rightarrow \vec{V}_g = \vec{V}_{Rg} + \vec{V}_{R+C} + \vec{V}_L$$



$$\vec{S}_{R+C} = \frac{1}{2} \vec{V}_{R+C} \cdot \vec{I}_{R+C}^*$$

$$\vec{V}_{R+C} = \vec{Z}_{R+C} \cdot \vec{I}_{R+C} \Rightarrow \vec{I}_{R+C} = \frac{\vec{V}_{R+C}}{\vec{Z}_{R+C}}$$

$$\vec{S}_{R+C} = \frac{1}{2} \frac{|\vec{V}_{R+C}|^2}{\vec{Z}_{R+C}^*} = \frac{1}{2} |\vec{V}_{R+C}|^2 \cdot \vec{Y}_{R+C}^*$$

$$\vec{S}_{R+C} = \frac{1}{2} |\vec{V}_{R+C}|^2 \cdot \frac{1}{\vec{Z}_{R+C}^*} = \frac{1}{2} |\vec{V}_{R+C}|^2 \cdot \frac{1}{6 + 2j}$$

$$\vec{S}_{R+C} = \frac{1}{2} (1.77^2 + 4.52^2) = 1.76 - 0.59j$$

$$\vec{V}_L = \vec{V}_g - \vec{V}_{Rg} = 1.77 - 4.52j$$

$$\vec{I}_L = \frac{\vec{V}_L}{\vec{Z}_L} = \frac{1.77 - 4.52j}{2j} = -2.26 - 0.885j$$

$$I_L(t) = \text{Re} \{ \vec{I}_L e^{j\omega t} \} = |\vec{I}_L| \cos(\omega t + \angle \vec{I}_L)$$

$$|\vec{I}_L| = \sqrt{2.26^2 + 0.885^2} = 2.43 \text{ [A]}$$

$$\angle \vec{I}_L = \arctan \left\{ \frac{-0.885}{-2.26} \right\} + 180^\circ = 101.36^\circ$$

$$P_{Rg} = \frac{1}{2} R_g |\vec{I}|^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 (1.46^2 + 1.77^2) = 2.66 \text{ [W]}$$

$$I_R = \frac{e_A - e_B}{Z_R}$$

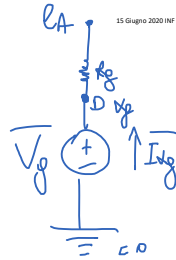
$$P_R = \frac{1}{2} Z_R |\vec{I}|^2 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot (0.49^2 + 0.59^2) =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{|\vec{V}_R|^2}{Z_R} =$$

$$\frac{P_B''}{c} = \frac{1.77 - 9.12j}{6 - 2j} = 0.49 - 0.59j$$

1.76 [W]

$$I_L(t) = \operatorname{Re} \{ \bar{I}_L e^{j\omega t} \} = |I_L| \cos(\omega t + \underbrace{\angle I_L}_{\text{atan} \left\{ \frac{-0.885}{-2.26} \right\} + 180^\circ = 101.38^\circ})$$



$$I_L(t) = 2.43 \cos(\omega t + 101.38^\circ) \text{ [A]}$$

$$\frac{\bar{V}_g - \bar{e}_A}{Z_g} - \bar{I}_{V_g} = 0 \Rightarrow \bar{I}_{V_g} = \frac{\bar{V}_g - \bar{e}_A}{Z_g} = \frac{-6j - 1.77 + 4.52j}{1} = -1.48j - 1.77 \text{ [A]}$$

$$\bar{S}_{V_g} = \frac{1}{2} \bar{V}_g \cdot \bar{I}_{V_g}^* = \frac{1}{2} \cdot (-6j) \cdot (-1.77 + 1.48j) = 4.44 + 5.31j \text{ [VA]}$$

$$\text{P.F.} = \cos \phi = \frac{P}{|S_{V_g}|} = \frac{4.44}{6.12} = 0.64 \rightarrow P = 4.44 \text{ [W]} \\ Q = 5.31 \text{ [VAR]}$$

$$P(t)_{V_g} = P_{APP}(\cos(\phi)) + P_{APP}(\cos(2\omega t + \phi_V + \phi_I)) \\ = P_{APP}(\cos(\phi_V + \phi_I)) + P_{APP}(\cos(2\omega t + 30.9^\circ))$$

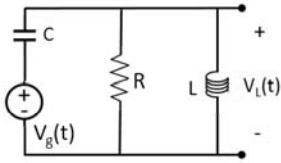
$\phi_V = \operatorname{atan} \left\{ \frac{\operatorname{Im}\{-6j\}}{\operatorname{Re}\{-6j\}} \right\} = \pi/2$
 $\phi_I = \operatorname{atan} \left\{ \frac{-1.48}{-1.77} \right\} + 180^\circ = 30.9^\circ$
 $\phi_V + \phi_I = \phi_V - \phi_I + 2\phi_I$

VERIFICA CONSERVATIONE POTENZA ATTIVA

$$\operatorname{Re} \{ \bar{S}_{V_g} \} = \operatorname{Re} \{ \bar{S}_{R_g} \} + \operatorname{Re} \{ \bar{S}_R \} =$$

$$4.44 \text{ [W]} \stackrel{-0.17}{\approx} 4.43 \text{ [W]}$$

$\angle 30^\circ$



Esercizio n° 2 (8 punti)

Il circuito in figura si trova in regime permanente sinusoidale.

Determinare: (1) la potenza apparente e il fattore di potenza del generatore di tensione; (2) la tensione $V_L(t)$ ai capi dell'induttore L ; (3) verificate la conservazione della potenza attiva

DATI: $V_g = k_C \cos(\omega t) + 2 \sin(\omega t)$ [V], $R = k_N$ [Ω], $L = 2$ [mH], $C = 100$ [μ F], $\omega = 2000$ [rad/s]

FASORI

$$\bar{V}_g = 2 - 6e^{-j\pi/2} = 2 - 6[\cos(\pi/2) - j\sin(\pi/2)]$$

$$\bar{V}_g = 2 + 6j$$

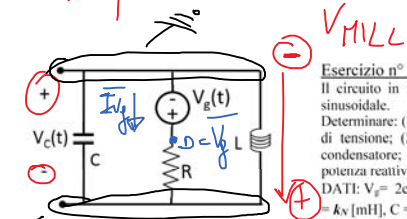
$$\bar{Z}_R = 2[\Omega]$$

$$\bar{Z}_L = j\omega L = j \cdot 2000 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 4j$$

$$\bar{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j \cdot 2000 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = -j$$

$$= \frac{2}{j} = -2j$$

$$K_N = 4 \quad K_C = 6$$



Esercizio n° 2 (8 punti)

Il circuito in figura si trova in regime permanente sinusoidale.

Determinare: (1) la potenza complessa del generatore di tensione; (2) la tensione $V_C(t)$ ai capi del condensatore; (3) verificate la conservazione della potenza reattiva

DATI: $V_g = 2\cos(\omega t) - k_C \sin(\omega t)$ [V], $R = 2$ [Ω], $L = k_N$ [mH], $C = 500$ [μ F], $\omega = 1000$ [rad/s]

$$\bar{V}_{ML} = -\bar{V}_C = \frac{\bar{V}_g / \bar{Z}_R}{\frac{1}{\bar{Z}_C} + \frac{1}{\bar{Z}_R} + \frac{1}{\bar{Z}_L}} = \frac{1 + 3j}{\frac{1}{-2j} + 0.5 + \frac{1}{4j}} = 4 + 4j$$

$$\bar{V}_C = -\bar{V}_{ML} = -4 - 4j \rightarrow V_C(t) = \text{Re}\{\bar{V}_C e^{j\omega t}\} = |\bar{V}_C| \cos(\omega t + \angle\{\bar{V}_C\})$$

$$V_C(t) = 5.65 \cos(\omega t + 225^\circ)$$

$$|\bar{V}_C| = \sqrt{4^2 + 4^2} = 5.65 [\text{V}]$$

$$\angle\{\bar{V}_C\} = \arctan\left\{\frac{\text{Im}\{\bar{V}_C\}}{\text{Re}\{\bar{V}_C\}}\right\} =$$

$$\angle\{\bar{V}_C\} = \arctan\left\{\frac{-4}{-4}\right\} + 180^\circ = 225^\circ$$

FASORI

$$\bar{V}_g = 2 - 6e^{-j\pi/2} = 2 - 6[\cos(\pi/2) - j\sin(\pi/2)]$$

$$\bar{V}_g = 2 + 6j$$

$$\bar{Z}_R = 2[\Omega]$$

$$\bar{Z}_L = j\omega L = j \cdot 1000 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 2j$$

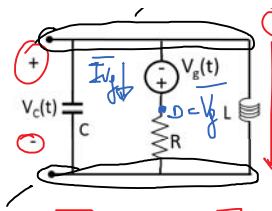
$$K_N = 4 \quad K_C = 6$$



Esercizio n° 2 (8 punti)

Il circuito in figura si trova in regime permanente sinusoidale.

Determinare: (1) la potenza complessa del generatore



Esercizio n° 2 (8 punti)

Il circuito in figura si trova in regime permanente sinusoidale.

Determinare: (1) la potenza complessa del generatore di tensione; (2) la tensione $V_c(t)$ ai capi del condensatore; (3) verificare la conservazione della potenza reattiva

DATI: $V_g = 2\cos(\omega t) + k\sin(\omega t)$ [V], $R = 2$ [Ω], $L = k\text{ mH}$, $C = 500$ [μF], $\omega = 1000$ [rad/s]

$$\vec{V}_g = 2 + 6j$$

$$Z_R = 2[\Omega]$$

$$Z_L = j\omega L = j \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 4j$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j \cdot 10^3 \cdot 500 \cdot 10^{-6}} = -2j$$

$$\vec{V}_{M/L} = -\vec{V}_C = \frac{\vec{V}_g / R}{\frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_L}} = \frac{1 + 3j}{\frac{1}{-2j} + 0.5 + \frac{1}{4j}} = 4 + 4j$$

$$\vec{S}_{V_g} = \frac{1}{2} \vec{V}_g \vec{I}_{V_g}^* \rightarrow \vec{I}_{V_g} = \frac{1 + 3j}{2 + 6j - 4j} = -1 + j$$

$$\vec{S}_{V_g} = \frac{1}{2} (2 + 6j) \cdot (-1 - j) = \frac{-2 - 2j - 6j + 6}{2} = +2 - 4j$$

$$\vec{S}_{V_g} = P + jQ$$

$$P = 2 [\text{W}]$$

$$Q = -4 [\text{VAR}]$$

$$\vec{S}_{Z_C} = \frac{1}{2} \frac{|\vec{V}_{Z_C}|^2}{Z_C^*} = \frac{1}{2} \frac{|\vec{V}_{M/L}|^2}{Z_C^*} = \frac{16 + 16}{-4j} = -8j$$

$$\vec{S}_{Z_L} = \frac{1}{2} \frac{|\vec{V}_{Z_L}|^2}{Z_L^*} = \frac{1}{2} \frac{|\vec{V}_{M/L}|^2}{Z_L^*} = \frac{32}{4j} = +4j$$

$$\text{Im} \{ \vec{S}_{V_g} \} = \text{Im} \{ \vec{S}_{Z_C} \} + \text{Im} \{ \vec{S}_{Z_L} \} =$$

$$-4 [\text{VAR}] = -8 [\text{VAR}] + 4 [\text{VAR}] = -4 [\text{VAR}]$$

