

# Introduzione alla Teoria dei Circuiti

## Modulo di Elettrotecnica

### CdL Ing. Informatica

#### A.A. 2017-2018

*Prof. Marco Ricci*

# Cosa è l' Elettrotecnica

L'elettrotecnica è una scienza applicata che studia gli aspetti teorici e sperimentali dell'elettromagnetismo e ne promuove le relative applicazioni all'ingegneria.

Le aree di ricerca di interesse comprendono i fondamenti fisici dei circuiti elettrici e dei campi elettromagnetici e lo sviluppo di modelli e metodi teorici, numerici e sperimentali utili alla progettazione e caratterizzazione di dispositivi.

In questo corso verranno introdotti i fondamenti della **Teoria dei circuiti**, in particolare i fondamenti delle tecniche di analisi dei circuiti stazionari ed in regime sinusoidale.

# Cosa è la Teoria dei Circuiti

Nell'ambito dell'Elettrotecnica, la **Teoria dei Circuiti** si occupa di sviluppare a partire dalle equazioni di Maxwell modelli teorici che siano allo stesso tempo sufficientemente generali, semplici ed accurati per descrivere, progettare e caratterizzare dispositivi elettrici realizzati dalla interconnessione di singoli elementi rappresentati da modelli fisici semplificati.

L'approccio circuitale non si limita poi alla trattazione dei soli fenomeni elettromagnetici ma è stato esteso a svariati ambiti (circuiti meccanici, termici, acustici, etc...)

# Punto di partenza: Eq. Di Maxwell

I fenomeni elettromagnetici sono descritti dalle eq. di Maxwell che legano tra loro le varie grandezze fisiche vettoriali e le proprietà dei materiali (vuoto compreso)

## Grandezze fisiche

$\vec{E}$  CAMPO ELETTRICO [Volt/metro]

determinato da una distribuzione di cariche

$\vec{D}$  INDUZIONE ELETTRICA [Coulomb/m<sup>2</sup>]

determinato dall'interazione di  $\vec{E}$  con un materiale elettrico

$\vec{H}$  CAMPO MAGNETICO [Amperspira/m]

determinato da cariche in movimento

$\vec{B}$  INDUZIONE MAGNETICA [Weber/m<sup>2</sup>]

determinato dall'interazione di  $\vec{H}$  con un materiale magnetico

$\vec{J}$  DENSITÀ DI CORRENTE DI CONDUZIONE [Ampere/m<sup>2</sup>]

legata al moto delle cariche

# Punto di partenza: Eq. Di Maxwell

I fenomeni elettromagnetici sono descritti dalle eq. di Maxwell che legano tra loro le varie grandezze fisiche vettoriali e le proprietà dei materiali (vuoto compreso)

## Proprietà dei materiali

$\epsilon$ Permittività dielettrica [Farad/m]	$\vec{D} = \epsilon \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
$\mu$ Permeabilità magnetica [Henry/m]	
$\sigma$ Conducibilità elettrica [ $\Omega^{-1}/m$ ] = [S/m]	$\vec{B} = \mu \vec{H}$
$\rho$ Densità spaziale di carica [Coulomb/m <sup>3</sup> ]	$\vec{J} = \gamma(\vec{E} - \vec{E}_0) + \vec{J}_0$

$\vec{E}_0$  e  $\vec{J}_0$  rappresentano le **ECCITAZIONI ESTERNE**  
(trasformazioni energetiche)

$\rho$  (densità di carica) può essere considerata **SORGENTE INTERNA**

# Punto di partenza: Eq. Di Maxwell

## Equazioni di Maxwell in forma integrale

La 1a Eq. di Maxwell è la legge di Gauss per il campo elettrico

Gauss's law for  $\vec{E}$ :

Flux of electric field through a closed surface

.....

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} =$$

$$\frac{Q_{\text{encl}}}{\epsilon_0}$$

$$\epsilon_0$$

Charge enclosed  
by surface

Electric constant

La 2a Eq. di Maxwell è la legge di Gauss per il campo magnetico

Gauss's law for  $\vec{B}$ :

Flux of magnetic field through any closed surface ...

.....

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

..... equals zero.



# Punto di partenza: Eq. Di Maxwell

## Equazioni di Maxwell in forma integrale

La 3a Eq. di Maxwell è la legge di Faraday sull'induzione e.m.

Faraday's law  
for a stationary  
integration path:

Line integral of electric field around path

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Negative of the time  
rate of change of  
magnetic flux through path

La 4a Eq. di Maxwell è la legge di Ampere con l'aggiunta della corrente di spostamento

Ampere's law  
for a stationary  
integration path:

Line integral of magnetic  
field around path

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left( i_C + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{\text{encl}}$$

Electric  
constant

Time rate of change of  
electric flux through path

Magnetic  
constant

Conduction current  
through path

Displacement current  
through path

# Punto di partenza: Eq. Di Maxwell

## Equazioni di Maxwell in forma differenziale

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_{lib}$$

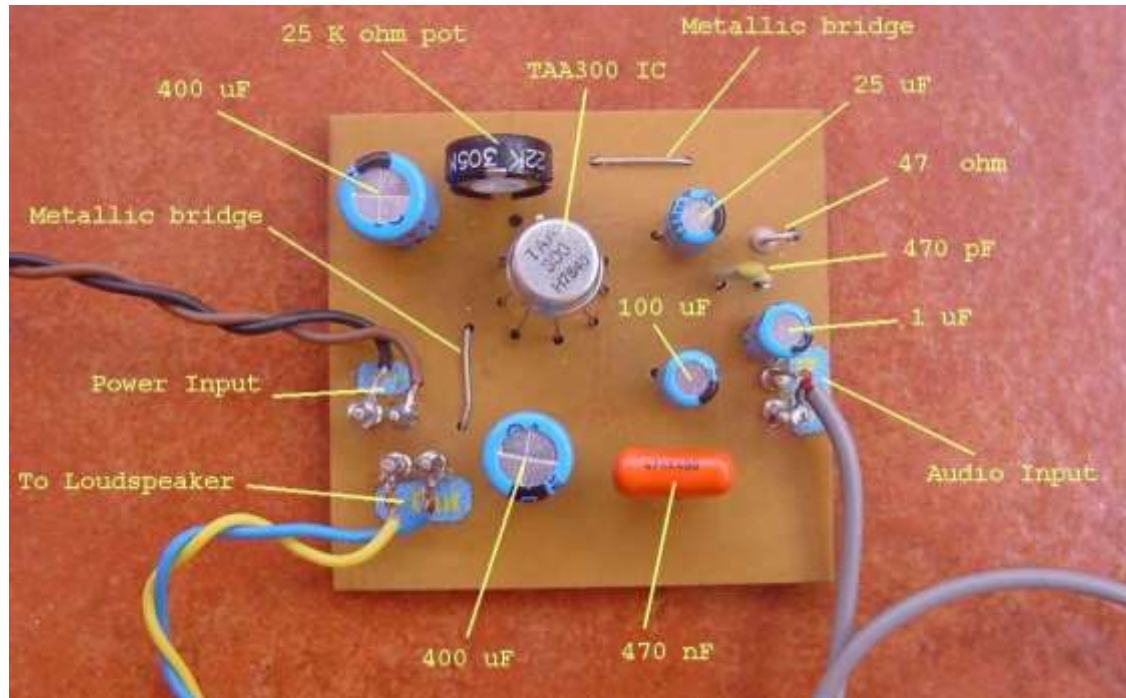
$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

La soluzione completa di un problema elettromagnetico (nel limite classico) richiederebbe la soluzione delle equazioni di Maxwell in tutto il volume di spazio di interesse !!!!



# Punto di partenza: Eq. Di Maxwell

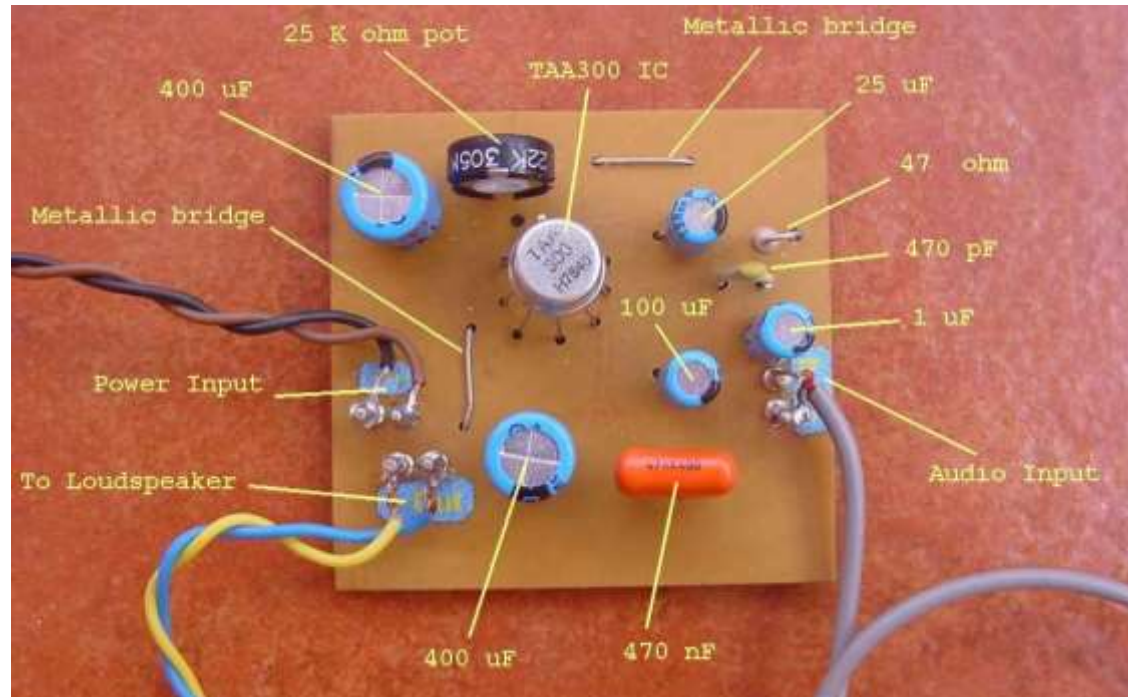
## Esempio di circuito: Amplificatore Audio



Risolvere le eq. Di Maxwell in tutto il volume di spazio è un problema estremamente complesso !!!!  
(Ora si usano software di calcolo numerico. Es. Finite element analysis)

# Obiettivo: Teoria dei circuiti

## Esempio di circuito: Amplificatore Audio



Trovare un modello semplificato che descriva con elevata approssimazione il funzionamento del circuito dal punto di vista funzionale non entrando nel dettaglio dei singoli componenti

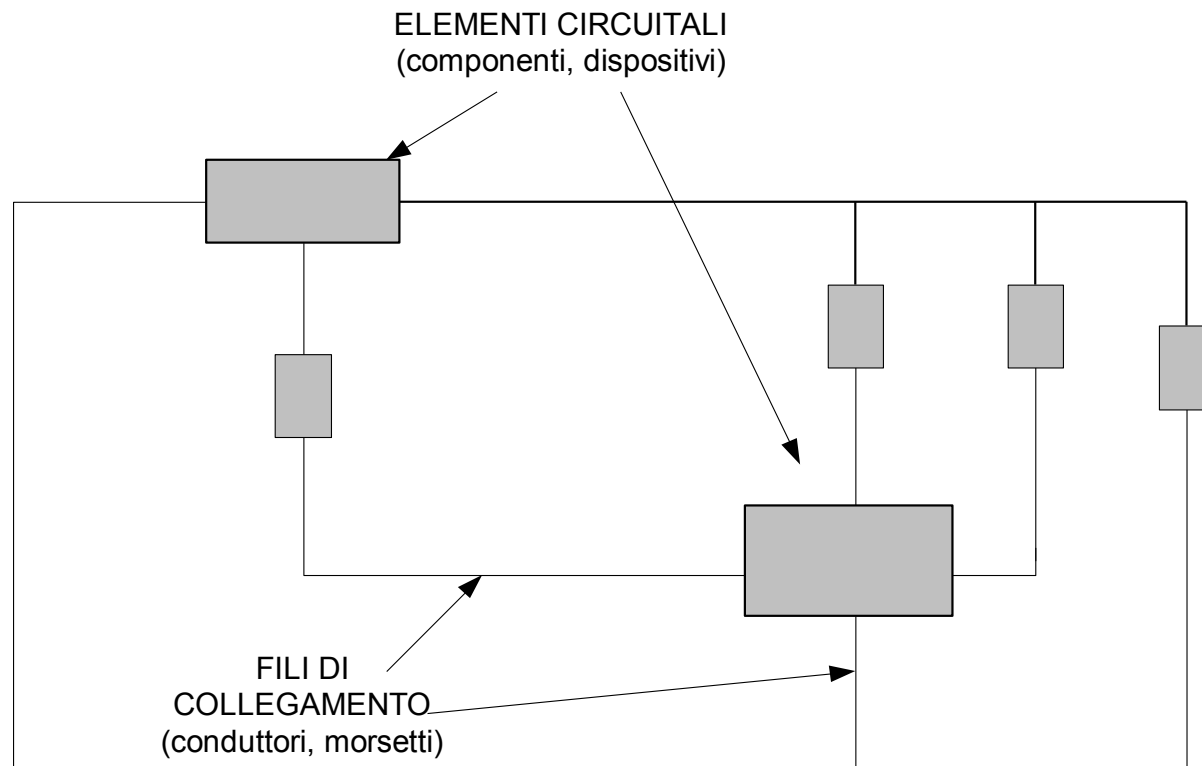
# Modello circuitale

L'approccio circuitale coniuga 2 processi fondamentali:

- I. La modellazione fisica di dispositivi elementari che compiono una determinata azione tramite opportune grandezze descrittive  
(Es. condensatore → accumulo carica, serbatoio → accumulo liquido, membrana altoparlante → genera variazioni di pressione, etc....)  
↳ Relazioni costitutive elementi
- II. Lo studio delle relazioni che si instaurano tra le grandezze descrittive dei singoli componenti dovute alle connessioni dei componenti  
↳ Relazioni topologiche

# Modello circuitale: Definizione di Circuito

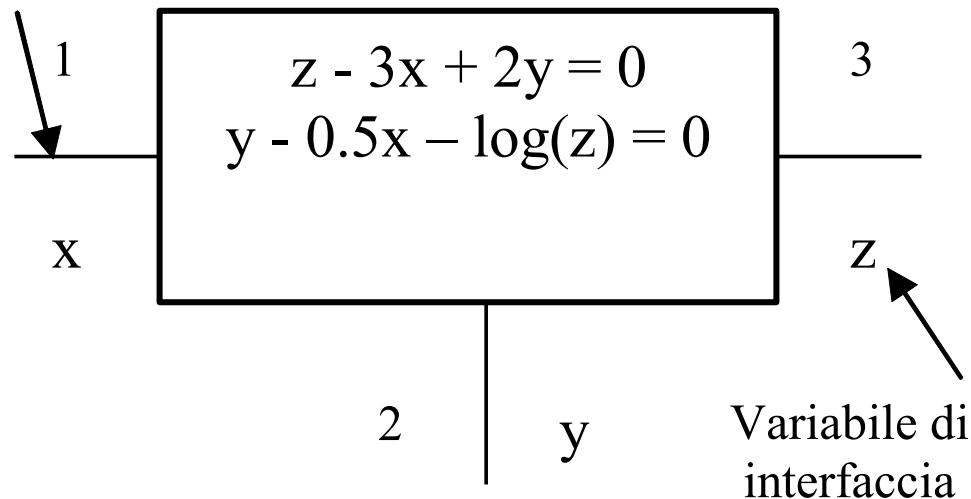
Un circuito è costituito da un insieme di *componenti* (detti anche elementi, o blocchi o dispositivi), appartenenti ad un insieme noto di tipi, collegati fra loro attraverso dei *collegamenti* (detti anche morsetti, o fili o conduttori) e tutti descritti dalla stesse grandezze o variabili di interfaccia



# Modello circuitale: definizione di componente

Un **componente** è un elemento circuitale caratterizzato da un particolare insieme di morsetti (di ingresso/uscita) e da un opportuno insieme di equazioni fra le variabili di interfaccia (relazioni costitutive) dipendenti da un numero finito di costanti numeriche (parametri circuitali del componente).

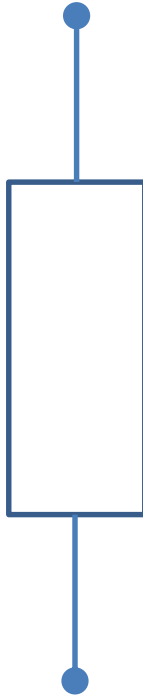
Terminale etichettato  
(morsetto)



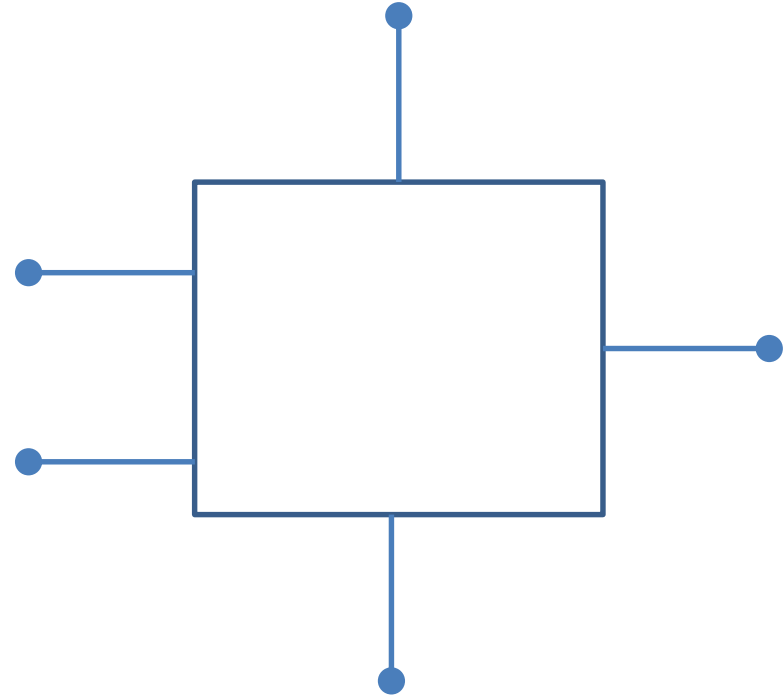
# Modello circuitale: definizione di componente

Ogni componente deve avere almeno 2 terminali

Elemento a 2 soli  
terminali = bipolo



Elemento generico  
 $n$  terminali =  $n$ -polo



# Modello circuitale: definizione di collegamento

Un **collegamento** è una linea orientata o non orientata (a seconda dei tipi di circuiti) che collega fra loro i morsetti dei componenti circuitali. Essa impone sempre sia l'omogeneità (stessa unità di misura) che la continuità (stesso valore) alle variabili di interfaccia in corrispondenza dei morsetti. Costituisce quindi una equazione di vincolo.

- 1) L'insieme dei collegamenti di un circuito è descritto da un grafo opportuno.
- 2) L'insieme dei collegamenti di un circuito genera un insieme di equazioni di vincolo fra le variabili di interfaccia.



# Modello circuitale: Circuiti direzionali e non direzionali

I modelli circuitali in generale (siano essi elettri o di altra natura) possono essere distinti in due classi, a seconda della natura del sistema di equazioni e della tecnica di soluzione:

## 1) Circuiti non direzionali (Circuiti elettrici analogici)

La direzione degli scambi fra componenti è indeterminata e non è stabilito un preciso rapporto di causa-effetto fra le variabili di interfaccia, che in generale dipendono da tutti i componenti del circuito. La tecnica di soluzione calcola congiuntamente tutte le variabili di interfaccia.

## 2) Circuiti (uni-)direzionali (Circuiti digitali, logici, etc)

La direzione degli scambi fra componenti è stabilita a priori, il funzionamento dei vari blocchi è disaccoppiato, la tecnica di soluzione calcola sequenzialmente le variabili di interfaccia.

# Modello circuitale: Variabili di interfaccia

Le **variabili di interfaccia** (o **grandezze descrittive**) sono grandezze fisiche e/o segnali definibili sui collegamenti fra i componenti e sono sottoposte sia alle equazioni di vincolo generate dai collegamenti che alle equazioni (relazioni costitutive) dei componenti.

Tutte le variabili di interfaccia usualmente sono funzioni di una o più variabili indipendenti comuni (in genere il *tempo*).

La dipendenza temporale delle variabili può essere principalmente di 2 tipi:

- 1) “a tempo continuo”
- 2) “a tempo discreto”

# Modello circuitale: Circuiti elettrici

Nel caso dei circuiti elettrici trattati nel corso, le variabili di interfaccia sono funzioni analogiche del tempo che riproducono l'andamento di grandezze del mondo fisico.

- hanno un valore per qualsiasi istante  $t$ ;
- usualmente sono a valori reali, limitate e continue;
- per estensione si considerano anche a valori complessi, e/o non continue e/o non limitate.

# Modello circuitale: Circuiti elettrici

- Le variabili di interfaccia possono essere differenti, la scelta più comune è di utilizzare la coppia di variabili Tensione-Corrente
  - Tensione o differenza di potenziale (grandezza «agli estremi»)
  - Corrente (grandezza «attraverso»)
- Sono circuiti analogici non direzionali a tempo continuo
- A partire da tensione e corrente si introduce un'ulteriore grandezza significativa, la potenza
$$p=v \times i$$
- due macro-classi di circuiti elettrici:
  - Circuiti a costanti concentrate (oggetto del corso)
  - Circuiti a costanti distribuite (corsi magistrali)

# Modello circuitale: Circuiti elettrici

Un circuito a **costanti concentrate** è un circuito dove tutte le tensioni e le correnti sono funzioni solamente della variabile tempo, ovvero non si considera la variazione spaziale delle grandezze. Gli elementi di base sono resistor, condensatori, induttori, generatori indipendenti e dipendenti.

Un circuito a **costanti distribuite** è un circuito dove le tensioni e le correnti sono funzioni sia del tempo che dello spazio. Le linee di trasmissione sono un esempio di circuiti a costanti distribuite.

# Circuiti elettrici a costanti concentrate:

# Modello circuitale: Costanti concentrate

Si impongono limitazioni su:

- Frequenze di lavoro (campi e.m. lentamente variabili) → la corrente di spostamento è nulla → non si generano onde elettromagnetiche
- Natura dei componenti (presenza in un componente di un solo fenomeno e.m. per volta, tempo-invarianza delle sue caratteristiche, etc..)

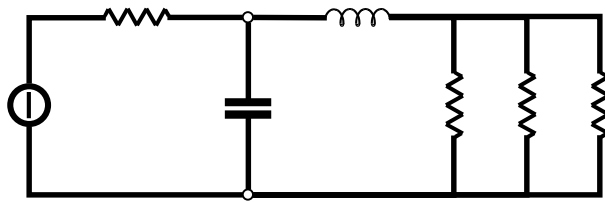
Si ipotizza che:

- Le dimensioni geometriche della struttura sede del fenomeno e.m. siano sufficientemente piccole da essere trascurate → **Approccio Topologico**
- La velocità di propagazione del fenomeno e.m. può considerarsi infinita → **individuazione di regioni tipiche dove è presente un solo fenomeno**
- Il tempo di trasmissione del fenomeno e.m. All'interno della struttura è nullo per cui le grandezze dipendono solo dal tempo → **Costanti concentrate**



# Modello circuitale: Costanti concentrate

## Limiti di validità dell'ipotesi Costanti Concentrate

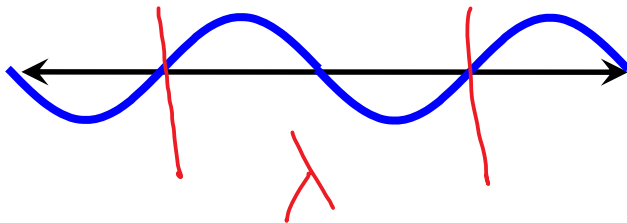


In generale i campi sono funzioni del tempo e dello spazio.

Es. Campo elettrico 1D sinusoidale a frequenza  $f$ :

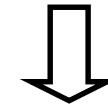
$$E(t, x) = E_0 \cos(2\pi(ft - \frac{x}{\lambda}))$$

$\lambda$  = lunghezza d'onda

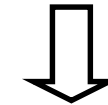


$$velocità = f\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{vel}{f}$$

Se le dimensioni del circuito sono trascurabili rispetto alla lunghezza d'onda delle tensioni e delle correnti  
 $\rightarrow \frac{x}{\lambda} \ll 1 \rightarrow E(t, x) \sim E_0 \cos(2\pi ft)$



Non ci sono fenomeni di **Propagazione**, le grandezze dipendono solo dal tempo



**Non compaiono derivate spaziali**

Casi in cui l'ipotesi non è ammissibile:

- Microprocessori
- Antenne
- Linee di Trasmissione

# Modello circuitale: Costanti concentrate

## 1) CIRCUITO AUDIO

- frequenza più alta  $f \sim 25$  kHz
- corrispondente  $\lambda = 12$  km ( $c/f$ )

SUPERIORE DI GRAN LUNGA ALLE DIMENSIONI DI UN CIRCUITO AUDIO (microfono, cassa, mixer, etc..)

## 2) CIRCUITO DI UN CALCOLATORE

- $f$  può variare da 500 MHz a 3 GHz
- corrispondente  $\lambda = 0,6-0,1$  m

IL MODELLO A PARAMETRI CONCENTRATI PUO' NON ESSERE SUFFICIENTEMENTE ACCURATO

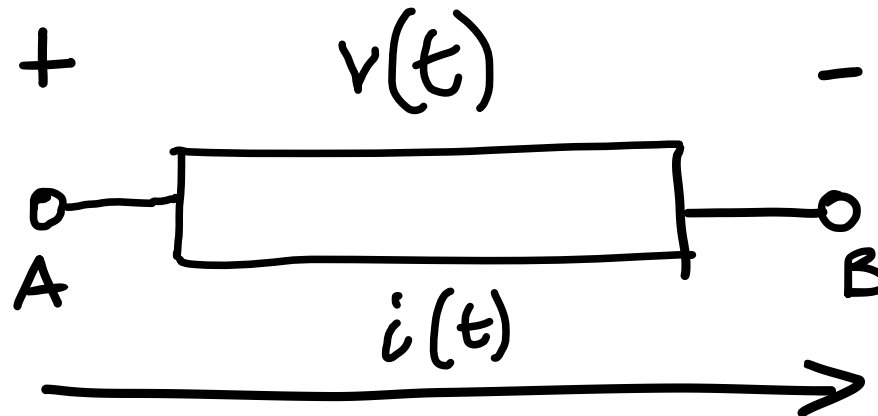
## 3) CIRCUITO FORNO A MICRO ONDE

- $\lambda$  varia tra 10 cm e 1 mm ( $f = 3-300$  GHz)

IL MODELLO A PARAMETRI CONCENTRATI NON E' PIU' VALIDO

# Modello circuitale: Costanti concentrate

- Le grandezze descrittive / variabili di interfaccia sono la tensione (d.d.p.) e la corrente.
- Date le approssimazioni fatte, da queste grandezze si possono derivare tutte le altre grandezze di interesse (carica su un condensatore, flusso del campo magnetico, etc)
- Con le lettere minuscole solitamente si indicano le grandezze variabili nel tempo  $v(t)$ ,  $i(t)$ . Si usano lettere maiuscole quando le grandezze sono o costanti nel tempo o a regime



# Carica e corrente

La **carica** è una proprietà delle particelle che costituiscono la materia. Essa si misura in **Coulomb** (C).

- Carica dell'elettrone:  $Q=-q=-1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
- $\rightarrow -1\text{C}=6.24 \times 10^{18}$  elettroni.
- In natura esistono soltanto cariche che hanno come valori, multipli interi della carica dell'elettrone.

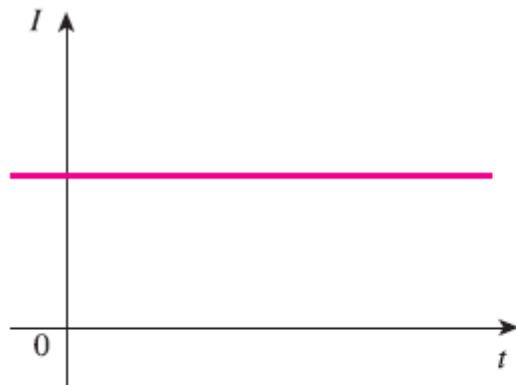
**Legge di conservazione della carica:** la carica elettrica non si può creare né distruggere, ma solo trasferire.

- In un sistema isolato la carica totale si conserva.
- Tranne che in condizioni particolari si conservano singolarmente la somma delle cariche positive e la somma delle cariche negative

# Carica e corrente

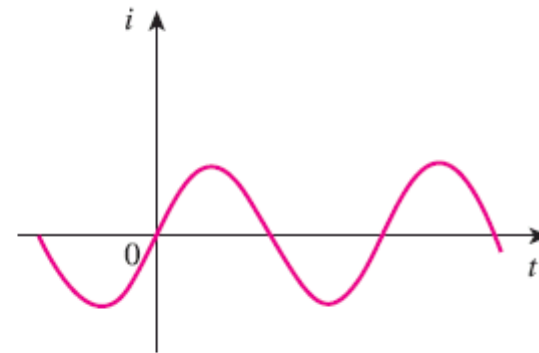
La **corrente elettrica** è la velocità di variazione nel tempo della carica attraverso una superficie. Essa si misura in **Ampere (A)**. [1A=1C/1s].

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow q = \int_{t_0}^t i dt$$



(a)

$I$ : corrente stazionaria o continua  
In inglese Direct Current → DC

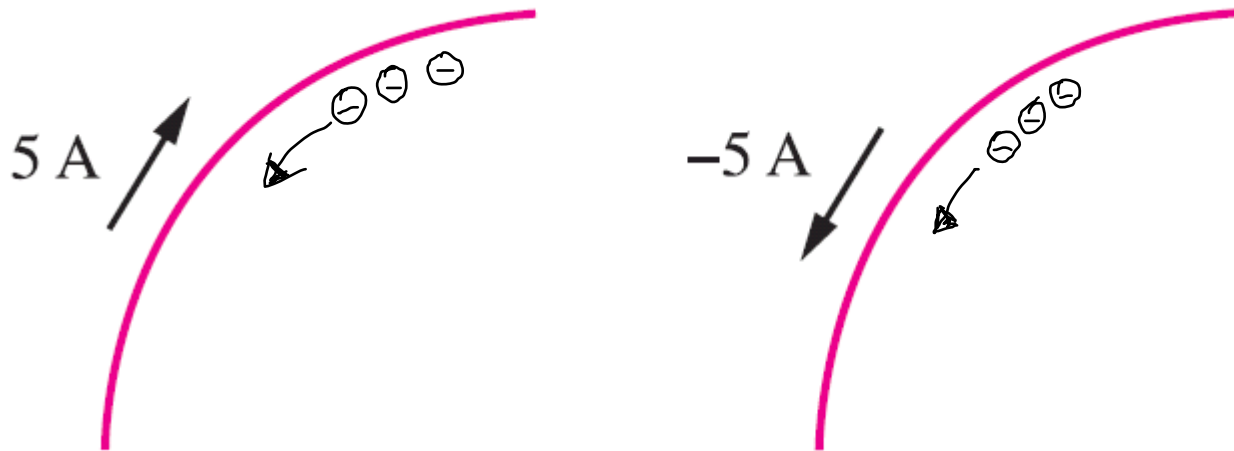


(b)

$i$ : corrente alternata  
In inglese Alternating Current → AC

# Carica e corrente

Storicamente la corrente è considerata positiva lungo il verso di movimento delle cariche positive (in realtà nei conduttori si muovono solo gli elettroni, nei semiconduttori si muovono sia gli elettroni sia cariche positive fittizie chiamate «lacune»). Movimento di cariche positive si ha solo in gas o liquidi dove siano presenti ioni positivi). Fisicamente il valore della corrente è univoco; nel circuito, se assegniamo un verso alla corrente, questa potrà essere sia positiva che negativa



# Tensione

La **tensione** o differenza di potenziale è energia per unità di carica. Essa si misura in **Volt (V)**. [1V=1J/1C].

La tensione  $V_{AB}$  tra due punti A e B è il lavoro per unità di carica che deve compiere il campo elettrico per spostare la carica unitaria dal punto A al punto B.

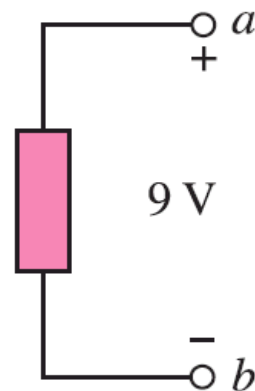
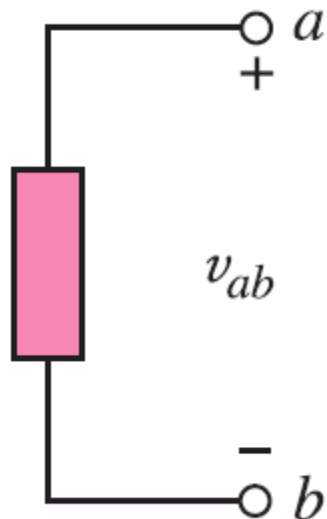
$$V_{AB} = \int_A^B E dl \quad E: \text{campo elettrico}$$

Tale lavoro viene fornito da una sorgente esterna di forza elettromotrice (fem) che può essere una batteria, una dinamo, una turbina idroelettrica, etc.

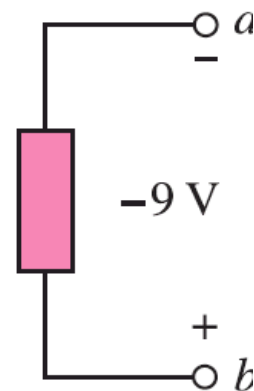
$$V_{AB} = \frac{dw}{dq} \quad \begin{array}{l} w: \text{energia (J)} \\ q: \text{carica elettrica (C)} \end{array}$$



# Differenza di potenziale



(a)



(b)

$$V_{ab} = -V_{ba}$$

La **caduta di tensione** tra a e b è equivalente ad un aumento di tensione tra b e a.

# Potenza ed energia

La **potenza** è la rapidità di assorbimento o di emissione di energia nel tempo. Essa si misura in **Watt (W)**.

$$p = \frac{dw}{dt}$$

w: energia (J)  
t: tempo (s)

$$p = \frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = vi$$

**Potenza assorbita = - Potenza erogata**

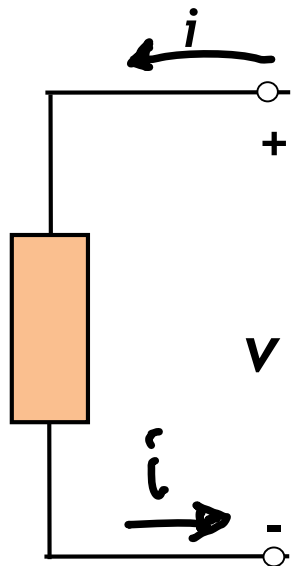
$$V = \frac{dW}{dq}$$
$$I = \frac{dq}{dt}$$
$$\frac{dW}{dq} \cdot \frac{dq}{dt}$$

Per il principio di conservazione dell'energia, in un sistema isolato

$$\sum p = 0$$

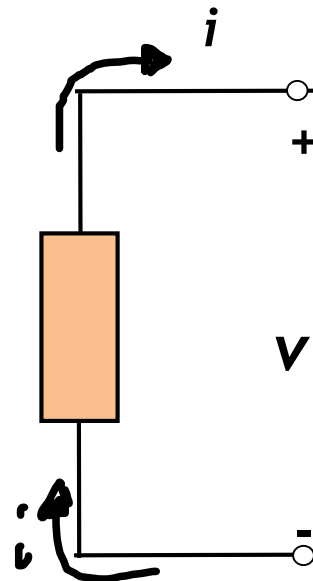
# Potenza ed energia

Convenzione degli utilizzatori



$p > 0 \Rightarrow$  il bipolo assorbe potenza  
 $p < 0 \Rightarrow$  il bipolo eroga potenza

Convenzione dei generatori



$p > 0 \Rightarrow$  il bipolo eroga potenza  
 $p < 0 \Rightarrow$  il bipolo assorbe potenza

Salvo avviso contrario, nel seguito si farà sempre riferimento alla convenzione degli utilizzatori.

# Potenza ed energia

L'energia è la capacità di eseguire un lavoro. Essa si misura in **Joule (J)**.

L'energia assorbita o erogata da un elemento dall'istante  $t_0$  all'istante  $t$  è:

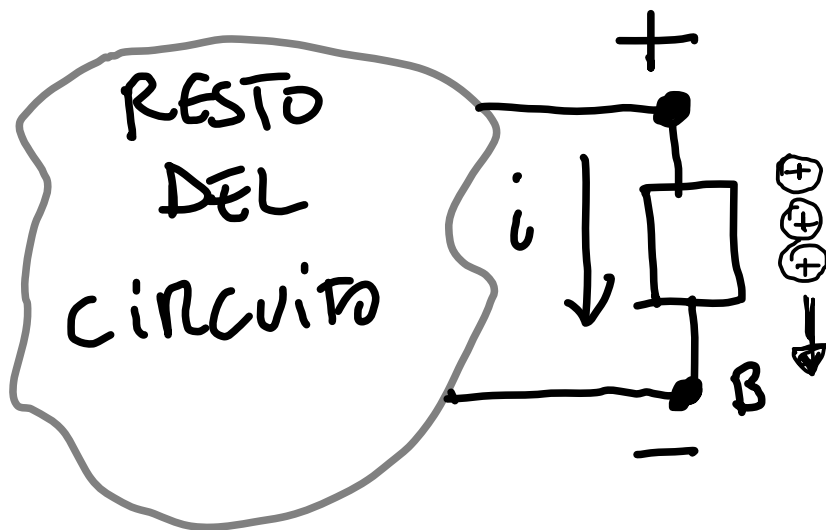
$$w = \int_{t_0}^t p dt = \int_{t_0}^t v i dt$$

Le aziende produttrici di energia elettrica misurano l'energia in wattore (Wh):

$$1 \text{ Wh} = 3600 \text{ J}$$

# Potenza ed energia

Convenzione dell' utilizzatore →  
Potenza assorbita positiva



Le cariche positive passano da un valore di potenziale maggiore a uno minore acquisendo energia

Questa energia acquisita può essere usata per trasferire o accumulare energia sotto altre forme.

(Es. In elettrostatica le cariche acquistano energia cinetica, nei conduttori l'energia cinetica viene convertita in calore tramite l'effetto Joule ES. Phon, grill, lampade a bulbo, etc.)

# Elementi Attivi e Passivi

- Gli elementi attivi possono generare energia
  - Esempi di elementi attivi sono i generatori di tensione o di corrente, sia indipendenti che dipendenti (vedi seguito)
- Gli elementi passivi non possono generare energia, solo assorbirla o scambiare
  - Esempi di elementi passivi sono resistori,
- In un dato circuito un elemento attivo può anche assorbire Potenza invece che cederla, ad esempio quando carichiamo una batteria.

# Componenti di base: il resistore

## Il Resistore

- Resistività  $r$ : attitudine di un materiale ad opporsi al passaggio di corrente elettrica
- Nel 1827 Georg Simon **Ohm** fornì la legge che consente di legare caratteristiche di resistività e geometria del materiale (a sezione uniforme) e la tensione ad esso applicata alla corrente che lo attraversa
- Le tecnologie realizzative più frequenti sono: Impasto di carbonio; Film di carbonio; Film metallico; a filo (avvolto) per valori di  $R$  da qualche W a qualche decina di MW.
- Al variare della temperatura operativa si modifica il valore di resistenza. La sensibilità in temperatura  $k$  si misura in parti di grado Celsius per milione (ppm/° C)

SIMBOLO



Materiale	Resistività $\rho$
polistirene	$1 \times 10^{18}$
Silicio	$2,3 \times 10^5$
Carbonio	$4 \times 10^{-3}$
Alluminio	$2,7 \times 10^{-6}$
Rame	$1,7 \times 10^{-6}$

$$i = \frac{A v}{\rho l} = \frac{1}{R} v = G v$$

$$k = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT}$$

$R$  = resistenza

$T$  = temperatura



# Componenti di base: il resistore

## ❑ Relazione costitutiva:

$$v(t) = R i(t);$$

$R$  = resistenza [*ohm*,  $\Omega$ ]

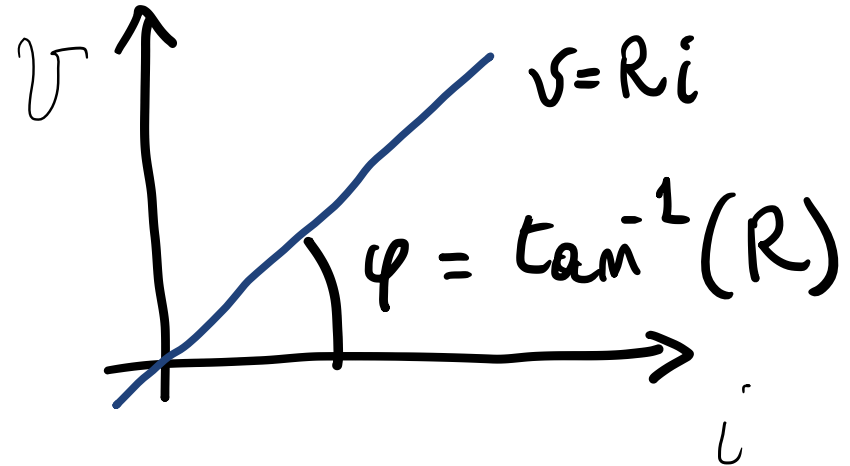
$$i(t) = \frac{1}{R} v(t) = G v(t);$$

$G$  = conduttanza [*mho*,  $\Omega^{-1}$ ]  
= [*siemens*,  $S$ ]

## ❑ Potenza assorbita

$$p(t) = v(t) \square i(t) = [R \square i(t)] \square i(t) = i^2(t) \square R = \frac{v^2(t)}{R} = v^2(t) G$$

- ❖ Se  $R > 0$   $p(t) > 0$  l'elemento assorbe potenza in ogni istante. L'elemento è passivo. I resistori realizzati con conduttori sono sempre passivi



- ❖ Resistore vincola  $V$  ed  $I$  ad essere sulla retta
- ❖ Cambio valore resistenza: cambio pendenza retta

### NOTA

- 1) Per un **bipolo non-lineare** si può definire più in generale la "**resistenza differenziale**" come  $r = dv/di$ , che rappresenta quindi la pendenza della curva  $v-i$  del bipolo;
- 2) alcuni componenti non-lineari hanno curva con **pendenza negativa** per alcuni intervalli di valori di  $i$ : questi bipoli si comportano, in tali intervalli della caratteristica, come resistori negativi; possono essere usati p.e. negli oscillatori per realizzare reazioni instabili. indipendenti

# Componenti di base: il resistore

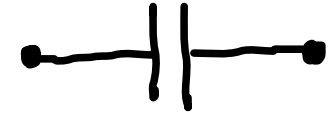
## □ Il Resistore

- ❖ Oltre al valore di resistenza, importanti nel caratterizzare un resistore sono la max potenza che può dissipare e la precisione con cui è definito il suo valore nominale (tolleranza)
- ❖ Codice colori: per i resistori a bassa potenza codice colori a 4 bande indica valore di resistenza e tolleranza

# Componenti di base: il condensatore

- ❖ Il condensatore è un dispositivo capace di accumulare energia sotto forma di campo elettrico, tramite accumulo di cariche;
- ❖ Capacità  $C$ : mette in relazione il valore di tensione applicato sulle armature e l'entità di carica accumulata.  $C$  si misura in Farad [F]
- ❖ Nel caso di condensatore ad armature piane e parallele la capacità dipende in modo semplice da superficie  $A$  e distanza  $d$  delle armature e dalla costante dielettrica  $\varepsilon$ ;
- ❖ Le tecnologie realizzative si differenziano per il tipo di dielettrico: fogli di carta impregnata o di mica; pellicole plastiche, materiale elettrolitico, per valori di  $C$  da qualche pF a qualche millesimo di F.

SIMBOLO



$$q(t) = C v(t)$$

$$C = \frac{\varepsilon A}{d}$$

Materiale	$\varepsilon_r = \varepsilon / \varepsilon_0$
vetro	7
Nylon	2
Bachelite	5

$\varepsilon_0$  = permittività del vuoto =  
 $= 8,8541910^{-12}$

$$A * s / (m * V) = \text{Farad} / m$$

# Componenti di base: il condensatore

- Relazione costitutiva:

$$q(t) = C v(t) \Rightarrow i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{dv(t)}{dt}$$

- Energia assorbita

$$\begin{aligned} E(t) &= \int_{-\infty}^t p(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^t i(\tau) v(\tau) d\tau = \\ &= C \int_{-\infty}^t v(\tau) \frac{dv(\tau)}{d\tau} d\tau = \frac{1}{2} C v^2(t) \end{aligned}$$

*Handwritten red notes: A red bracket under the integral term  $v(\tau) \frac{dv(\tau)}{d\tau} d\tau$  and the handwritten expression  $\frac{1}{2} m v^2$  to the right.*

- ❖ Se  $C > 0$  l'elemento è passivo (accumula energia sotto forma di campo elettrico)

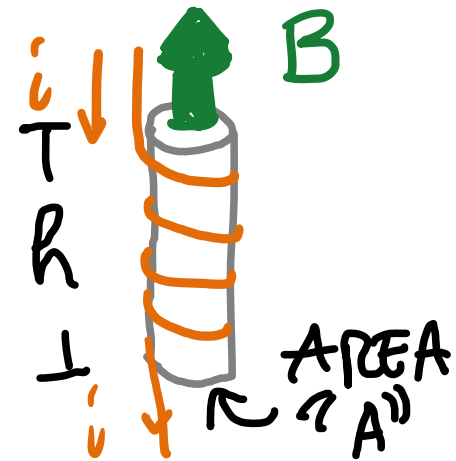
# Componenti di base: l'induttore

- ❖ E' un dispositivo capace di accumulare energia sotto forma magnetica, ovvero sotto forma di flusso del campo magnetico;
- ❖ Induttanza L: mette in relazione il flusso totale concatenato all'avvolgimento con la corrente che vi scorre. L si misura in Henry [H]
- ❖ Si possono mettere in relazione le caratteristiche geometriche dell'avvolgimento e la permeabilità magnetica  $\mu$  del nucleo con l'induttanza L;
- ❖ Nuclei in ferro, che ha permeabilità magnetica  $\gg$  dell'aria (approx pari a quella del vuoto  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  H/m) ma causano legami non lineari

SIMBOLO



$$\Phi_B(t) = L \cdot i(t)$$



$$\Phi_B = \frac{\mu \cdot A \cdot i \cdot (n^{\circ} \text{spire})^2}{h}$$

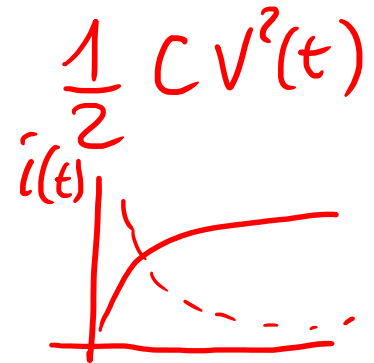
# Componenti di base: l'induttore

- Relazione costitutiva:

$$\Phi_B(t) = Li(t) \Rightarrow v(t) = \frac{d\Phi_B}{dt} = L \frac{di(t)}{dt}$$

- Energia immagazzinata dall'elemento:

$$E(t) = \int_{-\infty}^t p(\tau) d\tau = \frac{1}{2} Li^2(t)$$

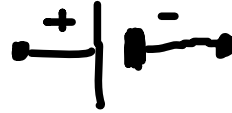


- ❖ Se  $L > 0$  l'elemento è passivo accumula energia sotto forma di campo magnetico

# Componenti di base: i generatori indipendenti

## Generatore indipendente di tensione

$$v(t) = v_0(t)$$

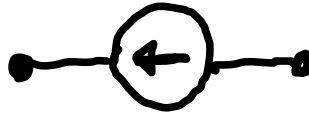


$p(t)$  erogata senza vincoli energetici

$$F(v, i) = \int_0^t v(t) - v_0(t) dt$$

## Generatore indipendente di corrente

$$i(t) = i_0(t)$$



$f$

$p(t)$  erogata senza vincoli energetici

## Corto circuito e circuito aperto



$$v(t) = 0$$

$$i(t) = 0$$



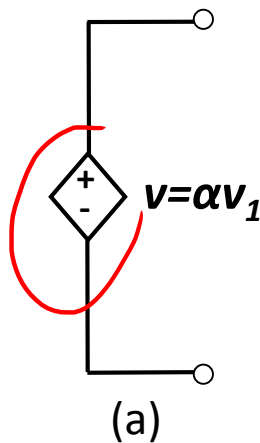
generatori disattivati

# Componenti di base: i generatori dipendenti

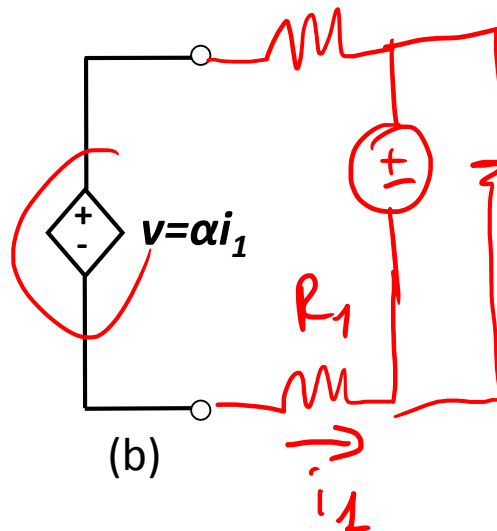
Un **generatore ideale indipendente** è un elemento attivo che mantiene una tensione o corrente specificata che è completamente indipendente dalle altre variabili del circuito.

Un **generatore ideale dipendente** è un elemento attivo la cui tensione o corrente è controllata da un'altra tensione o corrente.

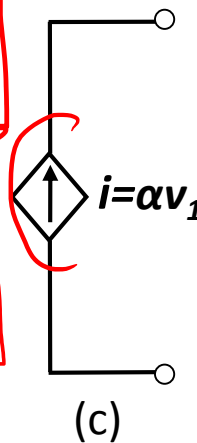
GTCT



GTCC



GCCT



GCCC

