Elettrotecnica (Teoria)

✪ Grandezze fondamentali e derivate:

- **Corrente:** $i(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$ [Ampere = C/s].
- **Tensione:** $v_{ab} = \frac{L_{ab}}{q} = u(a) - u(b)$ con L_{ab} = lavoro necessario per spostare la carica da a a b. $u(x)$ è il valore potenziale associato alla carica nel punto x. [V]
  - Proprietà: $v_{ab} = -v_{ba}$.
- **Potenza:** $p = vi = Ri^2 = \frac{v^2}{R} = Gv^2$ con R e G rispettivamente la resistenza [Ω] e la conduttanza [Siemens] del resistore di cui stiamo misurando la potenza. [Watt]

✪ Definizioni:

- **Circuito elettrico:** sono costituiti dalla connessione, attraverso i morsetti, di dispositivi elementari mediante elementi di connessione chiamati conduttori.
- **Conduttori (ideali):** sono elementi in cui la differenza di potenziale ai loro capi è nulla (elementi equipotenziali).
- **Bipolo:** cellula elementare identificata univocamente dalla coppia (v,i).
- **Porta elettrica:** finestra di un circuito con cui comunica con il mondo → coppia di morsetti identificati da (v,i).
- **Topologia del circuito:** è il modo in cui sono connessi gli elementi di un circuito.
- **Grafo:** rappresentazione schematica del circuito con solamente i nodi e i lati.
- **Sistema solenoidale:** dato un flusso di cariche Q, il flusso netto è Ø → non perde cariche durante lo spostamento.
- **Lato:** è la parte di circuito che collega due nodi. È un mezzo del circuito in cui passa corrente.
- **Nodi:** sono i punti del circuito ai capi dei quali misuro v → p.ti connessione bipoli.
- **Maglia:** è un sottoinsieme di lati di un grafo che soddisfa le seguenti proprietà:
  - Tutti i lati della maglia sono connessi tra di loro.
  - Ai nodi che appartengono alla maglia sono connessi due e solo due lati.
- **Insieme di taglio:** sottoinsieme di lati di un grafo che soddisfa le seguenti proprietà:
  - Se si rimuovono tutti i lati dell'insieme di taglio si ottengono due grafi non connessi.
  - Se si rimuovono tutti i lati dell'insieme di taglio tranne uno, scelto in modo arbitrario, si ottengono un unico grafo.
- **Relazione costitutiva:** è la relazione matematica con cui ogni bipolo è caratterizzato attraverso la tensione e la corrente.
- **Bipolo equivalente:** è un bipolo che avrà lo stesso comportamento ai morsetti, ossia la stessa tensione e la stessa corrente del circuito originale, ossia i due bipoli presenteranno la stessa caratteristica (v,i).
- **Serie:** due, o più, bipoli si dicono connessi in serie quando sono collegati l'un l'altro attraverso un solo terminale a cui non sono collegati altri bipoli.

- **Parallelo:** due, o più, bipoli si dicono in parallelo quando sono collegati alla stessa coppia di terminali.

✪ Convenzioni:

- **Utilizzatori:** il verso della freccia V punta contro la freccia I.
  - $p > 0$ se il componente del circuito assorbe potenza, $p < 0$ viceversa.
  - Resistore → $v = Ri$.
- **Generatori:** il verso della freccia V è concorde con il verso della freccia I.
  - $p > 0$ se il componente del circuito genera potenza, $p < 0$ viceversa.
  - Resistore → $v = -Ri$ (Il resistore assorbe sempre potenza).

✪ Leggi di Kirchhoff:

- **Riguardo le tensioni (LKT):** la somma algebrica delle tensioni lungo una maglia qualsiasi è in ogni istante uguale a zero. → $\sum_{l=1}^{L} \pm v_l(t) = 0$.
  - Scelto arbitrariamente un verso di percorrenza della maglia, consideriamo positive le tensioni concordi con il verso scelto, negative quelle discordi.
  - La legge può essere applicata anche su una maglia generalizzata.
- **Riguardo le correnti (LKC):** la somma algebrica delle correnti associate ai lati appartenenti ad un qualunque insieme di taglio è in ogni istante uguale a zero. → $\sum_{l=1}^{L} \pm i_l(t) = 0$ (Più terra terra: la somma algebrica delle correnti che entrano ed escono da un nodo deve essere pari a Ø).
  - La legge può essere applicata anche alle superfici chiuse che intersecano i lati di un circuito (nodo generalizzato).

✪ **Legge sulla conservazione della potenza:** in un circuito la somma delle potenze assorbite è uguale alla somma delle potenze erogate.

✪ Elementi circuitali:

- **Generatore ideale di tensione:**
  - È caratterizzato dalla seguente relazione: $\begin{cases} v = E \rightarrow v(t) = \text{costante} \\ \forall i \end{cases}$
  - Non esiste funzione inversa.
  - Può sia generare che assorbire potenza.
- **Generatore ideale di corrente:**
  - È caratterizzato dalla seguente relazione: $\begin{cases} i = A \\ \forall v \end{cases}$
  - Non esiste funzione inversa.
  - Può sia generare che assorbire potenza.
- **Resistenza (resistore):**
  - È caratterizzato dalla seguente relazione:
    - Convenzione dei generatori: $v = -Ri$ oppure $i = -Gv$.

- Convenzione degli utlizzatori: $v = Ri$ oppure $i = Gv$.
- La potenza di un resistore è:
  - Convenzione dei generatori: $p(t) = -v(t)i(t)$.
  - Convenzione degli utlizzatori: $p(t) = v(t)i(t)$.
- La resistenza assorbe sempre energia.

Circuito aperto:

- È caratterizzato dalla seguente relazione: $\begin{cases} v = v_x \\ i = 0 \end{cases}$
- Non passa corrente ma esiste una tensione ai poli.
- Possiede Resistenza infinita e Conduttanza pari a Ø.

Conduttore ideale:

- È caratterizzato dalla seguente relazione: $\begin{cases} v = 0 \\ i = i_x \end{cases}$
- Possiede Resistenza pari a Ø e conduttanza infinita.
- Se il circuito è composto solo da dei conduttori ideali abbiamo un corto circuito.

Numero di equazioni linearmente indipendenti in un circuito di lati L e nodi N:

- $\begin{cases} LKC = N - 1 \\ LKT = L - (N - 1) \end{cases}$

Serie:

Serie di Bipoli:

- La corrente che attraversa i bipoli è sempre la stessa: $i_1 = i_2 = ... = i_n = i$.
- La tensione ai capi della serie è $v = \sum_{k=1}^{N} v_k$. È la sommatoria di tutte le tensioni dei vari bipoli che compongono la serie.

Serie di Resistori:

- Il bipolo equivalente alla serie di N resistori è a sua volta un resistore che ha la seguente relazione costitutiva: $v = Ri$ con $R = \sum_{k=1}^{N} R_k$ e i = corrente che attraversa i vari resistori (NB: i è sempre la stessa).

Serie di Generatori:

- **Generatori di tensione:** avremo un bipolo equivalente formato da un generatore di tensione che avrà il seguente valore: $v_G = \sum_{k=1}^{N} \pm v_G k$. La somma è di tipo algebrica, quindi dobbiamo considerare anche il loro segno.
- **Generatori di corrente:** non esistono. Violano la legge di Kirchhoff delle correnti.

Serie di generatori e resistori:

- **Generatore di tensione + resistore:** la tensione complessiva ai capi della serie: $v = v_A + v_B = v_{GA} + R_B i$ (è una retta). Il bipolo equivalente viene chiamato **generatore reale di tensione o rappresentazione Thevenin dei generatori reali.**

- **Generatore di corrente + resistore:** noti i valori v, calcolato agli estremi della serie, e i, la corrente generata dal generatore, è possibile calcolare la tensione del generatore v_A con la seguente formula: $v_A = v - R_B I_G$.

➢ **Partitore di Tensione:** data una serie di N resistori a cui viene applicata una tensione nota V essa si ripartisce sul k-esimo resistore nel modo seguente: $v_k = \frac{R_k v}{\sum_{j=1}^{N} R_j}$. Attenzione al verso delle tensioni sulla maglia e alla convenzione utilizzata.

✪ Parallelo:

➢ Parallelo di Bipoli:

- La tensione che attraversa i bipoli è sempre la stessa: $v_1 = v_2 = \ldots = v_n = v$.
- La corrente che attraversa i bipoli è $i = \sum_{j=1}^{N} i_j$. È la sommatoria di tutte le correnti che passano ai bipoli di cui il parallelo è composto.

➢ Parallelo di resistori:

- Il bipolo equivalente al parallelo di N resistori è a sua volta un resistore che ha la seguente relazione costitutiva: $i = Gv$ con $G = \sum_{j=1}^{N} G_j$ e v = tensione che attraversa i vari resistori (N.B. v è sempre la stessa).

➢ Parallelo di Generatori:

- Generatori di tensione: non esistono. Violano la legge di Kirchhoff delle correnti.
- Generatori di corrente: si può determinare il valore della corrente complessiva con la seguente formula: $i = \sum_{j=1}^{N} \pm i_{Gj}$.

➢ Parallelo di generatori e resistori:

- **Generatore di corrente + resistore:** la corrente entrante nei nodi è $i = i_A + i_B = i_G + \frac{v}{R} = i_G + Gv$ (è una retta). Il bipolo equivalente viene chiamato **Generatore reale di corrente o modello Norton dei generatori reali.**
- **Generatore di tensione + resistore:** noto il valore della corrente nei nodi i sarà possibile determinare la corrente del generatore i_A ricordando che: $i_A = i - \frac{v_G}{R_B}$.

➢ **Partitore di Corrente:** data una serie di N resistori collegati in parallelo la corrente che attraversa il parallelo si ripartisce sui singoli bipoli con la seguente regola $i_N = \frac{G_N}{\sum_{j=1}^{M} G_j} i_G$. Attenzione al verso delle tensioni sulla maglia e alla convenzione utilizzata.

✪ Teoremi e metodi di risoluzione:

➢ Numero di equazioni linearmente indipendenti in un circuito di lati L e nodi N:

- $\begin{cases} LKC = N-1 \\ LKT = L-(N-1) \end{cases}$: per risolvere il sistema occorrono N-1 leggi di Kirchhoff riguardo le correnti e L-$(N$-$1)$ leggi di Kirchhoff riguardo le tensioni.

➢ Teorema di Millman:

- Applicabile su una rete elettrica formata da componenti lineari, costituita da N lati in parallelo ognuno con le seguenti caratteristiche:
  - Il lato contiene solo resistori.
  - Il lato contiene generatori reali di tensione.
  - Generatori ideali di corrente.
- $v_{AB} = \dfrac{\sum_{g=1}^{J} \pm i_{GENg}}{\sum_{r=1}^{K} G_r}$: con J il numero dei generatori presenti e K il numero delle resistenze. Il numeratore è dato dalla somma algebrica di termini che dimensionalmente sono correnti ed è formato dai contributi apportati dai lati che contengono generatori di tensione (divisi per la loro resistenza in serie) e generatori di corrente. I termini relativi ai generatori di tensione sono da prendersi positivi se il più del generatore è rivolto verso il morsetto che compare a primo pedice (in questo caso A) e negativi nel caso opposto; i termini relativi ai generatori di corrente sono positivi se la corrente fluisce verso il morsetto che compare a primo pedice. Il denominatore è data dalla somma delle conduttanze che sono presenti nei rami che contengono solo resistenze o generatori reali di tensione. (NB: se un lato contiene sia una resistenza che un generatore ideale di corrente, la resistenza non viene contata).

➢ Principio di sovrapposizione degli effetti:

- La tensione (o la corrente) su ciascun lato è pari alla somma algebrica delle tensioni (o delle correnti) dovute a ciascun generatore presente nel circuito che agisce da solo (disattivando tutti gli altri).
- Come avviene la disattivazione: i generatori ideali di tensione diventano corto circuiti ($v_G = 0$), mentre i generatori ideali di corrente diventano dei circuiti aperti ($i_G = 0$).

➢ Teorema di Norton e Thevenin:

- **Thevenin:** Data una rete elettrica lineare questa si può ricondurre ad un generatore reale di tensione in cui la tensione impressa assume il valore della tensione a vuoto misurata ai morsetti mentre la resistenza è uguale al rapporto tra la tensione a vuoto e la corrente di corto circuito (convenzione dei generatori). → $v = v_{th} - \dfrac{v_{th}}{i_{cc}} i = v_{th} - R_{th} i$ (NB: Compare il meno nella formula perché abbiamo utilizzato la convenzione dei generatori sulla resistenza).
- **Norton:** Data una rete elettrica lineare questa si può ricondurre ad un generatore reale di corrente in cui il generatore assume il valore della corrente di corto circuito misurata ai morsetti di bipolo (cambiata di segno) mentre la resistenza è uguale al rapporto tra la tensione a vuoto e la corrente di cortocircuito cambiata di segno (convenzione degli utilizzatori).
- **Osservazione:** R_{th} , nel caso particolare in cui non vi siano generatori controllati nel bipolo esaminato, può essere calcolata come la resistenza equivalente ai morsetti del bipolo dopo aver disattivato tutti i generatori presenti.

Analisi nodale pura:

- NON ci devono essere generatori ideali (solo il generatore su un lato) di tensione o generatori controllati.
- Lo scopo del metodo è quello di mettere in relazioni le grandezze del circuito al potenziale u_k nei nodi in cui confluiscono i lati. Noti questi potenziali sarà possibile ricavare le tensioni come differenze di potenziale.
- Prima di iniziare utilizziamo queste **convenzioni**:
  - Scegliamo arbitrariamente il nodo 0 che sarà assunto come riferimento, il suo potenziale è nullo (NB: possiamo scegliere anche un potenziale ≠ 0).
  - Consideriamo ognuno dei lati con la convenzione degli utilizzatori, supponendo di avere la tensione positiva rivolta verso il nodo con numerazione più elevata.
  - Consideriamo negative le correnti entranti nel nodo e positive quelle uscenti.
- Ora bisogna scrivere le correnti non impresse dai generatori di corrente in funzione dei potenziali nei nodi (Esempio di una resistenza R_1 posta tra il nodo 1 e 2: $i_{R_1} = \frac{u_2 - u_1}{R_1}$).
- Si sostituiscono nelle relazioni di Kirchhoff alle correnti i valori ottenuti in funzione dei potenziali.
- Si determina i valori dei potenziali.
- **Ispezione diretta:**
  - Nortonizzare il circuito: in pratica ogni lato deve diventare un parallelo tra un generatore reale di corrente e una resistenza, per far ciò utilizza l'equivalente di Norton.
    - Se su un lato è presente in serie un generatore di corrente ed una resistenza basta eliminare la resistenza per avere l'equivalente di Norton.
  - Si costruisca una matrice quadrata $\mathbf{G}_n$ con n pari al numero dei lati – 1 (infatti il nodo 0 non viene utilizzato nella creazione della matrice):
    - Nella posizione $g_{i,i}$ (sulla diagonale maggiore) inserire tutte le conduttanze collegate al nodo i-esimo. Esempio: nella posizione $g_{1,1}$ della matrice inserire tutte le conduttanze che sono collegate al nodo 1. Nella posizione $g_{2,2}$ della matrice inserire tutte le conduttanze che sono collegato al nodo 2 e così via.
    - Nelle posizioni $g_{j,k}$ e $g_{k,j}$ inserire la conduttanza, con segno negativo, che si trova tra il nodo j e il nodo k. Esempio: nelle posizioni $g_{2,1}$ e $g_{1,2}$ inserire la conduttanza compresa tra il nodo 1 e 2 con segno negativo.
  - Ora costruire il sistema $\mathbf{G} \times \mathbf{v} = \mathbf{I}$:
    - Il vettore colonna $\mathbf{v}$ è composto dai vari potenziali $u_1, u_2, \ldots, u_n$.
    - Il vettore colonna $\mathbf{I}$ è composto dalla somma delle correnti dei generatori che entrano (segno positivo) e che escono (segno negativo) dal nodo n.

✪ Bipoli dinamici:

➢ Induttore:

- È un bipolo dinamico con al seguente equazione costitutiva: $\phi(t) = Li(t)$ dove ϕ è il flusso magnetico concatenato misurato in Weber [Wb]; la costante di proporzionalità L chiamata induttanza che si misura in Henry [H] ($L = \frac{[V][s]}{[A]} = [\Omega][s] = [H]$).
- Per ottenere la sua equazione costitutiva nel senso visto per i bipoli resistivi (ossia la relazione in cui compare sia i che v) effettuiamo alcuni semplici passaggi matematici: $v(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} = L\frac{di(t)}{dt}$.
- Nel caso di corrente costante la tensione è nulla, quindi si comporta come un corto circuito.
- La potenza assorbita dal componente vale: $p(t) = v(t)i(t) = Li(t)\frac{di(t)}{dt} = L\frac{1}{2}\frac{di(t)^2}{dt}$.
- Gli induttori possiedono la **proprietà di continuità della corrente**, siccome una discontinuità della stessa implicherebbe una derivata infinita, quindi una potenza, una tensione infinite, il che è impossibile fisicamente.

➢ Condensatore:

- È un bipolo dinamico con al seguente equazione costitutiva: $q(t) = Cv(t)$ dove q è la carica elettrica immagazzinata, misurata in Coulomb [C]; la costante di proporzionalità C chiamata capacità che si misura in Farad [F] ($C = \frac{[A][s]}{[V]} = \frac{[s]}{[\Omega]} = [F]$).
- Per ottenere la sua equazione costitutiva nel senso visto per i bipoli resistivi (ossia la relazione in cui compare sia i che v) effettuiamo alcuni semplici passaggi matematici: $i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C\frac{dv(t)}{dt}$.
- Nel caso di tensione costante la corrente è nulla, quindi si comporta come un circuito aperto.
- La potenza assorbita dal componente vale: $p(t) = v(t)i(t) = Cv(t)\frac{dv(t)}{dt} = C\frac{1}{2}\frac{dv(t)^2}{dt}$.
- I condensatori possiedono la **proprietà di continuità della tensione**, siccome una discontinuità della stessa implicherebbe una derivata infinita, quindi una potenza, una corrente infinite, il che è impossibile fisicamente.

➢ Connessione in serie:

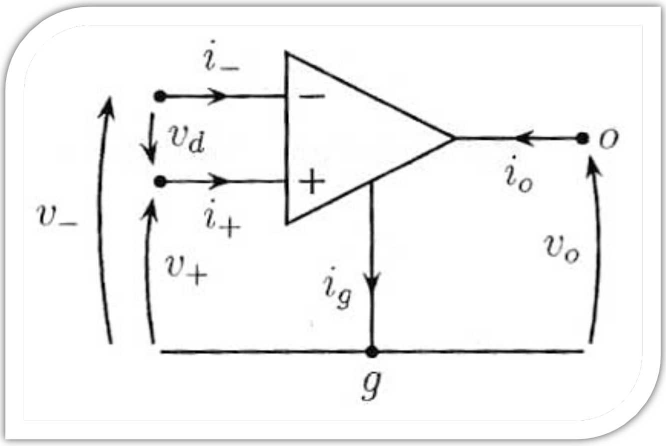
- **Induttori:** $L_s = \sum_{k=1}^{n} L_k$.
- **Condensatori:** $\frac{1}{C_s} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{C_k}$.

➢ Connessione in parallelo:

- **Induttori:** $\frac{1}{L_p} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{L_k}$.
- **Condensatori:** $C_p = \sum_{k=1}^{n} C_k$.

- **Metodo di Risoluzione:**
  - Tempo t_{0^-} : determinare la corrente o tensione, in base se il transitorio è rispettivamente un'induttanza o un condensatore, del transitorio stesso.
  - Tempo t_{0^+} : determinare la R_{eq} dal punto di vista del transitorio. In altre parole stacchiamo fisicamente il transitorio e determiniamo la R_{eq} vista dai due poli del transitorio.
  - Tempo t_∞ : determinare la corrente o tensione del transitorio.
  - La formula finale sarà $x(t)=\left(x(t_{0^-})-x(t_\infty)\right)e^{-\frac{t}{\tau}}+x(t_\infty)$.
    - Se è un'induttanza: $\begin{cases} x(t)=i(t) \\ \tau=\dfrac{L}{R_{eq}} \end{cases}$.
    - Se è un condensatore: $\begin{cases} x(t)=v(t) \\ \tau=CR_{eq} \end{cases}$.

✪ Amplificatore Operazionale:



- I morsetti $+$ e $-$ sono gli **ingressi**, Il morsetto o è l'**uscita** mentre il morsetto g è il **riferimento**.
- $i_-=i_+=0$ e $v_d=0$. In pratica **il circuito si comporta rispetto ai morsetti $+$ e $-$ come un corto circuito e un circuito aperto allo stesso tempo**.
- Il morsetto $-$ viene chiamato **ingresso invertente** mentre il morsetto $+$ **ingresso non invertente**. Questo perché se si collegasse un generatore al morsetto $-$ il segnale di uscita sarebbe invertito, viceversa nel caso opposto.
- Per evitare il guadagno elevato che possiede l'amplificatore si collega un componente tra l'uscita (o) e ingresso, di solito si collega un resistore nell'ingresso invertente ($-$) e l'uscita o. Si dice pertanto che il componente effettua una reazione (negativa se collegato al morsetto $-$) o retroazione.

✪ Regime sinusoidale:

➢ Definizioni:

- **Valore medio (Average Value):** $A_{av} = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} a(t)dt'$ con T = tempo, $a(t)$ = funzione.
  - Il valore medio di una funzione sinusoidale è pari a 0.
- **Valore efficace (Root Mid Square):** $A = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} a(t)^2 dt'}$.
  - Il valore efficace di una funzione sinusoidale è $V = \frac{\hat{V}}{\sqrt{2}}$ con $\hat{V}$ ampiezza della sinusoide.

➢ Convenzioni:

- **Convenzione Gruosso:** utilizza i fasori con l'*ampiezza* come modulo nell'identità di Eulero. **Esempio:** fasore della tensione $\overline{V} = \hat{V}e^{j\varphi}$ con $\hat{V}$ ampiezza della sinusoide. Questo comporta di ricordarsi di dividere per 2 quando si calcola la potenza ($p = \frac{\overline{V}\overline{I}}{2}$).
- **Convenzione Pirisi:** utilizza i fasori con il *valore efficace* come modulo nell'identità di Eulero. **Esempio:** fasore della tensione $\overline{V} = Ve^{j\varphi}$. Questo comporta di ricordarsi di calcolare il valore efficace durante il passaggio dal regime sinusoidale a quello fasoriale ($V = \frac{\hat{V}}{\sqrt{2}}$), però poi non bisogna più ricordarsi di dividere per 2 per calcolare le potenze. **Io utilizzo questa convenzione** per avere una perfetta analogia con quanto studiato fino ad ora nei circuiti con corrente continua.

➢ Passaggio dalle sinusoidi ai fasori:

- **Premessa:** in questo corso le sinusoidi saranno sempre isofrequenziali, quindi possiamo semplificare questo passaggio omettendo nel fasore il valore ω che determina la frequenza.
- Abbiamo una sinusoide del tipo: $e(t) = \hat{E}\cos(\omega t + \varphi_E)$ con $\hat{E}$ ampiezza del sinusoide, ω la pulsazione e φ_E lo sfasamento (o fase iniziale) della sinusoide.
  - Calcoliamo il valore efficace che sarà il modulo nell'identità di Eulero: $V = \frac{\hat{E}}{\sqrt{2}}$.
  - **Verifichiamo che la sinusoide sia espressa con il coseno**, calcoliamo lo sfasamento, che in questo caso è $\varphi = \varphi_E$, che sarà la fase nell'identità di Eulero.
    - Se la funzione fosse stata $e(t) = \hat{E}\sin(\omega t + \varphi_E)$ dovevamo prima esplicitare la funzione con il coseno attraverso le identità trigonometriche e poi calcolare lo sfasamento: $\sin(\omega t + \varphi_E) = \cos\left(\omega t + \varphi_E - \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \varphi = \varphi_E - \frac{\pi}{2}$.
  - Conclusione: il fasore è $\overline{E} = \frac{\hat{E}}{\sqrt{2}}e^{j\varphi_E}$.

Trasformazioni fasoriali:

- $v(t) \rightarrow \overline{V}$.
- $\frac{d}{dt}v(t) \rightarrow j\omega\overline{V}$.
- $\int v(t)dt \rightarrow \frac{1}{j\omega}\overline{V} = -j\frac{1}{\omega}\overline{V}$.

Equazioni costitutive dei componenti:

- **Resistenza:**
  - $\overline{V} = R\overline{I}$.
- **Induttanza:**
  - $\overline{V} = j(\omega L)\overline{I} = jX_L\overline{I}$ con $X_L = \omega L$ **reattanza induttiva** e si misura in Ohm $[\Omega]$.
- **Condensatore:**
  - $\overline{V} = -j\left(\frac{1}{\omega C}\right)\overline{I} = -jX_C\overline{I}$ con $X_C = \frac{1}{\omega C}$ **reattanza capacitiva** e si misura in Ohm $[\Omega]$.
- Con queste equazioni è possibile studiare in circuito in regime sinusoidale come se fosse un circuito con corrente continua stando attendi ai numeri complessi.
- La R_{eq} ora si chiamerà $\overline{Z} =$ **impedenza** che si misura sempre in Ohm $[\Omega]$. Il suo reciproco si chiama $\overline{Y} = \frac{1}{\overline{Z}} =$ **ammettenza** e si misura in Siemens $[S]$.

Potenza istantanea:

- La potenza istantanea può essere vista come somma di due componenti chiamati:
  - **Potenza attiva istantanea:** viene indicata con la lettera P, essa è unidirezionale, ossia una volta fornita al circuito non può più essere recuperata, è in pratica la normale potenza dissipata da una resistenza. Il suo valor medio coincide con la potenza istantanea.
  - **Potenza reattiva istantanea:** viene indicata con la lettera Q, essa non è unidirezionale, ossia una volta fornita al circuito non viene persa ma viene "immagazzinata" dai componenti del circuito stesso per poi essere restituita. Basti pensare al condensatore che immagazzina un certo numero di cariche che possono essere a sua volta cedute al circuito. Il suo valore medio è nullo.
- **Potenze istantanee dei componenti circuitali:**
  - **Resistore:** $\begin{cases} P = RI = \frac{1}{2}R\hat{I} \\ Q = 0 \end{cases}$. Con $\hat{I} =$ ampiezza sinusoide e $I = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$ il suo valore efficace.
  - **Induttore:** $\begin{cases} P = 0 \\ Q = \omega LI^2 = X_L I^2 = \frac{1}{2}\omega L\hat{I}^2 \end{cases}$.
  - **Condensatore:** $\begin{cases} P = 0 \\ Q = \omega CV^2 = \frac{V^2}{X_C} = \frac{1}{2}\omega C\hat{V}^2 \end{cases}$.

Potenza Complessa:

- Viene definita come: $\overline{S} = \overline{V}\,\overline{I}^*$ dove $\overline{I}^* = Ie^{-j\varphi_I}$ è il fasore coniugato della corrente.
  - $\overline{S} = Ve^{j\varphi_V} Ie^{-j\varphi_I} = VIe^{j(\varphi_V - \varphi_I)} = VIe^{j\varphi}$ con $\varphi = \varphi_V - \varphi_I$ chiamato **sfasamento**.
  - La potenza complessa può anche essere definita in base all'ampiezza delle sinusoidi della corrente e tensione: $\overline{S} = VIe^{j\varphi} = \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{V}\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{I}e^{j\varphi} = \frac{1}{2}\hat{V}\hat{I}e^{j\varphi}$ ricordando la relazione $V = \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{V}$ che è la medesima per la corrente.
  - Si misura in Volt-Ampere $[\mathrm{VA}]$
- Il modulo della potenza complessa viene definita **potenza apparente** ed è $S = VI = \frac{1}{2}\hat{V}\hat{I}$.
- $\overline{S} = VIe^{j\varphi}$ può essere scritto anche in formula trigonometrica $\overline{S} = VI\cos\varphi + jVI\sin\varphi$ → $\overline{S} = P + jQ$ con:
  - $P = VI\cos\varphi$ è la **potenza attiva**, la parte reale della potenza complessa.
    - Si misura in Watt $[\mathrm{W}]$.
  - $Q = VI\sin\varphi$ è la **potenza reattiva**, la parte immaginaria della potenza complessa.
    - Si misura in Volt-Ampere reattivi $[\mathrm{VAr}]$
- **Schemino riassuntivo:**
  - **Potenza complessa:** $\overline{S} = P + jQ$.
  - **Potenza apparente:** $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$.
  - **Fattore di potenza:** $\cos\varphi = \frac{P}{S}$.
  - **Sfasamento:** $\varphi = \arctan\frac{Q}{P}$.
  - **Potenza attiva:** $P = S\cos\varphi$.
  - **Potenza reattiva:** $Q = S\sin\varphi$.
- **Valori potenze dei componenti circuitali:**
  - **Resistore:** $\begin{cases} P = RI^2 = \frac{V^2}{R} \\ Q = 0 \\ \cos\varphi = 1 \end{cases}$ ricorda che per $V = \frac{\hat{V}}{\sqrt{2}}$ e $I = \frac{\hat{V}}{\sqrt{2}}$ si intendono i valori efficaci.
  - **Induttore:** $\begin{cases} P = 0 \\ Q = X_L I^2 = \frac{V^2}{X_L} \\ \cos\varphi = 0 \end{cases}$.

- **Condensatore:** $\begin{cases} P = 0 \\ Q = X_C I^2 = \dfrac{V^2}{X_C} \\ \cos\varphi = 0 \end{cases}$.
- Il resistore è un componente che assorbe potenza attiva, mentre l'induttore ed il condensatore non assorbono nessuna forma di potenza attiva, mentre immagazzinano potenza reattiva positiva il primo e negativa il secondo.

Conservazione della potenza:

- Il principio di conservazione della potenza già visto per i circuiti in corrente continua rimane valido anche per i circuiti in regime sinusoidale.
- La somma delle potenze complesse deve essere pari a *0*: $\sum_{k=1}^{N} \overline{S}_k = \sum_{k=1}^{N} (P_k + jQ_k) = 0$, bisogna prestare attenzione che la potenza complessa è, come fa intuire il nome, un numero complesso.
- **Teorema di Boucherot:**
  - La somma delle potenze attive è uguale a 0: $\sum_{k=1}^{N} P_k = 0$.
  - La somma delle potenze reattive è uguale a 0: $\sum_{k=1}^{N} Q_k = 0$.