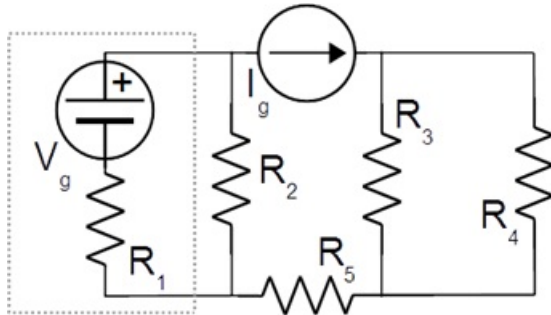


Soluzioni Prova Scritta Elettrotecnica del 20 Luglio 2017 - Compito A

Esercizio n° 1

```
reset();kn:=8;kc:=7;
8
7
```



Dato il circuito in figura, determinare:

- (1) la potenza assorbita dai resistori,
- (2) la potenza generata ed erogata dal generatore di tensione reale contenuto nel rettangolo tratteggiato e formato dal generatore ideale V_g e dalla resistenza R_1 .

DATI $V_g = k_N [V]$, $I_g = k_C [A]$, $R_1 = 1 [\Omega]$,

$R_2 = 2 [\Omega]$, $R_3 = 3 [\Omega]$, $R_4 = 4 [\Omega]$, $R_5 = 5 [\Omega]$

Parametri del circuito (generatori e resistenze)

```
Vg:=kn; Ig:=kc; R1:=1; R2:=2; R3:=3; R4:=4; R5:=5;
G1:=1/R1; G2:=1/R2; G3:=1/R3; G4:=1/R4; G5:=1/R5;
```

Utilizzo il metodo degli anelli con I_a , I_b e I_c correnti di anelli (da sinistra a destra e in senso orario). I_b è nota coincidendo con I_g , I_a e I_c non si sovrappongono su nessun ramo \rightarrow le eq. degli anelli A e C sono indipendenti

```
Ib:=Ig;
Ia:=(Vg+Ig*R2)/(R1+R2);
Ic:=Ig*R3/(R3+R4);
float(Ia); float(Ic)
```

7

$\frac{22}{3}$

3

7.333333333

3.0

Trovate le correnti di anello posso calcolare tutte le potenze dei resistori come $I^2 \cdot R$

```
PR1:=(Ia^2*R1);float(PR1)
```

$$\frac{484}{9}$$

53.77777778

```
PR2:=(Ia-Ib)^2*R2;float(PR2)
```

$$\frac{2}{9}$$

0.2222222222

```
PR3:=(Ib-Ic)^2*R3;float(PR3)
```

48

48.0

```
PR4:=(Ic)^2*R4;float(PR4)
```

36

36.0

```
PR5:=(Ib)^2*R5;float(PR5)
```

245

245.0

Calcolo la potenza totale assorbita dalle resistenze

```
Ptot:=float(expand(PR1+PR2+PR3+PR4+PR5))
```

383.0

Calcolo ora le potenze erogate dai generatori (NOTA: va utilizzata la convenzione dei generatori per i versi).

Per calcolare la potenza del generatore di corrente mi devo prima calcolare la tensione ai suoi capi attraverso

l'applicazione della KVL ad una maglia contenente il generatore, ad esempio l'anello B.

In questo caso $V_{ig}=V_{R3}+V_{R5}+V_{R2}$ dove le tensioni delle resistenze sono prese secondo il verso di I_g

```
Vig:=Ig*(R2+R3+R5)-Ic*R3-Ia*R2; float(Vig)
```

$$\frac{139}{3}$$

46.33333333

```
PIg:=(Vig*(Ig))
```

$$\frac{973}{3}$$

Per calcolare la potenza generata dal generatore di tensione devo invece ricavare I_{Vg} dalle correnti di anello.

In questo caso $I_{Vg}=I_a$ (conv. generatori)

```
IVg:=Ia;
```

$$\frac{22}{3}$$

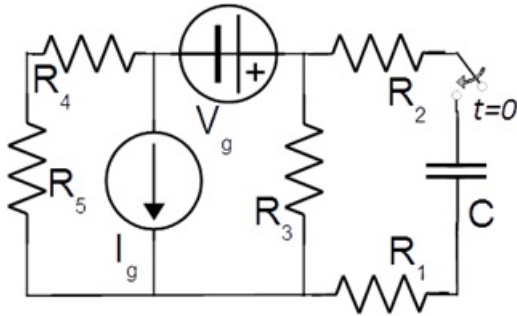
```
PVg:=float(Vg*IVg)
```

58.66666667

Calcolo la potenza totale generata da I_g e V_g che deve essere uguale a quella assorbita dai resistori

```
PtotGen:=float(float(expand(PVg+PIg)))
383.0
```

Esercizio n° 2



Nel circuito in figura l'interruttore è stato aperto per molto tempo. All'istante $t=0$, l'interruttore viene chiuso.

Determinare $v_c(t)$ per $t > 0$, sapendo che all'istante $t=0$ in cui viene connesso il condensatore C

la tensione $v_c(t)$ vale $v_c(t=0^-) = 5[V]$

Rappresentarne poi su un grafico l'andamento temporale.

DATI

$V_g = 5 [V]$, $I_g = k_N [A]$, $R_1 = k_C [\Omega]$, $R_2 = 2[\Omega]$, $R_3 = 2 [\Omega]$, $R_4 = 1 [\Omega]$, $R_5 = 4 [\Omega]$, $C=10[nF]$

```
Vg:=5; Ig:=kn; R1:=kc; R2:=2; R3:=2; R4:=1; R5:=4;
C:=10e-9; V0:=5;
0.00000001
5
```

Devo trovare il circuito equivalente di Thevenin visto ai capi del condensatore C.

Prima calcolo la resistenza di Thevenin.

Disattivo i generatori, sostituisco la capacità con un generatore di corrente di prova I_p ed analizzo come si ripartisce la corrente del generatore:

R_4 e R_5 sono in serie, e la loro serie è in parallelo con R_3 .

La resistenza equivalente R_{eq} a R_3 , R_4 e R_5 è perciò $R_{eq} = ((R_4 + R_5) * R_3) / (R_3 + R_4 + R_5)$.

R_1 e R_2 sono poi in serie con R_{eq} cosicchè $R_{th} = R_{eq} + R_1 + R_2$

```
RTh:=R1+R2+((R4+R5)*R3)/(R3+R4+R5);
float(RTh)
73/7
10.42857143
```

Calcolo poi la tensione di Thevenin ovvero la tensione a vuoto ai capi della capacità.

Staccando la capacità, si vede che R_1 e R_2 non sono percorsi da corrente e quindi trascurabili ai fini del calcolo della tensione,

che coinciderà con la tensione ai capi di R_3

```
Ea:=Vg; Eb:=(Ig*R3+Vg)*(R4+R5)/(R3+R4+R5);
```

5

15

```
Vth:=Ea-Eb; float(Vth)
```

-10

-10.0

```
IN:=Vth/RTh; float(IN)
```

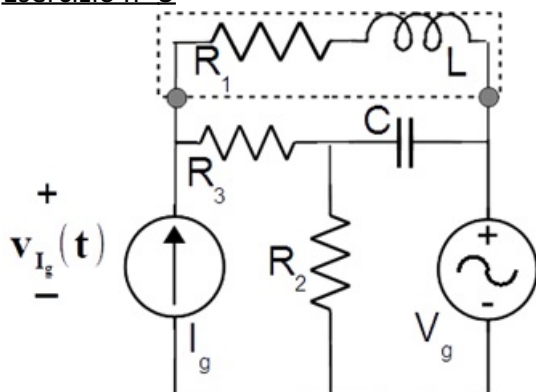
$-\frac{70}{73}$

-0.9589041096

```
tau:=RTh*C
```

0.0000001042857143

Esercizio n° 3



Il circuito in figura si trova in regime permanente sinusoidale.

Determinare: (1) la potenza complessa e la potenza istantanea del bipolo rappresentato dal rettangolo tratteggiato e costituito dalla resistenza R_1

e dall'induttore L e rappresentare l'andamento temporale della potenza istantanea; (2) la tensione $V_{I_g}(t)$ ai capi del generatore di corrente

I_g ed il rispettivo fattore di potenza.

DATI:

$V_g = k_N \cos(\omega t) - k_C \sin(\omega t)$ [V], $I_g = + \cos(\omega t) + \sin(\omega t)$ [A], $R_1 = 1$ [Ω], $R_2 = 4$ [Ω], $R_3 = 2$ [Ω], $C = 0.0025$ [F], $L = 20$ [mH], $\omega = 100$ [rad/s]

Definisco i parametri (fasori e impedenze)

```
Vg:=kn+I*kc; Ig:=1-I*1;
```

```
R1:=1; R2:=4; R3:=2; L:=0.02; C:=0.0025; w:=100;
```

```
ZL:=I*w*L; ZC:=-I/(w*C);
```

$8 + 7i$

$1 - i$

1

4

2

```

0.02
0.0025
100
2.0 i
-4.0 i

```

Applico il metodo degli anelli (IA anello in alto, IB in basso a sinistra, IC in basso a destra. Tutte le correnti scorrono in verso orario)

IB è noto, IB=Ig. Scrivo il sistema risolutivo per IA e IC

```

VGen:=matrix([ [Ig*R3], [-Vg+Ig*(R2)] ]); MCoeff:=matrix([ [R1+R3+ZC+ZL, -ZC
( 2-2 i
-4-11 i )
( 3.0-2.0 i 4.0 i
4.0 i 4.0-4.0 i )
Correnti:=matrix(1/MCoeff*VGen)
( -1.1-1.1 i
-0.225-1.875 i )
IA:=Correnti[1,1];float(IA)
-1.1-1.1 i
-1.1-1.1 i
IC:=Correnti[2,1];float(IB)
-0.225-1.875 i
IB
IB:=Ig;
1-i

```

Calcolo le potenze complesse.

Per il bipolo R1-L utilizzo la formula $S=1/2 |I|^2 * Z$, poi ricavo la potenza istantanea con la formula

$P_{ist}(t)=P_{Attiva}+P_{Attiva}*\cos(2wt+2*Arg(I))-P_{Reattiva}*\sin(2wt+2*Arg(I))$

```

S_R1_L:=1/2*abs(IA)^2*(R1+ZL);
V_R1_L:=IA*(R1+ZL);
v_R1_L:=abs(V_R1_L)*cos(w*t+arg(IA));
p_R1_L:=Re(S_R1_L)+Re(S_R1_L)*cos(2*w*t+2*arg(IA))-Im(S_R1_L)*sin(2*w*t+.
1.21+2.42 i
1.1-3.3 i
3.478505426 cos(100 t - 2.35619449)
1.21 cos(200 t - 4.71238898) - 2.42 sin(200 t - 4.71238898) + 1.21
VIg:=IA*(R1+ZL)+Vg
9.1+3.7 i
S_Ig:=1/2*VIg*conjugate(Ig);

```

$$2.7 + 6.4 i$$

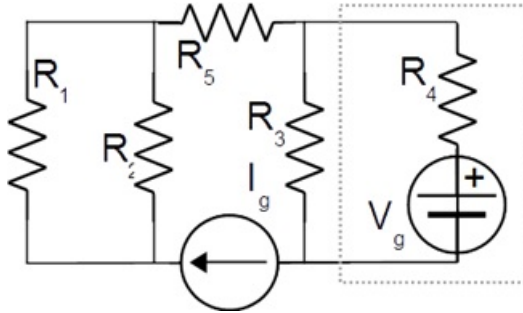
$$\text{PHI} := \text{Re}(S_{Ig}) / \text{abs}(S_{Ig})$$

$$0.3887005054$$

Soluzioni Prova Scritta Elettrotecnica del 20 LUGLIO 2017 - Compito B

Esercizio n° 1

Esercizio n° 1



Dato il circuito in figura, determinare: (1) la potenza assorbita dai resistori, (2) la potenza generata ed erogata dal

generatore di tensione reale contenuto nel rettangolo tratteggiato e formatodal generatore ideale V_g e dalla resistenza R_4 .

DATI

$$V_g = k_V [\text{V}], I_g = k_I [\text{A}], R_1 = 1 [\Omega],$$

$$R_2 = 2 [\Omega], R_3 = 3 [\Omega], R_4 = 4 [\Omega], R_5 = 5 [\Omega]$$

$$V_g := k_V; I_g := k_I; R_1 := 1; R_2 := 2; R_3 := 3; R_4 := 4; R_5 := 5; G_1 := 1/R_1;$$

$$G_2 := 1/R_2; G_3 := 1/R_3; G_4 := 1/R_4; G_5 := 1/R_5;$$

$$I_b := I_g; I_a := I_g * R_2 / (R_2 + R_1); I_c := (-V_g + I_g * R_3) / (R_3 + R_4)$$

$$7$$

$$\frac{14}{3}$$

$$\frac{13}{7}$$

$$\text{float}(I_a); \text{float}(I_c)$$

$$4.666666667$$

$$1.857142857$$

$$PR_1 := (I_a)^2 * R_1; \text{float}(PR_1)$$

$$\frac{196}{9}$$

$$21.77777778$$

$$PR_2 := (I_a - I_b)^2 * R_2; \text{float}(PR_2)$$

$$\frac{98}{9}$$

$$10.88888889$$

$$PR3 := (I_b - I_c)^2 \cdot R_3; \text{float}(PR3)$$

$$\frac{3888}{49}$$

$$79.34693878$$

$$PR4 := (I_c)^2 \cdot R_4; \text{float}(PR4)$$

$$\frac{676}{49}$$

$$13.79591837$$

$$PR5 := (I_g)^2 \cdot R_5; \text{float}(PR5)$$

$$245$$

$$245.0$$

$$P_{tot} := \text{float}(\text{expand}(PR1 + PR2 + PR3 + PR4 + PR5))$$

$$370.8095238$$

$$V_{ig} := (R_2 + R_3 + R_5) \cdot I_g - R_2 \cdot I_a - R_3 \cdot I_c; \text{float}(V_{ig})$$

$$\frac{1157}{21}$$

$$55.0952381$$

$$P_{ig} := (V_{ig} \cdot I_g)$$

$$\frac{1157}{3}$$

$$IV_g := -I_c$$

$$-\frac{13}{7}$$

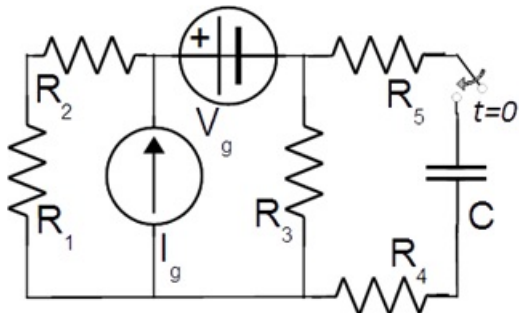
$$PV_g := \text{float}(V_g \cdot IV_g)$$

$$-14.85714286$$

$$P_{totGen} := \text{float}(\text{float}(\text{expand}(PV_g + P_{ig})))$$

$$370.8095238$$

Esercizio n° 2



Nel circuito in figura l'interruttore è stato aperto per molto tempo. All'istante $t=0$, l'interruttore viene chiuso. Determinare $v_C(t)$ per $t > 0$, sapendo che all'istante $t=0$ in cui viene connesso il condensatore la tensione $v_C(t)$ vale $v_C(t=0^-) = 3[V]$, Rappresentarne poi su un grafico l'andamento temporale.

DATI $V_g = k_N [V]$, $I_g = 1 [A]$, $R_1 = 1 [\Omega]$, $R_2 = 4 [\Omega]$, $R_3 = 2 [\Omega]$, $R_4 = 2 [\Omega]$, $R_5 = k_C [\Omega]$, $C = 20 [nF]$

```
Vg:=kn;; Ig:=2;; R1:=2;; R2:=4;; R3:=5;; R4:=kc;; L:=50e-6;I0:=10;
RTh:=(R2+(R1*R3)/(R1+R3)+R4;float(RTh)
```

```
0.00005
```

```
10
```

```
 $\frac{87}{7}$ 
```

```
12.42857143
```

```
VGen:=matrix([[Vg+Ig*R3],[Ig*R4]]); MCoeff:=matrix([[R1+R3, -R1],[-R1 ,R
```

```
 $\begin{pmatrix} 18 \\ 14 \end{pmatrix}$ 
```

```
 $\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -2 & 13 \end{pmatrix}$ 
```

```
Correnti:=matrix(1/MCcoeff*VGen)
```

```
 $\begin{pmatrix} \frac{262}{87} \\ \frac{134}{87} \end{pmatrix}$ 
```

```
In:=expand(Correnti[2,1]);
```

```
 $\frac{134}{87}$ 
```

```
float(In);VTh:=float(In*RTh)
```

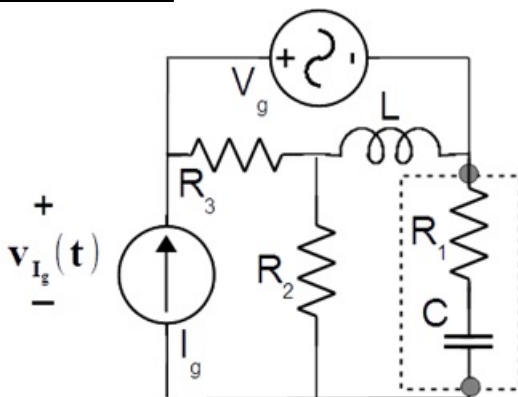
```
1.540229885
```

```
19.14285714
```

```
tau:=L/RTh
```

```
0.000004022988506
```

Esercizio n° 3



Il circuito in figura si trova in regime permanente sinusoidale.

Determinare: (1) la potenza complessa e la potenza istantanea del bipolo rappresentato dal rettangolo tratteggiato e costituito dalla resistenza R_1

e dal capacitore C e rappresentare l'andamento temporale della potenza istantanea; (2) la tensione $V_{I_g}(t)$ ai capi del generatore di corrente

I_g ed il rispettivo fattore di potenza.

DATI:

$V_g = k_N \cos(\omega t) + k_C \sin(\omega t)$ [V], $I_g = + \cos(\omega t) - \sin(\omega t)$ [A], $R_1 = 1$ [Ω], $R_2 = 2$ [Ω], $R_3 = 4$ [Ω], $C = 0.0025$ [F],
 $L = 20$ [mH], $\omega = 200$ [rad/s]

```
Vg:=kn-I*kc; Ig:=1+I*1; R1:=1; R2:=2; R3:=4; L:=0.02; C:=0.0025; w:=200;
ZL:=I*w*L; ZC:=-I/(w*C);
8-7i
1+i
1
2
4
0.02
0.0025
200
4.0i
-2.0i
VGen:=matrix([-Vg+Ig+R3],[Ig*(R2)]); MCoef:=matrix([R3+ZL, -ZL],[-ZL
(-3+8i)
(2+2i)
(4.0+4.0i -4.0i)
(-4.0i 3.0+2.0i)
Correnti:=matrix(1/MCoef*VGen)
(-0.175+1.475i)
(-0.7+0.9i)
IA:=Correnti[1,1]; float(IA)
-0.175+1.475i
-0.175+1.475i
IB:=Ig; IC:=Correnti[2,1]; float(IC)
1+i
-0.7+0.9i
-0.7+0.9i
S_R1_C:=1/2*abs(IC)^2*(R1+ZC);
V_R1_C:=IC*(R1+ZC);
v_R1_C:=abs(V_R1_C)*cos(w*t+arg(IC));
p_R1_C:=Re(S_R1_C)+Re(S_R1_C)*cos(2*w*t+2*arg(IC))-Im(S_R1_C)*sin(2*w*t+.
0.65-1.3i
1.1+2.3i
2.549509757 cos(200 t + 2.231839496)
0.65 cos(400 t + 4.463678991) + 1.3 sin(400 t + 4.463678991) + 0.65
```

```
[ Vlg:=Vg+V_R1_C
  9.1-4.7i
[ S_Ig:=1/2*Vlg*conjugate(Ig);
  2.2-6.9i
[ PHI_Ig:=Re(S_Ig)/abs(S_Ig)
  0.3037735346
[
```