



**Linearità**

Un sistema è lineare se soddisfa le proprietà di omogeneità e addittività  
**Linearità=omogeneità+addittività**

→ **Omogeneità**: se l'ingresso viene moltiplicato per un fattore costante, l'uscita risulta moltiplicata per lo stesso fattore

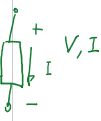
$v=iR \longrightarrow kiR=kv$

→ **Addittività**: la risposta alla somma di più ingressi è pari alla somma delle risposte agli ingressi applicati separatamente

Se abbiamo  $v_1 = i_1 R$   
 $v_2 = i_2 R$

Applicando  $i_1 + i_2$  otteniamo:  
 $v = (i_1 + i_2)R = i_1 R + i_2 R = v_1 + v_2$

Da un punto di vista matematico, un sistema lineare è descritto da un sistema di equazioni differenziali lineari.



## Linearità

Un circuito lineare è costituito da elementi lineari (resistori, condensatori e induttori, generatori dipendenti lineari) e da generatori indipendenti.

Gli ingressi di un circuito lineare sono rappresentati dai generatori indipendenti. Le uscite di un circuito lineare sono di solito le tensioni e le correnti.

Per ottenere il sistema di equazioni lineari che descrive un Circuito Resistivo Lineare (composto solo da generatori e resistori) è sufficiente applicare le 2 leggi di Kirchhoff e la legge di Ohm.

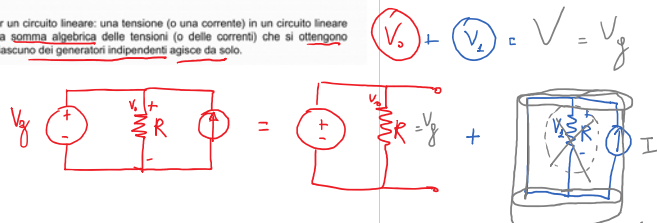
Esistono teoremi delle reti lineari che consentono di ridurre la complessità del circuito da analizzare.

- resistenze in serie; ←
- resistenze in parallelo; ←
- principio di sovrapposizione degli effetti; ←
- teorema di Thevenin;
- teorema di Norton;
- teorema di Millman.

## Sovrapposizione degli effetti

Il principio di sovrapposizione degli effetti (PSE) afferma che l'effetto dovuto all'azione di più cause concomitanti è pari alla somma degli effetti che si ottengono quando ciascuna causa agisce da sola.

Il PSE per un circuito lineare: una tensione (o una corrente) in un circuito lineare è pari alla somma algebrica delle tensioni (o delle correnti) che si ottengono quando ciascuno dei generatori indipendenti agisce da solo.



## Sovrapposizione degli effetti

Il PSE non può essere usato per calcolare direttamente la potenza su un elemento!  
(La potenza non è una funzione lineare di tensioni e correnti)

Se su un resistore abbiamo una corrente  $i_1$  dovuta all'azione di un generatore e una corrente  $i_2$  dovuta all'azione di un altro generatore, non possiamo calcolare le singole potenze e poi sommarle, perché:

$$\begin{cases} p_1 = R i_1^2 \\ p_2 = R i_2^2 \end{cases}$$

Ma la potenza effettiva sul resistore sarà

$$p = R (i_1 + i_2)^2 \neq p_1 + p_2$$

Possiamo quindi calcolare la corrente (o la tensione) TOTALE sul resistore e poi usarla per calcolare la potenza

$$P_R = R \cdot i^2 = \frac{V^2}{R}$$

$$P_{REALE} = R (i_1 + i_2)^2 = R i_1^2 + R i_2^2 + 2 R i_1 i_2$$

$$\sum \pm$$

## Sovrapposizione degli effetti

Applicazione del PSE

1. Spegner tutti i generatori indipendenti eccetto uno.
2. Calcolare il valore dell'uscita (tensione o corrente) dovuto al solo generatore funzionante.
3. Ripetere i passi precedenti per ciascuno degli altri generatori indipendenti.
4. Calcolare il contributo totale sommando algebricamente tutti i contributi dei generatori indipendenti (fare attenzione ai versi).

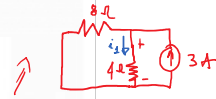
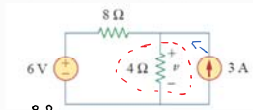
Spegnimento dei generatori

	acceso	speinto
generatore di tensione	$v = \text{circled } 1$	$v = 0$
generatore di corrente	$i = \text{circled } 1$	$i = 0$

0 0 0

## Sovrapposizione degli effetti

Esercizio  
Dato il circuito sottostante usare il PSE per trovare  $v$



$$i_2 = 3A \cdot \frac{8\Omega}{(8+4)\Omega} = 2A$$

$$v_2 = i_2 \cdot 4\Omega = 8V$$

PARTITORE  
TENSIONE

$$v_1 = V_s \frac{4\Omega}{(8+4)\Omega} = \frac{6V \cdot 4\Omega}{12\Omega} = 2V$$

$$V_{Tot} = v_1 + v_2 = 10V$$

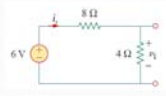
## Sovrapposizione degli effetti

Soluzione

Spegliamo il generatore di corrente

$$12i_1 - 6 = 0 \Rightarrow i_1 = 0.5A$$

$$v_1 = 4i_1 = 2V$$

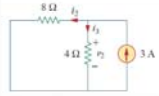


Spegliamo il generatore di tensione

$$i_3 = \frac{8}{4+8}(3) = 2A$$

$$v_2 = 4i_3 = 8V$$

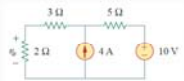
$$v = v_1 + v_2 = 2 + 8 = 10V$$



## Sovrapposizione degli effetti

Esercizio

Dato il circuito sottostante usare il PSE per trovare  $V_0$

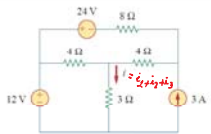


Soluzione  
 $V_0=6V$

## Sovrapposizione degli effetti

Esercizio

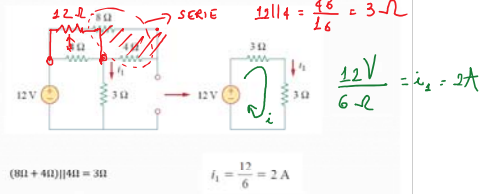
Dato il circuito sottostante usare il PSE per trovare  $i$



## Sovrapposizione degli effetti

Soluzione

Spegniamo il generatore di corrente e quello di tensione da 24V



## Sovrapposizione degli effetti

Soluzione (continua)

Spegniamo il generatore di corrente e quello di tensione da 12V

$$4\Omega || 3\Omega = 1,71\Omega$$

$$i_o = \frac{-24V}{8\Omega + 4\Omega + 1,71\Omega} = -1,75A$$

Partitore di corrente nodo b

$$i_2 = \frac{4\Omega}{4\Omega + 3\Omega} i_o = -1A$$

Handwritten notes:

$$i_2 = -1A$$

$$\uparrow = 1A$$



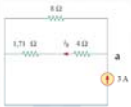
## Sovrapposizione degli effetti

Soluzione (continua)

Spegliamo i generatori di tensione e lasciamo solo quello di corrente  
 $4\Omega || 3\Omega = 1,71\Omega$

Partitore di corrente al nodo a

$$i_b = \frac{0\Omega}{8\Omega + 4\Omega + 1,71\Omega} 3A \approx 1,75A$$



$$i_3 = 1,75A$$

## Sovrapposizione degli effetti

Soluzione (continua)

Il circuito può essere ridisegnato come in figura a destra.  
 Possiamo usare un partitore di corrente per ricavare  $i_3$  al nodo b



Partitore di corrente nodo b

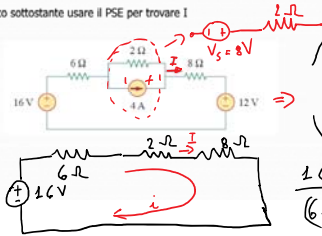
$$i_3 = \frac{4\Omega}{4\Omega + 3\Omega} i_b = 1A \leftarrow$$

Sommiamo tutte e tre le componenti dovute all'azione di ogni singolo generatore per ottenere la corrente totale sulla resistenza da  $3\Omega$

$$i = i_1 + i_2 + i_3 = 2 - 1 + 1 = 2A$$

## Sovrapposizione degli effetti

Esercizio  
Dato il circuito sottostante usare il PSE per trovare  $I$



①

Soluzione  
 $I = 0,75A$

$$\textcircled{a} \quad i \cdot 6 - 8 \cdot i + 8 \cdot i + 12 - 16 = 0$$

$$i(6 + 2 + 8) = 12 \Rightarrow \frac{12}{16} = \frac{3}{4} [A]$$

$$\Sigma P_{\text{ASS}} > 0 \text{ ASS.}$$

$$P_{R_1} = R_1 \cdot i^2 = 3,37 [W]$$

$$P_{R_2} = R_2 \cdot i^2 = 1,125 [W]$$

$$P_{R_3} = R_3 \cdot i^2 = 4,5 [W]$$

$$\stackrel{!}{=} 9 [W]$$

$$\Sigma P_{\text{GEN}}$$

$$P_{V_1}^g = V_1^g \cdot i \quad \text{GENERATA}$$

$$\uparrow \oplus \ominus 16V = 16V \cdot 0,75A = 12 [W]$$

$$P_{V_2}^g = V_2^g \cdot i \quad \text{GENERATA}$$

$$\uparrow \oplus \ominus 8V = 8V \cdot 0,75A = 6 [W]$$

$$P_{V_3}^g = -V_3^g \cdot i \quad \downarrow \oplus \ominus 12V = -\text{GENERATA} = \text{ASSORBITA} = -9 [W]$$

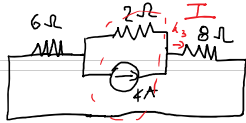
$$9 [W] \cong 9 [W]$$

②



$$\frac{12V}{(6+2+8)\Omega} = 1A \quad [\rightarrow]$$

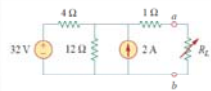
③



$$\vec{I} = \vec{i}_1 + \vec{i}_2 + \vec{i}_3 = 1 - 0,75 + 0,5 = 0,75 A$$

$$i_3 = 4A \cdot \frac{2\Omega}{2+8\Omega} = 0,5A \quad [\rightarrow]$$

## Sovrapposizione degli effetti



$$R_2 = R_1 \parallel R_2$$

$$R_{AB} = \frac{R_2 \cdot R_1}{R_2 + R_1}$$

$$R_2 = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_3 = R_4 \parallel R_5$$

$$R_6 = R_3 + R_4$$

$$\frac{1}{R_7} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}$$

$$\downarrow$$

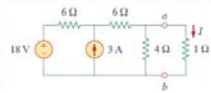
$$R_8$$



## Sovrapposizione

Esercizio

Determinare  $I$  con PSE



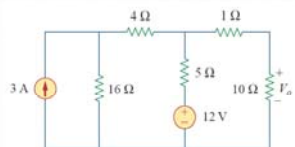
Soluzione

$$I = 2.25 \text{ A.}$$

## Sovrapposizione

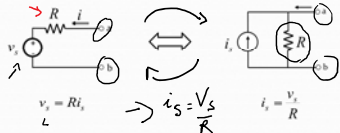
Esercizio

Determinare  $V_0$  con PSE



## Trasformazione di generatori

Una **trasformazione di generatori** è l'operazione di sostituzione di un generatore di tensione  $v_s$  in serie a un resistore  $R$  con un generatore di corrente  $i_s$  in parallelo a un resistore  $R$ , o viceversa.

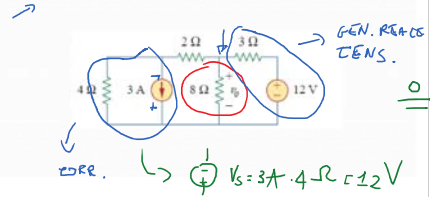


La trasformazione si applica anche ai generatori dipendenti ma **NON SI APPLICA AI GENERATORI IDEALI DI TENSIONE E CORRENTE** (cioè solo al generatore senza resistenza)

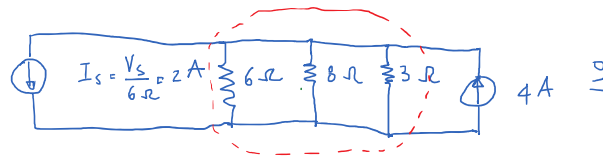
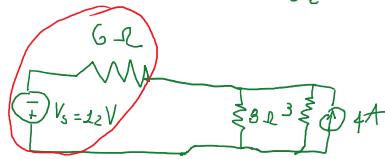
## Trasformazione di generatori

Esercizio

Usare la trasformazione dei generatori per trovare  $v_o$  nel circuito in figura



$$i_s = \frac{V}{3\Omega} = 4A$$



$$I_1 = 2A \cdot \frac{2\Omega}{(8+2)\Omega} = \frac{2}{5} [A]$$

$$V_o = 16V$$

$$-I_{L_1} \left| \frac{6+3}{6+3} \right|$$

$$(8+2) \cdot 2$$

$$R = 8 \Omega, I_L = \frac{2}{5} [A] \Rightarrow V_o = \frac{16}{5} V$$

## Trasformazione di generatori

Soluzione



$$4\Omega + 2\Omega = 6\Omega$$

E poi ritrasformiamo il generatore di tensione in corrente



$$6\Omega || 3\Omega = 2\Omega$$

E sommiamo i generatori di corrente perché sono in parallelo



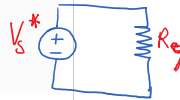
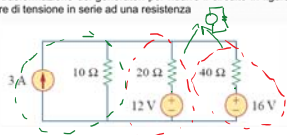
$$I = \frac{-2}{2+8} (2) = 0.4 A$$

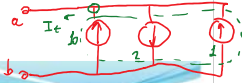
$$V_o = 8I = 8(0.4) = 3.2 V$$

## Trasformazione di generatori

Esercizio

Usare la trasformazione dei generatori per ridurre il circuito in figura ad un solo generatore di tensione in serie ad una resistenza





## Trasformazione di generatori

Soluzione

Convertiamo i generatori di tensione in corrente



Le resistenze sono in parallelo e possiamo trovarne l'equivalente. I generatori di corrente sono in parallelo e si possono sommare.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{40} = 0.1 + 0.05 + 0.025 = 0.175 \rightarrow R_{eq} = 5.714 \Omega$$

$$I_{eq} = 3 + 0.6 + 0.4 = 4A$$



$$V_c R \cdot I$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$