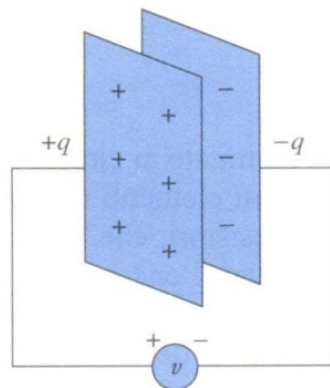


Condensatori e induttori

Condensatore: relazione tensione-carica

Un condensatore consiste di due armature di materiale conduttore separate da un isolante (dielettrico) ed è in grado di accumulare energia elettrica.

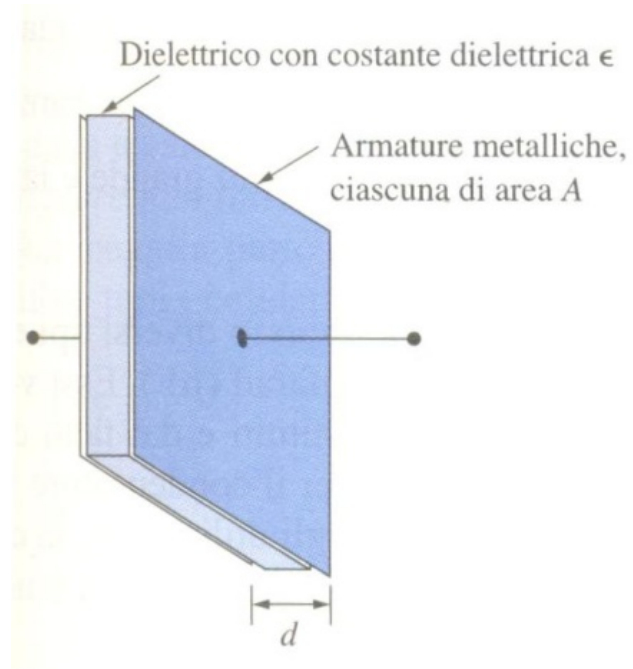


La **capacità** è il rapporto fra la carica su un'armatura di un condensatore e la differenza di potenziale fra le armature. Essa si misura in Farad (F).

$$C \equiv \frac{q}{v}$$

$$1F \equiv 1 \frac{C}{V}$$

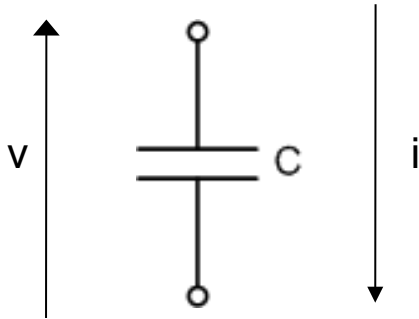
Condensatore a facce piane e parallele



$$C = \frac{\epsilon A}{d}$$

Condensatore: relazione tensione-corrente

Convenzione degli utilizzatori



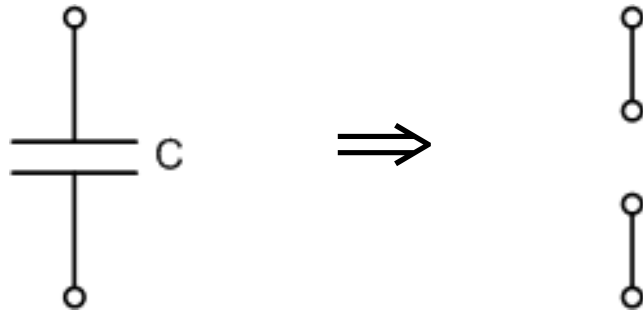
$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cv)}{dt} \Rightarrow i = C \frac{dv}{dt}$$

$$v = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i dt + v(t_0)$$

La tensione su un condensatore non può variare istantaneamente, in quanto sarebbe richiesta una corrente infinita.

Condensatore in regime stazionario

v costante nel tempo $\Rightarrow i=0$ (circuito aperto)



Condensatore: potenza ed energia

Potenza istantanea fornita al condensatore

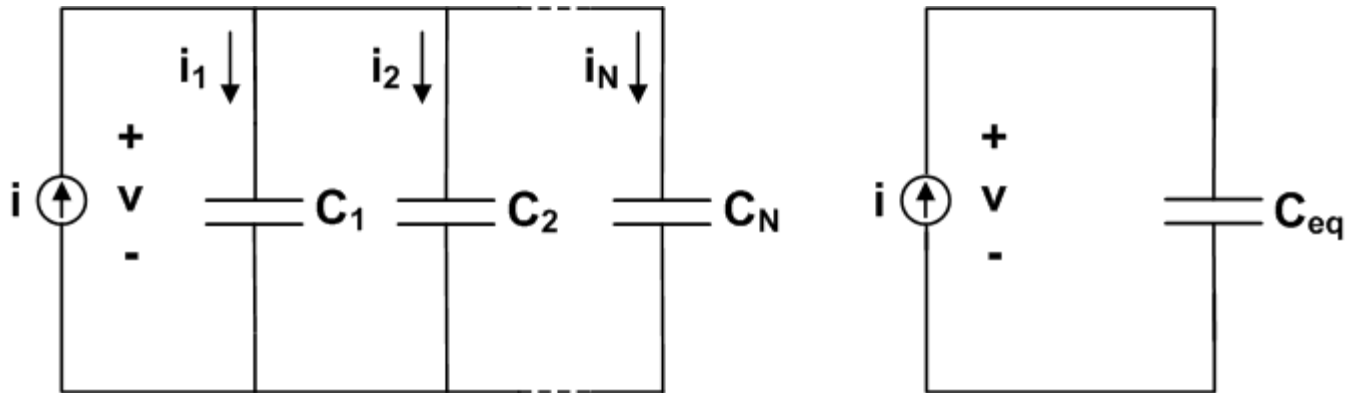
$$p = vi = Cv \frac{dv}{dt}$$

Energia immagazzinata nel condensatore

$$w = \int_{-\infty}^t p dt = C \int_{-\infty}^t v \frac{dv}{dt} dt = C \int_{-\infty}^t v dv \Rightarrow w = \frac{1}{2} Cv^2$$

Condensatori in parallelo

La capacità equivalente di N condensatori collegati in parallelo è pari alla somma delle singole capacità.



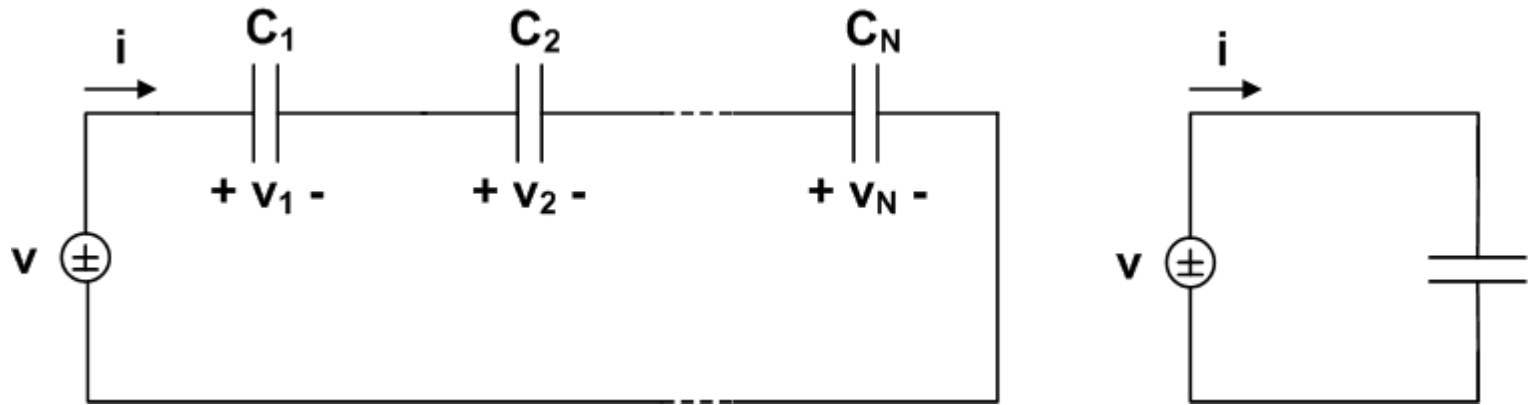
$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_N$$

$$i = C_1 \frac{dv}{dt} + C_2 \frac{dv}{dt} + \dots + C_N \frac{dv}{dt} = C_{eq} \frac{dv}{dt}$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_N$$

Condensatori in serie

La capacità equivalente di N condensatori collegati in serie è pari al reciproco della somma dei reciproci delle singole capacità.



$$v = v_1 + v_2 + \dots + v_N$$

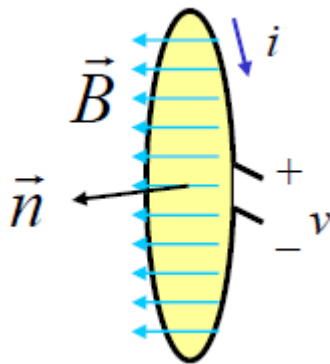
$$\begin{aligned} v &= \frac{1}{C_1} \int_{t_0}^t i(t) dt + v_1(t_0) + \frac{1}{C_2} \int_{t_0}^t i(t) dt + v_2(t_0) + \dots + \frac{1}{C_N} \int_{t_0}^t i(t) dt + v_N(t_0) = \\ &= \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N} \right) \int_{t_0}^t i(t) dt + v_1(t_0) + v_2(t_0) + \dots + v_N(t_0) = \frac{1}{C_{eq}} \int_{t_0}^t i(t) dt + v(t_0) \end{aligned}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N}$$

Induttore: relazione flusso-corrente

Un **induttore** consiste di un filo (tipicamente avvolto in più spire) percorso da corrente ed è in grado di accumulare energia magnetica.

L'**induttanza** è il rapporto tra il flusso del campo magnetico e la corrente. Essa si misura in Henry (H).

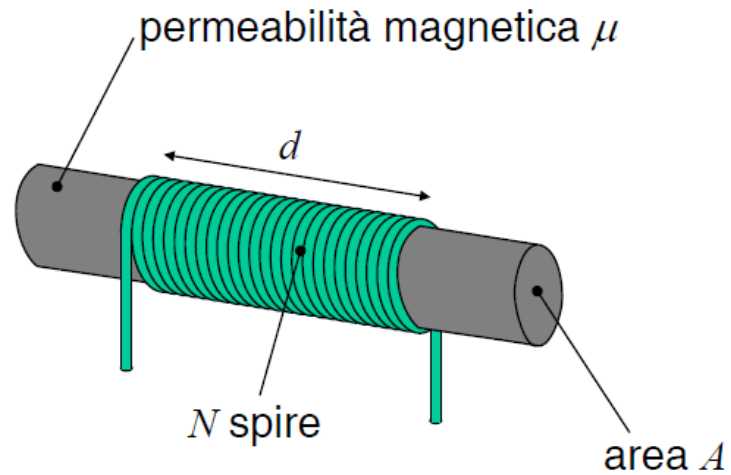


$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS$$

$$L \equiv \frac{\Phi}{i}$$

$$1H \equiv 1 \frac{Vs}{A}$$

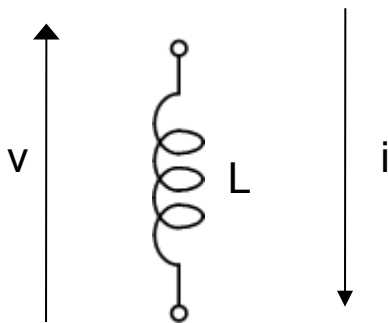
Induttore a bobina



$$L = \frac{N^2 \mu A}{d}$$

Induttore: relazione corrente-tensione

Convenzione degli utilizzatori



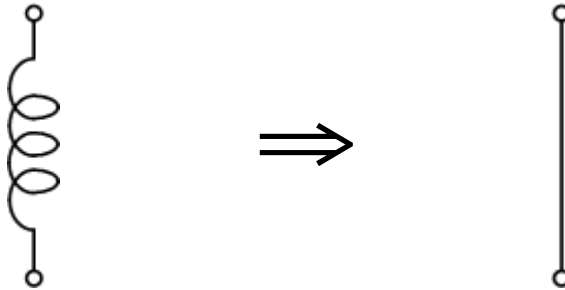
$$v = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(Li)}{dt} \Rightarrow v = L \frac{di}{dt}$$

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v(t) dt + i(t_0)$$

La corrente in un induttore non può variare istantaneamente, in quanto sarebbe richiesta una tensione infinita.

Induttore in regime stazionario

i costante nel tempo $\Rightarrow v=0$ (corto circuito)



Induttore: potenza ed energia

Potenza istantanea fornita all'induttore

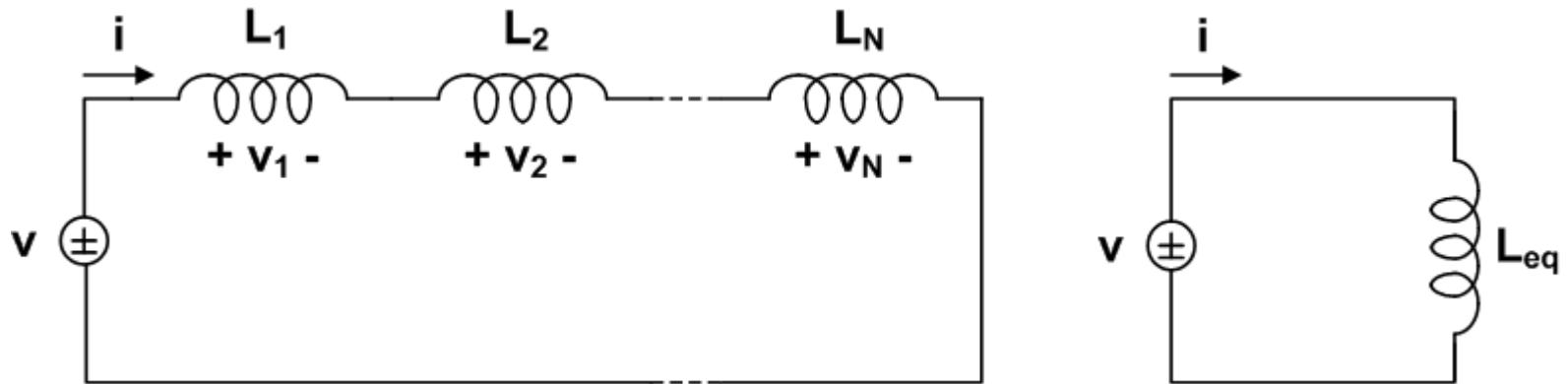
$$p = vi = Li \frac{di}{dt}$$

Energia immagazzinata nell'induttore

$$w = \int_{-\infty}^t p dt = L \int_{-\infty}^t i \frac{di}{dt} dt = L \int_{-\infty}^t i di \Rightarrow w = \frac{1}{2} Li^2$$

Induttori in serie

L'induttanza equivalente di N induttori collegati in serie è pari alla somma delle singole induttanze.



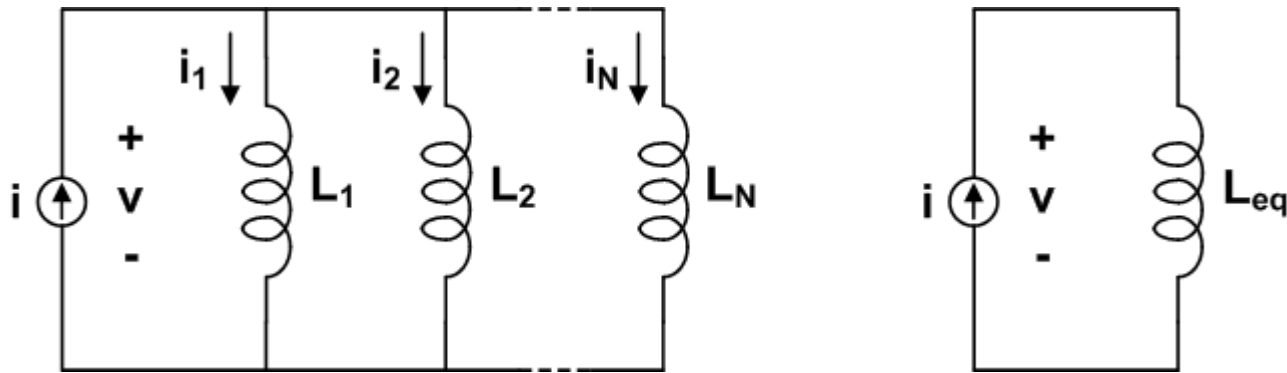
$$v = v_1 + v_2 + \dots + v_N$$

$$v = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + \dots + L_N \frac{di}{dt} = L_{eq} \frac{di}{dt}$$

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + \dots + L_N$$

Induttori in parallelo

L'induttanza equivalente di N induttori collegati in parallelo è pari al reciproco della somma dei reciproci delle singole induttanze.



$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_N$$

$$\begin{aligned} i &= \frac{1}{L_1} \int_{t_0}^t v(t) dt + i_1(t_0) + \frac{1}{L_2} \int_{t_0}^t v(t) dt + i_2(t_0) + \dots + \frac{1}{L_N} \int_{t_0}^t v(t) dt + i_N(t_0) = \\ &= \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_N} \right) \int_{t_0}^t v(t) dt + i_1(t_0) + i_2(t_0) + \dots + i_N(t_0) = \frac{1}{L_{eq}} \int_{t_0}^t v(t) dt + i(t_0) \end{aligned}$$

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_N}$$

Riepilogo connessioni serie e parallelo

	SERIE	PARALLELO
RESISTORI	$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_N$	$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}$
CONDENSATORI	$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N}$	$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_N$
INDUTTORI	$L_{eq} = L_1 + L_2 + \dots + L_N$	$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_N}$