

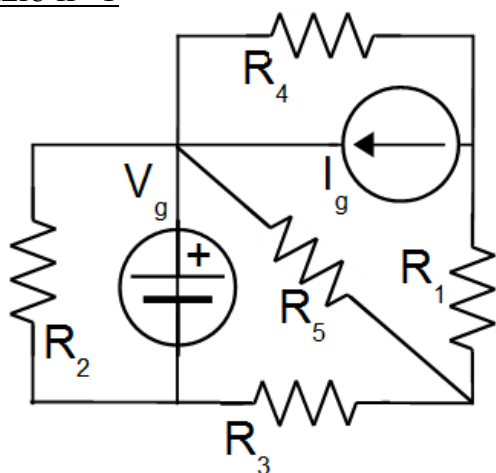
# Elettrotecnica (LT Ing. Elettronica – LT Ing. Informatica) -Prova scritta del 13/06/2017 -A

NOME	COGNOME	DATA DI NASCITA	MATRICOLA	CORSO DI LAUREA

In riferimento ad entrambi gli esercizi, si considerino le seguenti due costanti:

☐  $k_N$  pari al numero di lettere del proprio nome; ☐  $k_C$  pari al numero di lettere del proprio cognome.

## Esercizio n° 1

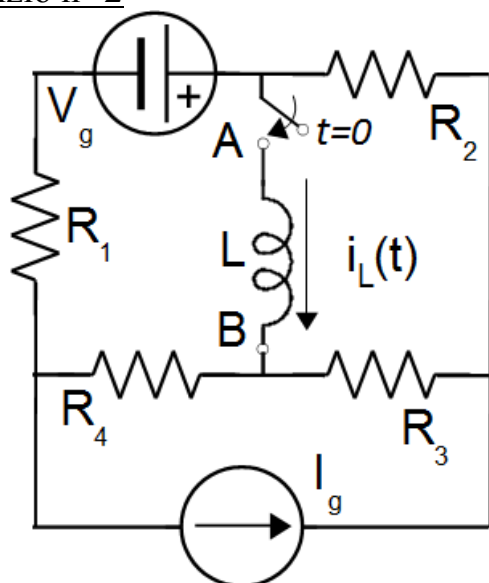


Dato il circuito in figura, determinare la potenza assorbita dai resistori e la potenza generata dai generatori  $V_g$  e  $I_g$

DATI

$V_1 = k_N$  [V],  $I_1 = k_C$  [A],  $R_1 = 1$  [ $\Omega$ ],  
 $R_2 = 2$  [ $\Omega$ ],  $R_3 = 2$  [ $\Omega$ ],  $R_4 = 5$  [ $\Omega$ ],  $R_5 = 5$  [ $\Omega$ ]

## Esercizio n° 2

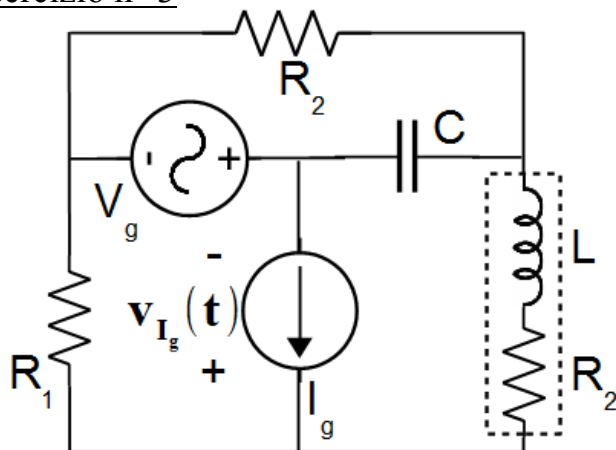


Nel circuito in figura l'interruttore è stato aperto per molto tempo. All'istante  $t=0$ , l'interruttore viene chiuso. Determinare  $i_L(t)$  per  $t > 0$ , sapendo che all'istante  $t=0$  in cui viene connesso l'induttore  $L$  la corrente  $i_L(t)$  vale  $i_L(t=0^-) = k_C$  [A], Rappresentarne poi su un grafico l'andamento temporale.

DATI

$V_g = k_N$  [V],  $I_g = 5$  [A],  $R_1 = 1$  [ $\Omega$ ],  $R_2 = 5$  [ $\Omega$ ],  
 $R_3 = 2$  [ $\Omega$ ],  $R_4 = 4$  [ $\Omega$ ],  $L = 2$  [mH]

## Esercizio n° 3



Il circuito in figura si trova in regime permanente sinusoidale.

Determinare: (1) la potenza attiva e reattiva assorbita e scambiata dal bipolo  $L$ - $R_2$  contenuto nel rettangolo tratteggiato e rappresentarne l'andamento temporale della potenza istantanea; (2) la tensione  $v_{I_g}(t)$  ai capi del generatore di corrente

DATI:

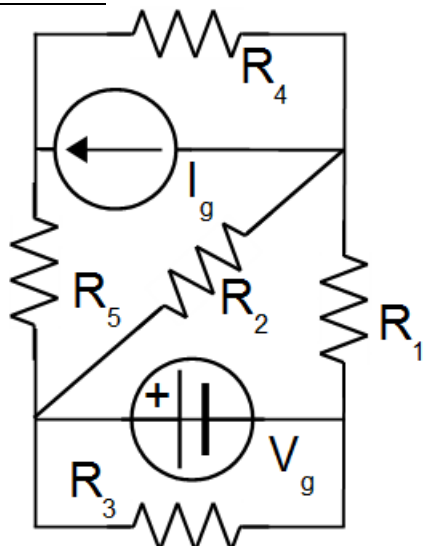
$V_g = \cos(\omega t) + \sin(\omega t)$  [V],  $I_1 = \frac{k_N}{\sqrt{2}} \cos(\omega t - \frac{\pi}{4})$  [A],  
 $R_1 = 1$  [ $\Omega$ ],  $R_2 = 2$  [ $\Omega$ ],  $C = 2$  [F],  $L = 1$  [H],  
 $\omega = 1$  [rad/s]

NOME	COGNOME	DATA DI NASCITA	MATRICOLA	CORSO DI LAUREA

In riferimento ad entrambi gli esercizi, si considerino le seguenti due costanti:

☐  $k_N$  pari al numero di lettere del proprio nome; ☐  $k_C$  pari al numero di lettere del proprio cognome.

### Esercizio n° 1

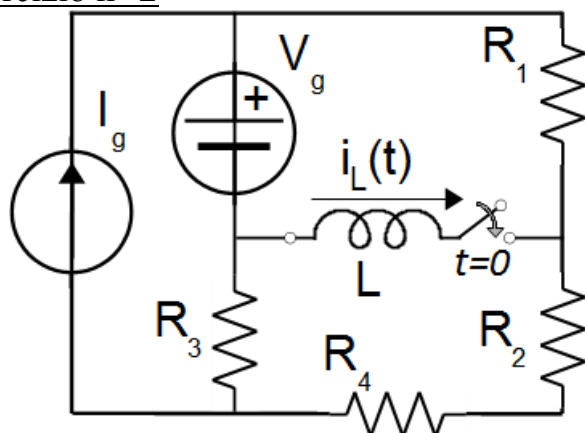


Dato il circuito in figura, determinare la potenza assorbita dai resistori e la potenza generata dai generatori  $V_g$  e  $I_g$

DATI

$V_1 = k_N$  [V],  $I_1 = k_C$  [A],  $R_1 = 5$  [ $\Omega$ ],  
 $R_2 = 5$  [ $\Omega$ ],  $R_3 = 2$  [ $\Omega$ ],  $R_4 = 4$  [ $\Omega$ ],  $R_5 = 1$  [ $\Omega$ ]

### Esercizio n° 2

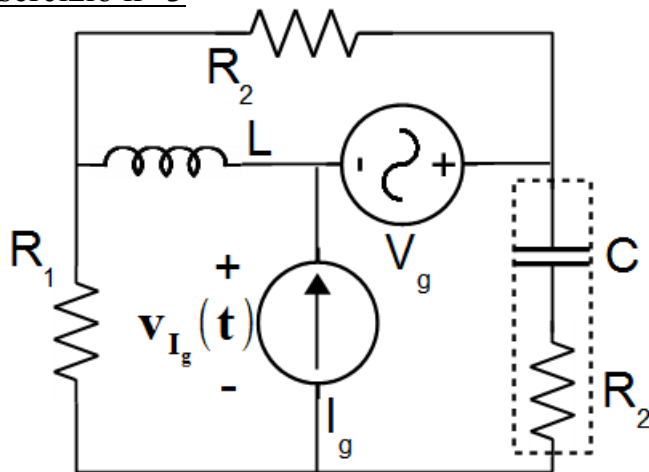


Nel circuito in figura l'interruttore è stato aperto per molto tempo. All'istante  $t=0$ , l'interruttore viene chiuso. Determinare  $i_L(t)$  per  $t > 0$ , sapendo che all'istante  $t=0$  in cui viene connesso l'induttore L la corrente  $i_L(t)$  vale  $i_L(t=0^-) = k_C$  [A], Rappresentarne poi su un grafico l'andamento temporale.

DATI

$V_g = k_N$  [V],  $I_g = 5$  [A],  $R_1 = 2$  [ $\Omega$ ],  $R_2 = 1$  [ $\Omega$ ],  
 $R_3 = 4$  [ $\Omega$ ],  $R_4 = 5$  [ $\Omega$ ],  $L = 2$  [mH]

### Esercizio n° 3



Il circuito in figura si trova in regime permanente sinusoidale.

Determinare: (1) la potenza attiva e reattiva assorbita e scambiata dal bipolo C- $R_2$  contenuto nel rettangolo tratteggiato e rappresentarne l'andamento temporale della potenza istantanea; (2) la tensione  $v_{I_g}(t)$  ai capi del generatore di corrente

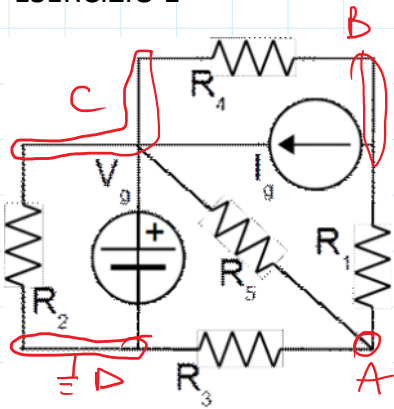
DATI:

$V_g = \cos(\omega t) - \sin(\omega t)$  [V],  $I_1 = \frac{k_N}{\sqrt{2}} \cos(\omega t + \frac{\pi}{4})$  [A],  $R_1 = 2$  [ $\Omega$ ],  $R_2 = 1$  [ $\Omega$ ],  $C = 2$  [F],  $L = 1$  [H],  $\omega = 1$  [rad/s]

# COMPITO A

13 June 2017 23:11

## ESERCIZIO 1



Dato il circuito in figura, determinare la potenza assorbita dai resistori e la potenza generata dai generatori  $V_g$  e  $I_g$

DATI

$V_1 = k_N [V]$ ,  $I_1 = k_C [A]$ ,  $R_1 = 1 [\Omega]$ ,  
 $R_2 = 2 [\Omega]$ ,  $R_3 = 2 [\Omega]$ ,  $R_4 = 5 [\Omega]$ ,  $R_5 = 5 [\Omega]$

SVOLGIMENTO (METODO BASE NODI)

$$e_B = 0 \quad e_C = V_g$$

$$e_A \text{ e } e_B \text{ incogniti}$$

$$\text{Nodo A} \rightarrow (e_A - e_B)G_3 + (e_A - e_C)G_5 + (e_A - e_0)G_1 = 0$$

$$\text{Nodo B} \rightarrow (e_B - e_C)G_4 + I_g + (e_B - e_A)G_1 = 0$$

$$\begin{bmatrix} G_1 + G_3 + G_5 & -G_1 \\ -G_1 & G_1 + G_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_A \\ e_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_g G_5 \\ V_g G_4 - I_g \end{bmatrix}$$

$$G_1 = 1 \quad G_2 = \frac{1}{2} \quad G_3 = \frac{1}{2} \quad G_4 = \frac{1}{5} \quad G_5 = \frac{1}{5} \quad [S]$$

$$\begin{bmatrix} \frac{17}{10} & -1 \\ -1 & \frac{6}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_A \\ e_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_N}{5} \\ \frac{k_N}{5} - k_C \end{bmatrix}$$

$$e_A = \frac{11k_N - 25k_C}{26} \quad ; \quad e_B = \frac{27k_N - 85k_C}{52}$$

POTENZE RESISTORI: FORMULA  $P_R = \frac{V_R^2}{R}$

$$PR1 := (e_A - e_B)^2 * G1 \quad PR4 := (e_B - V_g)^2 * G4$$

$$\left( \frac{35k_C}{52} - \frac{5k_N}{52} \right)^2 \quad \frac{\left( \frac{85k_C}{52} + \frac{25k_N}{52} \right)^2}{5}$$

$$PR2 := (V_g - 0)^2 * G2 \quad PR5 := (e_A - V_g)^2 * G5$$

$$\frac{k_N^2}{2} \quad \frac{\left( \frac{25k_C}{26} + \frac{15k_N}{26} \right)^2}{5}$$

$$PR3 := (e_A - 0)^2 * G3 \quad P_{tot} := \text{expand}(PR1 + PR2 + PR3 + PR4 + PR5)$$

$$\frac{\left( \frac{25k_C}{26} - \frac{11k_N}{26} \right)^2}{2} \quad \frac{85k_C^2}{52} + \frac{37k_N^2}{52} = \sum_{\alpha} P_{R\alpha}$$

# POTENZE GENERATORI (CONVENZIONE GENERATORI)

$$V_{ig} := V_g - E_B$$

$$\frac{85 \text{ ke}}{52} + \frac{25 \text{ kn}}{52}$$

$$P_{ig} := V_{ig} \cdot (I_g)$$

$$k_c \left( \frac{85 \text{ ke}}{52} + \frac{25 \text{ kn}}{52} \right)$$

$$I_{Vg} := E_A \cdot G_3 + V_g \cdot G_2 \Leftarrow \text{KCL}$$

$$\frac{37 \text{ kn}}{52} - \frac{25 \text{ ke}}{52}$$

$$P_{Vg} := V_g \cdot I_{Vg}$$

$$-k_n \left( \frac{25 \text{ ke}}{52} - \frac{37 \text{ kn}}{52} \right)$$

AL NODO

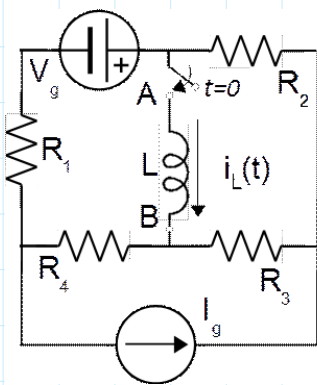


SOMMA POTENZA GENERATORI

$$P_{totGen} := \text{expand}(P_{Vg} + P_{ig})$$

$$\frac{85 \text{ ke}^2}{52} + \frac{37 \text{ kn}^2}{52} = \sum_{\alpha} P_{R_{\alpha}} \Rightarrow \text{OK}$$

## ESERCIZIO 2



Nel circuito in figura l'interruttore è stato aperto per molto tempo. All'istante  $t=0$ , l'interruttore viene chiuso. Determinare  $i_L(t)$  per  $t > 0$ , sapendo che all'istante  $t=0$  in cui viene connesso l'induttore  $L$  la corrente  $i_L(t)$  vale  $i_L(t=0) = k_c$  [A], Rappresentarne poi su un grafico l'andamento temporale.

DATI

$V_g = k_N$  [V],  $I_g = 5$  [A],  $R_1 = 1$  [ $\Omega$ ],  $R_2 = 5$  [ $\Omega$ ],  $R_3 = 2$  [ $\Omega$ ],  $R_4 = 4$  [ $\Omega$ ],  $L = 2$  [mH]

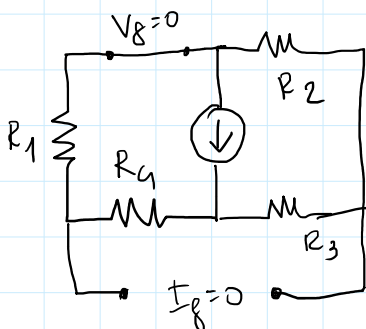
SVOLGIMENTO:

CERCO UNA SOLUZIONE DEL TIPO

$$i_L(t) = i_L(\infty) + [i_L(0) - i_L(\infty)] \exp(-t/\tau)$$

con  $i_L(\infty) = i_{Norton} = V_{Thevenin}/R_{Thevenin}$  del circuito equivalente visto ai capi dell'induttore e  $\tau = L/R_{Thevenin}$

Calcolo della resistenza equivalente: spengo i generatori e inserisco al posto di  $L$  un generatore pilota di corrente

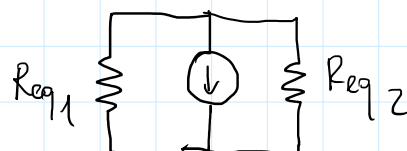


$\rightarrow R_1$  e  $R_4$  SONO IN SERIE  $R_{eq1} = R_1 + R_4$

$\rightarrow R_2$  e  $R_3$  SONO IN SERIE  $R_{eq2} = R_2 + R_3$

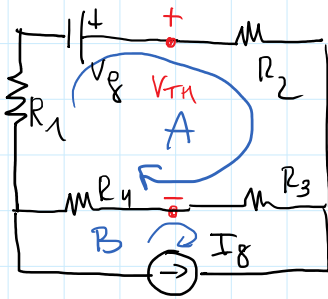
$\rightarrow R_{eq1}$  e  $R_{eq2}$  SONO IN PARALLELO

$$R_{TH} = \frac{(R_1 + R_4)(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{35}{12} [\Omega]$$



$$\tau = \frac{L}{R} = 2 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{12}{35} = \frac{24}{35} [\text{ms}]$$

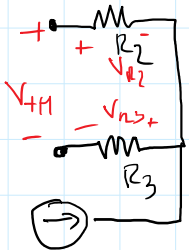
$V_{TH} \Rightarrow$  METODO ANELLI



$$I_B = -I_8$$

$$I_A (R_2 + R_3 + R_u + R_1) + I_8 (R_3 + R_u) - V_g = 0$$

$$\Rightarrow I_A = \frac{V_g - I_8 (R_3 + R_u)}{(R_1 + R_2 + R_3 + R_u)}$$

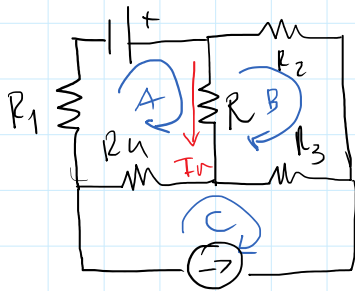


$$V_{TH} = V_{R2} + V_{R3} = I_A (R_2 + R_3) + I_8 R_3$$

$$V_{TH} = \frac{7}{12} K_N - \frac{15}{2}$$

$I_N$  METODO ANELLI

LA  $I_N$  E' DATA DA  $I_A - I_B$  AL LIMITE DI  $R \rightarrow 0$  (VISTO A LEZIONE)  
IN QUESTO CASO IL SISTEMA RISOLUTIVO E':



$$(A) I_A (R_1 + R_u + R) - I_B (R) = V_g - I_8 R_u$$

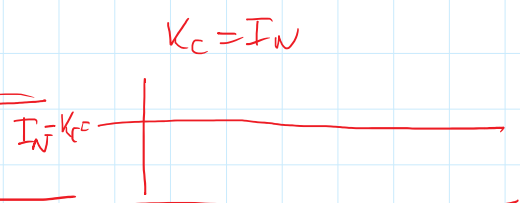
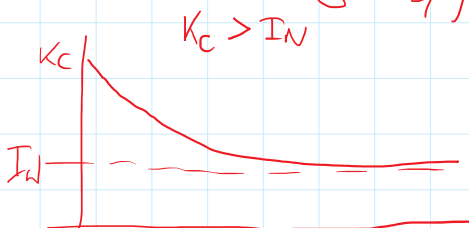
$$(B) -I_A R + I_B (R_2 + R_3 + R) = -I_8 R_3$$

$$\lim_{R \rightarrow 0}$$

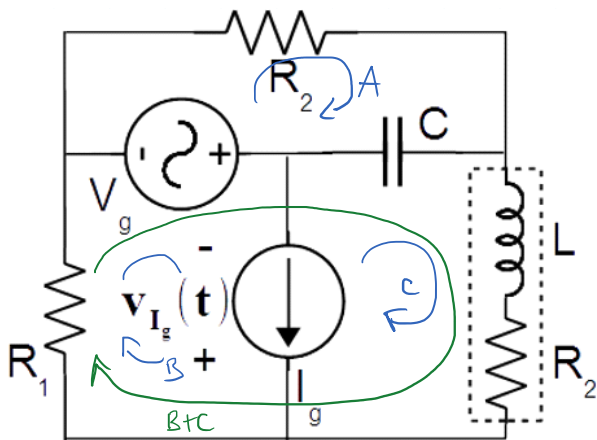
$$I_A = \frac{V_g - I_8 R_u}{R_1 + R_u} = \frac{K_N - 20}{5} ; I_B = \frac{-I_8 R_3}{R_2 + R_3} = -\frac{10}{7}$$

$$I_N = \frac{K_N}{5} - \frac{20}{5} + \frac{10}{7} = \frac{K_N}{5} - \frac{18}{7}$$

$$i(t) = \left( \frac{K_N}{5} - \frac{18}{7} \right) - \left[ K_C - \frac{K_N}{5} + \frac{18}{7} \right] e^{-\frac{t \cdot 35000}{24}}$$



ESERCIZIO 3



Il circuito in figura si trova in regime permanente sinusoidale.

Determinare: (1) la potenza attiva e reattiva assorbita e scambiata dal bipolo L-R<sub>2</sub> contenuto nel rettangolo tratteggiato e rappresentarne l'andamento temporale della potenza istantanea; (2) la tensione  $v_{I_g}(t)$  ai capi del generatore di corrente

DATI:

$$V_g = \cos(\omega t) + \sin(\omega t) \text{ [V]}, \quad I_1 = \frac{k_N}{\sqrt{2}} \cos(\omega t - \frac{\pi}{4}) \text{ [A]}, \\ R_1 = 1 \text{ } [\Omega], \quad R_2 = 2 \text{ } [\Omega], \quad C = 2 \text{ [F]}, \quad L = 1 \text{ [H]}, \\ \omega = 1 \text{ [rad/s]}$$

SVOLGIMENTO: FASORI E IMPEDENZE

$$\bar{V}_g = 1 - j \text{ [V]} ; \quad \bar{I}_g = \frac{k_N}{2} - j \frac{k_N}{2} \text{ [A]} ; \quad Z_{R1} = R_1 = 1 ; \quad Z_{L2} = j\omega L = j \text{ } [\Omega]$$

$$\omega = 1 \quad Z_C = \frac{-j}{2} \text{ } [\Omega] \quad Z_L = j \text{ } [\Omega] \quad Z_{Bip} = Z_{L2} = 2 + j \text{ } [\Omega]$$

$$(A) \quad \bar{I}_A (R_2 + Z_C) - \bar{I}_C Z_C = -\bar{V}_g$$

$$(B+C) \quad \bar{I}_C (Z_C + Z_{Bip}) + \bar{I}_B R_1 - \bar{I}_A Z_C = \bar{V}_g$$

$\uparrow$   
 $\bar{I}_C + \bar{I}_g$

$$\bar{I}_g = \bar{I}_B - \bar{I}_C \Rightarrow \bar{I}_B = \bar{I}_g + \bar{I}_C \\ \bar{I}_C = \bar{I}_B - \bar{I}_g$$

$$\begin{bmatrix} R_2 + Z_C & -Z_C \\ -Z_C & Z_C + Z_{Bip} + R_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_A \\ \bar{I}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{V}_g \\ \bar{V}_g - \bar{I}_g R_1 \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{I}_C = \frac{28 - 11k_N}{8S} + j \left( \frac{31k_N - 48}{170} \right)$$

$$(i) \quad \bar{S}_{Bip} = \frac{1}{2} Z_{Bip} |\bar{I}_{Bip}|^2 = \frac{1}{2} Z_{Bip} |\bar{I}_C|^2 \quad |\bar{S}| = \frac{1}{2} |Z_{Bip}| |\bar{I}_C|^2$$

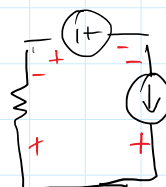
$$\Phi_{Bip} = \text{Arg}(Z_{Bip}) = \arctan\left(\frac{1}{2}\right) \quad \theta_i = \text{Arg}(\bar{I}_A)$$

$$p(t) = |\bar{S}| \cos(\Phi) + |\bar{S}| \cos(2\omega t + \Phi + 2\theta_i)$$

(ii)

$$V_{I_g}(t) = ?$$

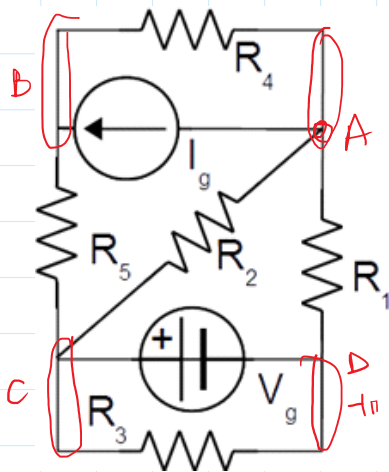
$$\bar{V}_{I_g} = \bar{I}_g R_1 - \bar{V}_g$$



# COMPITO B

13 June 2017 23:11

## ESERCIZIO 1



Dato il circuito in figura, determinare la potenza assorbita dai resistori e la potenza generata dai generatori  $V_g$  e  $I_g$

DATI

$V_1 = k_N [V]$ ,  $I_1 = k_C [A]$ ,  $R_1 = 5 [\Omega]$ ,  
 $R_2 = 5 [\Omega]$ ,  $R_3 = 2 [\Omega]$ ,  $R_4 = 4 [\Omega]$ ,  $R_5 = 1 [\Omega]$

SVOLGIMENTO (METODO BASE NODI)

$$e_D = 0 \quad e_C = V_g$$

$$e_A \text{ e } e_B \text{ incogniti}$$

$$\uparrow \text{ (A)} \rightarrow (e_A - e_D)G_1 + (e_A - e_C)G_2 + (e_A - e_B)G_4 + I_g = 0$$

$$\uparrow \text{ (B)} \rightarrow (e_B - e_A)G_4 + (e_B - e_C)G_5 - I_g = 0$$

$$\begin{bmatrix} G_1 + G_2 + G_4 & -G_4 \\ -G_4 & G_4 + G_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_A \\ e_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_g G_2 - I_g \\ V_g G_5 + I_g \end{bmatrix}$$

$$G_1 = \frac{1}{5} \quad G_2 = \frac{1}{5} \quad G_3 = \frac{1}{2} \quad G_4 = \frac{1}{4} \quad G_5 = 1 \quad [S]$$

$$\begin{bmatrix} \frac{13}{20} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{5}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_A \\ e_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_N}{5} - k_C \\ k_N + k_C \end{bmatrix}$$

$$e_A = \frac{2k_N - 4k_C}{3} \quad ; \quad e_B = \frac{8k_C + 14k_N}{15}$$

POTENZE RESISTORI: FORMULA

$$P_R = \frac{V_R^2}{R}$$

$$PR1 := (e_A - 0)^2 \cdot G1$$

$$\frac{\left(\frac{4k_C}{3} - \frac{2k_N}{3}\right)^2}{5}$$

$$PR4 := (e_B - e_A)^2 \cdot G4$$

$$\frac{\left(\frac{28k_C}{15} + \frac{4k_N}{15}\right)^2}{4}$$

$$PR2 := (e_A - V_g)^2 \cdot G2$$

$$\frac{\left(\frac{4k_C}{3} + \frac{k_N}{3}\right)^2}{5}$$

$$PR5 := (e_B - V_g)^2 \cdot G5$$

$$\left(\frac{8k_C}{15} - \frac{k_N}{15}\right)^2$$

$$PR3 := (V_g - 0)^2 \cdot G3$$

$$\frac{k_N^2}{2}$$

$$P_{tot} := \text{expand}(PR1 + PR2 + PR3 + PR4 + PR5)$$

$$\frac{28k_C^2}{15} + \frac{19k_N^2}{30} = \sum_{\alpha} P_{R\alpha}$$

# POTENZE GENERATORI (CONVENZIONE GENERATORI)

$$V_{ig} := E_B - E_A$$

$$\frac{28 \text{ kc}}{15} + \frac{4 \text{ kn}}{15}$$

$$P_{ig} := V_{ig} \cdot (I_g)$$

$$\text{kc} \left( \frac{28 \text{ kc}}{15} + \frac{4 \text{ kn}}{15} \right)$$

$$I_{Vg} := E_A \cdot G_1 + V_g \cdot G_3 \leftarrow \text{KCL}$$

$$\frac{19 \text{ kn}}{30} - \frac{4 \text{ kc}}{15}$$

$$P_{Vg} := V_g \cdot I_{Vg}$$

$$- \text{kn} \left( \frac{4 \text{ kc}}{15} - \frac{19 \text{ kn}}{30} \right)$$

AL NODO

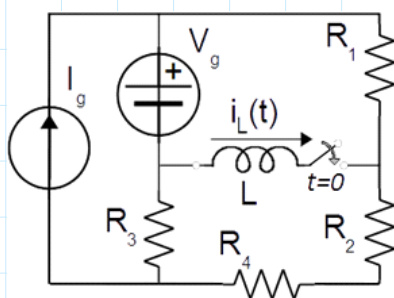


SOMMA POTENZA GENERATORI

$$P_{\text{totGen}} := \text{expand}(P_{Vg} + P_{ig})$$

$$\frac{28 \text{ kc}^2}{15} + \frac{19 \text{ kn}^2}{30} = \sum_{\alpha} P_{R_{\alpha}} \Rightarrow \text{OK}$$

## ESERCIZIO 2



Nel circuito in figura l'interruttore è stato aperto per molto tempo. All'istante  $t=0$ , l'interruttore viene chiuso. Determinare  $i_L(t)$  per  $t > 0$ , sapendo che all'istante  $t=0$  in cui viene connesso l'induttore  $L$  la corrente  $i_L(t)$  vale  $i_L(t=0^-) = k_C$  [A], Rappresentarne poi su un grafico l'andamento temporale.

DATI

$V_g = k_N$  [V],  $I_g = 5$  [A],  $R_1 = 2$  [ $\Omega$ ],  $R_2 = 1$  [ $\Omega$ ],  $R_3 = 4$  [ $\Omega$ ],  $R_4 = 5$  [ $\Omega$ ],  $L = 2$  [mH]

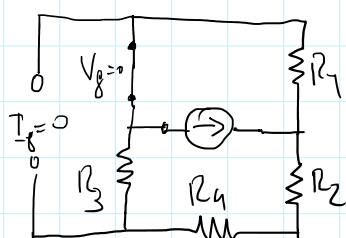
SVOLGIMENTO:

CERCO UNA SOLUZIONE DEL TIPO

$$i_L(t) = i_L(\infty) + [i_L(0^-) - i_L(\infty)] \exp(-t/\tau)$$

con  $i_L(\infty) = i_{\text{Norton}} = V_{\text{Thevenin}} / R_{\text{Thevenin}}$  del circuito equivalente visto ai capi dell'induttore e  $\tau = L / R_{\text{Thevenin}}$

Calcolo della resistenza equivalente: spengo i generatori e inserisco al posto di  $L$  un generatore pilota di corrente



$\rightarrow R_4, R_2 \text{ e } R_3$  SONO IN SERIE  $R_{eq1} = R_2 + R_3 + R_4$

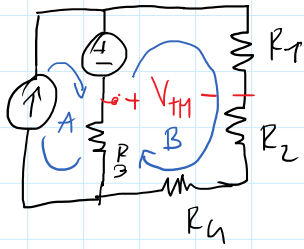
$\rightarrow R_{eq1} \text{ e } R_1$  SONO IN PARALLELO

$$R_{TH} = \frac{R_1 (R_2 + R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{5}{3} [\Omega]$$

$$\tau = \frac{L}{R} = 2 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{5} [\text{ms}]$$



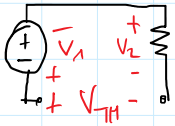
$V_{TH} \Rightarrow$  METODO ANELLI



$$I_A = I_g$$

$$\textcircled{B} \quad I_B (R_1 + R_2 + R_4 + R_3) - I_g R_3 = V_g$$

$$\Rightarrow I_B = \frac{V_g + I_g R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{K_N}{12} + \frac{5}{3}$$

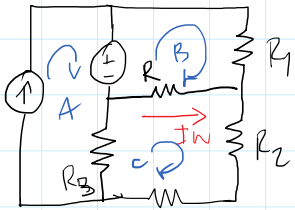


$$V_{TH} = V_1 + V_2 = -V_g + I_B R_1$$

$$V_{TH} = \frac{10}{3} - \frac{5}{6} K_N$$

$I_N$  METODO ANELLI

IN E' DATA DA IC-IB AL LIMITE DI  $R \rightarrow 0$  (VISTO A LEZIONE)  
IN QUESTO CASO IL SISTEMA RISOLUTIVO E':



$$\textcircled{B} \quad I_B (R_1 + R_2) - I_C R_2 = V_g$$

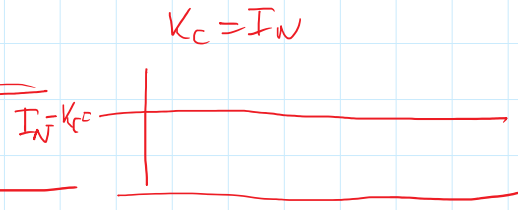
$$\textcircled{C} \quad -I_B R_2 + I_C (R_2 + R_3 + R_4 + R_1) = I_g R_3$$

$$\lim_{R \rightarrow 0} \quad I_B = \frac{V_g}{R_1} = \frac{K_N}{2}$$

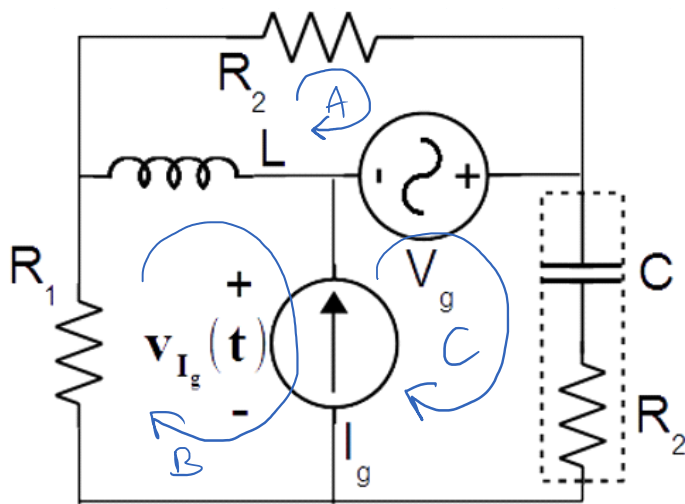
$$I_C = \frac{I_g R_3}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{20}{10} = 2$$

$$I_N = 2 - \frac{K_N}{2} \quad \left( I_N \cdot R_N = \left( 2 - \frac{K_N}{2} \right) \cdot \frac{5}{3} = \frac{10}{3} - \frac{5K_N}{6} = V_{TH} \quad \text{OK} \right)$$

$$i(t) = \frac{10}{3} - \frac{5}{6} K_N - \left[ K_C - \frac{10}{3} + \frac{5}{6} K_N \right] e^{-t \frac{6000}{5}}$$



ESERCIZIO 3



Il circuito in figura si trova in regime permanente sinusoidale.

Determinare: (1) la potenza attiva e reattiva assorbita e scambiata dal bipolo C-R<sub>2</sub> contenuto nel rettangolo tratteggiato e rappresentarne l'andamento temporale della potenza istantanea; (2) la tensione  $v_{I_g}(t)$  ai capi del generatore di corrente

DATI:

$$V_g = \cos(\omega t) - \sin(\omega t) \text{ [V]}, \quad I_g = \frac{k_N}{\sqrt{2}} \cos(\omega t + \frac{\pi}{4}) \text{ [A]}, \quad R_1 = 2 \text{ } [\Omega], \quad R_2 = 1 \text{ } [\Omega], \quad C = 2 \text{ [F]}, \quad L = 1 \text{ [H]}, \quad \omega = 1 \text{ [rad/s]}$$

SVOLGIMENTO: FASORI E IMPEDENZE

$$\bar{V}_g = 1 + j \text{ [V]} ; \quad \bar{I}_g = \frac{k_N}{2} + j \frac{k_N}{2} \text{ [A]} ; \quad Z_{R1} = 2 ; \quad Z_{L1} = 1 \text{ } [\Omega]$$

$$\omega = 1 \quad Z_C = -\frac{j}{2} \text{ } [\Omega] \quad Z_L = j \text{ } [\Omega] \quad Z_{BIP} = Z_{L2} = 1 - \frac{j}{2} \text{ } [\Omega]$$

$$(A) \quad \bar{I}_A (R_2 + Z_L) - \bar{I}_B Z_L = -\bar{V}_g$$

$$(B+C) \quad \bar{I}_C Z_{BIP} + \bar{I}_B (R_1 + Z_L) - \bar{I}_A Z_L = \bar{V}_g$$

$$\parallel$$

$$\bar{I}_g + \bar{I}_B$$

$$\bar{I}_g = \bar{I}_C - \bar{I}_B \Rightarrow \bar{I}_C = \bar{I}_g + \bar{I}_B$$

$$\bar{I}_B = \bar{I}_C - \bar{I}_g$$

$$\begin{bmatrix} R_2 + Z_L & -Z_L \\ -Z_L & Z_L + Z_{BIP} + R_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_A \\ \bar{I}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{V}_g \\ \bar{V}_g - \bar{I}_g Z_{BIP} \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{I}_B = \frac{2}{7} + k_N \left( -\frac{3}{14} - \frac{j}{14} \right)$$

$$\bar{I}_C = \frac{2}{7} + k_N \left( \frac{2}{7} + \frac{3j}{7} \right)$$

$$(i) \quad \bar{S}_{BIP} = \frac{1}{2} Z_{BIP} |\bar{I}_{BIP}|^2 = \frac{1}{2} Z_{BIP} |\bar{I}_C|^2 \quad |\bar{S}| = \frac{1}{2} |Z_{BIP}| |\bar{I}_C|^2$$

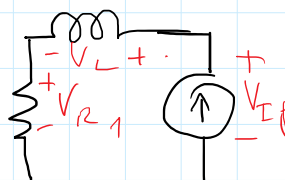
$$\Phi_{BIP} = \text{Arg}(Z_{BIP}) = -\arctan\left(\frac{1}{2}\right) \quad \theta_i = \text{Arg}(\bar{I}_A)$$

$$p(t) = |\bar{S}| \cdot \cos(\Phi) + |\bar{S}| \cos(2\omega t + \Phi + 2\theta_i)$$

(ii)

$$v_{I_g}(t) = ?$$

$$\bar{V}_{I_g} = V_L + V_{R1}$$



$$= \mathbb{I}_A z_L - \mathbb{I}_B (z_L + R_1)$$