Esercitazione I

venerdì 19 marzo 2021 14:42

Elettrotecnica
LT - Ingegneria Informatica
A.A. 2020-2021

Prof. Marco Ricci, Dr. Stefano Laureti

marco.ricci@unical.it

stefano.laureti@unical.it

Corso di Elettrotecnica
Esercitazione 1

Testo di riferimento

Alexander C., Sadiku M., *Circuiti Elettrici*, McGraw Hill

o la versione originale in inglese

Alexander C., Sadiku M., *Fundamentals of electric circuits*, McGraw Hill

Potenza elettrica

La potenza elettrica è la variazione di energia (assorbita o erogata) nel tempo.
Si misura in watt (W). watt=joule/secondo

$$p = \frac{dw}{dt}$$ w: energia (J) t: tempo (s)

$$p = \frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = vi$$

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{dE}{dq} \cdot \frac{dq}{dt}$$

$\frac{dE}{dq} \rightarrow V$ $\quad \frac{dq}{dt} \rightarrow I$

$V \cdot I = vi$

Per il principio di conservazione delle potenze:
Potenza assorbita = - Potenza erogata

$$\sum p = 0$$

Potenza elettrica

Esercizio

Una batteria può fornire 85 mA per 12 ore. Quanta carica può erogare?
Se la tensione ai terminali è 1.2V, quanta energia può fornire?

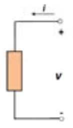
Soluzione

$q = it = 85 \times 10^{-3} \times 12 \times 60 \times 60 = 3{,}672\ C$

$E = pt = ivt = qv = 3672 \times 1.2 = 4406.4\ J$

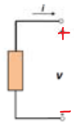
Potenza elettrica

Convenzione degli utilizzatori

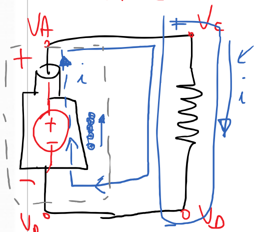


p>0 ⇒potenza assorbita
p<0 ⇒potenza erogata

Convenzione dei generatori



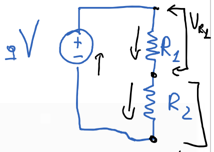
p>0 ⇒potenza erogata
p<0 ⇒potenza assorbita



Salvo avviso contrario, nel seguito si farà sempre riferimento alla convenzione degli utilizzatori

POTENZA >0

POTENZA >0.



$R_1 = R_2$

$V_{R_1} = 4.5V$

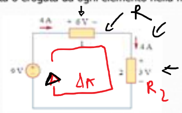
$\boxed{P = V \cdot i} = \frac{V^2}{R} = R i^2$

$V = R i$

Potenza elettrica

Esercizio
Calcolare la potenza assorbita o erogata da ogni elemento nella figura sottostante

PARTITIORE DI TENSIONE



$P_{R_1} = 4 \cdot 6 = 24\,[W]$

$P_{R_2} = 3V \cdot 4A = 12\,W$

Soluzione

P generatore= -9V·4A=-36W (erogata)
P1=4A·6V=24W (assorbita)
P2=4A·3V=12W (assorbita)

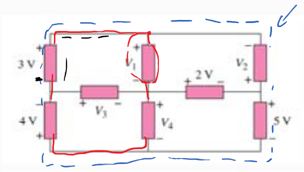
$P_{gen} = V \cdot i = \underbrace{36\,W}$ POTENZA EROGATA

$R_1 \Rightarrow P_{R_1} = 24\,W = V \cdot i = R \cdot i^2 \Rightarrow \frac{24\,W}{i^2} = R \Rightarrow R = \frac{24}{16} = 1.5\,\Omega$

Legge di Kirchhoff per le tensioni (KVL)

Esercizio
Dato il circuito sottostante usare la KVL per trovare V1, V2, V3 e V4

MAGLIA MASSIMA



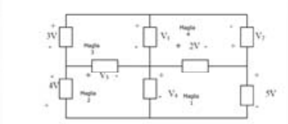
A) $+V_1 - V_3 - 3V = 0$

B) $\boxed{V_4} + 2V + 5V = 0$

$V_4 = 7V$

Legge di Kirchhoff per le tensioni (KVL)

Soluzione



Per la maglia 1,
$-V_4 + 2 + 5 = 0 \longrightarrow V_4 = 7V$

Per la maglia 2,
$+4 + V_3 + V_4 = 0 \longrightarrow V_3 = -4 - 7 = -11V$

Per la maglia 3,
$-3 + V_1 - V_3 = 0 \longrightarrow V_1 = V_3 + 3 = -8V$

Per la maglia 4,
$-V_1 - V_2 - 2 = 0 \longrightarrow V_2 = -V_1 - 2 = 6V$

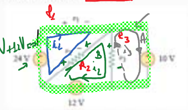
Legge di Kirchhoff per le tensioni(KVL)

Esercizio

Dato il circuito sottostante trovare v1,v2 e v3

$-24V + V_1 + 10V + 12V = 0$

$V_1 = 2V$



Ⓐ $10V - V_3 = 0 \Rightarrow V_3 = 10V$

Ⓑ $V_{R_2} + 10V + 12V = 0$

$V_{R_2} = -22V$

Soluzione

$-24 + v_1 + 10 + 12 = 0 \quad v_1 = \mathbf{\underline{2V}}$

$v_2 + 10 + 12 = 0 \quad v_2 = \mathbf{\underline{-22V}}$

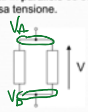
$-v_3 + 10 = 0 \quad v_3 = \mathbf{\underline{10V}}$

$P = v \cdot i = \frac{v^2}{R} = i^2 R$

Serie e parallelo

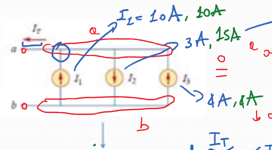
Due o più elementi sono detti in **serie** se sono concatenati, cioè condividono a due a due un nodo in maniera esclusiva, e quindi sono percorsi dalla stessa corrente.

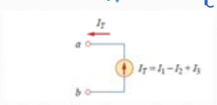
Due o più elementi sono detti in **parallelo** se sono collegati alla stessa coppia di nodi, e quindi hanno la stessa tensione.

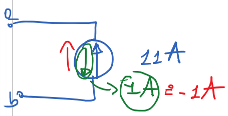


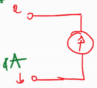
Serie e parallelo

Generatori di corrente **in parallelo** si possono sommare per avere un generatore equivalente

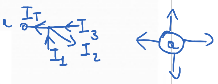








$I_{EQ} = I_1 - I_2 + I_3$



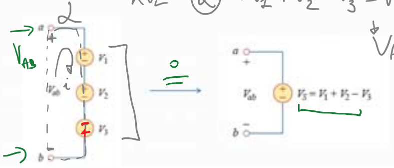
$I_T + I_2 - I_3 - I_1 \Rightarrow I_T = I_1 + I_3 - I_2$

Serie e parallelo

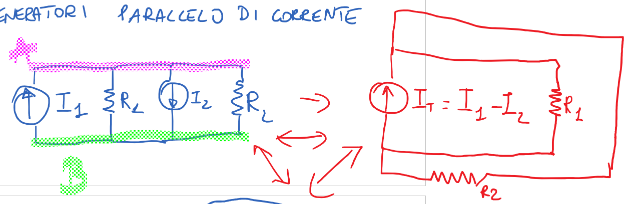
Generatori di tensione **in serie** si possono sommare per avere un generatore equivalente

KVL ② $+V_1 + V_2 - V_3 - V_{AB} = 0$

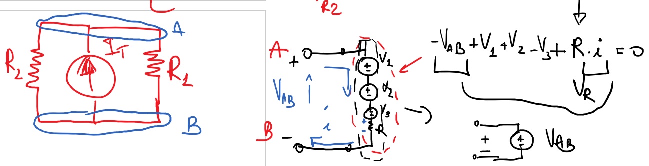
$$V_{AB} = V_1 + V_2 - V_3$$



GENERATORI PARALLELO DI CORRENTE



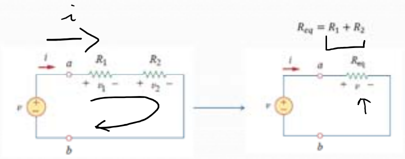
$-V_{AB} + V_1 + V_2 - V_3 + R \cdot i = 0$



Serie di resistori

La resistenza equivalente di un numero qualsiasi di resistori collegati **in serie** è pari alla somma delle singole resistenze.

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

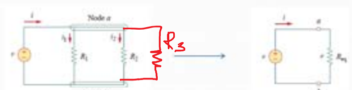


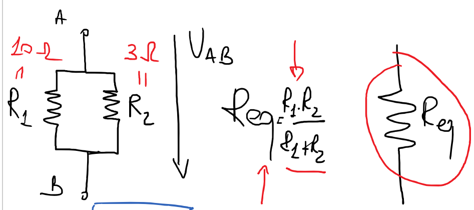
$R_{eq} = R_1 + R_2 + \cdots + R_N = \sum_{n=1}^{N} R_n$ IN SERIE

Parallelo di resistori

La resistenza equivalente di due resistori collegati **in parallelo** è pari alla prodotto delle resistenze diviso la loro somma.

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$





$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N}}$$ IN PARALLELO

R_{eq} *è sempre minore della più piccola tra le resistenze*

$R_{eq} = \frac{10 \cdot 3}{10+3} < \min(R_1, R_2)$

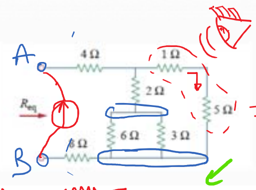
$2.4 < \boxed{3}\ \Omega$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}$$

Serie e parallelo di resistori

Esercizio

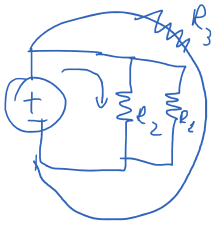
Data la rete di resistori in figura, determinare la resistenza equivalente



POTENZA

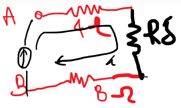
VERIFICA

10



$\Rightarrow R_\alpha = 1+5 = 6\,\Omega$

$R_\beta = \frac{6\cdot 3}{6+3} = 2\,\Omega$



$R_\gamma = R_\beta + R(2) = 4\,\Omega$

$R_\delta = R_\gamma \parallel R_\alpha = \frac{4\cdot 6}{4+6} = 2.4\,\Omega$

$R_{eq} = R_{4\Omega} + R_\delta + R_{8\Omega} = \boxed{14.4\,\Omega}$

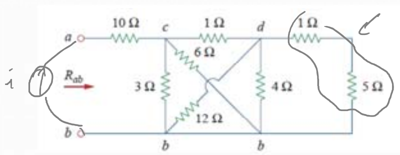
$R_{AB} =$

8

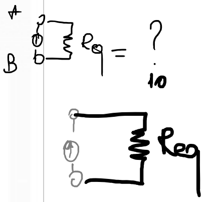
Serie e parallelo di resistori

Esercizio

Data la rete di resistori in figura, determinare la resistenza equivalente



$R_\delta = R_\gamma + R_{1\Omega} = 3\,\Omega$

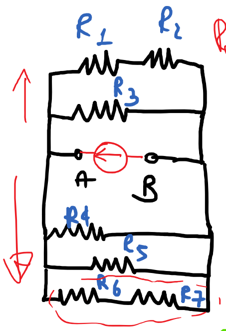


$R_\alpha = 6\,\Omega$

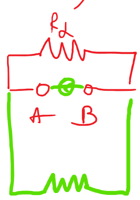
$R_\beta = \frac{6\cdot 4}{6+4} = 2.4\,\Omega$

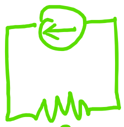
$R_\gamma = \frac{2.4\cdot 12}{2.4+12}$

$R_\gamma = 2\,\Omega$



$R_\alpha = (R_1 + R_2) \parallel R_3$





$R_{eq} = \frac{R_\alpha \cdot R_\beta}{R_\alpha + R_\beta}$

$R_\beta = [(R_6 + R_7) \parallel R_5] \parallel R_4$

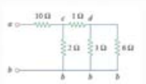
Serie e parallelo di resistori

Soluzione

$3\,\Omega \parallel 6\,\Omega = \frac{3\times 6}{3+6} = 2\,\Omega$

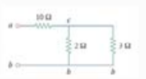
$12\,\Omega \parallel 4\,\Omega = \frac{12\times 4}{12+4} = 3\,\Omega$

$1\,\Omega + 5\,\Omega = 6\,\Omega$



$3\,\Omega \parallel 6\,\Omega = \frac{3\times 6}{3+6} = 2\,\Omega$

$2\,\Omega + 1\,\Omega = 3\,\Omega$

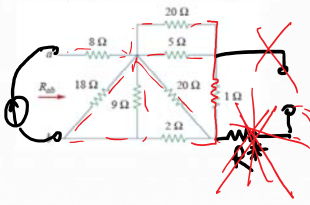


$2\,\Omega \parallel 3\,\Omega = \frac{2\times 3}{2+3} = 1.2\,\Omega$

$R_{ab} = 10 + 1.2 = 11.2\,\Omega$

Serie e parallelo di resistori

Esercizio
Data la rete di resistori in figura, determinare la resistenza equivalente



Soluzione
$R_{eq} = 11\Omega$

$$\frac{dq}{dt} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$$

$\to$ C.A. $I = 0 \ \forall V$

C.C. $V = 0 \ \forall I$

Partitore di tensione

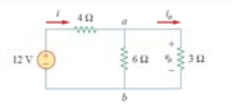
La tensione ai capi di una serie di resistori si ripartisce in maniera direttamente proporzionale alle loro resistenze.

Partitore di corrente

La corrente entrante in un parallelo di resistori si ripartisce in maniera inversamente proporzionale alle loro resistenze.

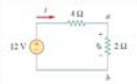
Serie e parallelo

Esercizio
Dato il circuito sottostante trovare io e vo e determinare la potenza dissipata sul resistore da 3Ω



Serie e parallelo

Soluzione



$$6\,\Omega \,\|\, 3\,\Omega = \frac{6 \times 3}{6+3} = 2\,\Omega$$

$$i = \frac{12}{4+2} = 2\text{ A}$$

$$i_o = \frac{6}{6+3} i = \frac{2}{3}(2\text{ A}) = \frac{4}{3}\text{ A}$$

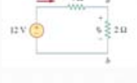
(Partitore di corrente al nodo a)

$$v_o = 3 i_o = 4$$

$$p_o = v_o i_o = 4\left(\frac{4}{3}\right) = 5.333\text{ W}$$

Serie e parallelo

Soluzione alternativa



$$6\,\Omega \,\|\, 3\,\Omega = \frac{6 \times 3}{6+3} = 2\,\Omega$$

$$v_o = \frac{2}{2+4}(12\text{ V}) = 4\text{ V}$$

(Partitore di tensione)

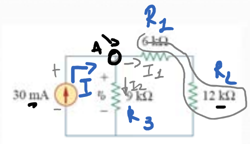
$$v_o = 3 i_o = 4 \quad \Rightarrow \quad i_o = \frac{4}{3}\text{ A}$$

$$p_o = v_o i_o = 4\left(\frac{4}{3}\right) = 5.333\text{ W}$$

Serie e parallelo

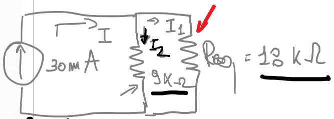
Esercizio

Dato il circuito sottostante trovare v0 e la potenza di tutti gli elementi



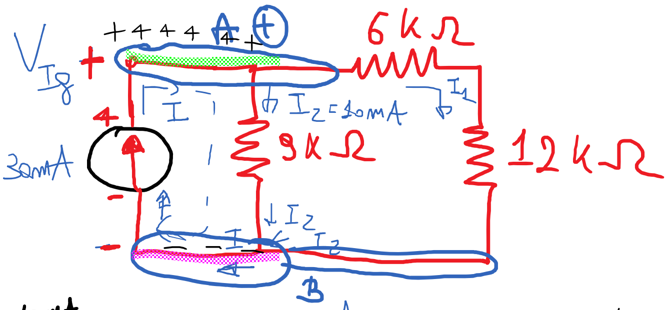
$P_{I_g} = ? = V \cdot I$

$P_{R_1} = ? = I_1^2 \cdot R_1$ $\quad P_{R_2} = ? = I_1^2 \cdot R_2$ $\quad P_{R_3} = ? = I_2^2 \cdot R_3$



$I_1 = I \cdot \frac{R_{eq}}{R_{eq} + R_{9k\Omega}} = 30 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{2}{3}\frac{\cancel{18} \cdot 10^3}{\cancel{27} \cdot 10^3} = 20\ mA$

$I_2 = I \cdot \frac{9\ k\Omega}{R_{eq} + R_{9k\Omega}} = 10\ mA$



$I = 30\ mA$

$I_2 = 10\ mA$

$I_1 = 20\ mA$

10 mA

(A) $30\ mA = 20\ mA + I_2$

$V_{I_g} = V_{9k\Omega} = R_{9k\Omega} \cdot I_2$

$V_{I_g} = 90\ V$

$$\begin{cases} P_{R_1} = (20 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 6 \cdot 10^3 = 2.4\ W \\ P_{R_2} = 400 \cdot 10^{-6} \cdot 12 \cdot 10^3 = 4.8\ W \\ P_{R_3} = 100 \cdot 10^{-6} \cdot 9 \cdot 10^3 = 0.9\ W \end{cases}$$

$90\ V \cdot 30\ mA = 270\ mW$

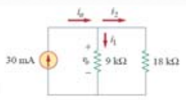
$P_{GEN} = P_{ASS} \Rightarrow P_{ASS} = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3} = 8.1\ W$

BILANCIO NON VERIFICATO

Serie e parallelo

Soluzione

I resistori da 6kΩ e 12kΩ sono in serie, quindi possiamo scrivere il circuito equivalente



Con un partitore di corrente otteniamo

$$i_1 = \frac{18{,}000}{9{,}000 + 18{,}000}(30\ mA) = 20\ mA$$

20 mA

$$i_2 = \frac{9{,}000}{9{,}000 + 18{,}000}(30\ mA) = 10\ mA$$

Serie e parallelo

Soluzione (continua)

I resistori da 9kΩ e 18kΩ sono in parallelo, quindi vo è uguale su entrambi

$v_o = 9{,}000 i_1 = 18{,}000 i_2 = \boxed{180\ V}$

Potenza fornita dal generatore

$p_o = -v_o i_o = -180(30)\ mW = \boxed{-5.4\ W}$

Potenza assorbita dal resistore da 12kΩ

$p = iv = i_2(i_2 R) = i_2^2 R = (10 \times 10^{-3})^2\,(12{,}000) = 1.2\ W$

Potenza assorbita dal resistore da 6kΩ

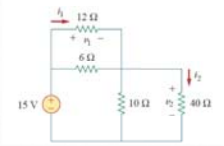
$p = i_2^2 R = (10 \times 10^{-3})^2\,(6{,}000) = 0.6\ W$

Potenza assorbita dal resistore da 9kΩ

$p = \frac{v_o^2}{R} = \frac{(180)^2}{9{,}000} = 3.6\ W$ o $p = v_o i_1 = 180(20)\ mW = 3.6\ W$

Serie e parallelo

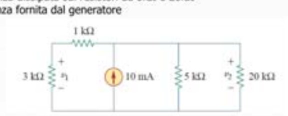
Esercizio
Dato il circuito sottostante trovare v1,v2,i1,i2 e la potenza dissipata sui resistori da 12Ω e 40Ω



Soluzione $v_1 = 5$ V, $i_1 = 416.7$ mA, $p_1 = 2.083$ W, $v_2 = 10$ V, $i_2 =$ 250 mA, $p_2 = 2.5$ W.

Serie e parallelo

Esercizio
Dato il circuito sottostante trovare
a) v1e v2
b) la potenza dissipata sui resistori da 3kΩ e 20kΩ
c) la potenza fornita dal generatore

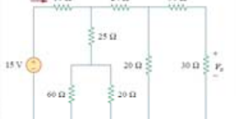


Soluzione

(a) 15 V, 20 V, (b) 75 mW, 20 mW, (c) 200 mW.

Serie e parallelo

Esercizio
Dato il circuito sottostante trovare I e Vo



Serie e parallelo

Soluzione

$$20 // (30+50) = 16, \quad 24 + 16 = 40, \quad 60 // 20 = 15$$

$$R_{eq} = 10 + (15 + 25) // 40 = 10 + 20 = 30$$

$$i = \frac{v_s}{R_{eq}} = \frac{15}{30} = \underline{0.5\ \text{A}}$$

Se chiamiamo i_1 la corrente nel resistore da 24Ω e i_o la corrente nel resistore da 50Ω, usando due partitori di corrente otteniamo

$$i_1 = \frac{40}{40+40} i = 0.25\ \text{A}, \quad i_o = \frac{20}{20+80} i_1 = 0.05\ \text{A}$$

$$v_o = 30 i_o = 30 \text{x} 0.05 = \underline{1.5\ \text{V}}$$