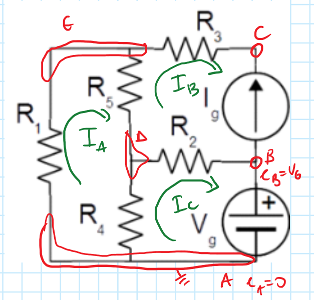
ESONERO 26 APRILE A- SVOLGIMENTO

02 May 2017 01:48



Dato il circuito in figura, determinare la potenza assorbita dai resistori e la potenza generata dai generatori V_g e I_g e verificate la conservazione della potenza.

DATI: $V_g = \mathbf{k_N}$ [V], $I_g = \mathbf{k_C}$ [A], $R_1 = 4$ [Ω], $R_2 = 1$ [Ω], $R_3 = 2$ [Ω], $R_4 = 2$ [Ω], $R_5 = 5$ [Ω].

SVOLGIMENTO: Per trovare le potenze di tutti gli elementi devo conoscere le grandezze elettriche di tutti i componenti.
Per fare questo posso utilizzare i metodi di analisi o anche il PSE applicandolo però al calcolo delle grandezze di tutti i componenti, risultando così in una procedura piuttosto lunga.
Applico allora i metodi di analisi e preliminarmente valuto quale metodo comporta un numero minore di incognite ovvero un sistema risolutivo più piccolo.
I nodi sono 5 --> 3 potenziali incogniti (e_C, e_D, e_E)
Gli anelli sono 3 ma sono 2 correnti di anello sono incognite (I_A, I_C) essendo $I_B = -I_g$
--> UTILIZZO IL METODO DEGLI ANELLI

$$I_B = -I_g$$

$$(A)\quad I_A R_1 + (I_A - I_B) R_5 + (I_A - I_C) R_4 = 0 \Rightarrow I_A(R_1+R_4+R_5) - I_C R_4 = -I_g R_5$$

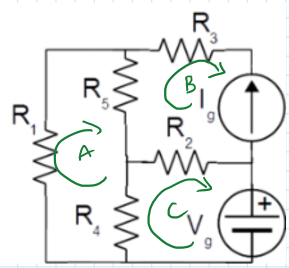
$$(C)\quad (I_C - I_A) R_4 + (I_C - I_B) R_2 = -V_g \Rightarrow -I_A R_4 + I_C (R_4+R_2) = -V_g - I_g R_2$$

$$\begin{bmatrix} R_1+R_4+R_5 & -R_4 \\ -R_4 & R_2+R_4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_A \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_g R_5 \\ -V_g - I_g R_2 \end{bmatrix} \doteq \begin{bmatrix} 11 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_A \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5k_C \\ -k_N - k_C \end{bmatrix} \qquad \Delta = 33 - 4 = 29$$

$$I_A = \frac{\begin{vmatrix} -5k_C & -2 \\ -k_N - k_C & 3 \end{vmatrix}}{29} = \frac{-15k_C - 2k_N - 2k_C}{29} = -\frac{(2k_N + 17k_C)}{29} \text{ [A]}$$

$$I_C = \frac{\begin{vmatrix} 11 & -5k_C \\ -2 & -k_N - k_C \end{vmatrix}}{29} = -\frac{(11k_N + 21k_C)}{29} \text{ [A]}$$

Trovate le correnti di anello posso determinare tutte le altre grandezze e elettriche (correnti e tensioni) e dunque anche le potenze.



$$P_{R_1} = I_A^2 R_1 = \frac{16k_N^2 + 1156k_C^2 + 272k_N k_C}{29^2} \text{ [W]}$$

$$P_{R_2} = (I_C - I_B)^2 R_2 = (I_C + I_g)^2 R_2 = \frac{121k_N^2 + 64k_C^2 - 176k_N k_C}{29^2} \text{ [W]}$$

$$P_{R_3} = I_g^2 R_3 = 2k_C^2 \text{ [W]};$$

$R_1 = 4$ [Ω], $R_2 = 1$ [Ω], $R_3 = 2$ [Ω], $R_4 = 2$ [Ω], $R_5 = 5$ [Ω].

$$P_{R_4} = (I_A - I_C)^2 R_4 = \frac{162k_N^2 + 32k_C^2 + 144k_N k_C}{29^2} \text{ [W]}$$

$$P_{R_5} = (I_A + I_g)^2 R_5 = \frac{20k_N^2 + 720k_C^2 - 240k_N k_C}{29^2} \text{ [W]}$$

$$\Rightarrow \sum P_{R_\alpha} = \frac{319k_N^2 + 3654k_C^2}{29^2} \text{ [W]}$$

GENERATORI

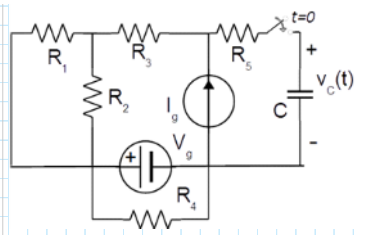
Avendo trovato le correnti di anello, è immediato calcolare la potenza del generatore di tensione Vg come $P_{Vg} = Vg \times (-Ic)$. Per il generatore di corrente invece devo prima trovare la tensione attraverso un bilancio delle tensioni su una maglia comprendente Ig. Ad ese mpio posso usare la più esterna da cui ricavo Vig=-Vg+IgR3-IAR1

$$P_{V_g} = V_g \cdot (-I_C) = \frac{11k_N^2 + 21k_N k_C}{29} = \frac{319k_N^2 + 609k_N k_C}{29^2} \text{ [W]}$$

$$P_{I_g} = V_{I_g} \cdot I_g = (-V_g + I_g R_3 - I_A R_1) \cdot I_g = \frac{126k_C^2 - 21k_N k_C}{29} = \frac{3654k_C^2 - 609k_N k_C}{29^2}$$

$$\Rightarrow \sum P_{GEN} = \frac{319k_N^2 + 3654k_C^2}{29^2} = \sum P_{R_\alpha} \quad \underline{\text{OK!}}$$

ESERCIZIO 2

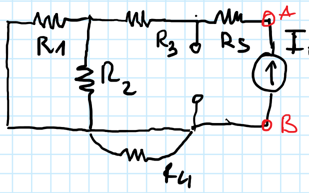


Determinare $v_C(t)$ nel circuito in figura per $t > 0$, sapendo che all'istante t=0 in cui viene connesso il condensatore C la tensione $v_C(t)$ vale $v_C(t=0^-) = \mathbf{k_N}$ [V].
Rappresentarne poi su un grafico l'andamento temporale.

DATI: $V_g = 2[V]$, $I_g = 5[A]$, $R_1 = 5\,[\Omega]$, $R_2 = \mathbf{k_C}\,[\Omega]$, $R_3 = 3\,[\Omega]$, $R_4 = 2\,[\Omega]$, $R_5 = 1\,[\Omega]$, $C = 4[mF]$

SVOLGIMENTO:
SVOLGIMENTO: Cerco una soluzione del tipo $V_c(t)=V_c(\infty)+[V_c(0)-V_c(\infty)]\exp(-t/\tau)$.
$V_c(0)$ è la condizione iniziale ed è nota, $V_c(\infty)$ e τ Possono essere ricavati trovando il circuito equivalente di Thevenin o di Norton visto dal condensatore. Si ha infatti che:
$\tau = C^*R_{TH}$ mentre $V_c(\infty)=V_{TH} = I_N R_{TH}$

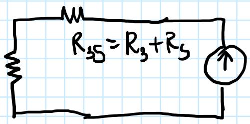
Calcolo la resistenza equivalenete di Thevenin R_{TH} disattivando i generatori indipendenti e sostituendo il condensatore con un generatore di corrente di prova



Per definizione $R_{TH} = \frac{V_{AB}}{I_p}$ ma posso calcolare R_{TH} anche a "vista" perché noto che:

1. R4 è in parallelo con un corto circuito --> R4 è ininfluente
2. R3 e R5 sono in serie perché attraversati dalla stessa corrente
3. R1 e R2 sono in parallelo perché essendo attaccati agli stessi due nodi "vedono" la stessa tensione

Posso quindi semplificare il circuito come in figura



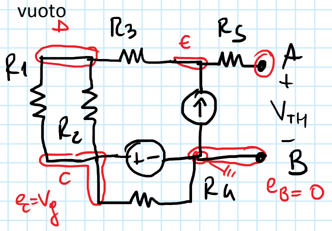
$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}$

$$\Rightarrow R_{TH} = \underbrace{R_{12} + R_{35}}_{\text{SONO IN SERIE}} = R_3+R_5+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \frac{(R_1+R_2)(R_3+R_5)+R_1R_2}{R_1+R_2}\,[\Omega] =$$

$$= \frac{(5+K_c)\cdot 4+5K_c}{5+K_c} = \frac{20+9K_c}{5+K_c}\,[\Omega]$$

$$\Rightarrow \tau = CR_{TH} = \frac{80+36K_c}{5+K_c}\cdot 10^{-3}[s] = \frac{80+36K_c}{5+K_c}\,[ms]$$

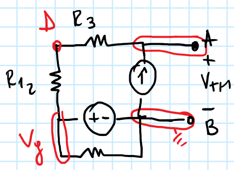
Calcolo la tensione di Thevenin V_{TH}, staccando il condensatore e lasciando la porta a vuoto



$e_B = 0 \Rightarrow V_{TH} = e_A$

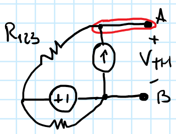
1) Su R_5 non scorre corrente --> $e_A=e_E$; posso ignorare R_5 per il calcolo di V_{TH}
2) Ai fini del calcolo di V_{TH} posso sostituire R_1 e R_2, che sono in parallelo con una resistenza equivalente $R_{12}=R_1{*}R_2/(R_1+R_2)$

= AI FINI DI V_{TH}



1) Posso ulteriormente semplificare il circuito sostituendo a R_{12} e R_3 che sono in serie, un'unica resistenza $R_{123} = [R_1{*}R_2/(R_1+R_2)]+ R_3$

=



5) Rimane un solo potenziale incognito, e_A, che coincide con la V_{TH}

$$A:\quad (e_A - V_g)\,G_{123} = I_g \Rightarrow e_A = V_{TH} = \frac{I_g + V_g G_{123}}{G_{123}} = R_{123} I_g + V_g$$

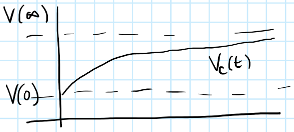
$$V_{TH} = \left(\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+R_3\right)I_g + V_g = \frac{85+42K_c}{5+K_c}\,[V] = V_c(+\infty)$$

$$V_c(t) = V_c(+\infty) + [V_c(0^-) - V_c(+\infty)]\,e^{-\frac{t}{\tau}}\;[V] =$$

$$= \frac{85+42K_c}{5+K_c} + \left[\frac{5K_N+K_NK_c-85-42K_c}{5+K_c}\right] e^{-t\,1000\,\frac{5+K_c}{80+36K_c}}$$

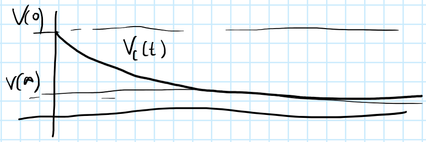
$$= \frac{85+42K_c}{5+K_c} + \underbrace{\left[\frac{5K_N+K_NK_c-85-42K_c}{5+K_c}\right]}_{\Delta V(+\infty)} e^{-t\,1000\,\frac{5+K_c}{80+36K_c}}$$

$\Delta V(+\infty) > 0$



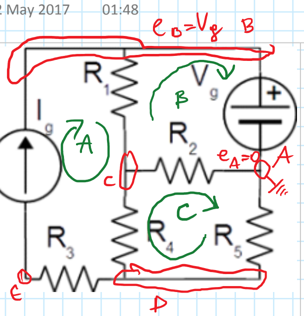
$\Delta V(+\infty) = 0$

$\Delta V(+\infty) < 0$



ESONERO 26 APRILE B- SVOLGIMENTO

02 May 2017 01:48



Dato il circuito in figura, determinare la potenza assorbita dai resistori e la potenza generata dai generatori V_g e I_g e verificate la conservazione della potenza.

DATI: $V_g= \mathbf{k_N}$ [V], $I_g= \mathbf{k_C}$ [A], $R_1 = 5$ [Ω], $R_2 = 2$ [Ω], $R_3 = 1$ [Ω], $R_4 = 4$ [Ω], $R_5= 5$ [Ω].

SVOLGIMENTO: Per trovare le potenze di tutti gli elementi devo conoscere le grandezze elettriche di tutti i componenti.
Per fare questo posso utilizzare i metodi di analisi o anche il PSE applicandolo però al calcolo delle grandezze di tutti i componenti, risultando così in una procedura piuttosto lunga. Applico allora i metodi di analisi e preliminarmente valuto quale metodo comporta un numero minore di incognite ovvero un sistema risolutivo più piccolo.
I nodi sono 5 --> 3 potenziali incogniti (e_C,e_D,e_E)
Gli anelli sono 3 ma sono 2 correnti di anello sono incognite (I_B,I_C) essendo $I_A=I_g$
--> UTILIZZO IL METODO DEGLI ANELLI

B (IB-IA)R1+(IB-IC)R2=-Vg --> IB(R1+R2)-ICR2 =-Vg+IgR1

C (IC-IB)R2+IC R5+(IC-IA)R4=0--> -IB R2 + IC(R2+R4+R5)=IgR4

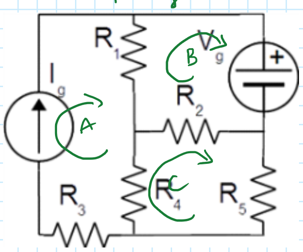
$$\begin{bmatrix} R_1+R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2+R_4+R_5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_B \\ I_C \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -K_N+5K_C \\ 4K_C \end{bmatrix} \doteq \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -2 & 11 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_B \\ I_C \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} K_N+5K_C \\ 4K_C \end{bmatrix} \qquad \Delta = 73$$

$$I_B = \frac{\begin{vmatrix} -K_N+5K_C & -2 \\ 4K_C & 11 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-11K_N+63K_C}{73} \ [A]$$

$$I_C = \frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} 7 & -K_N+5K_C \\ -2 & 4K_C \end{vmatrix} = \frac{-2K_N+38K_C}{73} \ [A]$$

Trovate le correnti di anello posso determinare tutte le altre grandezze e elettriche (correnti e tensioni) e dunque anche le potenze.

$I_A = I_g$



$$P_{R_1} = (I_g - I_B)^2 R_1 = \frac{605K_N^2+500K_C^2+1100K_NK_C}{73^2} \ [W]$$

$$P_{R_2} = (I_B - I_C)^2 R_2 = \frac{162K_N^2+1250K_C^2-900K_NK_C}{73^2} \ [W]$$

$$P_{R_3} = I_g^2 R_3 = K_C^2 \ [W]$$

$$P_{R_4} = (I_A - I_C)^2 R_4 = \frac{16K_N^2+4900K_C^2+560K_NK_C}{73^2} \ [W]$$

$$P_{R_5} = I_C^2 R_5 = \frac{20K_N^2+7220K_C^2-760K_NK_C}{73^2} \ [W]$$

$$\Rightarrow \sum P_{R\alpha} = \frac{11K_N^2+263K_C^2}{73} \ [W]$$

GENERATORI

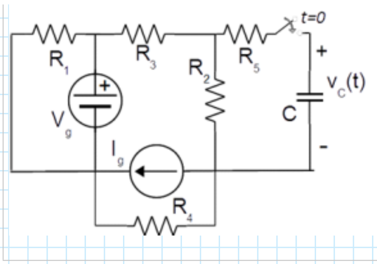
Avendo trovato le correnti di anello, è immediato calcolare la potenza del generatore di tensione Vg come P $_{Vg}$=Vg×(-IB). Per il generatore di corrente invece devo prima trovare la tensione attraverso un bilancio delle tensioni su una maglia comprendente Ig. Ad esempio posso usare la più esterna da cui ricavo Vig=Vg+IgR3+ICR5

$$P_{V_g} = V_g \cdot (-I_B) = \frac{11K_N^2-63K_NK_C}{73} \ [W]$$

$$P_{I_g} = V_{I_g} \cdot I_g = (+V_g+I_gR_3+I_CR_5) \cdot I_g = \frac{63K_NK_C+263K_C^2}{73}$$

$$\Rightarrow \sum P_{GEN} = \frac{11K_N^2+263K_C^2}{73} = \sum P_{R\alpha} \qquad \text{OK!}$$

ESERCIZIO 2

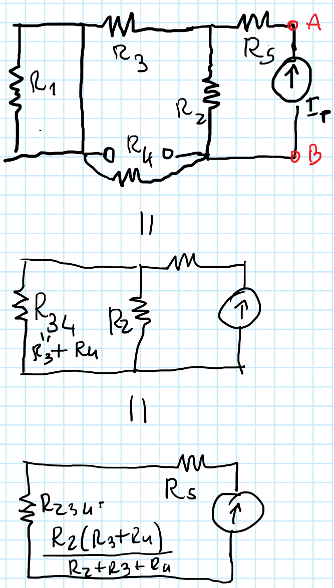


Determinare $v_C(t)$ nel circuito in figura per $t > 0$, sapendo che all'istante t=0 in cui viene connesso il condensatore C la tensione $v_C(t)$ vale $v_C(t=0^-) = \mathbf{k_N}$ [V]. Rappresentarne poi su un grafico l'andamento temporale.

DATI: $V_g = \mathbf{5}$ [V], $I_g = 2$ [A], $R_1 = 1$ [Ω], $R_2 = 3$ [Ω], $R_3 = \mathbf{k_C}$ [Ω], $R_4 = 4$ [Ω], $R_5 = 5$ [Ω], C=5 [mF]

SVOLGIMENTO: Cerco una soluzione del tipo $V_c(t)=V_c(\infty)+[V_c(0)-V_c(\infty)]\exp(-t/\tau)$.
$V_c(0)$ è la condizione iniziale ed è nota, $V_c(\infty)$ e τ Possono essere ricavati trovando il circuito equivalente di Thevenin o di Norton visto dal condensatore. Si ha infatti che:
$\tau = C{*}R_{TH}$ mentre $V_c(\infty)=V_{TH} = I_N R_{TH}$

Calcolo la resistenza equivalente di Thevenin R_{TH} disattivando i generatori indipendenti e sostituendo il condensatore con un generatore di corrente di prova



Per definizione $R_{TH} = \frac{V_{AB}}{I_p}$ ma posso calcolare R_{TH} anche a "vista" perché noto che:

1. R1 è in parallelo con un corto circuito --> R1 è ininfluente
2. Escludendo R1, R3 e R4 sono in serie perché attraversati dalla stessa corrente
3. R2 è in parallelo con la serie di R3 e R4 perché essendo attaccati agli stessi due nodi "vedono" la stessa tensione
4. La risultante del parallelo tra R2 e (R3+R4) è in serie con R5

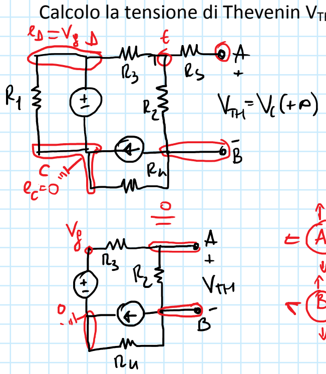
$$R_{TH} = R_5 + \frac{R_2(R_3+R_4)}{R_2+R_3+R_4} =$$

$R_1 = 1$ [Ω], $R_2 = 3$ [Ω], $R_3 = \mathbf{k_C}$ [Ω], $R_4 = 4$ [Ω], $R_5 = 5$ [Ω],

$$= 5 + \frac{3(k_C+4)}{k_C+7} = \frac{8k_C+47}{k_C+7}\ [\Omega]$$

$$\tau = C \cdot R_{TH} = \frac{235+40k_C}{7+k_C} \cdot 10^{-3}\,[s] = \frac{235+40k_C}{7+k_C}\ [ms]$$

Calcolo la tensione di Thevenin V_{TH}, staccando il condensatore e lasciando la porta a vuoto



1) Su R_5 non scorre corrente --> $e_A=e_E$; posso ignorare R_5 per il calcolo di V_{TH}
2) Anche R_1, in parallelo con il generatore di tensione è ininfluente per il calcolo di V_{TH} (teorema di sostituzione)

$$V_{TH} = e_A - e_B \Rightarrow e_A = V_{TH} + e_B \ ;\ e_B = e_A - V_{TH}$$

$$(A) \to (e_A - V_g)G_3 + (e_A - e_B)G_2 = 0 \Rightarrow e_A G_3 + V_{TH} G_2 = V_g G_3$$

$$(B) \to (e_B - e_A)G_2 + e_B G_4 = -I_g \qquad -V_{TH} G_2 + (e_A - V_{TH})G_4 = -I_g$$

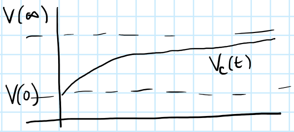
$$\begin{bmatrix} G_3 & G_2 \\ +G_4 & -(G_2+G_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_A \\ V_{TH} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_g G_3 \\ -I_g \end{bmatrix} \Rightarrow V_{TH} = \frac{\begin{vmatrix} G_3 & V_g G_3 \\ G_4 & -I_g \end{vmatrix}}{-G_3(G_2+G_4) - G_2 G_4} = \frac{+G_3 I_g + V_g G_3 G_4}{+(G_2G_3 + G_2G_4 + G_3G_4)}$$

$$= \frac{\frac{2}{k_C} + \frac{5}{4k_C}}{\frac{1}{3k_C} + \frac{1}{12} + \frac{1}{4k_C}} = \frac{\frac{8+5}{\cancel{4k_C}}}{\frac{4+k_C+3}{3\,\cancel{12k_C}}} = \frac{39}{7+k_C}\ [V] = V_{TH} = V_C(+\infty)$$

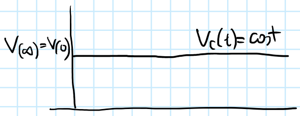
$$V_C(t) = V_C(+\infty) + [V_C(0^-) - V_C(+\infty)]\, e^{-\frac{t}{\tau}}\ [V] =$$

$$= \frac{39}{7+k_C} + \underbrace{\left[\frac{7k_N + k_N k_C - 39}{7+k_C}\right]}_{\Delta V(+\infty)} e^{-t\,\frac{\overset{200}{\cancel{1000}}\,(7+k_C)}{\cancel{235+40k_C}\ \ 47+8k_C}}$$

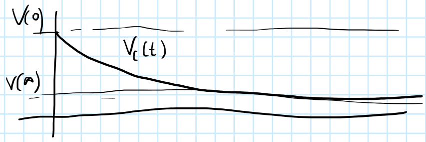
$\Delta V(+\infty) > 0$



$\Delta V(+\infty) = 0$

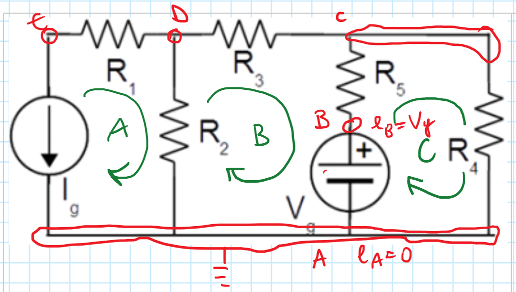


$\Delta V(+\infty) < 0$



ESONERO 27 APRILE A- SVOLGIMENTO

02 May 2017 01:48



Dato il circuito in figura, determinare la potenza assorbita dai resistori e la potenza generata dai generatori V_g e I_g e verificate la conservazione della potenza.

DATI: $V_g = k_C$ [V], $I_g = k_N$ [A], $R_1 = 1$ [Ω], $R_2 = 3$ [Ω], $R_3 = 5$ [Ω], $R_4 = 2$ [Ω], $R_5 = 4$ [Ω].

SVOLGIMENTO: Per trovare le potenze di tutti gli elementi devo conoscere le grandezze elettriche di tutti i componenti.
Per fare questo posso utilizzare i metodi di analisi o anche il PSE applicandolo però al calcolo delle grandezze di tutti i componenti, risultando così in una procedura piuttosto lunga.
Applico allora i metodi di analisi e preliminarmente valuto quale metodo comporta un numero minore di incognite ovvero un sistema risolutivo più piccolo.
I nodi sono 5 --> 3 potenziali incogniti (e_C, e_D, e_E)
Gli anelli sono 3 ma sono 2 correnti di anello sono incognite (I_B, I_C) essendo $I_A = -I_g$
--> UTILIZZO IL METODO DEGLI ANELLI

B IB R3 + (IB-IC)R5 +(IB-IA)R2=-Vg --> IB(R2+R3+R5)-IC R5=-Vg-IgR2

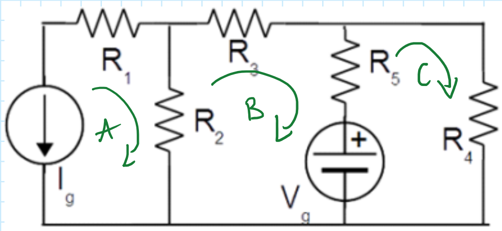
C (IC-IB)R5+IC R4=Vg--> -IB R5 + IC(R4+R5)=Vg

$$\begin{bmatrix} R_2+R_3+R_5 & -R_5 \\ -R_5 & R_4+R_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -V_g - I_g R_2 \\ V_g \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 12 & -4 \\ -4 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_N - 3K_C \\ K_N \end{bmatrix} \qquad \Delta = 56$$

$$I_B = \frac{1}{\Delta} \cdot \begin{vmatrix} -K_N - 3K_C & -4 \\ K_N & 6 \end{vmatrix} = \frac{-2K_N - 18K_C}{56} \text{ [A]}; \quad I_C = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} 12 & -K_N - 3K_C \\ -4 & K_N \end{vmatrix} = \frac{8K_N - 12K_C}{56} \text{ [A]}$$

<u>Trovate le correnti di anello posso determinare tutte le altre grandezze e elettriche (correnti e tensioni) e dunque anche le potenze.</u>



$$P_{R_1} = I_A^2 R_1 = I_g^2 R_1 = K_C^2 \text{ [W]}$$

$$P_{R_2} = (I_A - I_B)^2 R_2 = \frac{3K_N^2 + 1083 K_C^2 - 114 K_N K_C}{28^2} \text{ [W]}$$

$$P_{R_3} = I_B^2 R_3 = \frac{5K_N^2 + 405 K_C^2 + 90 K_N K_C}{28^2} \text{ [W]}$$

$$P_{R_4} = I_C^2 R_4 = \frac{32 K_N^2 + 72 K_C^2 - 96 K_N K_C}{282} \text{ [W]}$$

$$P_{R_5} = (I_C - I_B)^2 R_5 = \frac{100 K_N^2 + 36 K_C^2 + 120 K_N K_C}{28^2} \text{ [W]}$$

$$\sum_\alpha P_{R_\alpha} = \frac{5K_N^2 + 85 K_C^2}{28} \text{ [W]}$$

GENERATORI

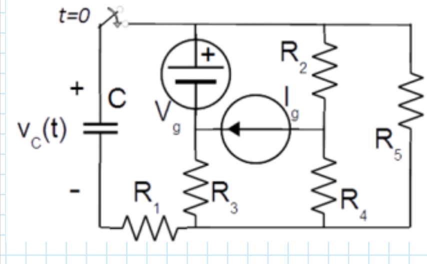
Avendo trovato le correnti di anello, è immediato calcolare la potenza del generatore di tensione V_g come $P_{Vg} = V_g \times (I_C - I_B)$. Per il generatore di corrente invece devo prima trovare la tensione attraverso un bilancio delle tensioni su una maglia comprendente Ig. Ad esempio posso usare l'anello A da cui ricavo $V_{Ig} = -I_A(R_1+R_2) + I_B R_2 = I_g(R_1+R_2) + I_B R_2$

$$P_{V_g} = V_g \cdot (I_C - I_B) = \frac{5K_N^2 + 3K_C K_N}{28} \text{ [W]}$$

$$P_{I_g} = V_{I_g} \cdot I_g = \left(I_g (R_1 + R_2) + I_B R_2 \right) \cdot I_g = \frac{85 K_C^2 - 3 K_C K_N}{28} \text{ [W]}$$

$$\Rightarrow \sum P_{GEN} = \frac{5K_N^2 + 85 K_C^2}{28} \text{ [W]} = \sum P_{R_\alpha} \qquad \underline{OK!}$$

ESERCIZIO 2



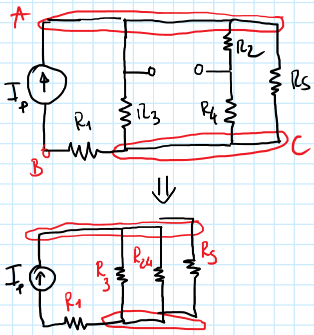
Determinare $v_C(t)$ nel circuito in figura per t > 0, sapendo che all'istante t=0 in cui viene connesso il condensatore C la tensione $v_C(t)$ vale $v_C(t=0^-) = \mathbf{k_N}$ [V].
Rappresentarne poi su un grafico l'andamento temporale.

DATI: V_g= 2[V], I_g= 5 [A], R_1 = 5 [Ω], R_2 = $\mathbf{k_C}$ [Ω], R_3 = 3 [Ω], R_4 = 2 [Ω], R_5 = 1 [Ω], C = 4[mF]

-

SVOLGIMENTO: Cerco una soluzione del tipo Vc(t)=Vc(∞)+[Vc(0)-Vc(∞)]exp(-t/τ).
Vc(0) è la condizione iniziale ed è nota, Vc(∞) e τ Possono essere ricavati trovando il circuito equivalente di Thevenin o di Norton visto dal condensatore. Si ha infatti che:
$\tau = C^*R_{TH}$ mentre $V_c(\infty)=V_{TH} = I_N R_{TH}$

Calcolo la resistenza equivalente di Thevenin R_{TH} disattivando i generatori indipendenti e sostituendo il condensatore con un generatore di corrente di prova



Per definizione $R_{TH} = \frac{V_{AB}}{I_p}$ ma posso calcolare R_{TH} anche a "vista" perché noto che:

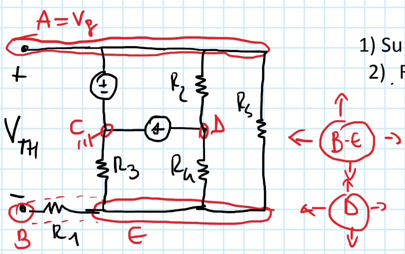
1. R2 e R4 sono in serie e le posso sostituire con un'unica resistenza R24 di valore R2 +R4
2. R5, R24 e R3 sono tutte in parallelo perché essendo attaccati agli stessi due nodi "vedono" la stessa tensione
3. La risultante del parallelo tra R5, R24 e R3 è in serie con R1

$$\Rightarrow R_{TH} = R_1 + R_3 /\!/ R_{24} /\!/ R_5 =$$

$$R_{TH} = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2+R_4} + \frac{1}{R_5}} = 1 + \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{K_C+2} + \frac{1}{1}} = 1 + \frac{1}{\frac{2+K_C+3+6+3K_C}{3(2+K_C)}} = \frac{17+7K_C}{11+4K_C}$$

$$\tau = C R_{TH} = \frac{17+7K_C}{11+4K_C} \cdot 4 \cdot 10^{-3} [s] = 4 \cdot \frac{17+7K_C}{11+4K_C} [ms]$$

Calcolo la tensione di Thevenin V_{TH}, staccando il condensatore e lasciando la porta a vuoto



1) Su R_1 non scorre corrente --> $e_B=e_E$; posso ignorare R_1 per il calcolo di V_{TH}
2) Rimangono due potenziali incognite, e_B e e_D da cui si ricava $V_{TH}=V_{TH}-e_B$

$$e_B G_3 + (e_B - e_D)G_4 + (e_B - V_g)G_5 = 0 \qquad e_B(G_3+G_4+G_5) - e_D G_4 = V_g G_5$$

$$(e_D - e_B)G_4 + (e_D - V_g)G_2 = -I_g \quad = \quad -e_B G_4 + e_D(G_2+G_4) = -I_g + V_g G_2$$

$$\begin{bmatrix} \frac{11}{6} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{2+K_C}{2K_C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_B \\ e_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -5+\frac{2}{K_C} \end{bmatrix} \Rightarrow e_B = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -\frac{1}{2} \\ -5+\frac{2}{K_C} & \frac{2+K_C}{2K_C} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{11}{6} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{2+K_C}{2K_C} \end{vmatrix}} = \frac{18-9K_C}{11+4K_C} [V]$$

$$V_{TH} = V_C(+\infty) = V_g - e_B = 2 - \frac{18-9K_C}{11+4K_C} = \frac{4+17K_C}{11+4K_C} [V]$$

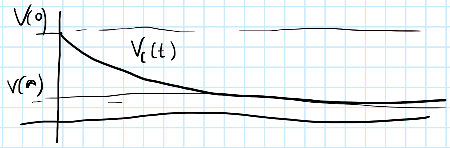
$$V_C(t) = V_C(+\infty) + \underbrace{[V_C(0) - V_C(+\infty)]}_{\Delta V_C(+\infty)} e^{-t/\tau} = \frac{4+17K_C}{11+4K_C} + \left[K_N - \frac{4+17K_C}{11+4K_C}\right] e^{-\frac{\overset{250}{\cancel{1000}}}{\cancel{4}} \cdot \frac{11+4K_C}{17+7K_C} t}$$

$\Delta V(+\infty) > 0$ $\qquad$ $\Delta V(+\infty) = 0$ $\qquad$ $\Delta V(+\infty) < 0$

$\Delta V(+\infty) > 0$

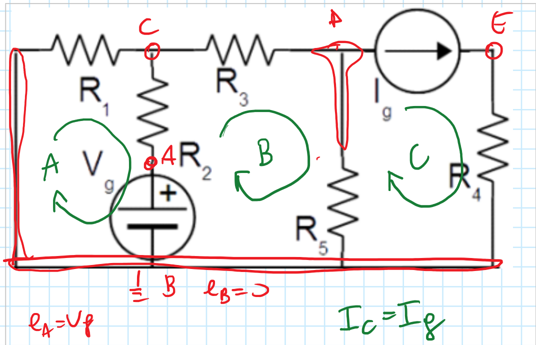
$\Delta V(+\infty) = 0$

$\Delta V(+\infty) < 0$



ESONERO 27 APRILE B- SVOLGIMENTO

02 May 2017 01:48



Dato il circuito in figura, determinare la potenza assorbita dai resistori e la potenza generata dai generatori V_g e I_g e verificate la conservazione della potenza.

DATI: V_g= k_N [V], I_g= k_C [A], $R_1 = 5$ [Ω], $R_2 = 2$ [Ω], $R_3 = 1$ [Ω], $R_4 = 4$ [Ω], $R_5 = 5$ [Ω].

SVOLGIMENTO: Per trovare le potenze di tutti gli elementi devo conoscere le grandezze elettriche di tutti i componenti. Per fare questo posso utilizzare i metodi di analisi o anche il PSE applicandolo però al calcolo delle grandezze di tutti i componenti, risultando così in una procedura piuttosto lunga.
Applico allora i metodi di analisi e preliminarmente valuto quale metodo comporta un numero minore di incognite ovvero un sistema risolutivo più piccolo.
I nodi sono 5 --> 3 potenziali incogniti (e_C,e_D,e_E)
Gli anelli sono 3 ma sono 2 correnti di anello sono incognite (I_B,I_C) essendo I_C=I_g
--> UTILIZZO IL METODO DEGLI ANELLI

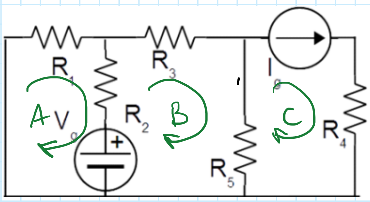
(A) IA R1+(IA-IB)R2=-Vg --> IA(R1+R2)-IBR2 =-Vg

(B) IB R3 +(IB-IC)R5+(IB-IA)R2=Vg--> -IA R2 + IB(R2+R3+R5)=Vg+IgR5

$$\begin{bmatrix} R_1+R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2+R_3+R_5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -V_g \\ V_g+I_gR_5 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -2 & 8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_N \\ K_N+5K_C \end{bmatrix} \qquad \Delta = 52$$

$$I_A = \frac{\begin{vmatrix} -K_N & -2 \\ K_N+5K_C & 8 \end{vmatrix}}{52} = \frac{-6K_N+10K_C}{52} [A] \; ; \; I_B = \frac{\begin{vmatrix} 7 & -K_N \\ -2 & K_N+5K_C \end{vmatrix}}{52} = \frac{5K_N+35K_C}{52} [A]$$

<u>Trovate le correnti di anello posso determinare tutte le altre grandezze e elettriche (correnti e tensioni) e dunque anche le potenze.</u>



$I_C = I_g$

$$P_{R_1} = I_A^2 R_1 = \frac{180K_N^2 + 500K_C^2 - 600K_CK_N}{52^2} [W]$$

$$P_{R_2} = (I_A - I_B)^2 R_2 = \frac{242K_N^2 + 1250K_C^2 + 1100K_CK_N}{52^2} [W]$$

$$P_{R_3} = I_B^2 R_3 = \frac{25K_N^2 + 1225K_C^2 + 350K_CK_N}{52^2} [W]$$

$$P_{R_4} = I_g^2 R_4 = 4K_C^2$$

$$P_{R_5} = (I_g - I_B)^2 R_5 = \frac{125K_N^2 + 1445K_C^2 - 850K_NK_C}{52^2} [W]$$

$$\Rightarrow \sum P_{R\alpha} = \frac{11K_N^2 + 293K_C^2}{52} [W]$$

GENERATORI

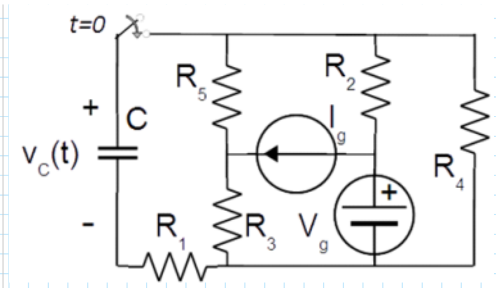
Avendo trovato le correnti di anello, è immediato calcolare la potenza del generatore di tensione Vg come P $_{Vg}$=Vg×(IB-IA). Per il generatore di corrente invece devo prima trovare la tensione attraverso un bilancio delle tensioni su una maglia comprendente Ig. Ad esempio posso usare l'anello C da cui ricavo Vig=IgR4+(Ig -IB)R5

$$P_{V_g} = V_g \cdot (I_B - I_A) = \frac{11K_N^2 + 25K_CK_N}{52} [W]$$

$$P_{I_g} = V_{I_g} \cdot I_g = \left(I_g(R_4+R_5) - I_BR_5\right) \cdot I_g = \frac{293K_C^2 - 25K_CK_N}{52} [W]$$

$$\Rightarrow \sum P_{GEN} = \frac{11K_N^2 + 293K_C^2}{52} = \sum P_{R\alpha} \quad \underline{OK!}$$

ESERCIZIO 2



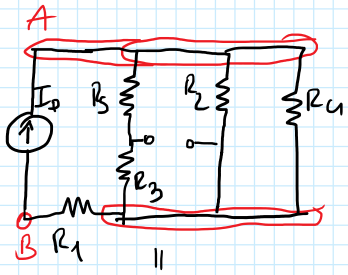
Determinare $v_C(t)$ nel circuito in figura per $t > 0$, sapendo che all'istante t=0 in cui viene connesso il condensatore C la tensione $v_C(t)$ vale $v_C(t=0^-)$ =**k_N** [V].
Rappresentarne poi su un grafico l'andamento temporale.

DATI: V_g= **5** [V], I_g= 2 [A], R_1 = 1 [Ω], R_2 =3 [Ω], R_3 = **k_C** [Ω], R_4 = 4 [Ω], R_5 = 5 [Ω], C=5 [mF]

-

SVOLGIMENTO: Cerco una soluzione del tipo Vc(t)=Vc(∞)+[Vc(0)-Vc(∞)]exp(-t/τ).
Vc(0) è la condizione iniziale ed è nota, Vc(∞) e τ Possono essere ricavati trovando il circuito equivalente di Thevenin o di Norton visto dal condensatore. Si ha infatti che:
$\tau = C*R_{TH}$ mentre $Vc(\infty)=V_{TH} = I_N R_{TH}$

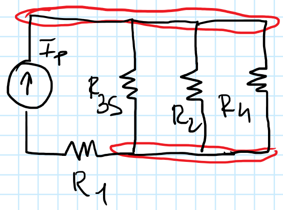
Calcolo la resistenza equivalenete di Thevenin R_{TH} disattivando i generatori indipendenti e sostituendo il condensatore con un generatore di corrente di prova



Per definizione $R_{TH} = \frac{V_{AB}}{I_p}$ ma posso calcolare R_{TH} anche a "vista" perché noto che:

1. R3 e R5 sono in serie e le posso sostituire con un'unica resistenza R35 di valore R3 +R5
2. R35, R2 e R4 sono tutte in parallelo perché essendo attaccati agli stessi due nodi "vedono" la stessa tensione
3. La risultante del parallelo tra R35, R2 e R4 è in serie con R1

||

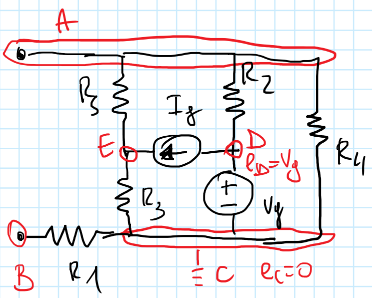


$$R_{TH} = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_3+R_5} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}} \; [\Omega]$$

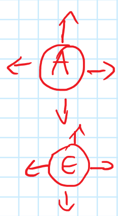
$$R_{TH} = 1 + \frac{1}{\frac{1}{5+K_C} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = 1 + \frac{1}{\frac{12+7(5+K_C)}{12(5+K_C)}} = \frac{107+19K_C}{47+7K_C} \; [\Omega]$$

$$\tau = C \cdot R_{TH} = 5 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{107+19K_C}{47+7K_C} \; [s] = 5 \cdot \frac{107+19K_C}{47+7K_C} \; [ms]$$

Calcolo la tensione di Thevenin V_{TH}, staccando il condensatore e lasciando la porta a vuoto



1) Su R_1 non scorre corrente --> $e_B=e_C$; posso ignorare R_1 per il calcolo di V_{TH}
2) Rimangono due potenziali incogniti, e_A e e_E da cui si ricava $V_{TH}=e_A$



$$(e_A - e_E)G_5 + (e_A - V_g)G_2 + e_A G_4 = 0$$

$$(e_E - e_A)G_5 + e_E G_3 = I_g$$

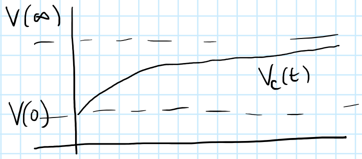
$$\begin{bmatrix} G_2+G_4+G_5 & -G_5 \\ -G_5 & G_3+G_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_A \\ e_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_g G_2 \\ I_g \end{bmatrix} \Rightarrow e_A = V_{TH} = \frac{\begin{vmatrix} V_g G_2 & -G_5 \\ I_g & G_3+G_5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} G_2+G_4+G_5 & -G_5 \\ -G_5 & G_3+G_5 \end{vmatrix}} =$$

$$V_{TH} = \frac{300 + 132 K_C}{141 + 21 K_C} \; [V] = V_C(+\infty)$$

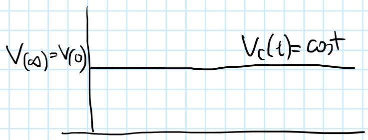
$$V_C(t) = V_C(+\infty) + \left[V_C(0) - V_C(+\infty)\right] e^{-\frac{t}{\tau}} \; [V] =$$

$$= \frac{300+132K_C}{141+21K_C} + \underbrace{\left[K_N - \frac{300+132K_C}{141+21K_C}\right]}_{\Delta V(+\infty)} e^{-\frac{\cancel{1000}^{\,200}}{\cancel{5}} \cdot \frac{47+7K_C}{107+19K_C} t} \quad [V]$$

$\Delta V(+\infty) > 0$



$\Delta V(+\infty) = 0$



$\Delta V(+\infty) < 0$