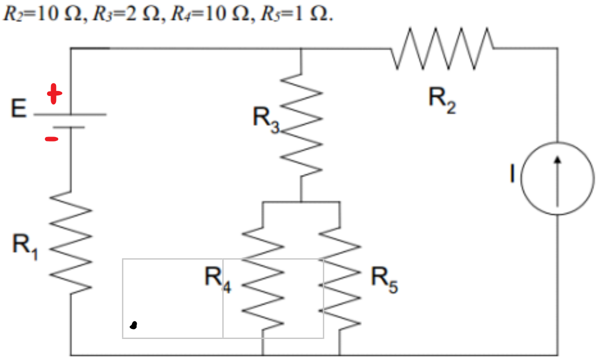
Elettrotecnica, prova scritta del 06.07.2011-A

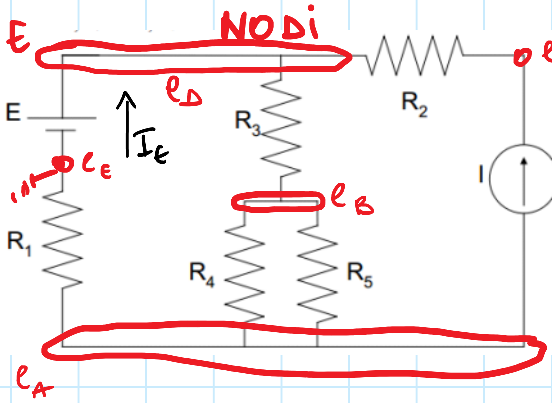
COGNOME	NOME	DATA DI NASCITA	MATRICOLA

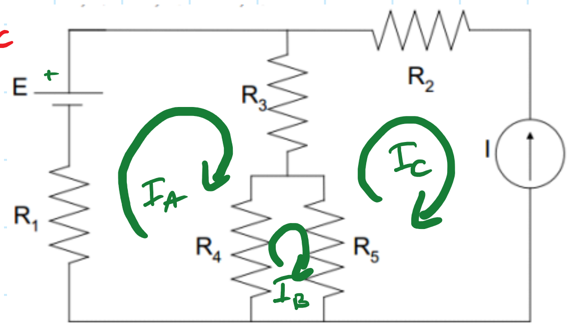
In riferimento ad entrambi gli esercizi, si considerino le seguenti due costanti:
- k_N pari al numero di lettere del proprio nome;
- k_C pari al numero di lettere del proprio cognome.

1. Dato il sistema di figura, determinare il valore della potenza dissipata dal resistore R_4 e della potenza generata dal generatore di tensione E.
$E=k_N$ V, $I=k_C$ A, $R_1=5\ \Omega$, $R_2=10\ \Omega$, $R_3=2\ \Omega$, $R_4=10\ \Omega$, $R_5=1\ \Omega$.



Posso risolvere il circuito applicando i metodi di analisi o utilizzando il principio di sovrapposizione degli effetti. Potrei applicare il Teorema di Millman ma non è conveniente per il calcolo della potenza di R_4
Analizziamo le varie possibilità





5 NODI → 3 INCOGNITE MA POSSO NON CALCOLARE e_C (O APPLICARE IL TEOREMA DI SOSTITUZIONE)
⇒ X RISOLVERE IL CIRCUITO DEVO CALCOLARE SOLAMENTE e_A E e_B CON $e_E=0$ [V] $e_D = E = K_N$ [V]

e_A: $e_A G_1 + (e_A - e_B)G_4 + (e_A - e_B)G_5 = -I$
$= e_A(G_1+G_4+G_5) - e_B(G_4+G_5) = -I$

e_B: $(e_B - e_A)G_4 + (e_B - e_A)G_5 + (e_B - e_D)G_3 = 0$
$e_B(G_4+G_5+G_3) - e_A(G_4+G_5) = EG_3 = K_N G_3$

$$\begin{bmatrix} G_1+G_4+G_5 & -(G_4+G_5) \\ -(G_4+G_5) & G_3+G_4+G_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_A \\ e_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I \\ K_N G_3 \end{bmatrix}$$

3 ANELLI → UNO VINCOLATO DA I_g → 2 CORRENTI INDIPENDENTI I_A, I_B CON $I_C = -I$

(A) $(I_A - I_C)R_3 + (I_A - I_B)R_4 + I_A R_1 = E = K_N$
$I_A(R_1+R_3+R_4) - I_B R_4 = K_N - IR_3$

(B) $(I_B - I_C)R_5 + (I_B - I_A)R_4 = 0$
$-I_A R_4 + I_B(R_4+R_5) = -IR_5$

$$\begin{bmatrix} R_1+R_3+R_4 & -R_4 \\ -R_4 & R_4+R_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_N - IR_3 \\ -IR_5 \end{bmatrix}$$

UNA VOLTA TROVATE LE CORRENTI DI ANELLO POSSO DETERMINARE LE QUANTITÀ RICHIESTE P_{R_4} e P_E

$$\left[-(G_4+G_5) \quad G_3+G_4+G_5\right]\left[e_B\right]\left[k_N G_3\right]$$

UNA VOLTA TROVATI I POTENZIALI DEI NODI POSSO TROVARE LA POTENZA ASSORBITA DA R_4 E LA POTENZA GENERATA DAL GEN. DI TENSIONE

$$P_{R_4} = (e_A - e_B)^2 G_4 = (e_B - e_A)^2 G_4 \ [W]$$

$P_E = E \cdot I_E$, per trovare I_E faccio la KCL al nodo E: $I_E + (e_E - e_A) G_1 = 0$

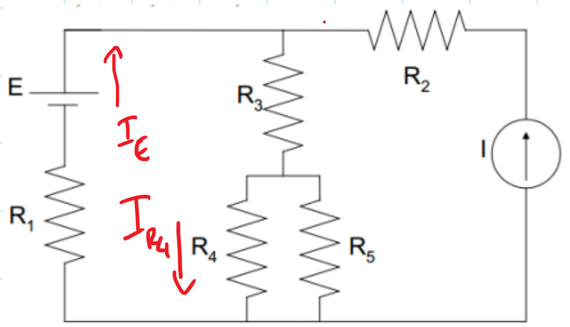
$$\Rightarrow I_E = e_A G_1 \Rightarrow P_E = E \cdot e_A G_1 \ [W]$$

... DI ANELLO POSSO DETERMINARE LE QUANTITÀ RICHIESTE P_{R_4} e P_E

$$P_{R_4} = (I_A - I_B)^2 R_4 = (I_B - I_A)^2 R_4 \ [W]$$

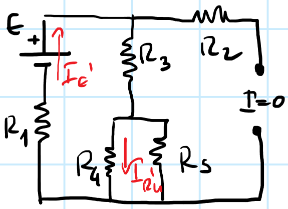
$$P_E = E \cdot I_A \ [W]$$

PSE



$I_E = I_E' + I_E''$; $I_{R_4} = I_{R_4}' + I_{R_4}''$

$I_E', I_{R_4}' \rightarrow I = 0$

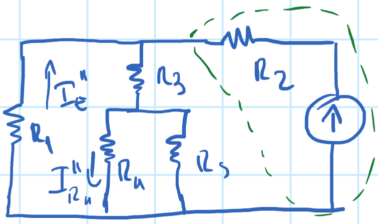


$$I_E' = \frac{E}{R_1 + R_3 + R_4 // R_5}$$

$$I_E' = \frac{E}{R_1 + R_3 + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}} =$$

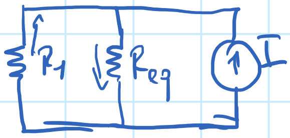
$$= I_E' = \frac{E(R_4+R_5)}{(R_1+R_3)(R_4+R_5) + R_4 R_5} \Rightarrow I_{R_4}' = I_E' \cdot \frac{R_5}{R_4+R_5} = \frac{E R_5}{(R_1+R_3)(R_4+R_5) + R_4 R_5}$$

$I_E'', I_{R_4}'' \rightarrow E = 0$



POSSO APPLICARE IL TEOREMA DI SOSTITUZIONE E TRASCURARE R_2 PER IL CALCOLO DI I_E'' e I_{R_4}''.

il circuito diventa un partitore di corrente



con cui rimane R_1 e

$$R_{eq} = R_3 + (R_4 // R_5) = R_3 + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}$$

$$= \frac{(R_3 R_4 + R_4 R_5 + R_5 R_3)^*}{R_4 + R_5}$$

* SONO A STELLA

$$I_E'' = -\frac{I R_{eq}}{R_1 + R_{eq}} = -I \frac{(R_3 R_4 + R_4 R_5 + R_5 R_3)}{\cancel{R_4+R_5}} \cdot \frac{\cancel{R_4+R_5}}{R_1 R_4 + R_1 R_5 + R_3 R_4 + R_4 R_5 + R_5 R_3}$$

$$I_{R_4}'' = I_{R_3}'' \cdot \frac{R_5}{R_4+R_5} = \left(I \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_{eq}}\right) \cdot \frac{R_5}{R_4+R_5} = I \cdot \frac{\cancel{(R_4+R_5)} \cdot R_1}{R_1 R_4 + R_1 R_5 + R_3 R_4 + R_4 R_5 + R_5 R_3} \cdot \frac{R_5}{\cancel{(R_4+R_5)}}$$

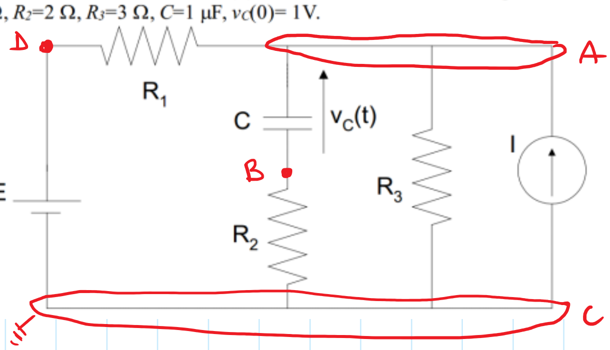
$$P_E = E \cdot I_E = E \cdot (I_E' + I_E'')$$

$$P_{R_u} = I_{R_u}^2 \cdot R_u = (I_{R_u}' + I_{R_u}'')^2 R_u$$

Svolgimento prova 06.07.2011 A ESERCIZIO 2

17 April 2017 16:42

2. Supponendo il condensatore inizialmente carico a $v_C(0)$, determinare l'andamento temporale della tensione $v_C(t)$.
$E= k_N$ V, $I=k_C$ A, R_1=1 Ω, R_2=2 Ω, R_3=3 Ω, C=1 μF, $v_C(0)$= 1V.



$V_C(t)$ SARÀ DEL TIPO : $V_C(t) = V_C(t=+\infty) + \left[V_C(t=0) - V_C(t=+\infty)\right] e^{-\frac{t}{\tau}}$

$V_C(t=0)$ È NOTO, DEVO QUINDI DETERMINARE $V_C(t=+\infty)$ e τ

PER FARE CIÒ POSSO:

1) CALCOLARE IL circuito equivalente di Thevenin visto ai capi del condensatore tra A e B per cui vale $\tau = R_{TH} \cdot C$, $V_C(\infty) = V_{TH}$

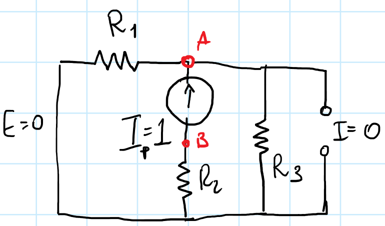
2) calcolare il circuito equivalente di Norton visto tra A e B da cui si ricava $\tau = R_N \cdot C = R_{TH} \cdot C$; $V_C(\infty) = R_N \cdot I_N = R_{TH} \cdot I_N$

---

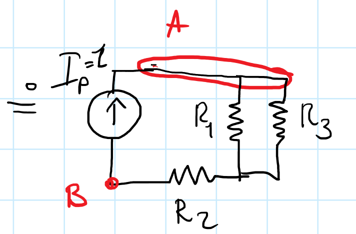
1) CALCOLO RESISTENZA EQUIVALENTE DI THEVENIN/NORTON

↳ STACCO LA CAPACITÀ E LA SOSTITUISCO CON UN GEN. DI CORRENTE DI PROVA

↳ DISATTIVO I generatori "E" ed "I": E → corto circuito
I → circuito aperto



=



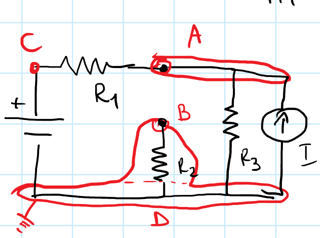
$R_{TH} = \frac{V_{AB}}{I_P} = R_1 // R_3 + R_2 = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + R_2$

$R_{TH} = \frac{R_1R_3 + R_1R_2 + R_2R_3}{R_1 + R_3}$

$\Rightarrow \tau = C \cdot R_{TH} = C\,\frac{R_1R_3 + R_1R_2 + R_2R_3}{R_1 + R_3}$

---

2) CALCOLO V_{TH} → "STACCO" IL CONDENSATORE E LASCIO LA PORTA "AB" A VUOTO



→ SU R_2 NON CIRCOLA CORRENTE ⇒ SI TROVA ALLO STESSO POTENZIALE DEL RIFERIMENTO

$e_B = e_D$

→ $V_{TH} = e_A - e_B = e_A$ e_A è unica incognita

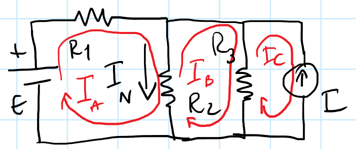
e_A → $(e_A - E)G_1 + e_A G_3 = I \Rightarrow e_A = \frac{(I + EG_1)}{G_1 + G_3} \Rightarrow V_{TH} = \frac{I + EG_1}{G_1 + G_3}$

$V_{TH} = \frac{I + EG_1}{G_1 + G_3} = V_C(t=+\infty)$

---

2) CALCOLO I_N → SOSTITUISCO IL CONDENSATORE CON UN CORTO CIRCUITO

2) CALCOLO I_N $\rightarrow$ SOSTITUISCO IL CONDENSATORE CON UN CORTO CIRCUITO



$I_C = -I \qquad I_N = I_A - I_B$

$(I_A) = I_A(R_1+R_2) - I_B R_2 = E$

$(I_B) \quad -I_A R_2 + I_B(R_2+R_3) = -I R_3$

$$\begin{bmatrix} R_1+R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2+R_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ -I R_3 \end{bmatrix} \Rightarrow I_A = \frac{E(R_2+R_3) - I R_2 R_3}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}$$

$$\Delta = R_1R_2+R_1R_3+\cancel{R_2^2}+R_2R_3-\cancel{R_2^2} = R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3$$

$$I_B = \frac{-I R_3(R_1+R_2)+E R_2}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3} \Rightarrow I_N = I_A - I_B = \frac{E R_3 + I R_3 R_1}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}$$

$$\Rightarrow V_C(t=+\infty) = I_N \cdot R_{TH} = \frac{E R_3 + I R_3 R_1}{\cancel{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}} \cdot \frac{\cancel{R_1R_3+R_1R_2+R_2R_3}}{R_1+R_3} = \frac{R_3(E+IR_1)}{R_1+R_3} \overset{?}{=} \frac{I+EG_1}{G_1+G_3}$$

$$\frac{I+EG_1}{G_1+G_3} = \frac{R_1 I + E}{R_1} \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_3}} = \frac{(E+IR_1)}{\cancel{R_1}} \cdot \frac{\cancel{R_1}R_3}{R_1+R_3} = OK$$

$$V_c(t) = V(\infty)+[V(0)-V(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{(E+IR_1)R_3}{R_1+R_3} + \left[1 - \frac{(E-IR_1)R_3}{R_1+R_3}\right] e^{-\frac{t(R_1+R_3)}{C[R_1R_3+R_1R_2+R_2R_3]}}$$