Ricerca Operativa - II Appello Ses. Estiva - Prova Scritta
Conteggio parole: 778

	Prova Scritta di Ricerca Operativa del 9 Luglio 2020
Nome	
Cognome	
Matricola	

Esercizio 1

Si consideri il problema di Programmazione Lineare (P)

$$\begin{cases} \max \quad 5x_1 + 12x_2 + 4x_3 \\ \qquad x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10 \\ \qquad 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 8 \\ \qquad x_1,\ x_2,\ x_3 \geq 0 \end{cases}$$

1) Costruire il Duale *D* di *P* utilizzando la forma *P-D* simmetrica, riportando funzione obiettivo e vincoli nella tabella sottostante

funzione obiettivo	
vincolo 1	

2) Sapendo che x_1 e x_2 sono positive in una soluzione ottima di *P* ed usando la Teoria della Dualità, calcolare una coppia di soluzioni ottime per i problemi *P* e *D*.

$(x^*)^\top =$	
$(y^*)^\top =$	

3) Stabilire se le soluzioni determinate ai punti precedenti sono di base per i rispettivi problemi (**motivare le risposte)**

x^* è di base?	
y^* è di base?	

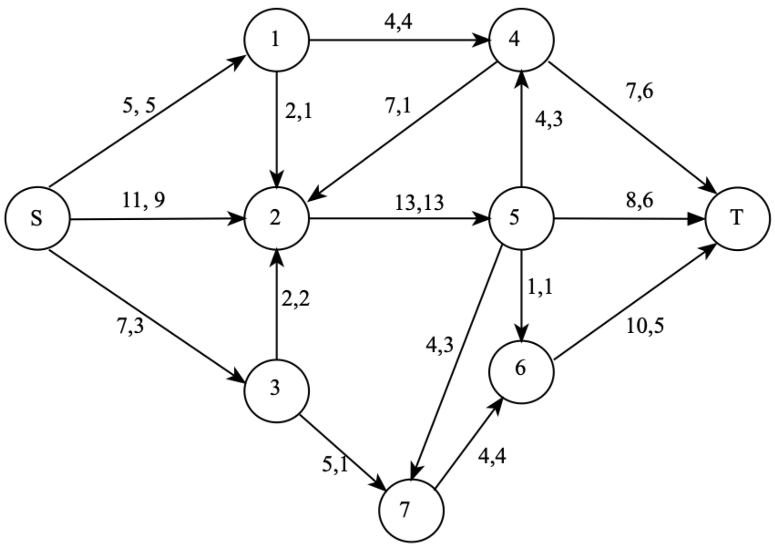
4) Stabilire se possa esistere una soluzione ottima per *P* con $x_1^* = 0$

Si perché	
No perché	

5) Indicare come la correttezza della risposta al quesito precedente possa essere verificata per via geometrica mediante la rappresentazione grafica del problema *D*.

Esercizio 2

Si consideri il problema del massimo flusso definito sul grafo *G* mostrato in figura, in cui le etichette sugli archi rappresentano, rispettivamente, la capacità dell'arco ed il flusso corrente che lo attraversa.



1) Date le seguenti catene *S*-*T*

$$P_1 = S \rightarrow 2 \leftarrow 1 \rightarrow 4 \leftarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow T$$

$$P_2 = S \rightarrow 2 \leftarrow 3 \rightarrow 7 \leftarrow 5 \rightarrow T$$

stabilire se esse sono cammini aumentanti su *G* rispetto al flusso f assegnato. In caso di risposta positiva, calcolare i rispettivi incrementi di flusso Δ_1 e Δ_2

P_1	$\Delta_1 =$
P_2	$\Delta_2 =$

2) Dopo aver eventualmente aggiornato il flusso coerentemente alle risposte date al punto 1) , si indichi con v_0 il flusso totale trasferito da S a T. Effettuare **una** iterazione dell'Algoritmo di Ford-Fulkerson nella rete aggiornata, riportando le etichette nella tabella sottostante (**aggiungere, se necessario, ulteriori righe**)

	S	1	2	3	4	5	6	7	T	L
	- , $+\infty$									
S										
2										
4										
T										

3) Indicare il cammino aumentante *P* determinato al punto 2), il relativo incremento di flusso Δ

(***utilizzare la notazione i --> j se l'arco (i,j) è un arco di P+; i <-- j se l'arco (j,i) è un arco di P),*** ed il flusso totale trasferito da S a T.

4). Dopo aver effettuato l'aumentazione di flusso lungo il cammino *P*, il flusso trasferito da S a T è massimo? In caso di risposta positiva indicare il taglio di capacità minima.

Il flusso è massimo?No

(***Riempire i campi sottostanti solo in caso di risposta positiva. Nell'espressione della capacità del taglio indicare esplicitamente le capacità degli archi u_{ij} che concorrono al valore della capacità del taglio***)

*v**=

$W^* =$	$\bar{W}^* =$
$C(W^*, \bar{W}^*) =$	

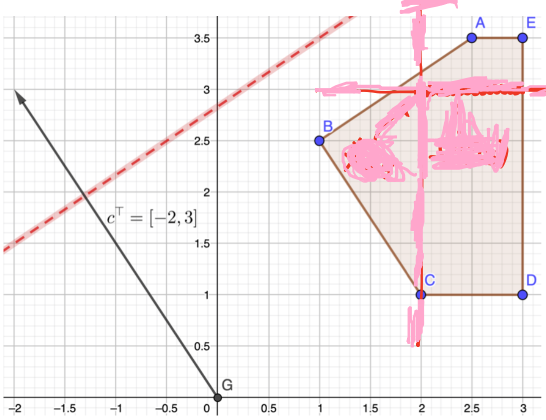
Esercizio 3

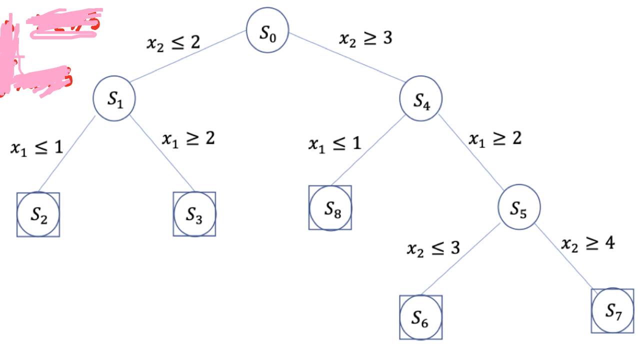
Si consideri il problema di PLI

$$\max \ -2x_1 + 3x_2$$
$$x \in P \cap \mathbb{Z}^2$$

dove $P = \{x \in \mathbb{R}^2_+ \mid 3x_1 + 2x_2 \geq 8,\ -4x_1 + 6x_2 \geq 11,\ x_1 \leq 3,\ 1 \leq x_2 \leq \frac{7}{2}\}$.

Per il problema assegnato sono noti la soluzione ottima del rilassato lineare di S_0 ($x^*_{PL_0} = (1, \frac{5}{2})^\top$) e l'albero **completo** di ricerca, ottenuto applicando l'algoritmo Branch-and-Bound con la seguente regola di visita: **il sottoproblema S_i è stato risolto prima del sottoproblema S_j se $i < j$**. L'albero è mostrato nella figura seguente, insieme al poliedro *P*. Per ogni nodo *i* dell'albero si chiede di riportare, nella tabella sottostante secondo l'ordine di visita: la soluzione ottima del rilassato lineare corrispondente a quel nodo ($x^*_{PL_i}$), il valore di Upper Bound (U_i), il valore di Lower Bound **globale** *L* che si ha dopo la risoluzione del rilassato lineare corrispondente a quel nodo. Infine, per i nodi foglia, riportare il criterio che ha condotto alla chiusura del nodo.





Nodo	$x^*_{PL_i}$	U_i	*L*	Criterio di chiusura (se foglia)
S_0				
S1				
S2				
S3				
S4				
S5				
S6				
S7				

S8					

Determinare, infine, la soluzione ottima di PLI

x^*_{PLI}	
z^*_{PLI}	