Mappe di Karnaugh

Mappe di Karnaugh

Una mappa di Karnaugh è una rappresentazione alternativa delle tabelle di verità

Per una funzione a n variabili, una mappa ha 2^n celle

Mappe di Karnaugh

CONFIGURAZIONI LOGICAMENTE ADIACENTI

Due configurazioni sono logicamente adiacenti se differiscono per il valore di una e una sola variabile

PROPRIETÀ

In una mappa di Karnaugh l'adiacenza fisica corrisponde all'adiacenza logica

Mappe di Karnaugh

PROPRIETÀ

Esiste una corrispondenza biunivoca tra mintermini e celle con valore 1 della mappa di Karnaugh

SOTTO CUBO

Rettangolo di 2^k celle adiacenti

Mappe di Karnaugh

PROPRIETÀ

Esiste una corrispondenza biunivoca tra sottocubi di 2^k celle di 1 e funzioni prodotto di n - k variabili. Il prodotto è formato dalle variabili che non cambiano valore all'interno del sotto cubo, prese dirette se valgono 1 e negate se valgono 0.

Mappe di Karnaugh

IMPLICANTE

Data una funzione f, una funzione prodotto p si dice implicante di f e si indica

$$p \rightarrow f$$

se f = 1 in almeno tutte le configurazioni per cui p vale 1

ossia

se f = 1 in almeno tutte le celle del sotto cubo relativo a p

Mappe di Karnaugh

PROPRIETÀ

Data una funzione f ed un insieme p_1, p_2,..., p_k se f = 1 in tutte e solo le celle coperte dagli implicanti dell'insieme allora f si può esprimere come

$f = p_1 + p_2, \ldots + p_k$

Mappe di Karnaugh

IMPLICANTE PRIMO

Data una funzione f, un implicante p di f si dice primo se non esiste un implicante p’ tale che p’ -> f e p -> p’

ossia

se il sotto cubo relativo a p non è contenuto in un sotto cubo più grande

Mappe di Karnaugh

PROPRIETÀ

Per ogni funzione f esiste un insieme di implicanti primi $p_1, p_2, \dots, p_k$ tale che

$$f = p_1 + p_2 + \dots + p_k$$

Mappe di Karnaugh

INSIEME IRRIDONDANTE DI IMPLICANTI PRIMI

Un insieme p_1, p_2, …, p_k di implicanti primi si dice irridondante se

$f = p_1 + p_2 + \ldots + p_k$

per ogni p_i, $f \neq p_1 + p_2 + \ldots + p_{i-1} + p_{i+1} + \ldots + p_k$

Mappe di Karnaugh

PROPRIETÀ

Per ogni funzione f esiste un insieme irridondante di implicanti primi p_1, p_2, ..., p_k tale che

$$f = p_1 + p_2 + \ldots + p_k$$

Mappe di Karnaugh

IMPLICANTE PRIMO ESSENZIALE

Un implicante p di una funzione f è un implicante essenziale se esiste almeno una cella del sotto cubo relativo a p che non appartiene a nessun altro sotto cubo relativo ad implicanti di f

Mappe di Karnaugh

PROPRIETÀ

Ogni insieme irridondante di implicanti primi contiene gli implicanti primi essenziali

Mappe di Karnaugh

PROPRIETÀ

Esiste una corrispondenza biunivoca tra max termini e celle con valore 0 della mappa di Karnaugh

SOTTO CUBO

Rettangolo di 2^k celle adiacenti

Mappe di Karnaugh

PROPRIETÀ

Esiste una corrispondenza biunivoca tra sotto cubi di 2^k celle di 0 e funzioni somma di n - k variabili. La somma è formata dalle variabili che non cambiano valore all'interno del sotto cubo, prese dirette se valgono 0 e negate se valgono 1.

Mappe di Karnaugh

IMPLICANTE

Data una funzione f, una funzione somma s si dice implicato da f e si indica

$$s \leftarrow f$$

se f = 0 in almeno tutte le configurazioni per cui s vale 0

ossia

se f = 0 in almeno tutte le celle del sotto cubo relativo a s

Mappe di Karnaugh

PROPRIETÀ

Data una funzione f ed un insieme s_1, s_2,..., s_k se f = 0 in tutte e solo le celle coperte dagli implicati dell'insieme allora f si può esprimere come

$$f = s_1 \cdot s_2, \ldots \cdot s_k$$

Mappe di Karnaugh

IMPLICATO PRIMO

Data una funzione f, un implicato s di f si dice primo se non esiste un implicato s’ tale che s’ <- f e s <- s’

ossia

se il sotto cubo relativo a s non è contenuto in un sotto cubo più grande

Mappe di Karnaugh

PROPRIETÀ

Per ogni funzione f esiste un insieme di implicati primi $s_1, s_2, \ldots, s_k$ tale che

$$f = s_1 \cdot s_2 \cdot \ldots \cdot s_k$$

Mappe di Karnaugh

INSIEME IRRIDONDANTE DI IMPLICATI PRIMI

Un insieme $s_1, s_2, \ldots, s_k$ di implicati primi si dice irridondante se

$f = s_1 + s_2 + \ldots + s_k$

per ogni s_i, $f \neq s_1 \cdot s_2 \cdot \ldots \cdot s_{i-1} \cdot s_{i+1} \cdot \ldots \cdot s_k$

Mappe di Karnaugh

PROPRIETÀ

Per ogni funzione f esiste un insieme irridondante di implicati primi s_1, s_2, …, s_k tale che

$$f = s_1 \cdot s_2 \cdot \ldots \cdot s_k$$

Mappe di Karnaugh

IMPLICATO PRIMO ESSENZIALE

Un implicato s di una funzione f è un implicato essenziale se esiste almeno una cella del sotto cubo relativo a s che non appartiene a nessun altro sotto cubo relativo ad implicati di f

Mappe di Karnaugh

PROPRIETÀ

Ogni insieme irridondante di implicati primi contiene gli implicati primi essenziali