Demostraciones

1. ¿De qué tipo es el error asociado a la estimación de raíces usando el método de Newton-Raphson?

para poder calcular el error se usa la fórmula $|x_n - x_{n-1}| \leq \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}$

ahora, sea m el valor de $|f'(x_{n-1})|$, la ecuación queda la siguiente $|x_n - x_{n-1}| \leq \frac{f(x_{n-1})}{m}$

al realizar la formula de taylor para encontrar la exactitud de la aproximación x_n se obtiene

$$f(x_n) = f(x_{n-1}) + f'(x_{n-1})(x_n - x_{n-1}) + \frac{1}{2} f''(\xi_{n-1})(x_n - x_{n-1})^2$$

donde ξ_{n-1} es un valor entre x_n y x_{n-1}. Ahora, como $(x_n - x_{n-1})^2$ es un valor muy pequeño no se toma en cuenta. Con lo que la expresión queda así:

$$f(x_{n-1}) + f'(x_{n-1})(x_n - x_{n-1}) = 0$$

Retomando la formula de taylor, se deduce que

$$|f(x_n)| \leq \frac{1}{2}(f''(\xi_{n-1}))(x_n - x_{n-1})^2$$

$$|x_n - x_{n-1}| \leq (x_n - x_{n-1})^2 \cdot \frac{f''(\xi_{n-1})}{f'(x_{n-1})}$$

Si el metodo converge, entonces:

$$|x - x_m| \leq |x_n - x_{n-1}|$$

ahora, $|x - x_n| < 10^{-m}$ y $|x - x_{n+1}| < 10^{-2m}$

lo cual quiere decir que si x_n tiene una exactitud con m decimales, entonces x_{n+1} tendrá una exactitud con 2m decimales.

Como con cada iteración el error se va duplicando el número de decimales entonces es de orden cuadrático.

2. ¿Cómo ajustar la precisión para estimar raíces con el método de Newton-Raphson?

R// La formula de Newton Rhapson es la siguiente:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

por tanto, la precision debe ser un numero tal que la aproximacion de la derivada de la funcion evaluada en el punto x_n no sea 0. Tambien, este numero tiene que ser lo suficientemente bajo como para que la raiz se acerque mas a su valor real. Tambien es muy util conocer la funcion que se le quiere encontrar los 0 asi como su derivada ya que la precision depende tambien del valor del error relativo el cual se calcula con

$$e = \frac{|x_{k+1} - x_k|}{|x_{k+1}|}$$

Escaneado con CamScanner