

I traghetti di Earthsea (traghetti)

Difficoltà $D = 100$ (tempo limite 2 sec).

Descrizione del problema

Nell'arcipelago di Earthsea, formato da un enorme numero di isole, i maghi devono continuamente muoversi da isola a isola per difendere il reame e compiere vari ed eventuali atti eroici. Il Re di Earthsea ha destinato alcuni traghetti per facilitare lo spostamento dei maghi. Ognuno di questi traghetti è assegnato ad una tratta fra due isole. Il suo compito è di trasportare i maghi da un'isola ad un'altra, in entrambe le direzioni. Esiste una unica sequenza di traghetti per viaggiare fra ogni coppia di isole.

Nell'esempio presentato in Figura 1 possiamo vedere che per viaggiare dall'isola 2 all'isola 7 i maghi dovranno prendere tre traghetti, uno per raggiungere l'isola 3, uno per raggiungere l'isola 5 ed uno per arrivare a destinazione.

Purtroppo certi percorsi rischiano di diventare troppo lunghi ed i maghi sono costretti a prendere una grande quantità di traghetti. Una richiesta di fondi aggiuntivi per l'utilizzo di nuovi traghetti è stata bocciata. Ai maghi viene data la possibilità di spostare un singolo traghetto in una nuova tratta, in modo da minimizzare la distanza massima fra due isole, ovvero il massimo numero di traghetti necessari per viaggiare fra qualunque coppia di isole.

Nell'esempio in Figura 1 il percorso più lungo utilizza 6 traghetti (per andare da 0 a 10). Spostando il traghetto dalla tratta 3-5 alla tratta 2-8 il percorso più lungo diventa di soli 5 traghetti.

Il problema è dunque il seguente: date N isole ed una lista di tratte fra di esse tali che ogni coppia di isole sia collegata da un solo percorso, vi viene concesso di eliminare una tratta ed aggiungerne un'altra. Dovete scegliere quale tratta eliminare e quale aggiungere in modo da garantire l'esistenza di un percorso fra ogni coppia di isole e di rendere la massima distanza fra qualunque coppia di isole più piccola possibile.

Dati di input

La prima riga contiene due interi, il numero N di isole ed il numero M di tratte. Le M righe successive contengono due interi ciascuna, gli indici delle isole collegate da quella tratta.

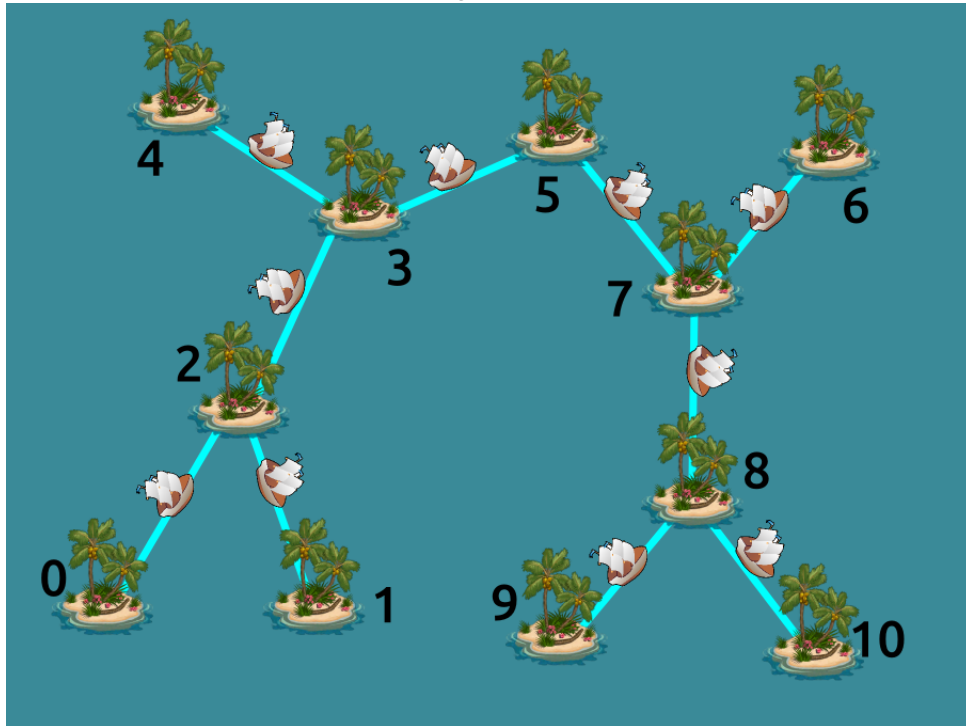
Dati di output

La prima riga contiene due interi, gli indici delle due isole collegate dalla tratta da eliminare. La seconda riga contiene due interi, gli indici delle due isole collegate dalla nuova tratta.

Assunzioni

- Per 6 casi su 20, i traghetti possono essere posti su una riga.
- Per 19 casi su 20 $1 \leq N \leq 4000$
- Nell'ultimo caso $N = 100000$

Figura 1:



Valutazione delle soluzioni

- Il programma viene valutato su una sequenza G_1, G_2, \dots, G_{20} di 20 grafi di diverse caratteristiche e dimensioni.
- L'output del programma su G_i è valido se:
 - la tratta eliminata esisteva nell'input
 - ogni isola è raggiungibile da ogni altra isola

Sia SOL il massimo numero di traghetti necessari per viaggiare fra due isole dopo aver effettuato lo spostamento descritto dall'output del programma, e BEST il massimo numero di traghetti necessari per viaggiare fra due isole nella soluzione ottima.

Se l'output del programma è valido e $SOL=BEST$ allora il punteggio del programma su G_i è il seguente:

$$SCORE_i = 1.0$$

L'output del programma è valido e $SOL=BEST+1$ allora il punteggio del programma su G_i è il seguente:

$$SCORE_i = 0.3$$

- Il punteggio del programma si calcola secondo la seguente formula.

$$PUNTEGGIO = \sum_{i=1}^{20} SCORE_i * 5$$

Il punteggio massimo è pari a 100.0. Un programma che ottiene $PUNTEGGIO \geq 30.0$ basta per superare con successo il progetto.

- In 6 grafi su 20 le tratte formano una linea (come nel secondo esempio). Un programma che risolve questo sottoproblema è sufficiente per passare il progetto.

Esempi di input/output

File input.txt	File output.txt
11 10 0 2 2 1 2 3 4 3 3 5 5 7 7 6 7 8 9 8 8 10	3 5 2 8
File input.txt	File output.txt
6 5 1 3 3 4 0 2 2 4 0 5	2 4 0 3

Nota/e

- Partite dal caso della linea e provate a generalizzare i vostri risultati. Meglio partire da una soluzione lenta e corretta, piuttosto che da una soluzione veloce e sbagliata.