

1)

$$\begin{aligned} \bullet \quad P(IP) &= a_1 P_1 + a_2 P_2 \rightarrow \text{como } P_1 \text{ y } P_2 \text{ son medidas de probabilidad, } P(P_1)=1 \text{ y } P(P_2)=1 \\ &= a_1 (1) + a_2 (1) \\ &= a_1 + a_2 = 1 \end{aligned}$$

R/ Si es una medida de probabilidad.

$$\bullet \quad \text{Si } A_1 = a_1 P_1 \text{ y } A_2 = a_2 P_2,$$

$$\begin{aligned} P(A_1) &= a_1 P_1 \\ &= a_1 (1) \\ &= a_1 \end{aligned}$$

Como $a_1 + a_2 = 1$, $0 \leq a_1 \leq 1$ y $0 \leq a_2 \leq 1$.
Por ende,

$$0 \leq P(A_1) \leq 1 \quad \text{ó} \quad \text{específicamente} \quad 0 \leq P(A_1)$$

$$\begin{aligned} P(A_2) &= a_2 P_1 \\ &= a_2 (1) \\ &= a_2 \end{aligned}$$

$$0 \leq P(A_2) \leq 1 \quad \text{ó} \quad 0 \leq P(A_2)$$

$$\bullet \quad P(UA) = \sum_i P(A_i)$$

$$P(UA) \leftrightarrow \sum_i P(A_i)$$

$$\rightarrow P((a_1 P_1) \cup (a_2 P_2))$$

$$P(a_1 P_1 + a_2 P_2)$$

$$P(IP) = a_1 P_1 + a_2 P_2$$

$$= a_1 (1) + a_2 (1)$$

←

$$P(A_1) + P(A_2)$$

$$a_1 (1) + a_2 (1) = P(IP)$$

3)

$$\cdot P(\emptyset) = 0$$

$$\emptyset = E^c \rightarrow P(\emptyset) = P(E^c)$$

$$\rightarrow P(E^c) = 1 - P(E)$$

$$\rightarrow P(E) = 1 - 1 = 0$$

O, reescribiendo...

$$\rightarrow P(\emptyset) = 0$$

$$\cdot P(A^c) = 1 - P(A)$$

Sea A un evento en E .

$$A \cup A^c = E$$

$$\rightarrow P(A \cup A^c) = P(E) = 1$$

$$\rightarrow P(A) + P(A^c) = 1$$

por tanto,

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(B) = P(A^c \cap B) + P(A \cap B)$$

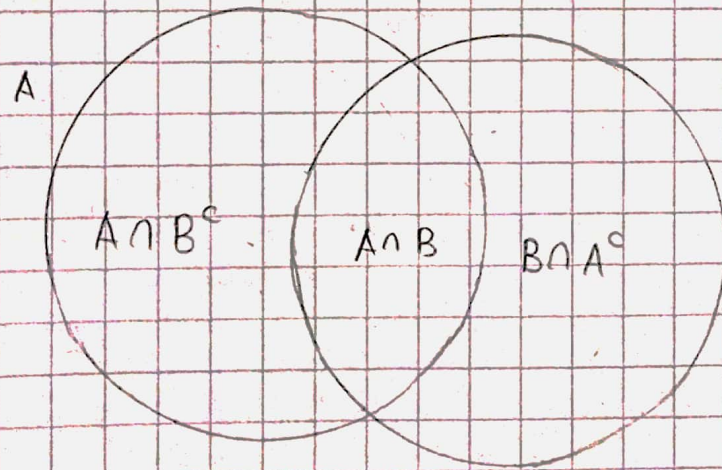
$$P(A) = P(B^c \cap A) + P(A \cap B)$$

Al sumar las probabilidades anteriores:

$$P(A) + P(B) = P(A^c \cap B) + P(A \cap B) + P(B^c \cap A) + P(A \cap B)$$

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \underbrace{P(A^c \cap B) + P(A \cap B) + P(B^c \cap A)}_{\downarrow}$$

Al analizar este lado de la igualdad, se concluye que es $P(A \cup B)$ ya que:



Por ende, es posible afirmar que

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A \cup B)$$