Para $n=2$ (tres puntos)

Sea P un polinomio con coeficientes c_0, c_1, c_2:

$$P(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2$$

Para cada $j \in \{0,1,2\}$ hay un x_j para P (x_0, x_1, x_2 diferentes a pares). Sustituyendo e igualando:

$$\left.\begin{array}{lll} P(x_0) = y_0 & : & c_0 + c_1 x_0 + c_2 x_0^2 = y_0 \\ P(x_1) = y_1 & : & c_0 + c_1 x_1 + c_2 x_1^2 = y_1 \\ P(x_2) = y_2 & : & c_0 + c_1 x_2 + c_2 x_2^2 = y_2 \end{array}\right\} \text{tres ecuaciones, tres incógnitas}$$

En forma matricial:

$$\begin{pmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 \\ 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

Sigue la forma de una matriz de Vandermonde. $V(x_0, x_1, x_2)$

$$\det V(x_0, x_1, x_2) = \prod_{0 \leq j < k \leq 2} (x_k - x_j) = (x_1 - x_0)(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)$$

Con x_0, x_1, x_2 diferentes a pares, $x_k - x_j$ (con $j < k$) resulta no nulo siempre. Por tanto; $\det V(x_0, x_1, x_2) \neq 0$, lo que indica que el sistema tiene **ÚNICA** solución.

Para $n+1$ puntos $(n = n)$

Sea P un polinomio con coeficientes $c_0, c_1, \dots, c_n$:

$$P(x) = \sum_{k=0}^{n} c_k x^k$$

Para cada j en $\{0, 1, \dots, n\}$ hay un x_j para P. ($x_0, x_1, \dots, x_n$ diferentes a pares). Sustituyendo e igualando:

$$\sum_{k=0}^{n} c_k x_j^k = y_j \quad \text{o, en forma matricial,} \quad [x_j^k]_{j,k=0}^{n} [c_k]_{k=0}^{n} = [y_j]_{j=0}^{n}$$

Resulta un sistema de $n+1$ ecuaciones para $n+1$ incógnitas, donde su forma matricial sigue la forma de una matriz de Vandermonde.

$$\det V(x_0, \dots, x_n) = \prod_{0 \leq j < k \leq n} (x_k - x_j)$$

con $(x_0, \dots, x_n)$ diferentes a pares y $x_k - x_j : j < k$, resulta no nulo siempre.

Por tanto, $\det V(x_0, \dots, x_n) \neq 0$ ó el sistema tiene **ÚNICA** solución