



Álgebra y Trigonometría

Conjuntos

1. Simplificar las expresiones:

$$a) E = \frac{\cos(180^\circ - \alpha) \cot(360^\circ - \alpha) \sec(180^\circ + \alpha)}{\sin(180^\circ + \alpha) \tan(-\alpha) \cos(180^\circ + \alpha)}$$

$$b) E = \frac{\csc(\frac{\pi}{2} + \alpha) \sec(2\pi - \alpha) \sec(\frac{3\pi}{2} - \alpha)}{\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) \csc(\frac{\pi}{2} - \alpha) \cos(7\frac{\pi}{2} + \alpha)}$$

2. Demostrar las siguientes identidades:

$$a) \frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} = (\sec \alpha - \tan \alpha)^2$$

$$b) \frac{1}{1 + \sin \alpha} + \frac{1}{1 - \sin \alpha} = 2 \sec^2 \alpha$$

$$c) \frac{\sec x + \csc x}{\sec x - \csc x} = \frac{\tan x + 1}{\tan x - 1}$$

$$d) \sin(3\alpha) = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$e) \sin^2 \alpha + \tan^2 \alpha = \frac{1 - \cos^4 \alpha}{\cos^2 \alpha}$$

$$f) \sec^6 \alpha - \tan^6 \alpha = 1 + 3 \sec^2 \alpha \tan^2 \alpha$$

3. Si $\sec \alpha = \frac{13}{5}$ y $\sin \beta = \frac{2}{7}$, con $P(\alpha) \in IV$ cuadrante y $P(\beta) \in II$ cuadrante, calcule el valor exacto de: $\cos(\alpha - \beta)$, $\sin(\alpha + \beta)$ y $\tan(2\alpha)$, además determine a que cuadrante pertenecen los ángulos $\alpha + \beta$ y $\alpha - \beta$

4. Si $\cos \alpha = \frac{5}{7}$ y $\csc \beta = \frac{8}{5}$ con $P(\alpha)$ en el IV cuadrante y $P(\beta)$ en el II cuadrante, calcule el valor exacto de: $\cos(2\alpha + \beta)$ y $\sin(\frac{\alpha}{2})$

5. Calcule el valor exacto, de las siguientes expresiones:

$$a) 2 \sin 15^\circ - 5 \cos 75^\circ$$

$$b) \csc \frac{\pi}{12} - \sec \frac{3\pi}{8} + \tan \frac{7\pi}{12}$$

6. Graficar las siguientes funciones circulares, indicando amplitud, período, desfazamiento y el desplazamiento:

$$a) f(x) = 2 \sin(2x - \frac{\pi}{2}) + 1$$

$$b) f(x) = \cos(3x + \frac{\pi}{4}) - 1$$

7. Resuelva las siguientes ecuaciones: en el intervalo $[0, 2\pi]$.

$$a) \sin x + \cos x = 1$$

$$b) 1 + \tan x = \sec x$$

$$c) \cot 4x = -1$$

- d) $\cos(2x) + \cos x = 0$
- e) $\sec\left(\frac{x}{3}\right) = -1$
- f) $\tan(2x) - 3 \tan x = 0$
- g) $2 \cos 2x + \tan x = 2$
- h) $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{2}$
- i) $\sin(3x - \pi) = 1$
- j) $\arcsin x + \arccos 2x = \frac{\pi}{6}$
- k) $\arcsin x + \arcsin(\sqrt{3}x) = \frac{\pi}{2}$
- l) $\arctan(1+x) + \arctan(1-x) = \frac{\pi}{2}$
- m) $\arcsin x = \arctan(2x)$

8. Determinar los valores exactos de las siguientes expresiones:

- a) $\sin \arccos \frac{7}{25}$
- b) $\sin(\arcsin \frac{1}{4} + \arccos \frac{1}{4})$
- c) $\cos(\arctan \frac{9}{4} - \arccos \frac{15}{17})$

9. Resolver los siguientes problemas:

- a) Un barco parte de un punto O a las 1:00 pm y navega a una velocidad de 24 millas/hora en dirección S 35° E. Otro barco parte de mismo punto a las 1:30 pm y viaja a 18 millas/hora en dirección S 20° O. ¿Cuál será la distancia que los separa a las 3:00 pm?
- b) Un crucero viaja en dirección N 47° E desde una isla hacia un puerto en tierra firme que está a 150 millas de distancia. Después de navegar a través de corrientes muy fuertes hacia el oeste, el capitán encuentra que se ha salido de la ruta y está en posición N 33° E a 80 millas de la isla: i) Calcule la distancia del barco al puerto. ii) ¿En qué dirección debe enfilar para corregir el rumbo?.
- c) Un hombre de 6 pies, parado a 100 pies de la base de una casa de 30 pies de altura, mira hacia a antena de televisión localizada en el borde del techo. Si el ángulo entre su línea de visibilidad al borde del techo y su línea de visibilidad a la línea de la antena es de 8°, ¿Cuál es la altura de la antena?.
- d) Una estación de radio A está a 120 km. al norte de otra estación B. La estación A recibe el mensaje de emergencia de un barco con rumbo a 130°, mientras que la estación B recibe el mismo mensaje con rumbo de 47°. ¿cuánto tiempo le toma a un helicóptero que vuela a 110 km/hr, para llegar al barco desde la estación A?.
- e) Las calles A y B se intersectan formando un ángulo de 37°. Un automóvil que está a 500 m. de la intersección, se aleja sobre B a 60 km/hr. Otro automóvil que está a 175 m. de la intersección se aleja por A a 40 Km/hr. ¿A qué distancia se encuentran los automóviles 15 minutos después?.
- f) Un barco sale de un puerto y viaja hacia el Oeste, en cierto punto gira 30° Norte respecto donde sale y viaja 4 km. adicionales, hasta un punto que está a 6 km. del puerto. ¿Qué distancia hay del puerto al punto donde gira el barco. (hacer dibujo claro de la situación)
- g) Desde un automóvil que viaja a 90 Km/hr hacia el norte por una carretera recta, el conductor observa en dirección N32°E un volcán. Después de viajar durante 1 hora y media, observa el mismo volcán en dirección S48°E. Hallar las distancias desde los dos puntos de observación al volcán.