

Laboratorium 3 - Interpolacja

Mateusz Podmokły

14 marzec 2024

1 Treść zadania

Zadanie 1. Wyznacz wielomian interpolacyjny dla punktów reprezentujących populację Stanów Zjednoczonych na przestrzeni lat. Dane do interpolacji:

Rok	Populacja
1900	76 212 168
1910	92 228 496
1920	106 021 537
1930	123 202 624
1940	132 164 569
1950	151 325 798
1960	179 323 175
1970	203 302 031
1980	226 542 199

Rozważ następujące funkcje bazowe $\phi_j(t)$ dla wielomianu, gdzie $j = 1, \dots, 9$:

$$\phi_j(t) = t^{j-1}$$

$$\phi_j(t) = (t - 1900)^{j-1}$$

$$\phi_j(t) = (t - 1940)^{j-1}$$

$$\phi_j(t) = \left(\frac{t - 1940}{40}\right)^{j-1}$$

Dla najlepiej uwarunkowanej bazy wielomianów wyznacz wielomian interpolacyjny na trzy sposoby. Pierwszy polega na rozwiązaniu układu równań powstałego z macierzy Vandermonde'a i funkcji bazowych

$$\begin{bmatrix} \phi_1(x_1) & \phi_2(x_1) & \phi_3(x_1) & \cdots & \phi_n(x_1) \\ \phi_1(x_2) & \phi_2(x_2) & \phi_3(x_2) & \cdots & \phi_n(x_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_1(x_n) & \phi_2(x_n) & \phi_3(x_n) & \cdots & \phi_n(x_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

Następnie oblicz wielomian interpolacyjny Lagrange'a oraz wielomian interpolacyjny Newtona i dokonaj ekstrapolacji wielomianu do roku 1990. Porównaj otrzymaną wartość ekstrapolacji z prawdziwą wartością populacji w roku 1990 wynoszącą 248 709 873. Na koniec zaokrąglaj dane wejściowe do pełnych milionów, ponownie oblicz współczynniki wielomianu i porównaj wyniki interpolacji z poprzednimi wynikami.

2 Specyfikacja użytego środowiska

Specyfikacja:

- Środowisko: Visual Studio Code,
- Język programowania: Python,
- System operacyjny: Microsoft Windows 11,
- Architektura systemu: x64.

3 Rozwiązanie problemu