

Laboratorium 2 - Regresja liniowa metodą najmniejszych kwadratów

Mateusz Podmokły

7 marzec 2024

1 Treść zadania

Zadanie 1. Celem zadania jest zastosowanie metody najmniejszych kwadratów do predykcji, czy nowotwór jest złośliwy, czy łagodny. Nowotwory złośliwe i łagodne mają różne charakterystyki wzrostu.

Do rozwiązania problemu wykorzystamy bibliotekę `pandas`, typ `DataFrame` oraz dwa zbiory danych:

- `breast-cancer-train.dat`
- `breast-cancer-validate.dat`

Zawierają one klasę nowotworu oraz cechy, tj. charakterystyki nowotworu.

Wykorzystamy liniową oraz kwadratową metodę najmniejszych kwadratów. Dla reprezentacji kwadratowej użyjemy tylko podzbioru dostępnych danych, tj. danych z kolumn `radius (mean)`, `perimeter (mean)`, `area (mean)`, `symetry (mean)`. Do reprezentacji liniowej danych metody najmniejszych kwadratów wykorzystamy macierz

$$A_{lin} = \begin{bmatrix} f_{1,1} & \cdots & f_{1,m} \\ f_{2,1} & \cdots & f_{2,m} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ f_{n,1} & \cdots & f_{n,m} \end{bmatrix}$$

Reprezentacja kwadratowa:

$$A_{quad} = \begin{bmatrix} f_{1,1}, f_{1,2}, f_{1,3}, f_{1,4}, f_{1,1}^2, f_{1,2}^2, f_{1,3}^2, f_{1,4}^2, f_{1,1}f_{1,2}, f_{1,1}f_{1,3}, f_{1,1}f_{1,4}, f_{1,2}f_{1,3}, f_{1,2}f_{1,4}, f_{1,3}f_{1,4} \\ \vdots \\ f_{n,1}, f_{n,2}, f_{n,3}, f_{n,4}, f_{n,1}^2, f_{n,2}^2, f_{n,3}^2, f_{n,4}^2, f_{n,1}f_{n,2}, f_{n,1}f_{n,3}, f_{n,1}f_{n,4}, f_{n,2}f_{n,3}, f_{n,2}f_{n,4}, f_{n,3}f_{n,4} \end{bmatrix}$$

Wagi możemy obliczyć z równania normalnego:

$$w = (A^T A)^{-1} A^T b$$

Rozwiązując równanie normalne należy użyć funkcji `solve` unikając obliczania odwrotności macierzy.

2 Specyfikacja użytego środowiska

Specyfikacja:

- Środowisko: Visual Studio Code,
- Język programowania: Python,
- System operacyjny: Microsoft Windows 11,
- Architektura systemu: x64.

3 Rozwiązanie problemu

W realizacji rozwiązania wykorzystane zostały następujące biblioteki:

```
1 import pandas as pd
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
```

Rysunek 1: Wykorzystane biblioteki.

Stworzone zostały reprezentacje danych zawartych w obu zbiorach dla liniowej i kwadratowej metody najmniejszych kwadratów (łącznie 4 macierze). Następnie stworzony został wektor b dla obu zbiorów, który reprezentuje rodzaj nowotworu (1 - złośliwy, -1 - łagodny).

Wagi zostały obliczone w następujący sposób:

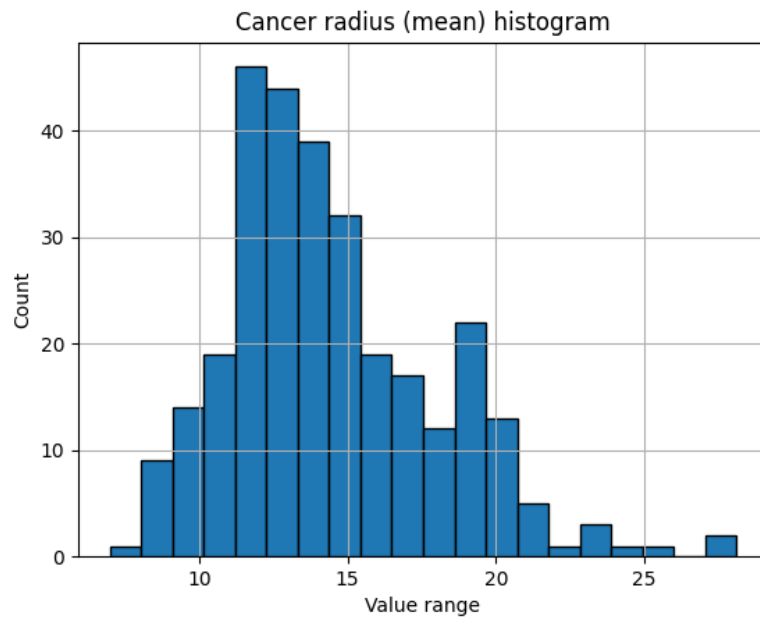
$$\text{np.linalg.solve}(A^T A, A^T b)$$

Obliczanie współczynników uwarunkowania macierzy:

$$\text{np.linalg.cond}(A^T A)$$

Można sprawdzić skuteczność przewidywań otrzymanych wag. W tym celu obliczamy wektor p przez pomnożenie reprezentacji zbiorów walidacyjnych z odpowiednimi wektorami wag. Jeżeli $p[i] > 0$, to przewidujemy, że i -ta osoba ma nowotwór złośliwy, natomiast jeśli $p[i] \leq 0$, to przewidujemy, że ma łagodny. Porównane zostały wektory p dla obu reprezentacji z odpowiednimi wektorami b w celu weryfikacji poprawności.

4 Przedstawienie wyników



Rysunek 2: Histogram przedstawiający średni promień nowotworu.

Współczynniki uwarunkowania macierzy:

$$cond_{lin} \approx 1.81 \cdot 10^{12}$$

$$cond_{quad} \approx 9.06 \cdot 10^{17}$$

Metoda liniowa

Prawidłowe rozpoznania nowotworu złośliwego : 58/60.

Prawidłowe rozpoznania nowotworu łagodnego : 194/200.

Dokładność: 96.92%

Metoda kwadratowa

Prawidłowe rozpoznania nowotworu złośliwego : 55/60.

Prawidłowe rozpoznania nowotworu łagodnego : 185/200.

Dokładność: 92.31%

5 Wnioski