

Redes Neuronales

Práctico 2

Mariano Politano

Octubre 2020

En el presente práctico, trabajamos con el **modelo Integrate-and-Fire** para el potencial de membrana de una neurona. Este modelo se comporta similar a cuando se le inyecta una corriente externa a un capacitor en paralelo con una resistencia. Las neuronas mantienen una diferencia de potencial en su interior respecto del exterior y de acuerdo a lo visto en clases sobre lo propuesto por **Lapicque** en 1907 lo podemos modelar por la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial V_m(t)}{\partial t} = \frac{1}{\tau_m}(E_L - V_m(t) + R_m I_e(t)). \quad (1)$$

Donde E_L es el potencial en reposo, $I_e(t)$ es una corriente eléctrica externa que se inyecta, R_m es la resistencia y τ_m es el tiempo característico de la membrana $m = r_m c_m$ (donde r_m y c_m son respectivamente la resistencia y la capacitancia de la membrana por unidad de área).

La ecuación 1 del modelo es una ecuación diferencial de primer orden. Tomando a I_e independiente del tiempo, por ende, es constante, y sin umbral de disparo, se llega a la siguiente **resolución analítica**:

$$U(t) = V_m(t) - E_L - R_m \rightarrow \frac{\partial V_m(t)}{\partial t} = \frac{\partial U(t)}{\partial t}$$
$$\frac{\partial U_m t}{\partial t} = -\frac{U_m t}{\partial t} \rightarrow U(t) = U_0 e^{-\frac{t}{\tau_m}}$$

Luego de esto, reemplazando, se puede llegar a la resolución:

$$V(t) = E_L + R_m I_e + (V(0) - E_L - R_m I_e) e^{-\frac{t}{\tau_m}} \quad (2)$$

Tal como lo discutimos y analizamos en las clases, se puede observar que se arriba a la ecuación 2, con un simple cambio de variables. La neurona comienza con un potencial de membrana igual al potencial de reposo y se despolariza hasta alcanzar el valor $E_L - R_m I_e$.

Como lo pedía el práctico, resolvemos esta ecuación para el caso en que I_e sea igual a **2 nA**. Los valores de los parámetros son: $V_m(t=0) = E_L = 65mV$, $R = 10m\Omega$, $V_{th} = 50mV$, $\tau_m = 10ms$ y el paso de integración es $h = 0.05$.

Se utiliza el método Runge-Kutta de orden cuatro para encontrar una solución aproximada. La solución se muestra en el siguiente gráfico:

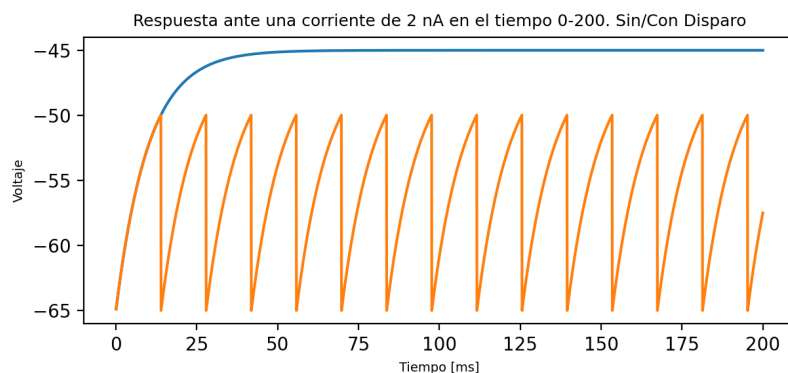


Figure 1: Potencial de membrana para la corriente 2 nA. La azul es sin disparo y la naranja es con disparo.

Se puede observar que cuando no hay disparo (línea azul), la función aumenta y llega a saturar al valor -45 que es $E_L + R_m I_e$. En cambio cuando hay disparo (línea naranja), al llegar al umbral (-50 mV) se resetea el voltaje y nunca se estabiliza.

Frecuencia disparo

En esta sección analizaré cada cuanto tiempo dispara una neurona. Modifique el algoritmo para contar la cantidad de veces que dispara en el intervalo de tiempo (0-200) para diferentes valores de corrientes (de 0 a 6 nA).

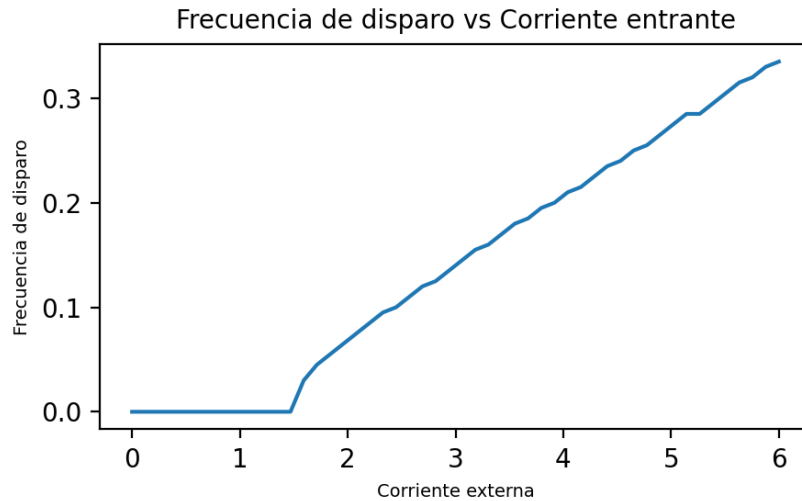


Figure 2: Frecuencia de disparo para diferentes corrientes.)

Como se puede observar, para corrientes muy bajas (menores a 1.5nA), la neurona no supera nunca el umbral. Sino que alcanza un potencial de menor valor y se mantiene constante en él. Esto se debe a que la corriente inyectada no es lo suficientemente intensa como para provocar un potencial de acción. Este comportamiento se puede ver mejor en los gráficos de la figura 3. Vale aclarar que, para dos corrientes puede existir la misma cantidad de disparos, pero con una leve diferencia de período. Ese comportamiento se observa en la variaciones de la "recta" en la figura 2.

Agrego los gráficos con distintas corrientes en la figura 3. En ellos, se puede observar con mas claridad que con 1.5nA, la neurona no llega a disparar. Con una corriente 1.6nA se producen muy pocos disparos si se lo compara con una corriente de 4nA. Con esto se ve claramente que cuanto mayor es la corriente, mas disparos provoca.

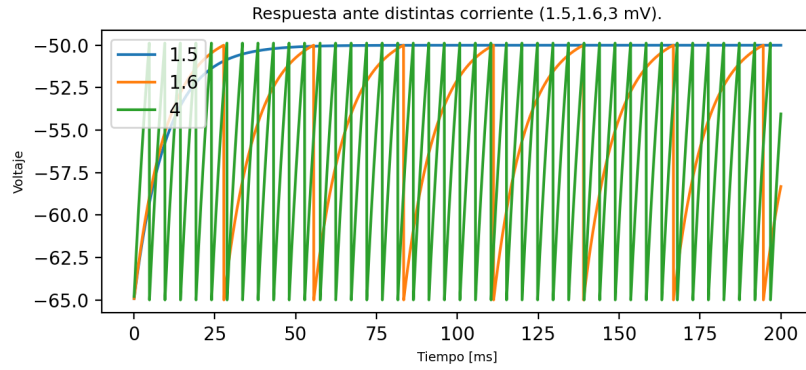


Figure 3: Potencial de membrana para diferentes corrientes.

1 Aleatoria

Si ahora tomamos una corriente que no es constante, sino que siguen tomamos una corriente aleatoria procedente de una distribución uniforme en el intervalo $[0,5]$ nA. Obtenemos el siguiente gráfico.

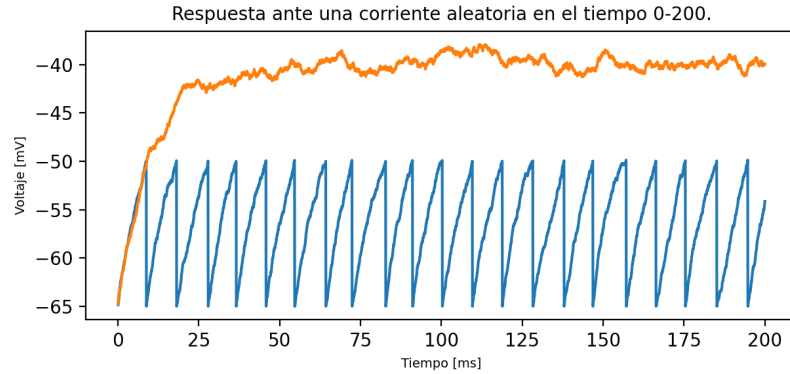


Figure 4: Potencial de membrana para corriente aleatoria entre 0-5mV.

Se puede ver que la linea naranja(sin disparo) crece exponencialmente, y luego se mueve de manera mas errática que con una corriente constante. Cuando agregamos el disparo (linea azul) se restablece cuando llega al umbral pero la frecuencia de disparo tiene mas aleatoriedad debido a las diferencias de corrientes.

Nota: El práctico fue realizado en *Python*, para integrar la ecuación diferencial ordinaria (ODE) implementé un versión de Runge-Kutta y fui modificando para cada resolución de este práctico.

Referencias

- "Theoretical Neuroscience: Computational and Mathematical Modeling of Neural Systems". Peter Dayan, L. F. Abbott
- Pizarrones de clases
- https://warwick.ac.uk/fac/sci/systemsbiology/staff/richardson/teaching/ma4g4/ITN_LN6.pdf
- <https://neurondynamics.epfl.ch/online/Ch1.S3.html>