Estudo de Caso 02: Comparação do IMC Médio de alunos do PPGEE-UFMG ao longo de dois semestres

André Boechat(Checker), Augusto(Checker), Mateus Pongelupe(Coordinator), Samuel Leite(Recorder)

17 de Outubro de 2018

Resumo - finalizar

Este relatório é o segundo dos Estudos de Casos na disciplina disciplina de Planejamento e Análise de Experimentos. O problema inicial consiste em duas populações, sendo elas: uma turma que cursou uma disciplina de Engenharia Elétrica em 2016 e outra que cursou a mesma disciplina em 2017. O teste feito girou em torno do IMC dessas populações, tentando de alguma forma testar o estilo de vida dos alunos com base nesse índice. Os resultados alcançados não suportam a afirmativa que os alunos das turmas possuem um estilo de vida diferente, detectável pelo IMC.

Planejamento do Experimento

Nesse experimento, está sendo avaliado o IMC de duas populações diferentes. Cada população é um grupo de alunos que cursou uma disciplina de Engenharia Elétrica. Deseja-se comparar os IMC's dessas duas populações.

O Índice de Massa Corporal, ou IMC, é um valor calculado à partir da altura e massa de cada indivíduo, procurando estimar se sua altura e peso estão de acordo com padrões saudáveis. Porém, existem vários estudos mostrando que não é possível relacionar diretamente o IMC de uma pessoa com estar dentro ou fora do peso, uma vez que esse cálculo não levam em considerações fatores como alimentação ou percentual de gordura. O cálculo de IMC é dado pela equação:

$$IMC = \frac{w}{h^2}$$

em que w equivale ao peso do indivíduo em **kg** e h à sua altura em **m**.

O experimento realizado consiste na comparação das médias dos IMCs de cada uma das populações, separando-as entre seus gêneros, masculino e feminino. Dessa forma, serão realizados dois testes: entre as populações feminino e masculino de cada semestre dos alunos de Engenharia Elétrica.

Coleta de Dados e Tratamento de Dados

Os dados foram coletados à partir de dois arquivos enviados. Nesses arquivos, estão contidos os valores para a altura e a massa de cada aluno. Os arquivos devem ser lidos em uma variável e então separados de acordo com o seu gênero e descartados de acordo com sua turma, caso aplicável. Esse último caso se refere à parcela de alunos na turma 2016/2 que não fazem parte do curso de Engenharia Elétrica.

```r
input_file1 <- '20162.csv'
input_file2 <- '20171.csv'

# Importing files
turma1<- read.csv(file = input_file1, header = T)
turma2<- read.csv(file = input_file2, header = T)
```

```r
# Filtering PPGEE students
turma1.ele <- turma1[ turma1$Course == 'PPGEE', c('Gender', 'Height', 'Weight')]

# Separating values on genders
turma1.f <- turma1.ele[ turma1.ele$Gender == 'F', c('Height', 'Weight')]
turma1.m <- turma1.ele[ turma1.ele$Gender == 'M', c('Height', 'Weight')]

turma2.f <- turma2[ turma2$Gender == 'F', c('Height', 'Weight')]
turma2.m <- turma2[ turma2$Gender == 'M', c('Height', 'Weight')]
```

Tendo selecionado os dados de interesse, isto é, apenas dos alunos de Engenharia Elétrica, os mesmos foram separados por gênero para efetuação das comparações. Em seguida, dado a fórmula do cálculo de IMC já descrito anteriormente, calcula-se o mesmo para as populações:

```r
# Definition of IMC function
imc <- function(h, w) {
  return( w / ( h^2 ) )
}

applyIMC <- function(df) {
  df$IMC <- apply(df, 1, function (x) imc(x['Height'], x['Weight']))
  df$Height <- NULL
  df$Weight <- NULL
  return(df)
}

##Calculating IMCs of populations
turma1.f <- applyIMC(turma1.f)
turma1.m <- applyIMC(turma1.m)
turma2.f <- applyIMC(turma2.f)
turma2.m <- applyIMC(turma2.m)

turma1.f.var <- var(turma1.f$IMC)
turma2.f.var <- var(turma2.f$IMC)
turma1.m.var <- var(turma1.m$IMC)
turma2.m.var <- var(turma2.m$IMC)

cat("\n",
"Populations' Variances:\n",
"2016-MASC: ", turma1.m.var ,"\n",
"2017-MASC: ", turma2.m.var ,"\n",
"2016-FEM: ", turma1.f.var ,"\n",
"2017-FEM: ", turma2.f.var ,"\n"
)
```

```
##
##  Populations' Variances:
##  2016-MASC:  18.69141
##  2017-MASC:  11.80097
##  2016-FEM:  5.83963
##  2017-FEM:  2.573854
```

```r
turma1.f$year = '2016'
turma2.f$year = '2017'
t1.f <- rbind(turma1.f, turma2.f)
```

```r
turma1.m$year = '2016'
turma2.m$year = '2017'
t1.m <- rbind(turma1.m, turma2.m)
```

Teste da média - População Masculina

Para avaliar se o IMC das populações é o mesmo, serão realizados testes de hipótese para a população feminina e outro para a população masculina. Para ambos os casos, será realizado um teste em que a hipótese nula consiste na igualdade das médias das populações. A hipótese alternativa será bilateral, isto é, estamos interessados em detectar quaisquer diferenças entre as médias das populações.

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 \not\equiv 0 \end{cases}$$

Para esse teste, definiu-se um nível de significância de $\alpha = 0.05$, um efeito de relevância mínimo $\delta^* = 3,5$. Tendo em vista que os valores já foram coletados para ambos os testes, definiu-se $N_{m1} = N_{m2} = 21$ e $N_{f1} = 7; N_{f2} = 4$. Com isso, pode-se calcular a potência do teste para detecção do efeito de relevância mínimo:

```r
t1.alpha = 0.05

# Diferença de 3 pontos no valor do IMC
t1.delta = 3.5


nm <- 21
## desvio padrão da turma 1 é maior que da turma 2
sd1.m <- sd(turma1.m$IMC)
sd2.m <- sd(turma2.m$IMC)

t1.s <- sqrt( ( (nm-1)*(sd1.m^2)  + (nm-1)*(sd2.m^2) ) / ( nm + nm - 2 ) )

pwr::pwr.t.test(n = nm, d = t1.delta/t1.s, sig.level = t1.alpha,
     type = 'two.sample',
     alternative = "two.sided")
```

```
##
##      Two-sample t test power calculation
##
##               n = 21
##               d = 0.8963702
##       sig.level = 0.05
##           power = 0.8090049
##     alternative = two.sided
##
## NOTE: n is number in *each* group
```

Os valores de média e variância de cada população serão obtidos através dos dados coletados.

Assim, fazendo uso do teste de Welch, usando uma amostra de tamanho $N = 21$, teremos uma potência de aproximadamente 80,9% para detectar o efeito de relevância mínimo desejado. Por nossa hipótese H_1 ser bidirecional, a região crítica do teste T pode ser determinada como:

$$P(-t_{\alpha/2,n_1+n_2-2} \leq t_0 \leq t_{\alpha/2,n_1+n_2-2} \mid H_0 \text{ seja verdadeira})$$

Isto é, para que a hipótese nula seja rejeitada com um nível de confiança de 95%, é preciso que $-t_{\alpha/2,n_1+n_2-2} \leq t_0 \leq t_{\alpha/2,n_1+n_2-2}$.

Teste da Mann-Whitney - População Feminina

Para as populações femininas, foi usado o teste U de Mann-Whitney-Wilcoxon. Trata-se de um teste que se aplica para populações independentes e fornece informações se a distribuição das populações são similares sem assumir que elas sejam normais.

Esse teste deve ser abordado futuramente nas próximas aulas da disciplina e não buscou-se fazer um estudo profundo acerca do mesmo.

Análise de Dados exploratória

Antes de proceder com o teste de hipóteses, é interessante fazer uma análise exploratória dos dados. Dessa forma, foram gerados os gráficos Q-Q para as populações masculinas e femininas das turmas de 2016 e 2017.

```
par(mfrow=c(2,2), mai = c(0.5, 0.75, 0.5, 0.5))

library(car)
car::qqPlot(turma1.m$IMC ,
       pch=16,
       cex=1.5,
       las=1,
       main = '2016-MASC',
       ylab = 'IMC')

car::qqPlot(turma2.m$IMC,
       pch=16,
       cex=1.5,
       las=1,
       main = '2017-MASC',
       ylab = 'IMC')

car::qqPlot(turma1.f$IMC ,
       pch=16,
       cex=1.5,
       las=1,
       main = '2016-FEM',
       ylab = 'IMC')

car::qqPlot(turma2.f$IMC,
       pch=16,
       cex=1.5,
       las=1,
       main = '2017-FEM',
       ylab = 'IMC')
```

Observando os gráficos, verifica-se que há mais observações nas populações masculinas e que as mesmas tendem a respeitar uma distribuição próximo à normal, exceto por alguns efeitos de cauda. No caso das populações femininas, verifica-se a presença de poucas observações e uma fuga da normalidade para a população do ano de 2017. Isso é confirmado pelos histogramas de cada população, presentes a seguir.

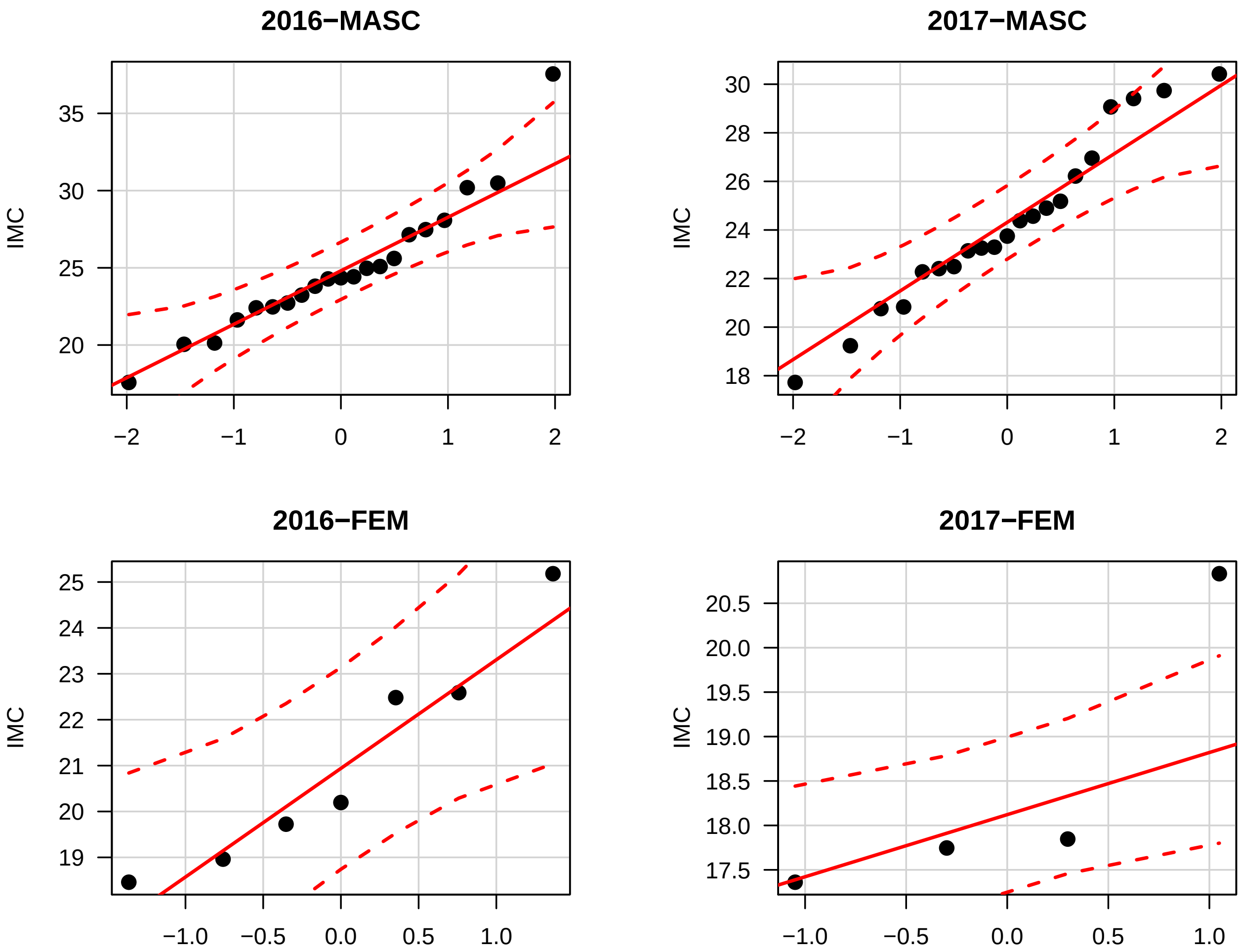

Figura 1: Comparação dos quantis das quatro populações com os quantis de uma distribuição normal

```r
library(cowplot,warn.conflicts = FALSE)

theme_set(theme_cowplot(font_size=12))

plot.hist1 <- ggplot(turma1.m, aes(x=IMC)) +
    geom_histogram(colour="black", fill="#ff9999", bins = 10) +
    background_grid(major = 'xy') +
    ggtitle('2016-MASC')

plot.hist2 <- ggplot(turma2.m, aes(x=IMC)) +
    geom_histogram(colour="black", fill="#ff9999", bins = 10) +
    background_grid(major = 'xy') +
    ggtitle('2017-MASC')

plot.hist3 <- ggplot(turma1.f, aes(x=IMC)) +
    geom_histogram(colour="black", fill="#ff9999", bins = 10) +
    background_grid(major = 'xy') +
    ggtitle('2016-FEM')


plot.hist4 <- ggplot(turma2.f, aes(x=IMC)) +
    geom_histogram(colour="black", fill="#ff9999", bins = 10) +
    background_grid(major = 'xy') +
    ggtitle('2017-FEM')

plot_grid(plot.hist1, plot.hist2, plot.hist3, plot.hist4, labels = c('A','B', 'C', 'D'), ncol = 2)
```

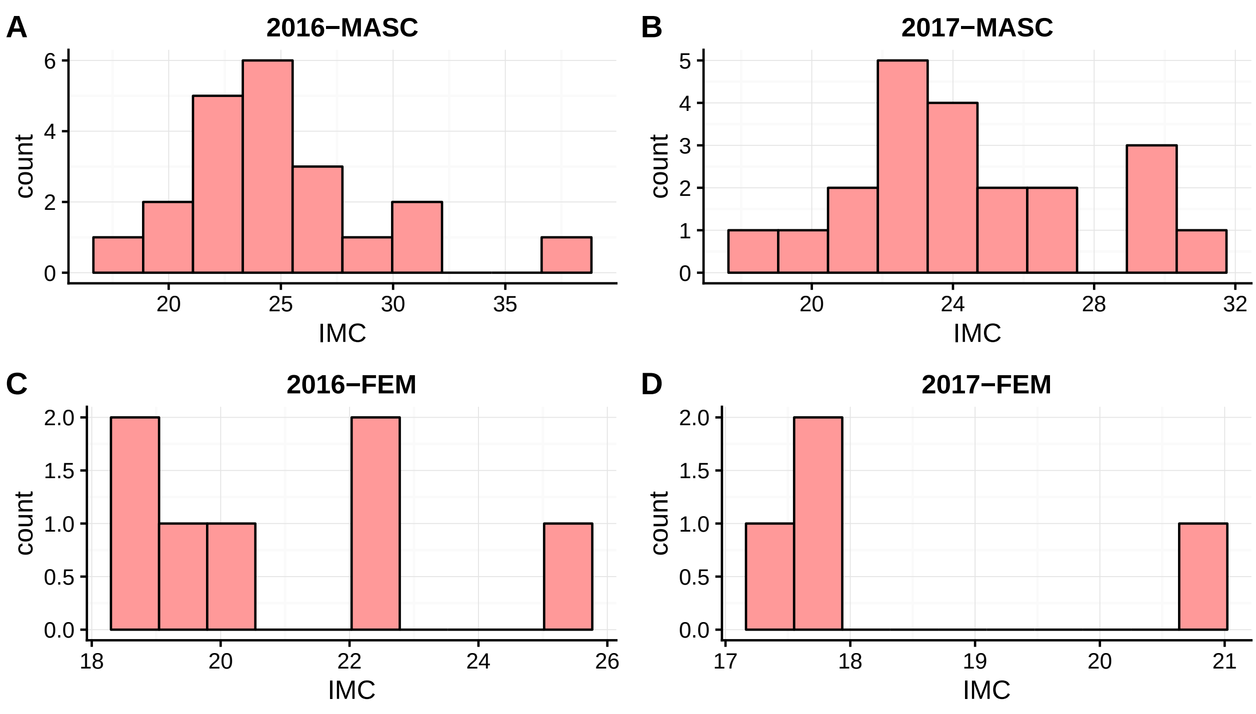

Figura 2: Histogramas para as populações avaliadas

Análise Estatística

Teste da Média população masculina

Dados os parâmetros definidos na seção *Planejamento do Experimento* para o teste da média, foram usadas as 21 amostras do sexo masculino de cada ano e o teste foi executado nas linhas abaixo. O intervalo de confiança também foi calculado, assim como a estimação do tamanho de efeito. O teste executado seguiu o teste de Welch, que calcula uma estatística para a distribuição t que modela o problema, considerando variâncias diferentes e desconhecidas.

```
t.test(t1.m$IMC ~ t1.m$year, alternative = 'two.sided', mu = 0, conf.level = 1-t1.alpha)
```

```
##
##  Welch Two Sample t-test
##
## data:  t1.m$IMC by t1.m$year
## t = 0.53979, df = 38.057, p-value = 0.5925
## alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -1.788823  3.089716
## sample estimates:
## mean in group 2016 mean in group 2017
##           24.93595           24.28551
```

Com base nesses dados, não é possível rejeitar a hipótese nula ao nível de confiança de 95%, com base no elevado valor-p obtido. Acerca da potência do teste, foi utilizado o valor da variância das duas populações, haja visto que eram conhecidas e o teste indicaria uma potência de aproximadamente 80,9% para o tamanho de efeito que se desejava detectar.

Teste da Mann-Whitney - População Feminina

No teste U, assume-se a hipótese nula de que as distribuições são equivalentes e a alternativa é de que diferem por algum deslocamento. Esse teste calcula um valor

```
wilcox.test(IMC ~ year, data=t1.f, alternative = 'two.sided', conf.level = 0.95, conf.int = T)
```

```
##
##  Wilcoxon rank sum test
##
## data:  IMC by year
## W = 24, p-value = 0.07273
## alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -0.6374374  5.2284403
## sample estimates:
## difference in location
##               2.162763
```

Como o valor $p = 0.073$ obtido é maior que o valor de $\alpha = 0.05$, não é possível rejeitar a hipótese nula ao nível de significância de 95%.

Avaliando suposições do modelo

Conforme já validado anteriormente na seção de **Análise Exploratória dos Dados**, as populações masculinas possuem distribuição aproximadamente normal, com uma pequena cauda superior. Contudo, esse pequeno desvio de normalidade ainda não é capaz de causar uma distorção muito grande no teste T executado.

Quanto às populações femininas, as mesmas possuíam poucas amostras e um comportamento mais distante do esperado para uma normal. Isso foi levado em conta para a escolha do seu teste.

Conclusões e Recomendações

O estudo conduzido nesse trabalho mirou avaliar o IMC de duas turmas de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, de forma a inferir à cerca do estilo de vida dos alunos. Para tal, foram empregados métodos estatísticos provenientes das aulas da disciplina de Planejamento e Análise de Experimentos em ensaios acerca da média e da distribuição do IMC dessas turmas. As turmas foram separadas em duas sub-populações, conforme o sexo. Como a sub-população masculina possuía mais observações e as distribuição para cada turma eram mais próximas de uma normal, optou-se por fazer um teste T de média de duas populações, por meio do teste de Welch.

Esse teste falhou em refutar a hipótese nula, isto é, ele foi incapaz de afirmar ao nível de significância de 95% que havia uma diferença entre as médias dos IMCs. Portanto, o teste executado não suporta a hipótese de que as turmas possuem estilos de vida diferentes. Apesar disso, a partir dos dados colhidos, foi estimado o tamanho de efeito e o intervalo de confiança para a diferença das médias: $d = 0.6504$ e o intervalo de confiança de 95% para o mesmo é $[-1.7888, 3.0897]$, tendendo um pouco para a média para o ano de 2016 ser maior que a de 2017.

Previamente ao teste, em um momento de análise exploratória dos dados, verificou-se que a premissa da normalidade era razoavelmente respeitada pela sub-população masculina, dando insumos para execução do teste T. A mesma análise foi feita sobre a sub-população feminina que não respeitava a essa premissa, exigindo um teste que não tem como requisito a normalidade das populações.

Com base nisso, após uma pesquisa na Bibliografia, optou-se por executar o teste U de Mann-Whitney, que compara distribuições de duas populações. Em relação a esse teste, alguns detalhes acerca de cálculo de potência foram despriorizados, haja vista que ainda serão abordados na disciplina. Por fim, o resultado dessa estatística não foi capaz de rejeitar a hipótese nula, de que as distribuições são similares, ao nível de significância de 95%.

Avaliando esses resultados, no que tange ao estilo de vida dos alunos das turmas, não é possível afirmar que haja uma diferença detectável por meio do IMC, ao nível de confiança de 95%.

Referências

- R Man Pages - pwr package - https://www.rdocumentation.org/packages/pwr/versions/1.2-2/topics/pwr.t.test
- R Man Pages - car package - https://rdrr.io/cran/car/man/qqPlot.html
- Montgomery, Douglas C. - Applied statistics and probabiliy for engineers (5ª Edição) - Capítulos 10, 15
- Notas de Aula - https://github.com/fcampelo/Design-and-Analysis-of-Experiments