AOD Lista 2

Zadanie 1

x_{ij} - ilość galonów paliwa dowożonych na lotnisko i przez firmę j
a_j - maksymalna ilość galonów paliwa dowożonych przez firmę j
b_i - ilość galonów paliwa dowożonych na lotnisko i
c_{ij} - koszt jednego galonu paliwa dowożonego na lotnisko i przez firmę j
m - ilość lotnisk
n - ilość firm

$i \in \{1, 2, .., m\}$
$j \in \{1, 2, ...n\}$
$\forall i, j \; x_{ij} \geq 0$
$\forall i \sum_{k=1}^{n} x_{ik} = b_i$
$\forall j \sum_{k=1}^{m} x_{kj} \leq a_i$

min $\sum x_{ij} c_{ij}$

	Firma 1	Firma 2	Firma 3
Lostnisko 1	0	110 000	0
Lostnisko 2	165 000	55 000	0
Lostnisko 3	0	0	330 000
Lostnisko 4	110 000	0	330 000

a) Minimalny łączny koszt wynosi 8 525 000 $
b) Wszystkie firmy dowożą paliwo
c) Możliwości dostawy są wyczerpane przez firmy 1 i 3

Zadanie 2

x_i - ilość wyprodukowanego produktu i w kilogramach
p_i - zysk ze sprzedaży produktu i
t_j - maksymalna tygodniowa ilość godzin pracy maszyny j
$mach_j$ - koszt użycia maszyny j przez godzinę
mat_i - koszt materiałowy za kilogram produktu i
d_i - tygodniowy popyt na produkt i w kilogramach
m_{ij} - ilość minut pracy maszyny j potrzebna do wyprodukowania kilogramu produktu i
a - ilość produktów
b - ilość maszyn

$i \in \{1, 2, ..., a\}$
$j \in \{1, 2, ..., b\}$

$\forall i \ 0 \leq x_i \leq d_i$
$\forall j \sum_{k=1}^{a} m_{kj} p_k \leq 60 t_j$

max $\sum_{k=1}^{a} x_k (p_i - mat_i - \sum_{l=1}^{j} \frac{m_{kl} mach_l}{60})$

Zakładamy, że koszt użycia maszyny przez minutę to $\frac{1}{60}$ kosztu użycia maszyny przez godzinę.

$x_1 = 225$
$x_2 = 100$
$x_3 = 150$
$x_4 = 500$
Zysk wynosi 4052.5$

Zadanie 3

x_i - ilość wyprodukowanych jednostek produktu w okresie i w normalnym trybie
y_i - ilość wyprodukowanych jednostek produktu w okresie i w trybie ponadwymiarowym
z_i - ilość jednostek produktu magazynowanych na koniec okresu i

c_i - koszt wyprodukowania jednej jednostki produktu w okresie i w normalnym trybie
pi - maksymalna ilość jednostek produktu wyprodukowanych w okresie i w normalnym trybie
o_i - koszt wyprodukowania jednej jednostki produktu w okresie i w trybie ponadwymiarowym
pi - maksymalna ilość jednostek produktu wyprodukowanych w okresie i w trybie ponadwymiarowym
d_i - zapotrzebowanie w okresie i
s_i - maksymalna ilość magazynowanych jednostek produktu na koniec okresu i
m_i - koszt magazynowania jednej jednostki produktu na koniec okresu i
st - ilość jednostek produktu przechowywanych na początku okresu
k - długość okresu produkcji

$i \in \{1, 2, 3, ..., k\}$
$\forall i \ 0 \leq x_i \leq p_i$
$\forall i \ 0 \leq y_i \leq a_i$
$\forall i \ 0 \leq z_i \leq s_i$
$z_0 = st$
$\forall i \ z_i = z_{i-1} + x_i + y_i - d_i$

min $\sum_{i=1}^{k} x_i * c_i + y_i * o_i + z_i * m_i$

i	x_i	y_i	z_i
0			15
1	100	15	0
2	100	50	70
3	100	0	45
4	100	50	0

a) Minimalny łączny koszt wynosi 3 842 500$
b) Firma planuje produkcję ponadwymiarową w okresach 1,2 i 4
c) Możliwości magazynowania wyczerpane są w 2 okresie

Zadanie 4

x_{ij} - czy najkrótsza ścieżka zawiera krawędź (i,j)

s - węzeł początkowy
t - węzeł końcowy
T - maksymalny czas
n - liczba węzłów
A - krawędzie grafu

$i \in \{1, 2, ..., n\}$
$j \in \{1, 2, ..., n\}$
$\forall i, j \; x_{i,j} \in \{0, 1\}$

$$\forall i \;\; \sum_{j,\ (i,j)\in A} x_{i,j} - \sum_{j,\ (j,i)\in A} x_{j,i} = \begin{cases} 1 & i = s \\ -1 & i = t \\ 0 & w\ p.\ p. \end{cases}$$

$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} c_{ij}$

a) Najkrótsza ścieżka ma długość 13
1 2 [3.0, 4.0]
2 3 [2.0, 3.0]
3 5 [2.0, 2.0]
5 7 [3.0, 3.0]
7 9 [1.0, 1.0]
9 10 [2.0, 2.0]
b) Najrótsza ścieżka ma długość 8
1 4 [3.0, 3.0]
4 5 [1.0, 1.0]
5 6 [1.0, 1.0]
6 10 [3.0, 3.0]
Najrótsza ścieżka bez ograniczenia czasu ma długość 6
1 2 [1 15]
2 3 [2 4]
3 10 [3 6]
c) Ograniczenie na całkowitoliczbowość zmiennych decyzyjnych jest konieczne.
Przykład:
(1,2,4,1) (1,3,2,18) (2,3,4,1)
s=1 t=3 T=10
Z ograniczeniem $x_{12} = 1, x_{13} = 0, x_{23} = 1$ ścieżka ma długość $4 + 4 = 8$
Bez ograniczenia $x_{12} = 0.5, x_{13} = 0.5, x_{23} = 0.5$ ścieżka ma długość $0.5 * 4 + 0.5 * 4 + 0.5 * 2 = 5$
d) Po usunięciu ograniczenia na czasy przejazdu nieakceptowalne rozwiązanie może być zwrócone tylko w

przypadku istnienia co najmniej 2 różnych najkrótszych ścieżek o tej samej długości. Jeżeli istnieje tylko jedna najkrótsza ścieżka o długości s to dla każdej ścieżki o długości $t \neq s$ $\forall a \in (0,1]$ $s < s(1-a) + at$, więc rozwiązanie będzie całkowitoliczbowe.

Zadanie 5

x_{ij} - ilość radiowozów przydzielonych do i-tej dzielnicy podczas j-tej zmiany

a_i - minimalna liczba radiowozów przydzielonych i-tej dzielnicy
b_j - minimalna liczba radiowozów przydzielonych j-tej zmiany
mn_{ij} - minimalna liczba radiowozów przydzielonych do i-tej dzielnicy podczas j-tej zmiany
mx_{ij} - maksymalna liczba radiowozów przydzielonych do i-tej dzielnicy podczas j-tej zmiany
m - ilość dzielnic
n - ilość zmian

$i \in \{1, 2, 3, ..., m\}$
$j \in \{1, 2, 3, ..., n\}$
$\forall i, j \ mn_{ij} \leq x_{ij} \leq mx_{ij}$
$\forall i \sum_{k=1}^{n} x_{ik} \leq a_i$
$\forall j \sum_{k=1}^{m} x_{kj} \leq b_j$

	zmiana 1	zmiana 2	zmiana 3
p_1	2	7	5
p_2	3	6	7
p_3	5	7	6

Minimalna łączna liczba radiowozów wynosi 48.

Zadanie 6

x_{ij} - Czy na kwadracie i,j stawiamy kamerę

A_{ij} - Czy na kwadracie i,j stoi kontener
k - Zasięg kamery
m, n - Wymiary terenu

$i \in \{1, 2, ..., m\}$
$j \in \{1, 2, ..., n\}$
$\forall i, j \ x_{ij}, A_{ij} \in \{0, 1\}$
$\forall i, j \ x_{ij} + A_{ij} \leq 1$
$\forall i, j \ \sum_{s=-k}^{k} x_{i+s \ j} + x_{ij+s} - A_{ij} \geq 0$
$i + s \in (1, m)$
$j + s \in (1, n)$

C		X	C	C
C			C	
		C	X	
X		C	C	C
C	C		C	X
C	X	C		C

k=2
5 kamer

C	X	X	C	C
C			C	X
X		C	X	
X		C	C	C
C	C	X	C	X
C	X	C		C

k=1
9 kamer