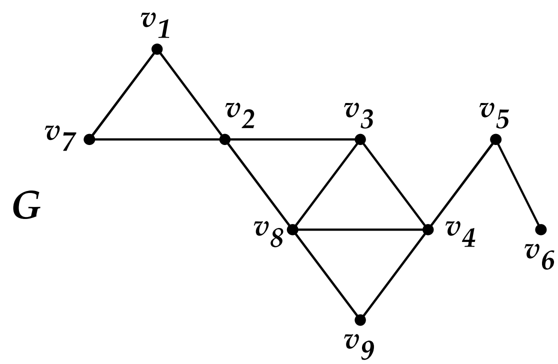
Ασκήσεις προς επίλυση

(1) Δίδεται το γράφημα G



Να ορισθούν:

i) Μια διαδρομή μήκους 8 από το v_1 στο v_3.

ii) Ένας δρόμος μήκους 5 από το v_3 στο v_8.

iii) Ένα μονοπάτι μήκους 4 από το v_2 στο v_3.

iv) Μια κλειστή διαδρομή μήκους 6 (που να μην είναι δρόμος).

v) Ένας κλειστός δρόμος μήκους 6 (που να μην είναι κύκλος).

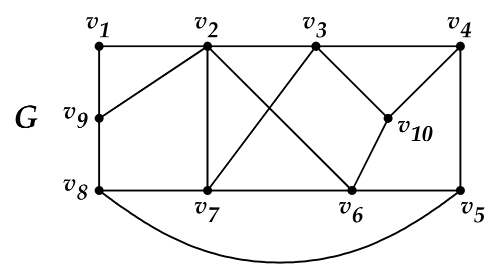
vi) Ένας κύκλος μήκους 5.

vii) Ένα άκυκλο υπογράφημά του H με $V(H) = V(G)$.

viii) Να ευρεθούν (αν υπάρχουν) οι κλειδώσεις και οι ισθμοί του.

ix) Να ευρεθούν τα μπλοκ του.

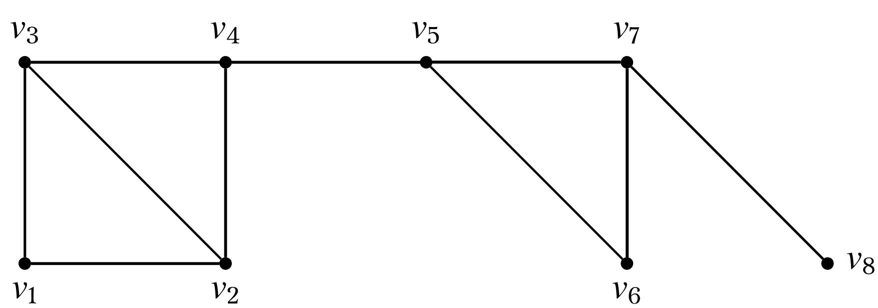
(2) Δίδεται το γράφημα G



i) Να εξετασθεί αν είναι μη διαχωρίσιμο.

ii) Να ευρεθεί ένα σύνολο κλειδώσεών του.

(3) Να υπολογισθεί μια διαμέριση των κορυφών του επόμενου γραφήματος σε δύο κλάσεις S, T, έτσι ώστε η κανονικοποιημένη τομή τους να είναι μικρότερη από 1/2.

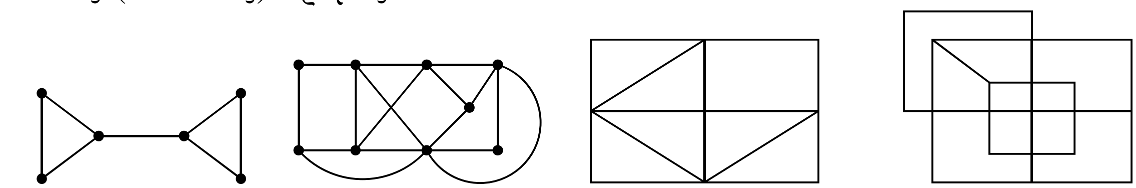


(4) Για καθένα από τα παρακάτω γραφήματα, να εξετασθεί:

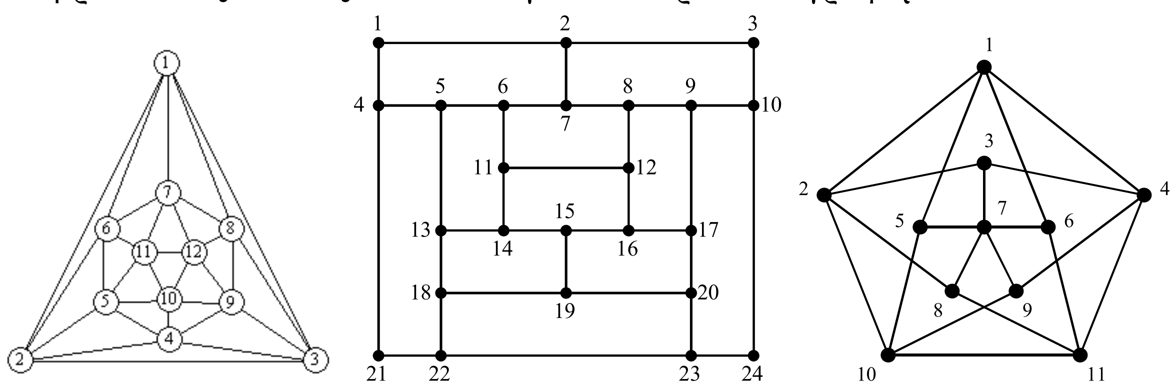
i) Αν υπάρχει δρόμος Euler.

ii) Αν είναι γράφημα Euler.

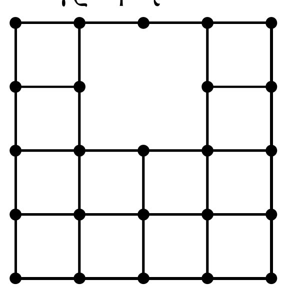
Στην περίπτωση όπου υπάρχει (κλειστός) δρόμος Euler να βρεθεί ένας τέτοιος (κλειστός) δρόμος.



(5) Να βρεθεί ένας κύκλος Hamilton για τα παρακάτω γραφήματα:



(6) **(*)** Να δειχθεί ότι το παρακάτω γράφημα δεν είναι γράφημα Hamilton.



Υποδείξεις:

(1ος τρόπος) Οι κορυφές βαθμού 2 μπορούν να συμμετέχουν στον κύκλο με μοναδικό τρόπο.

(2ος τρόπος) Το γράφημα είναι διμερές (βλ. σελ. 53), άρα σε κάθε βήμα του κύκλου εναλλάσονται τα σύνολα της διαμέρισης.

(7) **(*)** Εστω G ένα κανονικό γράφημα με άρτιο αριθμό κορυφών. Να δειχθεί ότι ένα τουλάχιστον από τα G, G^c είναι γράφημα Hamilton.

(8) Να εξετασθεί αν υπάρχουν γραφήματα με τις παρακάτω ακολουθίες βαθμών

α) $(3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3)$

β) $(5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 2, 2, 2)$

(9) **(*)** Να κατασκευασθεί ένα 3-συνεκτικό γράφημα με 8 κορυφές και 12 δεσμούς.