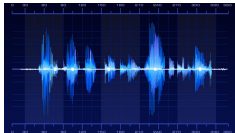
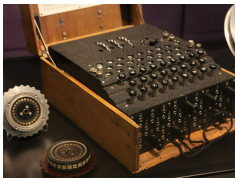


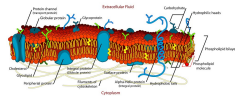
Skriti
markovski
modeli v
finančnih
časovnih
vrstah

Skriti
markovski
model



I certify that on July 2nd 1985 I viewed the property shown in this plot that the property here and location of all structures are correctly shown here that no structure located in this property encroaches in any adjacent street or property and that no structure or adjacent property encroaches in the premises hereon except as shown

Charles E. Whicker



Skriti markovski modeli v finančnih časovnih vrstah

Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani

12. december 2018

Martin Praček

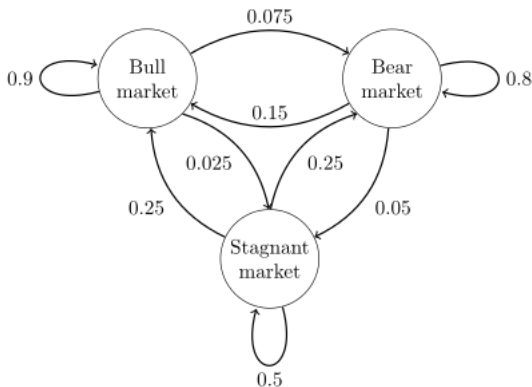
Mentor: izr. prof. dr. Damjan Škulj

Markovski model

Skriti
markovski
modeli v
finančnih
časovnih
vrstah

Skriti
markovski
model

- Markovska lastnost je lastnost slučajnega procesa v diskretnem času, da je njegova vrednost v času t odvisna le od njegove vrednosti v času $t - 1$.
- Ločimo v celoti opazovan in delno opazovan ter
- Avtonomen in kontroliran sistem.



Delitev markovskih modelov

Skriti
markovski
modeli v
finančnih
časovnih
vrstah

Skriti
markovski
model

| | | |
|-------------|----------------------------|-----------------------------------|
| | V celoti opazovan | Le delno opazovan |
| Avtonomen | Markovska veriga | Skriti markovski model |
| Kontorliran | Markovski proces odločanja | Delno opazovalen proces odločanja |

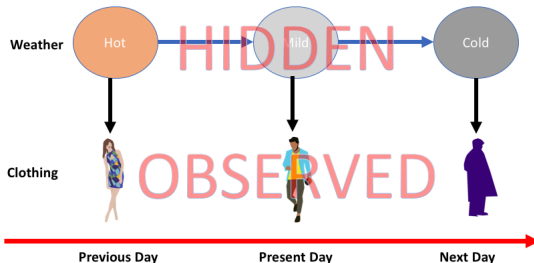
Skriti markovski model

Skriti markovski modeli v finančnih časovnih vrstah

Skriti markovski model

Skriti markovski model je statistični markovski model, kjer predpostavljamo, da je modelirani sistem markovski proces z skritimi stanji.

Gre torej za tip modela, kjer lahko razberemo rezultat, ne moremo pa ugotoviti, kakšna je bila funkcija, ki nam ga je dala.

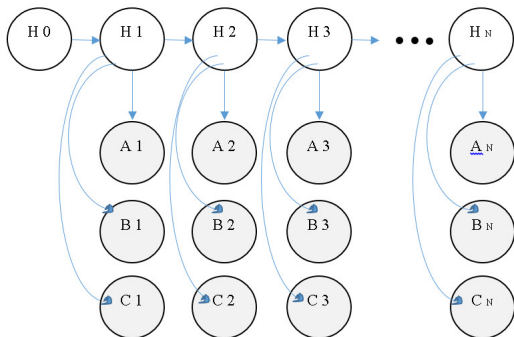


Zahteve

Skriti
markovski
modeli v
finančnih
časovnih
vrstah

Skriti
markovski
model

- Markovska lastnost
- Enakomerno porazdeljeni časi signalov O_t , ki jih poda resnični svet
- Sistem ima N stanj, vsako določa slučajna spremenljivka S



Hidden States:

$$H_t = \{x, y, z, \underline{e}\}$$

Observations:

$$A = \{\text{discrete number from 1 to } U_A\}$$

$$B = \{\text{discrete number from 1 to } U_B\}$$

$$C = \{\text{discrete number from 1 to } U_C\}$$

- Slučajnih spremenljivk skritih skoraj v nobenem času ne poznamo, poznamo pa slučajni proces Q , ki predstavlja signale
- Verjetnostno funkcijo vsakega stanja i označimo z $b_i(x)$
- Vektor začetnih stanj je Π
- Prehodna matrika A , ki je neodvisna od časa

Porazdelitveni zakon

Skriti
markovski
modeli v
finančnih
časovnih
vrstah

Skriti
markovski
model

- Gaussova mešanica
- $b_i = \sum_{j=1}^M c_{ij} N(x; \mu_j, \sigma_j^2)$
- Število porazdelitev M
- Matrika Γ , μ_{ij} predstavlja pričakovano vrednost porazdelitve j v stanju i
- Matrika Σ , kjer σ_{ij} predstavlja varianco porazdelitve j v stanju i
- Matrika C , koeficienti c_{ij} iz Gaussove mešanice

Osnovanje modela

Skriti
markovski
modeli v
finančnih
časovnih
vrstah

Skriti
markovski
model

Da bomo lahko delali z našim modelom, moramo najprej izvesti t.i. trening modela.

- Razvrščanje v skupine (*k*-means clustering)
- Akaikov informacijski kriterij



Izračun $P(O|\lambda)$

Skriti
markovski
modeli v
finančnih
časovnih
vrstah

Skriti
markovski
model

Z λ označimo vse ostale parametre $\lambda = (\Pi, A, C, \Gamma, \Sigma)$. Za učinkovit izračun le teh si pomagamo z iterativnim postopkom, podobnim sistemu EM, *naprej – nazaj*.

$$\alpha_1(i) = \pi_i b_i(O_1) = \pi_i b_i = \sum_{k=1}^M c_{ik}$$

\Downarrow

$$P(O|\lambda) = \sum_{i=1}^N \alpha_T(i)$$

Trening modela

Skriti
markovski
modeli v
finančnih
časovnih
vrstah

Skriti
markovski
model

Da bomo lahko $P(O|\lambda)$ maksimizirali, potrebujemo začetne ocene parametrov. Za to ne poznamo analitičnega postopka, lahko pa lokalno maksimiziramo, z naprimer, Baum-Welchovim algoritmom. Pri tem nas ne skrbijo ocene za A ter Π , kjer moramo paziti le na neničelnost le teh. Več problemov nam povzročajo C , Σ in Γ .

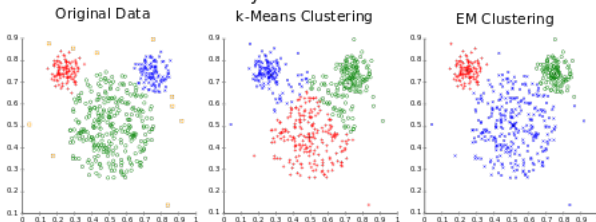
C, Σ in Γ

Skriti
markovski
modeli v
finančnih
časovnih
vrstah

Skriti
markovski
model

Za dobro začetno oceno si lahko pomagamo z razvrščanjem v skupine. Za C to pomeni, da bo element $c_{ij} = 1/M$ za vsak par ij , kjer je M število skupin. Pričakovane vrednosti in variance nato pridobimo iz vrednosti teh skupin.

Different cluster analysis results on "mouse" data set:



Lokalno maksimiziranje

Skriti markovski modeli v finančnih časovnih vrstah

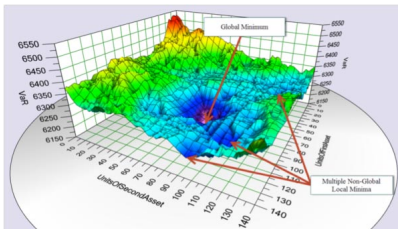
Skriti markovski model

Za potrebe lokalne maksimizacije določimo dodatne funkcije:

$$\xi_t(i, j) = \frac{\alpha_t(i) a_{ij} b_j(O_t) \beta_{t+1}(j)}{P(O|\lambda)}$$

$$\gamma_t(i) = \frac{\alpha_t(i) \beta_t(i)}{P(O|\lambda)}$$

$$\gamma_t(j, k) = \gamma_t(j) \frac{c_{jk} N(x; \mu_{jk}, \sigma_{jk}^2)}{\sum_{m=1}^M c_{jm} N(x; \mu_{jm}, \sigma_{jm}^2)}$$



Lokalno maksimiziranje

Skriti
markovski
modeli v
finančnih
časovnih
vrstah

Skriti
markovski
model

Prek dodatnih funkcij definiramo iteracijske postopke za naše spremenljivke:

$$\overline{\Pi}_i = \gamma_1(i)$$

$$\overline{a}_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \xi_t}{\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i)}$$

$$\overline{c}_{jk} = \frac{\sum_{t=1}^T \gamma_t(j, k)}{\sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M \gamma_t(j, m)}$$

$$\overline{\mu}_{jk} = \frac{\sum_{t=1}^T \gamma_t(j, k) O_t}{\sum_{t=1}^T \gamma_t(j, k)}$$

Tako definiramo večfazni iterativni proces, pri katerem popravljamo vrednosti parametrov do konvergence.

Začetno stanje in Viterbijev algoritem

Skriti
markovski
modeli v
finančnih
časovnih
vrstah

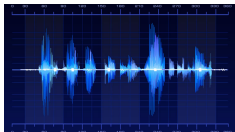
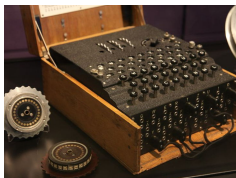
Skriti
markovski
model

Za delo s tem algoritmom moramo definirati $\delta_t(i)$, ki za vsako stanje i vrne največjo verjetnost vzdolž poti v času t . Prek $\delta_t(i)$ nato induktivno izvedemo algoritem.

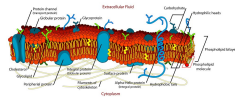
Viterbijev algoritem nam vrne p^* , ki je največja verjetnost in q_{T^*} , ki nam pove stanje v času T , ki nam to verjetnost vrne.

Uporaba

Skriti
markovski
modeli v
finančnih
časovnih
vrstah



I readily see in figs 2 & 3 that the property shown in this plot that the property line and location of all structures are mutually share having that a structure located in this property occupies a very adjacent share in property and so that a structure in adjacent property occupies in the process a mutual share in share
Charles E. Whelan



V dolgi predstavitvi se bom bolj posvetil sami finančni analizi, ki sem jo tokrat zaenkrat pustil pri miru. V prihodnje bom tudi sam poizkusil določiti skriti markovski model na svojem setu podatkov.

- 1 I. MacDonald, W. Zucchini. Hidden Markov and Other Models for Discrete-valued Time Series. Chapman & Hall/CRC Monographs on Statistics & Applied Probability. Taylor & Francis. (1997)
- 2 D.Roman, G. Mitra,N. Spagnolo. Hidden Markov models for financial optimization problems. IMA Journal of Management Mathematics. 21 (2010).