

M E T O D E S I M P L E K S

Penggunaan metode grafik sangat terbatas dalam program linear, karena hanya berlaku untuk memecahkan masalah yang mengandung dua kegiatan atau dua variabel. Jika program linear mengandung tiga atau lebih kegiatan atau variabel, maka metode grafik tidak dapat digunakan lagi. Untuk memecahkan program linear seperti ini digunakan metode simpleks.

Dalam metode simpleks diadakan pengubahan pertidaksamaan menjadi persamaan dengan cara menambahkan "*slack variabel*" untuk pertidaksamaan yang mengandung tanda \leq dan mengurangkan variabel surplus (*surplus variabel*) untuk pertidaksamaan yang mengandung tanda \geq . Pemecahan program linear dengan metoda simpleks dilakukan dengan beberapa langkah sebagai-berikut :

Contoh :

Maksimumkan: $Z = 25X_1 + 15X_2$, dengan fungsi kendala :

$$3X_1 + 3X_2 \leq 24$$

$$2X_1 + 4X_2 \leq 20$$

$$3X_1 \leq 21$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Langkah 1

Fungsi tujuan diubah menjadi fungsi implisit, artinya $c_{ij}x_{ij}$ dipindahkan ke sebelah kiri sehingga sama dengan nol.

$$Z - 25X_1 - 15X_2 = 0$$

Kemudian fungsi kendala diubah dari pertidaksamaan menjadi persamaan dengan menambah *slack variabel* sebagai berikut :

$$3X_1 + 3X_2 + X_3 = 24$$

$$2X_1 + 4X_2 + X_4 = 20$$

$$3X_1 + X_5 = 21$$

$$X_i \geq 0, i = 1, 2, 3, 4, 5$$

Setelah diadakan perubahan, maka susunan formulasi menjadi :

Fungsi tujuan : Maksimumkan $Z - 25X_1 - 15X_2 = 0$

Fungsi kendala : $3X_1 + 3X_2 + X_3 = 24$

$$2X_1 + 4X_2 + X_4 = 20$$

$$3X_1 + X_5 = 21$$

$$X_i \geq 0, i = 1, 2, 3, 4, 5$$

Langkah 2

Dari susunan formulasi baru, susunlah dalam bentuk tabel sbb :

Variabel Dasar	Z	X1	X2	X3	X4	X5	K
Z	1	-25	-15	0	0	0	0
X3	0	3	3	1	0	0	24
X4	0	2	4	0	1	0	20
X5	0	3	0	0	0	1	21

- o Kolom variabel dasar memuat variabel z dan variabel tambahan
- o Kolom z memuat data koefisien z dan koefisien variabel tambahan
- o Kolom x1, x2, x3, x4, x5 memuat data koefisien yang bersesuaian dengan variabel
- o Kolom terakhir (kolom K) memuat data sebelah kanan persamaan dari fungsi kendala


Untuk mendapatkan jawaban optimal, kita lakukan proses iteratif dengan cara berikut :


Langkah 3 Tentukan kolom kunci

Kolom kunci ialah suatu kolom yang mempunyai nilai pada baris fungsi tujuan yang bertanda negatif dan harga mutlak terbesar.

Pada tabel di atas, yang bertanda negatif dan harga mutlak terbesar terdapat dalam kolom x1. Jika seandainya pada suatu tabel tidak didapat lagi nilai yang bertanda negatif pada baris fungsi tujuan, maka jawaban **sudah optimal**.

Variabel Dasar	z	X1	X2	X3	X4	X5	K	R
z	1	-25	-15	0	0	0	0	0
X3	0	3	3	1	0	0	24	$\frac{24}{3} = 8$
X4	0	2	4	0	1	0	20	$\frac{20}{2} = 10$
x5	0	3	0	0	0	1	21	$\frac{21}{3} = 7$

 Kolom kunci

 Baris Kunci

Langkah 4 Tentukan baris kunci

Baris kunci ialah suatu baris dimana rasio antara elemen pada kolom K dengan elemen pada kolom kunci adalah terkecil. Pada tabel di atas dapat dilihat yang terkecil adalah $\frac{21}{3}$.

Oleh karena itu baris kunci ialah baris dimana $\frac{21}{3}$ terletak, kemudian diberikan tanda, dan elemen pada baris dan kolom kunci disebut *elemen kunci*.

Langkah 5 Ubah elemen pada baris kunci

Semua elemen pada baris kunci dibagi dengan elemen kunci pada tabel di atas, yaitu :

$$\frac{0}{3} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{0}{3} \quad \frac{0}{3} \quad \frac{0}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{21}{3}$$

X1	0	1	0	0	0	1/3	7
----	---	---	---	---	---	-----	---

Kemudian variabel dasar pada baris kunci (x5) diganti dengan variabel pada kolom kunci (x1).

Variabel Dasar	z	X1	X2	X3	X4	X5	K
z	1	-25	-15	0	0	0	0
X3	0	3	3	1	0	0	24
X4	0	2	4	0	1	0	20
X1	0	1	0	0	0	1/3	7

Langkah 6 Ubah elemen pada baris kunci

Selain mengubah elemen pada baris kunci, elemen pada baris lain juga diubah dengan menggunakan rumus :

Elemen baris baru = Elemen baris lama – (Elemen pada kolom kuncinya x Elemen baris kunci baru)

Jika rumus ini digunakan untuk baris-baris lain, maka didapat tabel baru :

Variabel Dasar	z	X1	X2	X3	X4	X5	K	R
z	1	0	-15	0	0	25/3	175	0
X3	0	0	3	1	0	-1	3	$\frac{3}{3} = 1$
X4	0	0	4	0	1	-2/3	6	$\frac{6}{4} = 1,5$
X1	0	1	0	0	0	1/3	7	$\frac{7}{0} = \sim$

Pada tabel di atas dapat dilihat bahwa pada baris z masih ada yang bertanda negatif, yaitu -15 . Oleh karena itu, jawaban belum optimal. Kemudian Langkah 2 sampai dengan Langkah 6 diulangi, sehingga jawaban akhirnya (bentuk optimal) adalah :

Variabel Dasar	Z	x1	x2	x3	x4	x5	K
z	1	0	0	5	0	10/3	190
x2	0	0	1	1/3	0	-1/3	1
x4	0	0	0	-4/3	1	2/3	2
x1	0	1	0	0	0	1/3	7

Jika diperhatikan tabel di atas, pada baris z tidak ada lagi yang bertanda negatif. Oleh karena itu, jawaban sudah optimal. Maka jawaban optimal adalah $X_1 = 7$, $X_2 = 1$, dan $Z_{\text{maks}} = 190$

Latihan

Selesaikan dengan metode simpleks !

1. Maksimum : $Z = 3X_1 + 5X_2$
Pembatas :

$$\begin{aligned}X_1 &\leq 4 \\2X_2 &\leq 12 \\3X_1 + 2X_2 &\leq 18 \\X_1, X_2 &\geq 0\end{aligned}$$

2. Maksimumkan fungsi tujuan :

$Z = 400X_1 + 300X_2$, dengan fungsi kendala :

$$\begin{aligned}3X_1 + 2X_2 &\leq 400 \\2X_1 + 2X_2 &\leq 300 \\X_1, X_2 &\geq 0\end{aligned}$$

3. Selesaikan dengan metode simpleks. Maksimumkan fungsi tujuan :

$Z = 6X_1 + 4X_2$, dengan fungsi kendala :

$$\begin{aligned}X_1 + X_2 &\leq 12 \\X_1 - 2X_2 &\leq 6 \\X_2 &\leq 8 \\X_1, X_2, X_3 &\geq 0\end{aligned}$$