

Desarrollo de PID para una planta de nivel

Proyecto instrumental III

Juan Diego Agudelo Balvin, Maria Paula Rey Barrera.

Octubre 2022

Universidad EAFIT

Abstract—Para el presente laboratorio se hace uso de una planta de nivel hecha por “Make Solutions”. En un informe anterior se definieron las distintas partes de la planta, y se realizó una calibración del sensor de nivel, para después obtener distintas funciones de transferencia. En el presente informe se analiza la respuesta de estas funciones a distintos estímulos, y se desarrolla un controlador PID.

I. PROCEDIMIENTO

A. Ingreso de las funciones de transferencia a matlab

Se tienen 3 funciones de transferencia obtenidas previamente: Primeramente se tiene la función de transferencia experimental, hallada con la respuesta temporal de la planta de nivel.

$$G_e(s) = \frac{0.8555}{s + 0.01076} \quad (1)$$

A esta función de transferencia se le aplica la aproximación de Padé para el tiempo muerto de la planta y se obtiene la siguiente función.

$$G_p(s) = e^{-6.31s} \frac{0.8555}{s + 0.01076} \quad (2)$$

Se puede observar claramente que se tiene un término exponencial en la función, lo cual puede ocasionar problemas para procedimientos posteriores. Por lo tanto se procede a realizar una aproximación de Padé de orden 1 a G_p y así eliminar el término exponencial.

$$G_p(s) = \frac{0.8555s + 0.271}{s^2 + 0.3276s + 0.003408} \quad (3)$$

Esto se logra gracias al comando `pade(G,N)`, donde G corresponde a la función de transferencia (En este caso G_p) y N al orden de la aproximación a ser aplicada (En este caso 1). Como consecuencia la función G_p pasa de ser de orden 1 a ser de orden 2.

Por último se tiene la función de transferencia obtenida con el SIT (System Identification Toolbox), herramienta de Matlab donde se ingresa el tiempo de muestreo y vectores con los datos del tiempo y el nivel de la respuesta temporal de la planta. Obteniendo la siguiente función.

$$G_s(s) = \frac{0.0875}{s + 0.011} \quad (4)$$

Con esto se concluyen las funciones de transferencia con las que se realiza el laboratorio a continuación

B. Respuesta de las funciones de transferencia ante una señal impulso, escalón, rampa y sinusoidal

- Señal impulso:

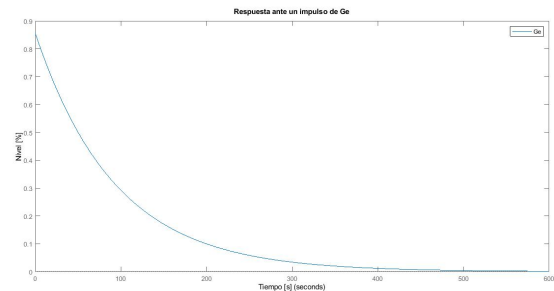


Fig. 1. Respuesta de G_e ante un impulso

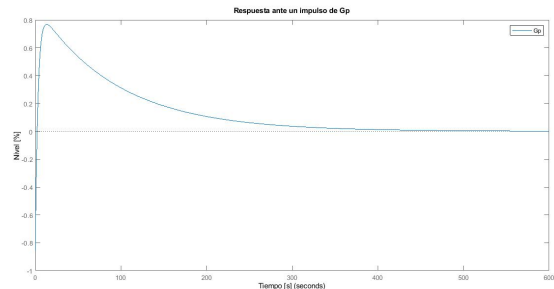


Fig. 2. Respuesta de G_p ante un impulso

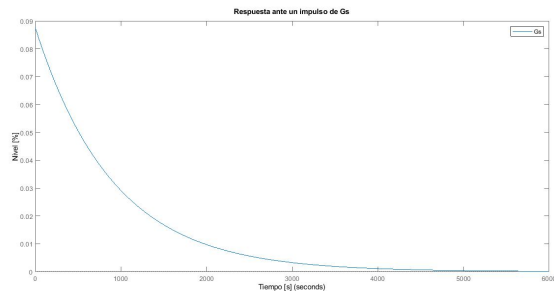


Fig. 3. Respuesta de G_s ante un impulso

Como se puede observar, se tiene la respuesta ante un

impulso de las diferentes funciones de transferencia, como lo son la experimental (Figura 1), la que tiene aproximación de Padé (Figura 2) y la que es hallada con SIT (Figura 3). Se puede notar que la respuesta menos robusta ante un impulso es G_p , ya que esta aumenta y disminuye su nivel de manera menos abrupta que las otras dos funciones de transferencia.

- Señal escalón:

La respuesta ante una señal escalón de las diferentes funciones de transferencia, se observa en las figuras 4, 5 y 6.

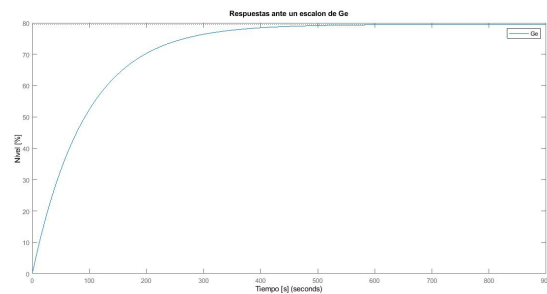


Fig. 4. Respuesta de G_e ante un escalón

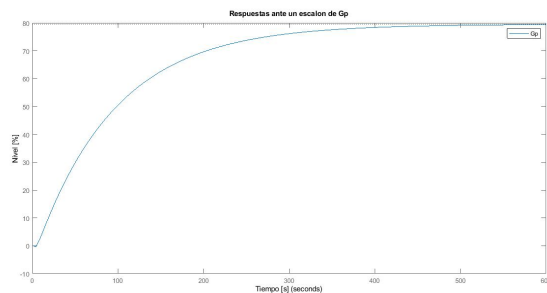


Fig. 5. Respuesta de G_p ante un escalón

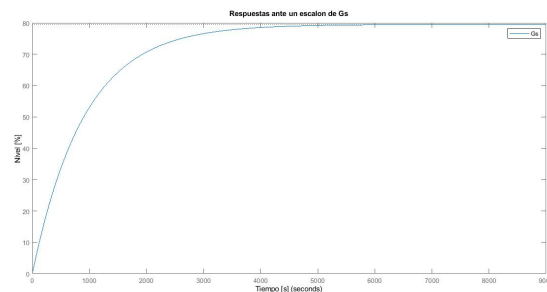


Fig. 6. Respuesta de G_s ante un escalón

En la respuesta ante un escalón existe una gran similitud entre G_e y G_p , con la diferencia principal de que G_p cuenta con el tiempo muerto de la planta, lo que hace

que esta función sea una aproximación más acorde al comportamiento de la planta. Por otro lado G_s presenta un tiempo de establecimiento demasiado alto que no corresponde ni tiene similitud a ninguna de las otras 2 funciones. Esto tiene que ver con los datos ingresados para obtener dicha función en SIT.

- Señal rampa:

La respuesta ante una rampa de las diferentes funciones de transferencia, se observa en las figuras 7, 8 y 9.

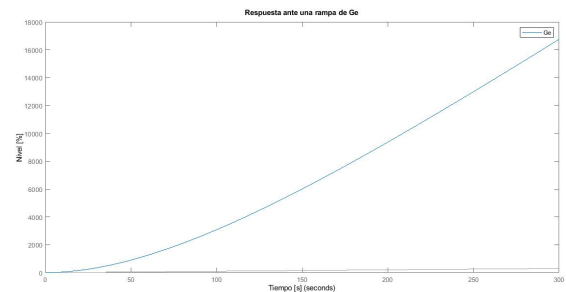


Fig. 7. Respuesta de G_e ante una rampa

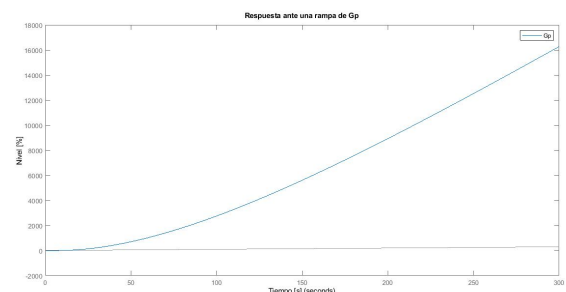


Fig. 8. Respuesta de G_p ante una rampa

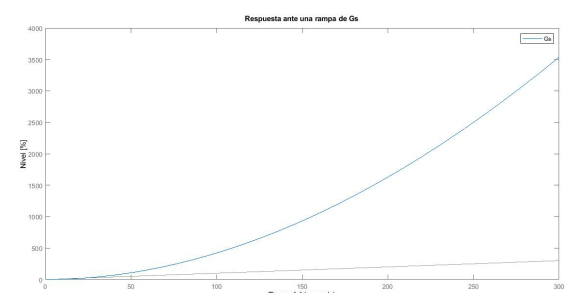


Fig. 9. Respuesta de G_s ante una rampa

Nuevamente, la única diferencia entre estas es el hecho de que la función de transferencia de Padé tiene un retardo.

- Señal sinusoidal:

La respuesta ante una rampa de las diferentes funciones de transferencia, se observa en las figuras 10, 11 y 12.

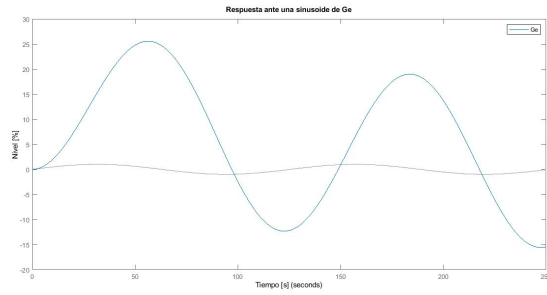


Fig. 10. Respuesta de G_e ante una sinusoidal

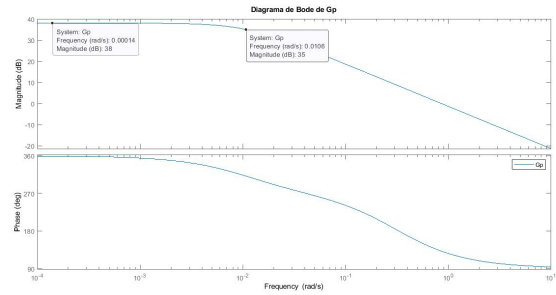


Fig. 13. Diagrama de Bode de G_p

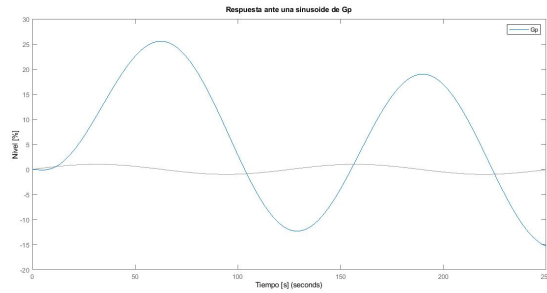


Fig. 11. Respuesta de G_p ante una sinusoidal

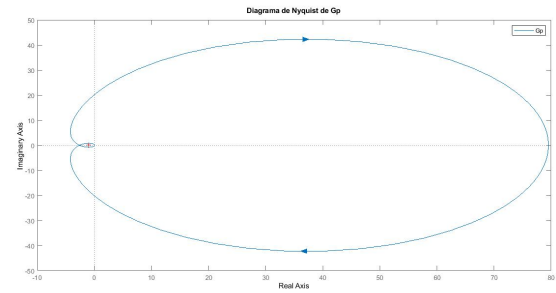


Fig. 14. Diagrama de Nyquist de G_p

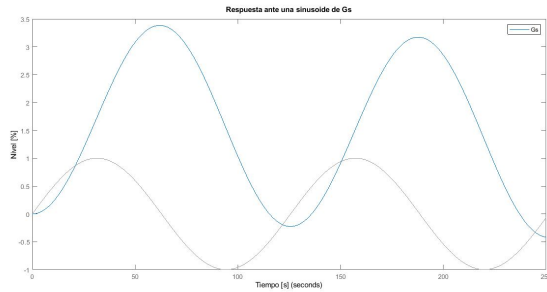


Fig. 12. Respuesta de G_s ante una sinusoidal

Se observa una gran similitud entre G_e y G_p , las cuales conservan una naturaleza igual a la de la señal de entrada, es decir, una sinusoidal, donde varía la amplitud y fase de la entrada. Nuevamente existe una discrepancia notoria de G_s con respecto a las demás funciones.

C. Lugar de las raíces en tiempo continuo

D. Análisis en frecuencia

Para realizar un análisis de los diagramas de Bode y Nyquist se utiliza la función de transferencia G_p , ya que como se ha concluido en diferentes ocasiones, es la que más se aproxima al comportamiento real de la planta.

E. Obtencion de las constantes del control PID

Haciendo uso de los métodos de Routh-Hurwitz, Lugar de las Raíces y algoritmo de auto-sintonización de MATLAB), se obtuvieron las constantes de un control PID. Es importante recordar que aquí analizamos $G_p(s)$, correspondiente a la ecuación 3. Empleando la función *rlocus* de matlab, se encontró el mapa de la posición de las raíces, expuesto en la figura 16.

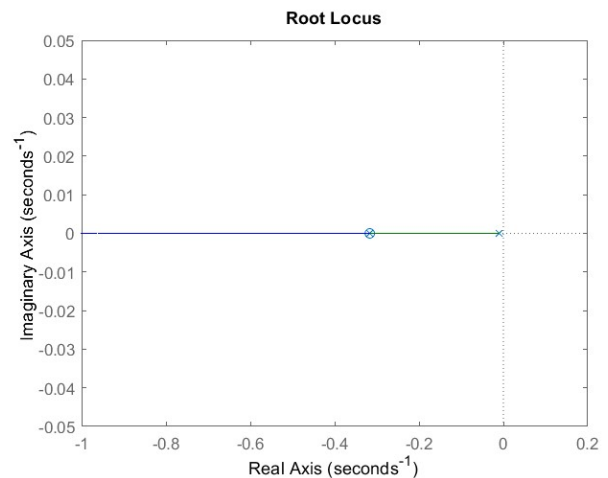


Fig. 15. Lugar de las raíces

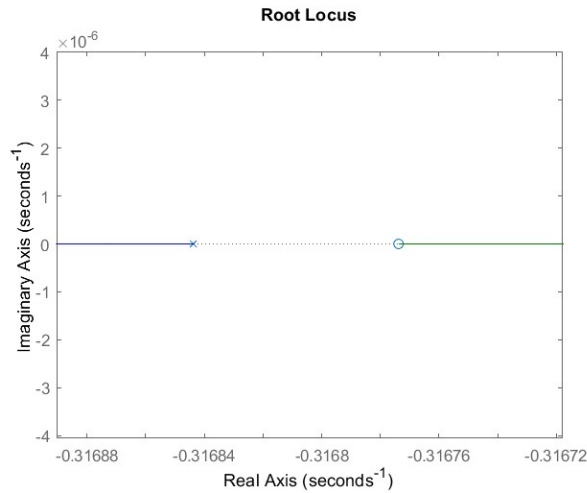


Fig. 16. Detalle del lugar de las raíces

Como podemos ver en las figuras, tenemos dos polos y un cero.

Ahora empleando Routh-Hurwitz, tenemos la ecuación característica $s^2 + 0.3276s + 0.003408$, que tiene la forma

$$\begin{array}{c|cc} a_2 s^2 + a_1 s + a_0 & & \\ \hline s^2 & 1 & 0.003408 \\ s^1 & 0.3276 & 0 \\ s & b_1 & 0 \end{array}$$

Donde,

$$b_1 = \frac{a_1 a_0 - (0) a_2}{a_1} = a_0 = 0.003408 \quad (5)$$

Para obtener unas adecuadas constantes K_p , K_i y K_d para el control continuo, se procede a utilizar la App PID Tuner de MATLAB. Buscando reducir el tiempo de establecimiento y de subida, se establecen los parámetros observados en la figura 17

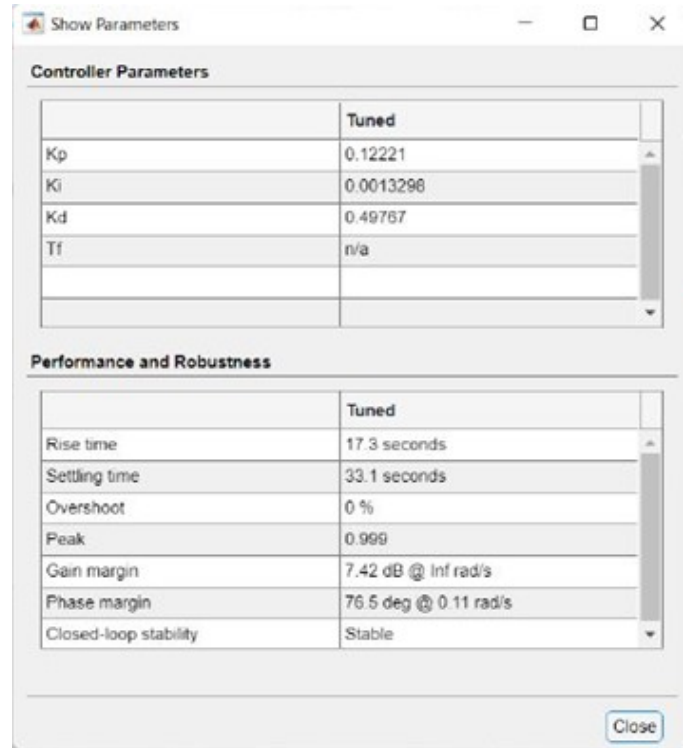


Fig. 17. Parámetros del controlador en el PID tuner

Se seleccionó el control tipo PID. En “Response Time” se selecciona 18.14 y en “Transient Behaviour” 0.765. Con estos parámetros se obtiene una respuesta como la mostrada en la figura 20.

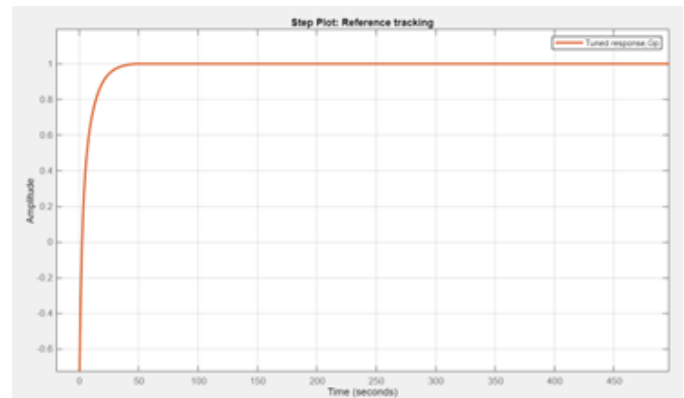


Fig. 18. Respuesta de G_p ante un step utilizando el PID tuner

Presionamos en “Export” para exportar la función de transferencia correspondiente al PID (que se llamara “C” en MATLAB). Con esto se obtuvo las constantes:

$$\begin{aligned} K_p &= 0.12221 \\ K_i &= 0.0013298 \\ K_d &= 0.49767 \end{aligned} \quad (6)$$

Esto nos genera una función de transferencia de control, presentada en la ecuación 7 :

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d * s$$

$$= 0.12221 + \frac{0.0013298}{s} + 0.49767s \quad (7)$$

F. Análisis en frecuencia del lazo con control PID

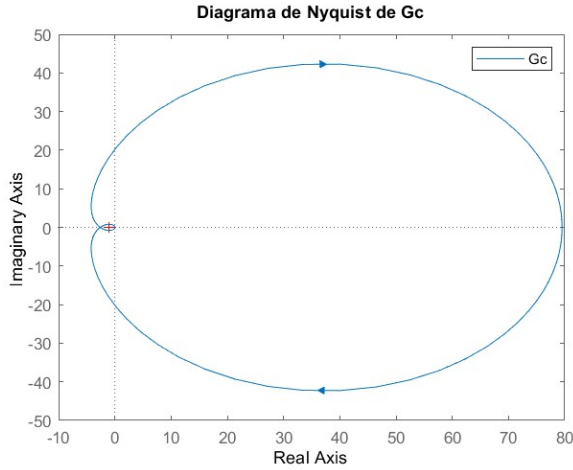


Fig. 19. Diagrama de Nyquist del lazo de control con PID

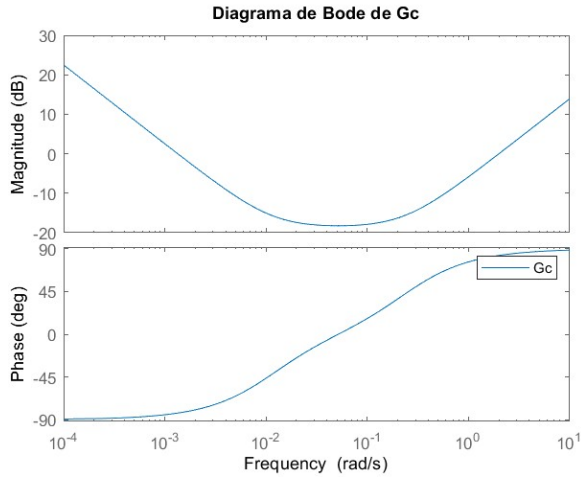


Fig. 20. Diagrama de Bode del lazo de control con PID

G. Respuesta temporal con retroalimentación unitaria

H. Control PID Propuesto

Se propuso la estructura de control PID en Matlab presentada en la figura 21.

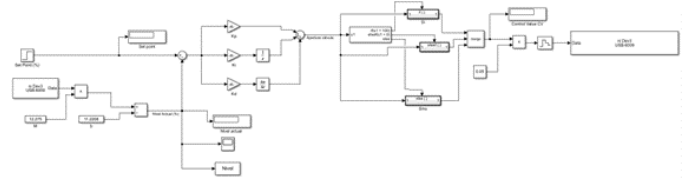


Fig. 21. Diagrama de bloques en simulink para la implementación de un control PID.

I. Controlabilidad y Observabilidad

Primero debemos pasar la función de transferencia del sistema a espacio de estados. Debido a que el proceso puede ser extenso, empleamos el comando "tf2ss" de matlab para hacer la transformación.

De esta forma obtenemos que:

$$\ddot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx \quad (8)$$

donde:

$$A = \begin{bmatrix} -0.3276 & -0.0034 \\ 1.0000 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0.8555 & 0.2710 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Ahora tenemos que la matriz de controlabilidad es:

$$A = \begin{bmatrix} 1.0000 & -0.3276 \\ 0 & 1.0000 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Empleando el comando "rank()" de matlab obtenemos el rango de esta matriz. El resultado es 2. Dado que este también es el valor del orden de la planta, podemos afirmar que es totalmente controlable.

Y nuestra matriz de observabilidad es:

$$A = \begin{bmatrix} 1.0000 & -0.3276 \\ 0 & 1.0000 \end{bmatrix} \quad (13)$$

De nuevo, obtenemos el rango de esta matriz; el resultado es dos. Ya que coincide con el valor del orden de la planta, podemos afirmar que el sistema es totalmente observable.

II. CONCLUSIONES

- La función de transferencia con aproximación de Padé resulta ser la más coherente con el comportamiento de la planta, por lo mismo se hace selección de esta para el desarrollo de un control PID.
- Se consigue excitar todas las funciones de transferencia con diferentes tipos de señales y desarrollar el respectivo análisis.
- Se realizan los diagramas de Bode y Nyquist para los análisis en frecuencia de ciertas funciones de transferencia.