

Inspira Crea Transforma



# Implementación de CVT para el filtrado de Speckle en mapas de fase en DHI

---

María Paula Rey  
Cristian Lopera Trujillo



2021-1

# Contenido

- 1. Introducción**
- 2. Planteamiento del problema**
- 3. Modelo físicomatemático y soluciones propuestas**
- 4. Método de validación**
- 5. Conclusiones**
- 6. Bibliografía**



# Introducción



# Introducción Holografía Digital

La holografía digital (DH) se ha convertido en una de las tecnologías de imágenes coherentes más eficaces. Tiene la propiedad única de recuperar todo el frente de onda complejo de un objeto grabado, lo que permite la medición y manipulación de la información de amplitud y fase [1].

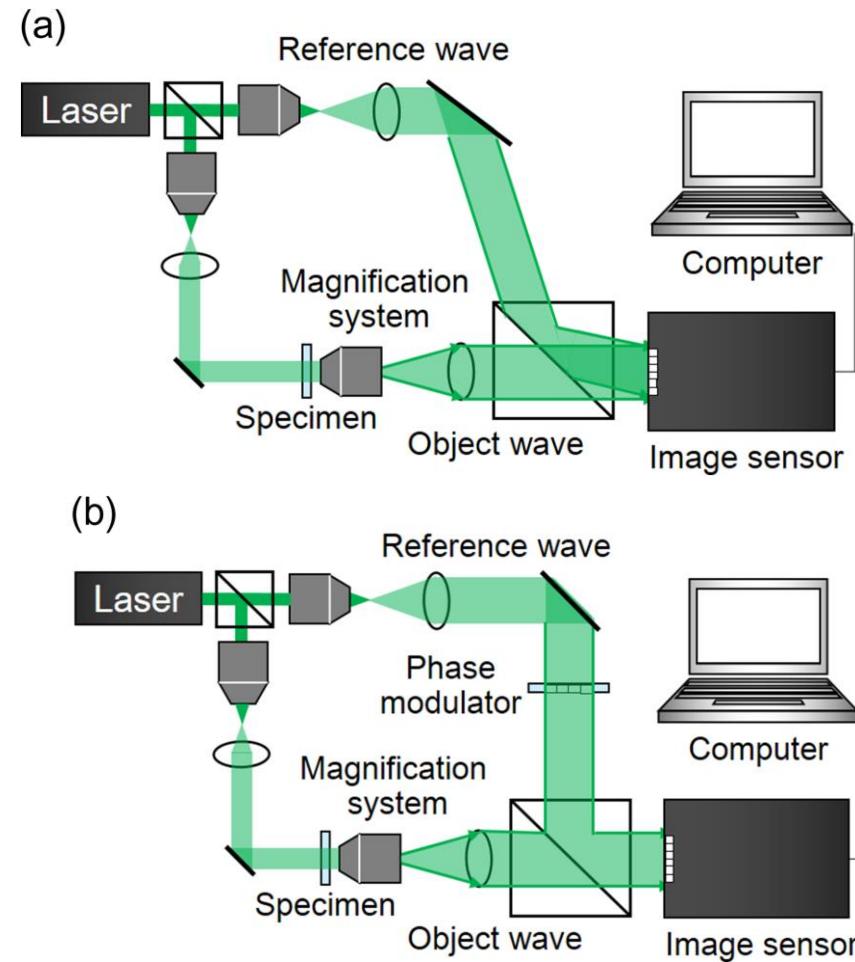


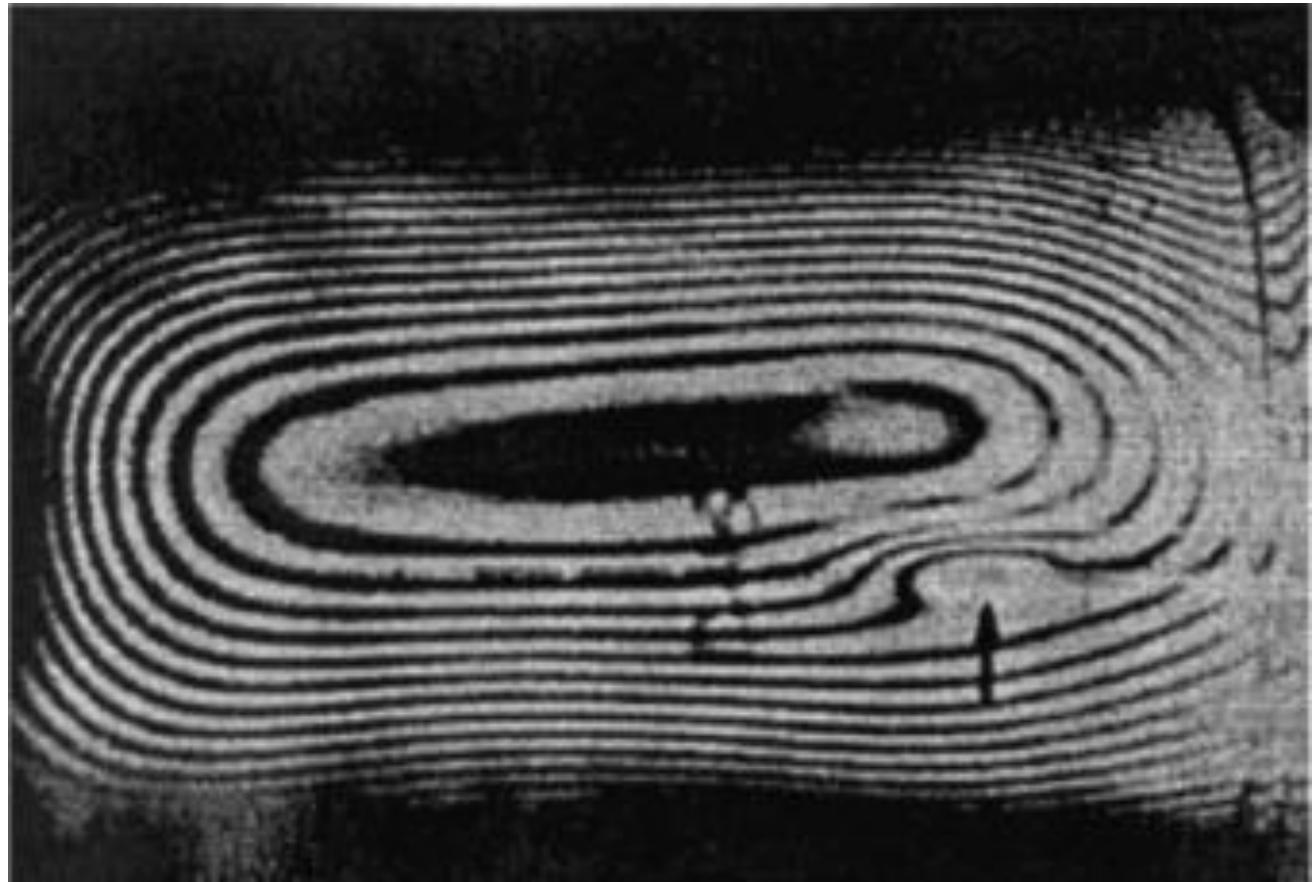
Figura 1. Diagramas esquemáticos de (a) sistemas de holografía digital fuera del eje y (b) en línea con desplazamiento de fase. Obtenido de: [t.ly/rx1p](https://t.ly/rx1p).

# Introducción

## Interferometría Holográfica

En la interferometría holográfica, dos o más campos de ondas se comparan interferométricamente, al menos uno de ellos debe registrarse y reconstruirse holográficamente.

El método da lugar a patrones de interferencia cuyas franjas están determinadas por la geometría de la configuración holográfica a través de los vectores de sensibilidad y por las diferencias de longitud de la trayectoria óptica [2].

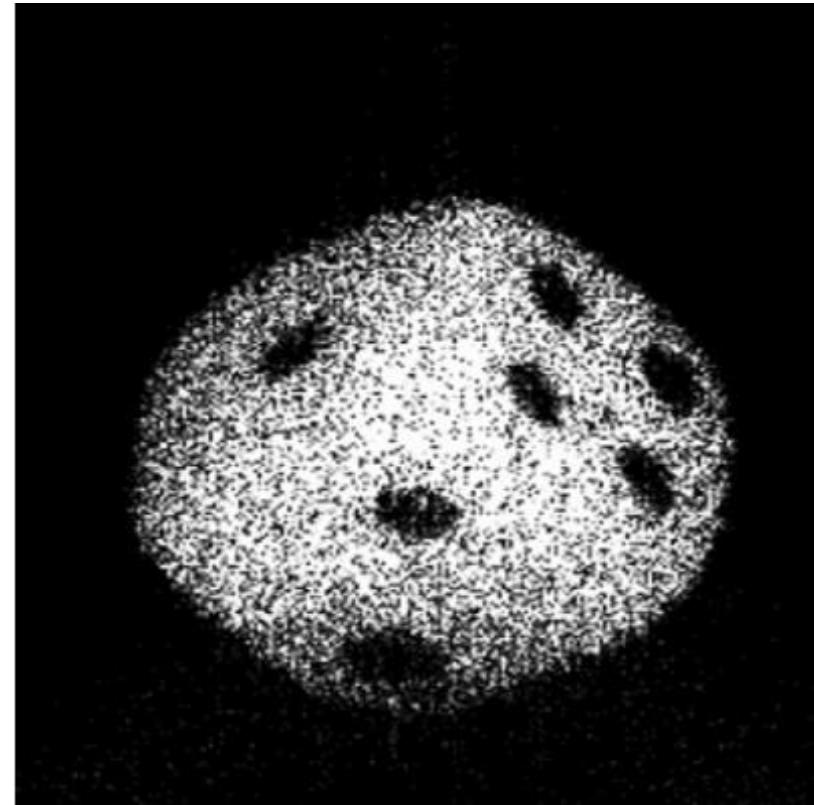


*Figura 2: Ejemplo de patrón interferométrico holográfico: defecto interno en una tubería de polietileno. Obtenido de: [t.ly/GUSB](https://t.ly/GUSB).*

# Introducción

## Speckle

La calidad de la imagen holográfica se degrada severamente por artefactos no deseados debido a la naturaleza coherente de las fuentes de luz, lo que da como resultado imágenes que se corrompen por una mezcla de ruido aditivo no correlacionado y el llamado *speckle* [1].



*Figura 3: Intensidad reconstruida digitalmente de un dado grabado con  $1024 \times 1024$  píxeles [1].*

# Introducción

## Speckle

Si un objeto que dispersa aleatoriamente, como una superficie reflectante difusa, se ilumina con luz coherente, todos los puntos del objeto iluminados emiten ondas esféricas que pueden interferir. El campo de ondas resultante en el espacio se llama campo de *Speckle* o patrón de *Speckle*.

Los *speckles* forman un patrón aleatorio en el espacio que es estacionario en el tiempo pero que fluctúa mucho de un punto a otro [2].

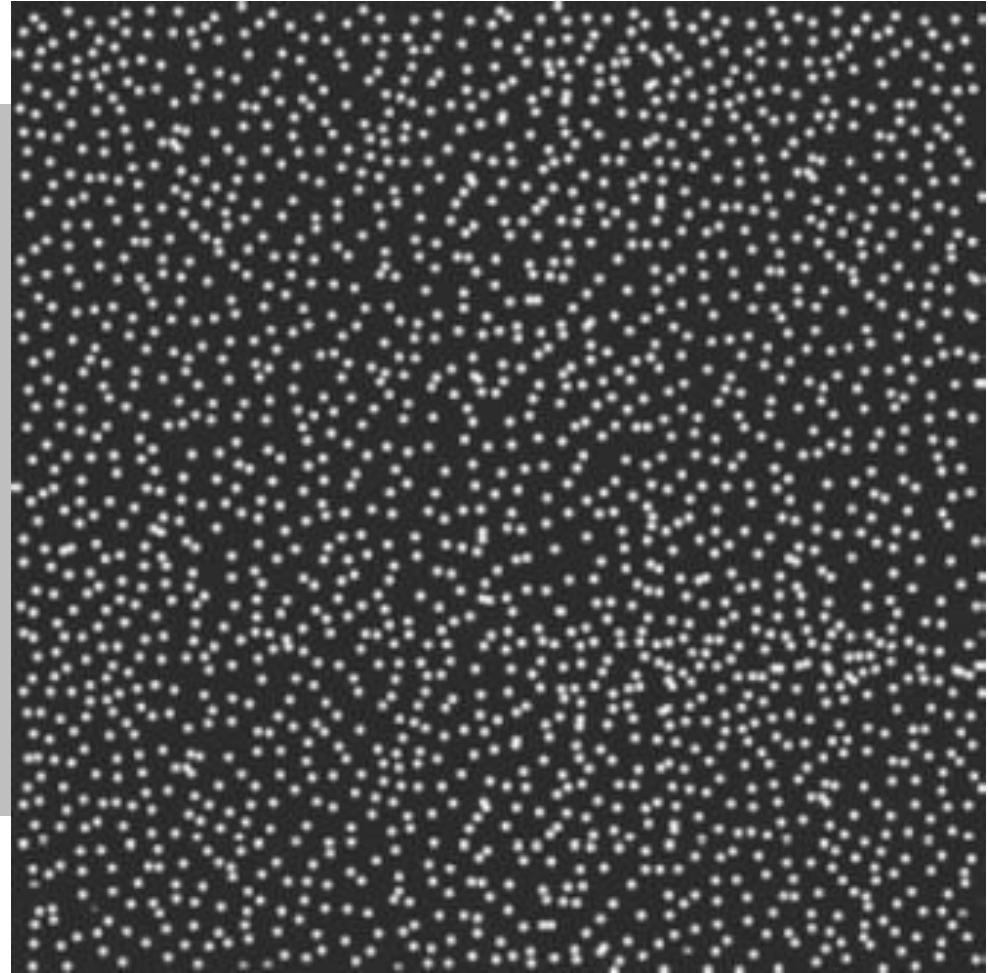


Figura 4: Un patrón de moteado aleatorio generado por computadora que consiste en puntos blancos de 14 px de tamaño sobre un fondo de intensidad de píxel cero (negro). Obtenido de: [t.ly/fGvw](https://t.ly/fGvw)

# Introducción

## Speckle

En la interferometría holográfica, los *speckles* normalmente alteran la resolución alcanzable y la precisión de la medición [1].

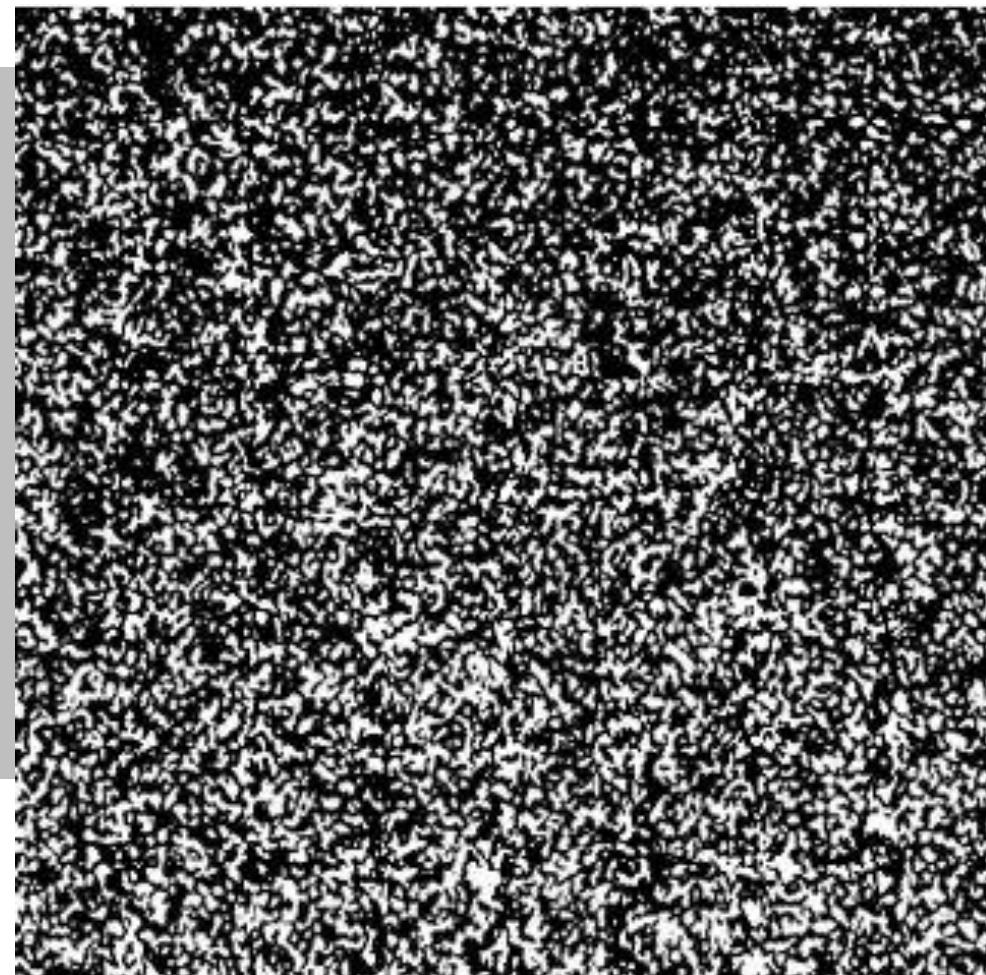
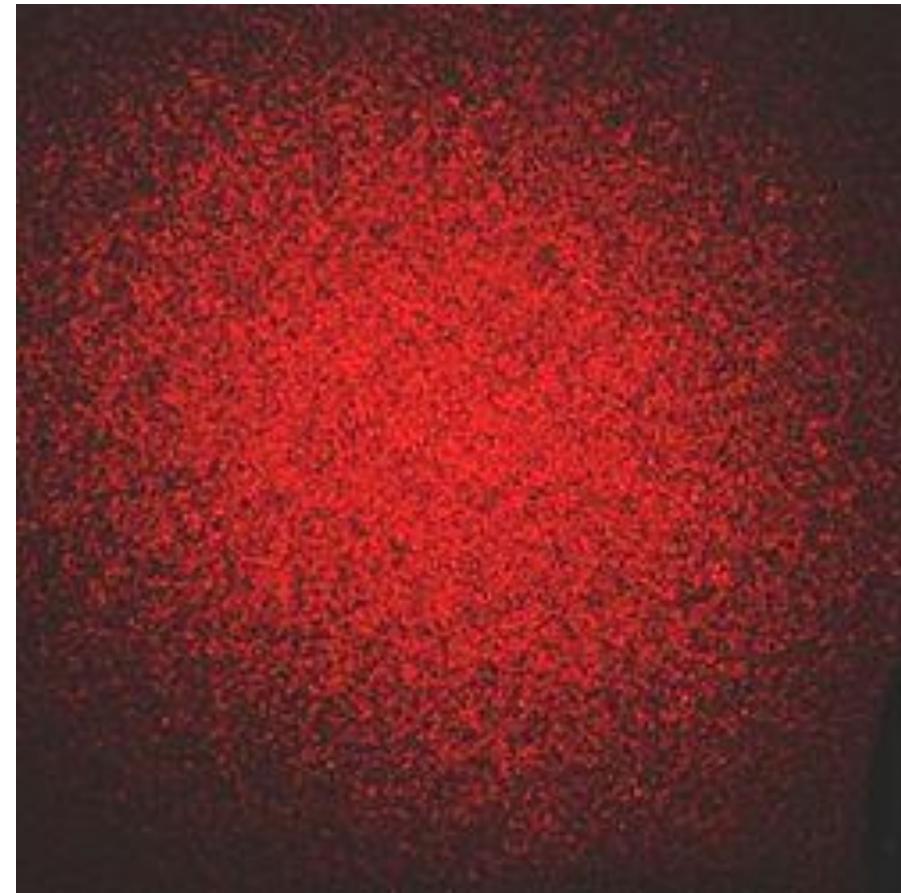


Figura 5: Patrón de speckle láser típico. Obtenido de: [t.ly/UDIF](http://t.ly/UDIF)

# Introducción

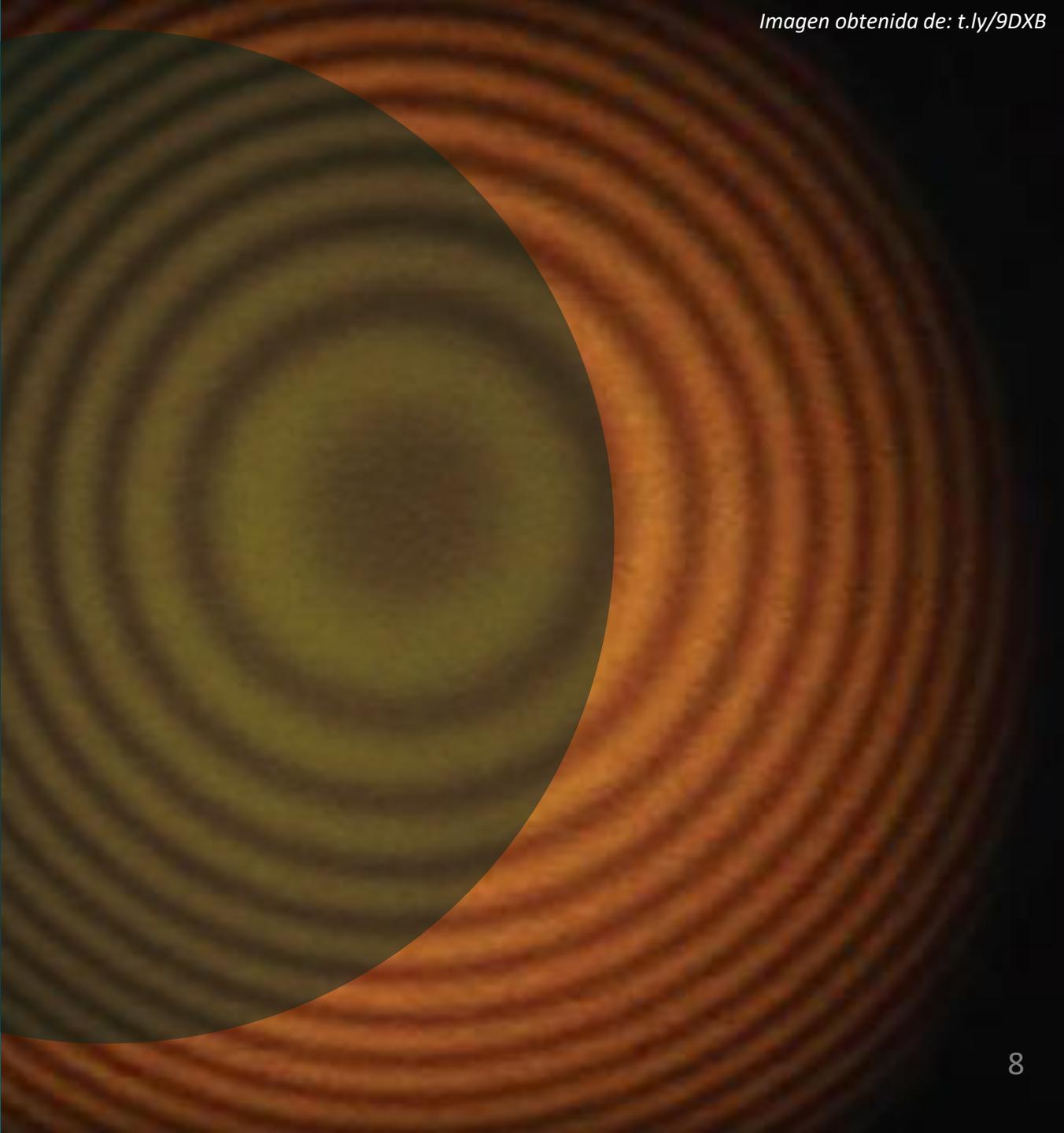
## Speckle

Las fuentes de ruido que contribuyen al ruido técnico son el ruido de fotones, el ruido electrónico del sensor de grabación y el ruido de cuantificación debido a la conversión de analógico a digital.



*Figura 6: Patrón de speckle objetivo. Este es el campo de luz que se forma cuando un rayo láser se dispersa desde una superficie de plástico hacia una pared. Obtenido de: [t.ly/JkJp](https://t.ly/JkJp)*

# Planteamiento del problema



# Planteamiento del problema

## Interferometría holográfica digital: Setup básico

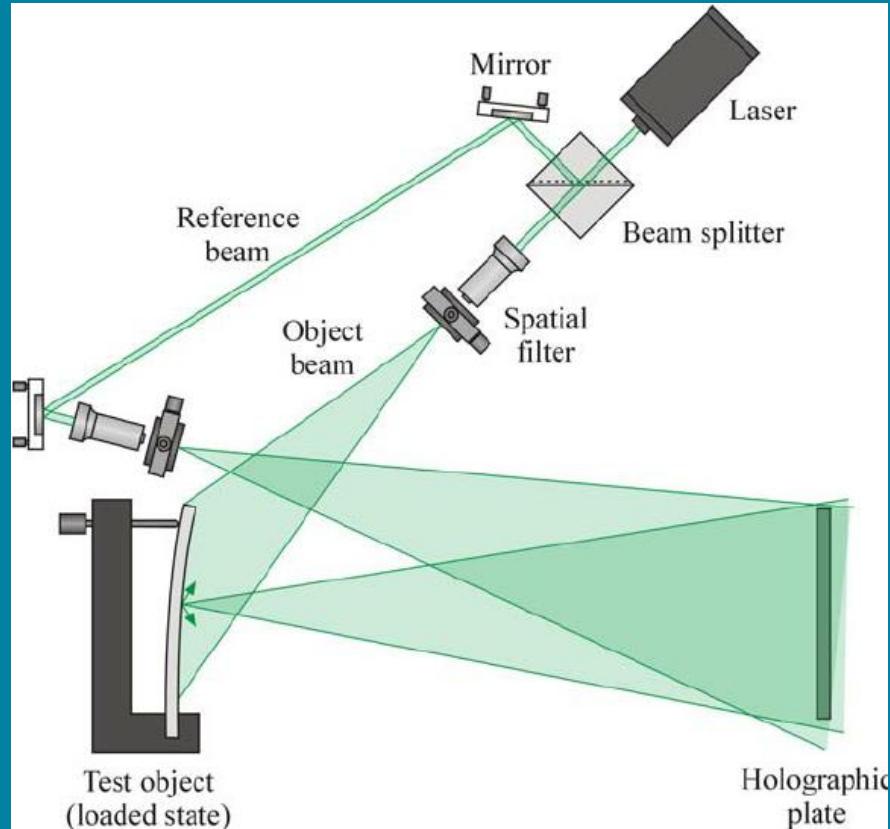
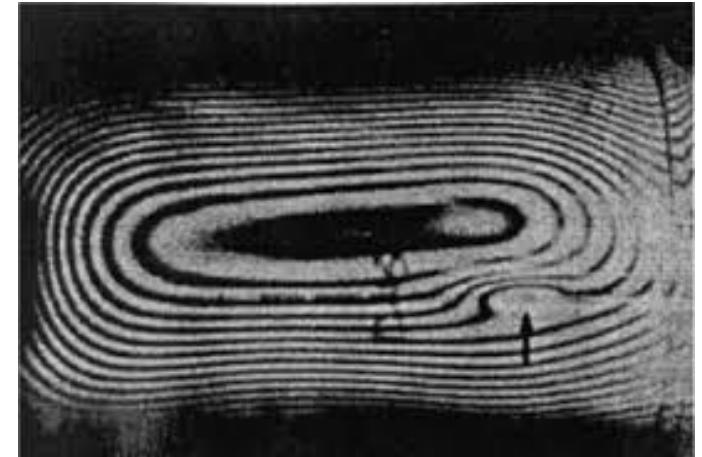


Figura 7: Esquema de un montaje interferométrico holográfico digital. [3]

## Patrón interferométrico obtenido



## Reconstrucción numérica del holograma

$$I(x, y) = [a(x, y) + b(x, y)] \cos[\Delta\phi(x, y)]$$

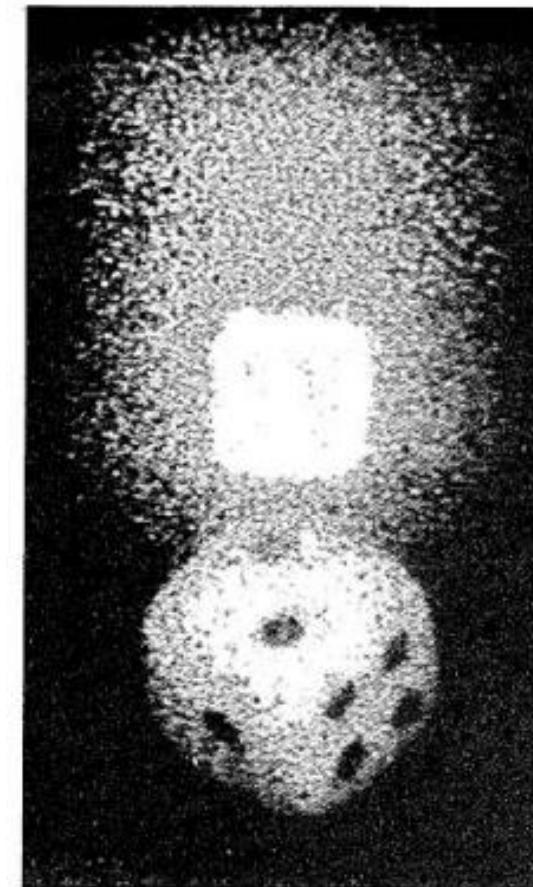
Magnitud      Fase



Figura 8: Reconstrucción en fase envuelta con ruido speckle [4].

# Planteamiento del problema

Un holograma de un objeto tomado bajo iluminación coherente muestra Speckle cuyo tamaño depende de las dimensiones del objeto y su distancia desde el plano del holograma (cámara CCD). **Estas manchas pueden alcanzar el tamaño de los píxeles de la cámara y, por lo tanto, influyen fuertemente en la calidad del holograma reconstruido numéricamente.**



*Figura 9: Reconstrucción numérica de un Holograma con gran cantidad de ruido Speckle [5].*

# Modelo físicomatemático

The image is a collage of mathematical formulas and diagrams, primarily in white and light blue, set against a black background. The content includes:

- Handwritten formulas like  $\alpha + c = b + d$ ,  $x_2 \operatorname{Arth} t = \ln\left(\frac{1+t}{1-t}\right)$ , and  $\operatorname{ch} x = \frac{1+t^2}{1-t^2}$ .
- A diagram of a triangle with vertices at  $(-1, 0)$ ,  $(1, 0)$ , and  $(0, h)$ . It shows dashed lines from the top vertex to the base, and a dashed line from the right vertex to the base. The angle between the dashed line and the vertical axis is labeled  $\varphi_1$ . The angle at the top vertex is labeled  $\alpha$ . The height is  $h$ , and the base is  $s$ . The formula  $(a-b)(c-d) = (ac+bd) - (ad+bc)$  is written near the triangle.
- A graph of a periodic function  $y_i$  versus  $x$ , showing two full cycles. The x-axis is labeled  $0, t < \frac{\pi}{\omega}$ .
- A graph of a periodic function  $u_1, u_2$  versus  $x$ , showing two full cycles. The x-axis is labeled  $0, t < \frac{\pi}{\omega}$ .
- A graph of a periodic function  $p^r$  versus  $x$ , showing two full cycles. The x-axis is labeled  $0, t < \frac{\pi}{\omega}$ .
- Formulas involving summations:  $\prod_{i=1}^n y_i$ ,  $\prod_{i=1}^m y_{n+i}$ ,  $\operatorname{ch} x = \frac{1}{2} \operatorname{sh} 2x$ ,  $\operatorname{sh}^2 x = \frac{1}{2} (\operatorname{ch} 2x - 1)$ ,  $\operatorname{ch}^2 x = \frac{1}{2} (\operatorname{ch} 2x + 1)$ , and  $\sum_{x=1}^m (a_x b_x) \operatorname{th} \frac{\pi}{2} = t$ .
- Formulas involving derivatives:  $f'(x) = \frac{f(\mu)}{f(\beta)} = \frac{s}{k}$ ,  $\sum_{i=1}^d x_i + \sum_{i=1}^n x_{n+i} \operatorname{ch}^{29} x \cdot \operatorname{sh}^2 x = 1$ , and  $\int f(x, y, z) dz = x_2 \operatorname{Arth} t$ .
- Text at the bottom: "Esta foto de Autor desconocido está bajo licencia CC BY".

# Modelo físicomatemático

## Estadística de intensidad y fase del speckle

Consideremos una superficie rugosa en la escala de la longitud de onda óptica.

Principio de Huygens → cada punto de la superficie rugosa iluminada coherentemente puede tratarse como si emitiera una ondícula secundaria esférica [2].

Las fases mutuas son temporalmente constantes pero varían con el punto de emisión → En un punto de observación B en el espacio, todas las intensidades de campo individuales suman:

$$E(B) = \sum_n \frac{E'_n}{r_n} e^{i(kr_n + \varphi'_n)} \quad (1)$$

$r_n$  → distancias desde los puntos de la superficie hasta B

$k$  → número de onda

$\varphi_n$  → Fase

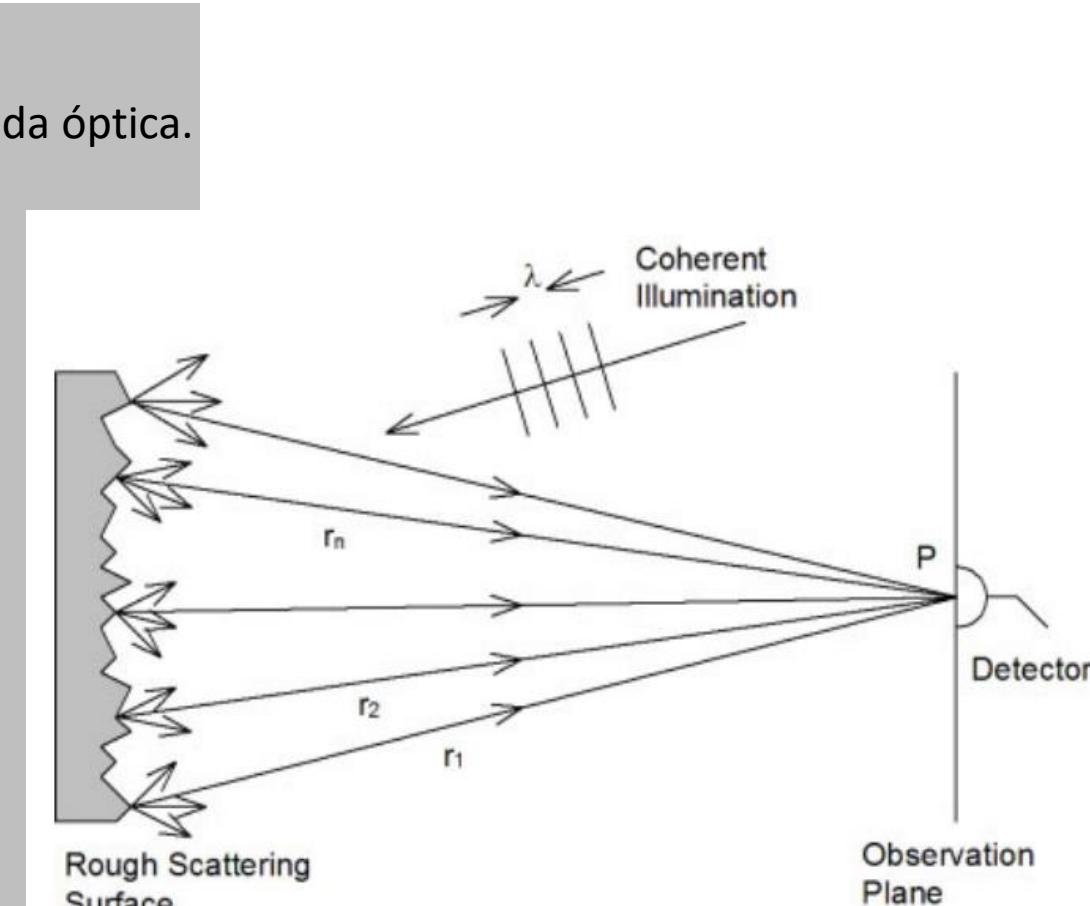


Figura 10: Origen físico de speckles, propagación en el espacio libre [2].

# Modelo físicomatemático

## Estadística de intensidad y fase del speckle

Para aplicar el teorema del límite central de la teoría de la probabilidad escribimos:

$$E(r_n) = \frac{1}{\sqrt{N}} |E_{0n}| e^{i\varphi_n} \quad (2)$$

Cantidad de puntos iluminados

1. La amplitud  $E_{0n}/\sqrt{N}$  y la fase  $\varphi_n$  de cada onda son estadísticamente independientes entre sí y de las amplitudes y fases de todas las demás ondas
2. Las fases  $\varphi_n$  están distribuidas uniformemente en el intervalo  $[-\pi, \pi]$  [2].

Físicamente justificadas

1. Las áreas de dispersión elementales de la superficie no están relacionadas y la fuerza de un componente disperso dado no tiene relación con su fase
2. La superficie es rugosa en comparación con la longitud de onda [2].

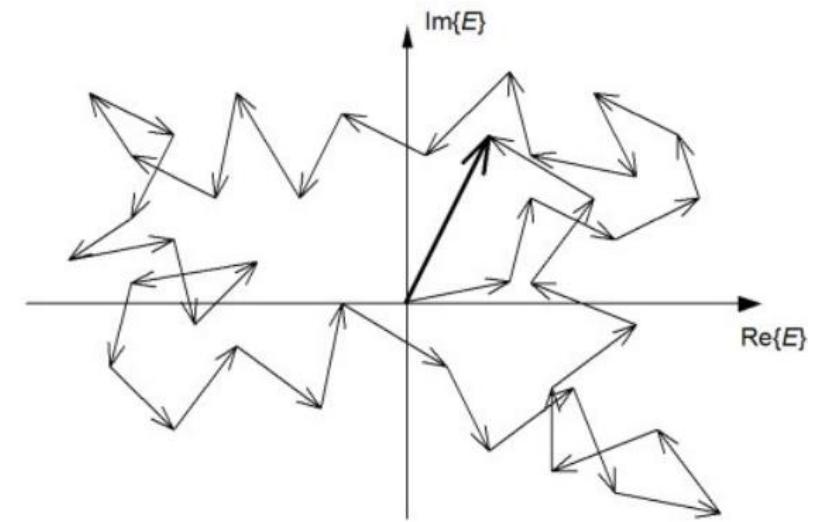


Figura 11: Trayectoria aleatoria en el plano complejo [2].

# Modelo físicomatemático

## Estadística de intensidad y fase del speckle

Los valores promedio sobre un conjunto de superficies macroscópicamente similares pero microscópicamente diferentes son:

$$(3) \quad \langle E_r \rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N \langle |E_{0n}| \cos \varphi_n \rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N \langle |E_{0n}| \rangle \langle \cos \varphi_n \rangle = 0$$

$E_r$  y  $E_i$  son las partes reales e imaginarias de  $E$

$$(4) \quad \langle E_i \rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N \langle |E_{0n}| \sin \varphi_n \rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N \langle |E_{0n}| \rangle \langle \sin \varphi_n \rangle = 0$$

La distribución uniforme de las fases en  $[-\pi, \pi]$ , supuesto (2), da los valores cero para  $\cos \varphi_n$  y  $\sin \varphi_n$  [2].

# Modelo físicomatemático

## Estadística de intensidad y fase del *speckle*

Tenemos un campo complejo con partes reales e imaginarias no correlacionadas de media cero y varianzas idénticas. Entonces podemos aplicar el teorema del límite central → establece que para  $N \rightarrow \infty$ ,  $E_r$  y  $E_i$  son asintóticamente gaussianos. La función de densidad de probabilidad conjunta es [2]:

$$p_{r,i}(E_r, E_i) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{E_r^2+E_i^2}{2\sigma^2}} \quad (5)$$

Dado que la intensidad  $I$  y la fase  $\phi$  del campo resultante están relacionadas con las partes real e imaginaria por

$$E_r = \sqrt{I} \cos \varphi \quad (6)$$

$$E_i = \sqrt{I} \sin \varphi \quad (7)$$

# Modelo físicomatemático

## Estadística de intensidad y fase del *speckle*

Las distribuciones marginales unidimensionales para la intensidad y la fase son:

$$p_I(I) = \int_{-\pi}^{\pi} p_{I,\varphi}(I, \varphi) d\varphi = \begin{cases} \frac{1}{2\sigma^2} e^{-\frac{I}{2\sigma^2}} & \text{para } I > 0 \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases} \quad (8)$$

La **intensidad** en un patrón de *speckle* obedece a una distribución de probabilidad exponencial negativa

$$p_\varphi(\varphi) = \int_{-\pi}^{\pi} p_{I,\varphi}(I, \varphi) dI = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & \text{para } -\pi \leq \varphi \leq \pi \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases} \quad (9)$$

La **fase** del patrón de *speckle* se distribuye uniformemente.

# Modelo físicomatemático

## Tamaño del *speckle*

El tamaño del *speckle* debe estar relacionado con el tamaño de píxel de los objetivos CCD que registran los patrones y determinará la resolución de los métodos de medición.

El tamaño medio del *speckle* puede derivarse de la función de autocorrelación  $R(x_1, y_1; x_2, y_2)$  de la intensidad en el plano de observación. La autocorrelación se define como [2]:

$$R(x_1, y_1; x_2, y_2) = R(\Delta x, \Delta y) = \langle I(x_1, y_1)I(x_2, y_2) \rangle \quad (10)$$

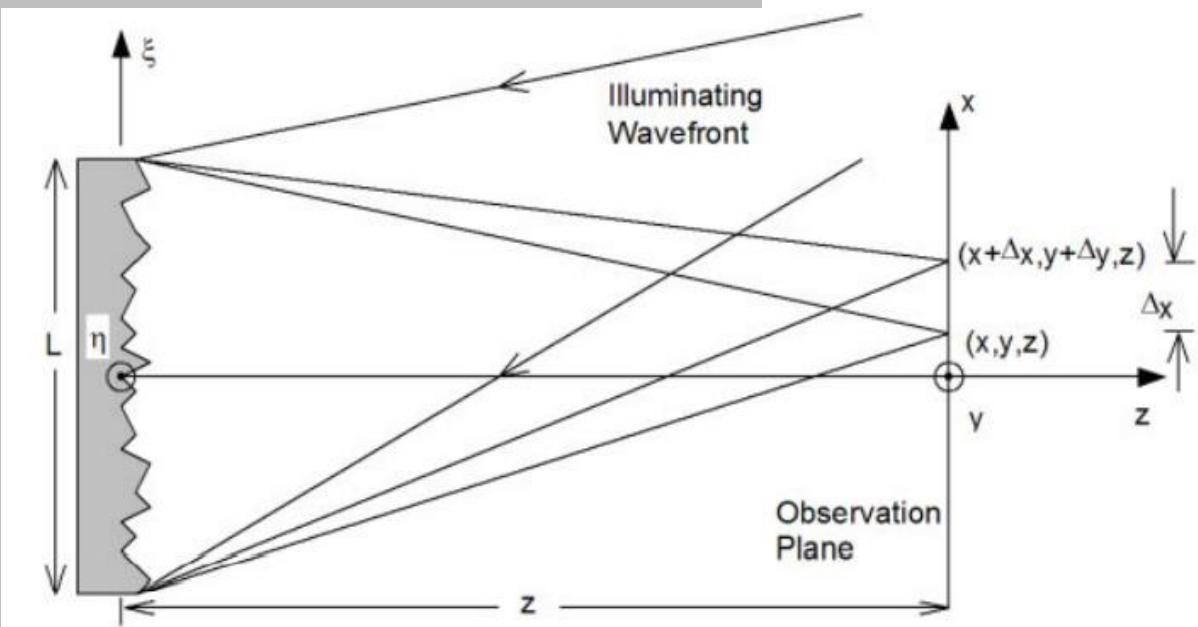
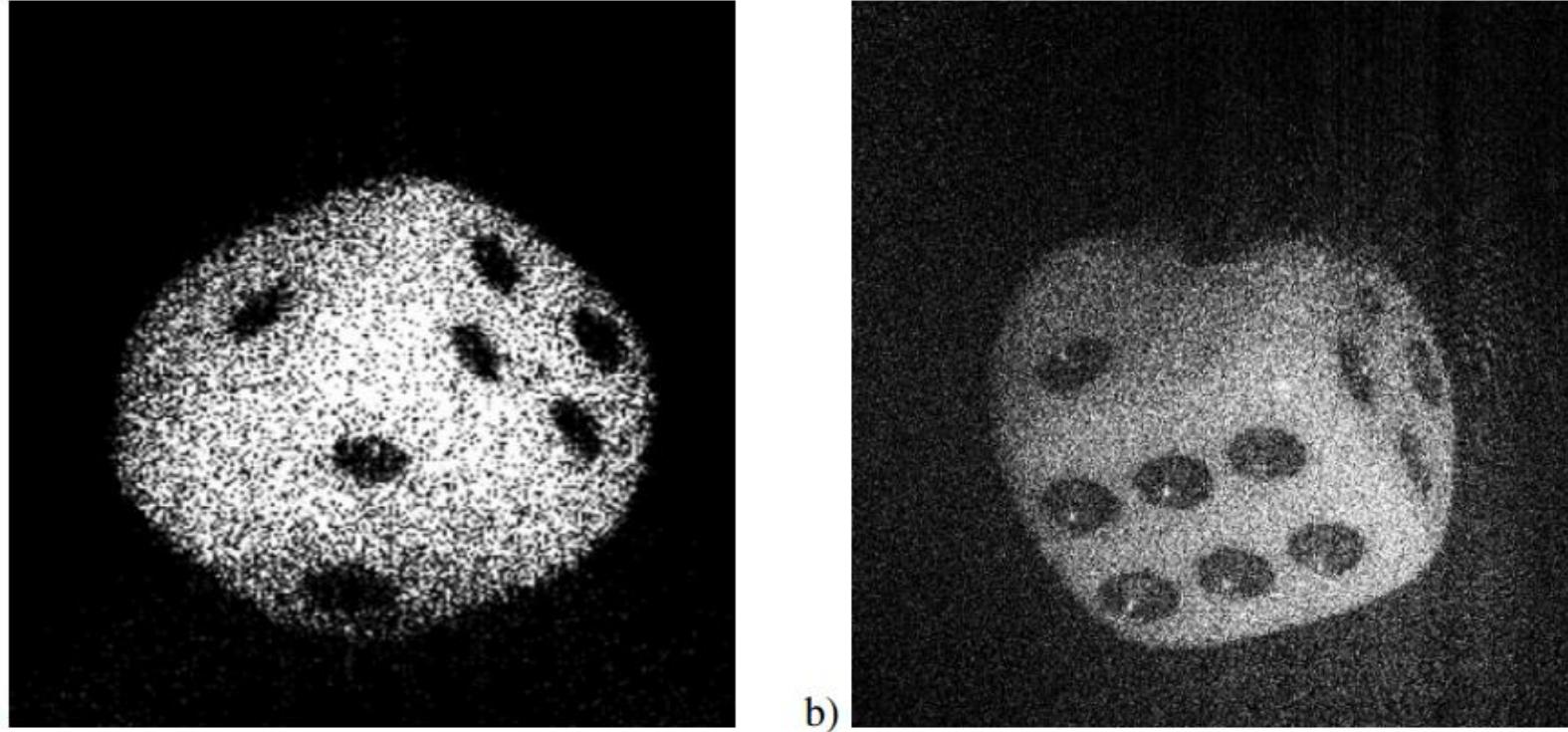


Figura 12: Formación de Speckle en el espacio libre [2].

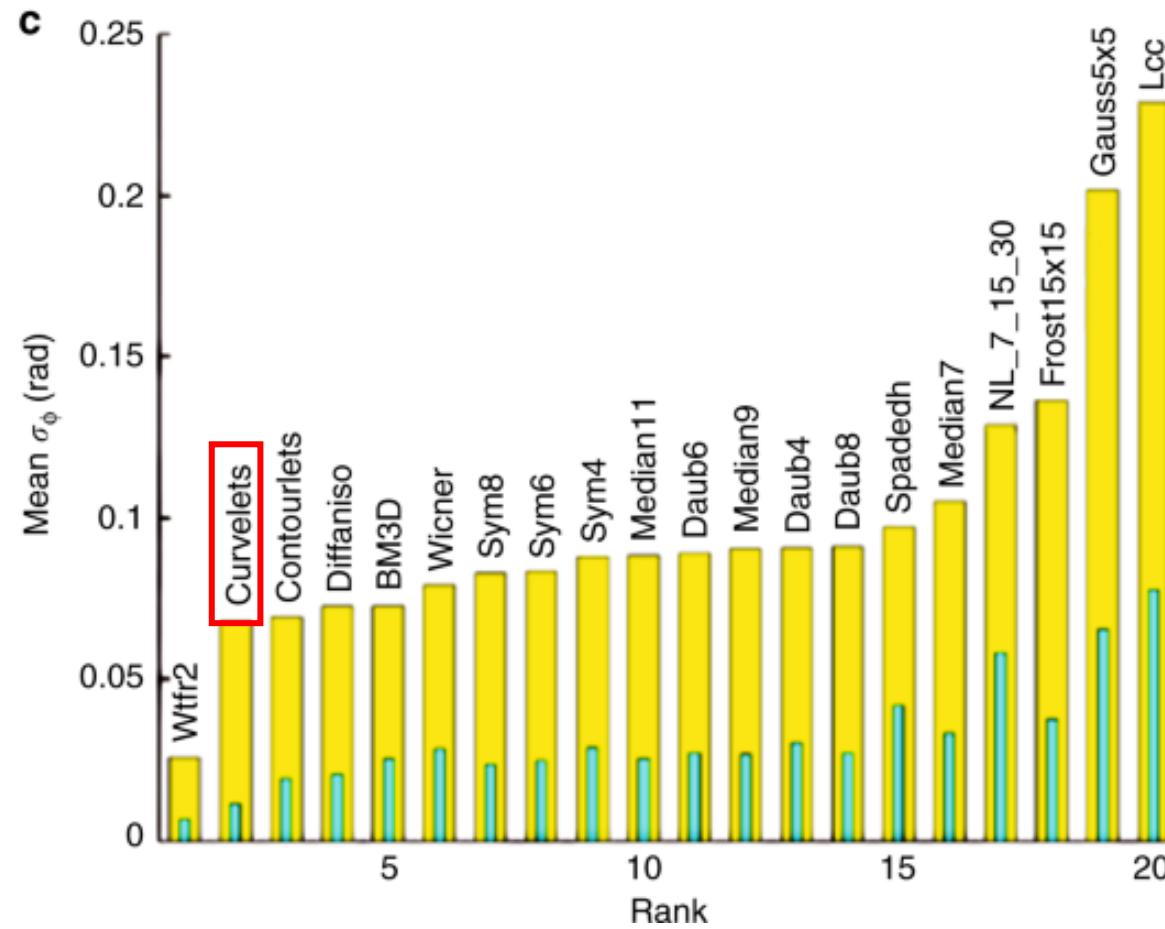
# Modelo físicomatemático

## Tamaño del *speckle*



*Figura 13: Intensidad reconstruida digitalmente de un dado. Holograma grabado con (a)  $1024 \times 1024$  píxeles, (b)  $3072 \times 2048$  píxeles [2].*

# Modelo físicomatemático



Error de fase

Representa la desviación estándar de la diferencia de fase envuelta entre los mapas de fase con ruido y sin ruido.

Figura 14: Clasificación de 20 algoritmos de eliminación de ruido seleccionados en términos de desviación estándar media del **error de fase**.  
[1]

# Modelo físicomatemático

## Curvelet Transform [6]

In general, Discrete Curvelet Transform can be expressed by,

$$C(j, \theta, k_1, k_2) = \sum_{\substack{0 \leq x < M \\ 0 \leq y < N}} f[x, y] \cdot \varphi_{j, \theta, k_1, k_2}[x, y]$$

Where,  $j$  – Scale,  $\theta$  – Orientation,  $k_1, k_2$  – Spatial location of Curvelets  
 $\varphi[x, y]$  – Curvelet function  
 $f[x, y]$  – Input Image having dimension  $M \times N$ .

In frequency domain:

$$\text{Curvelet Transform} = \text{IFFT}\{\text{FFT}(\text{Curvelet}) \times \text{FFT}(\text{Image})\}$$

# Modelo físicomatemático

## Curvelet Transform

- Se realiza un arreglo de escalas y orientaciones de manera espacial, de manera que se cubra toda la imagen.
- Por ejemplo, en la figura, se resalta un curvelete con escala 4 y orientación 5.
- La primera escala proporciona los coeficientes de aproximación ( $cA$ ), mientras que el resto dan los coeficientes de detalles ( $cD$ 's)
- A mayor escala, mayor discretización (más fino se vuelve el filtro)

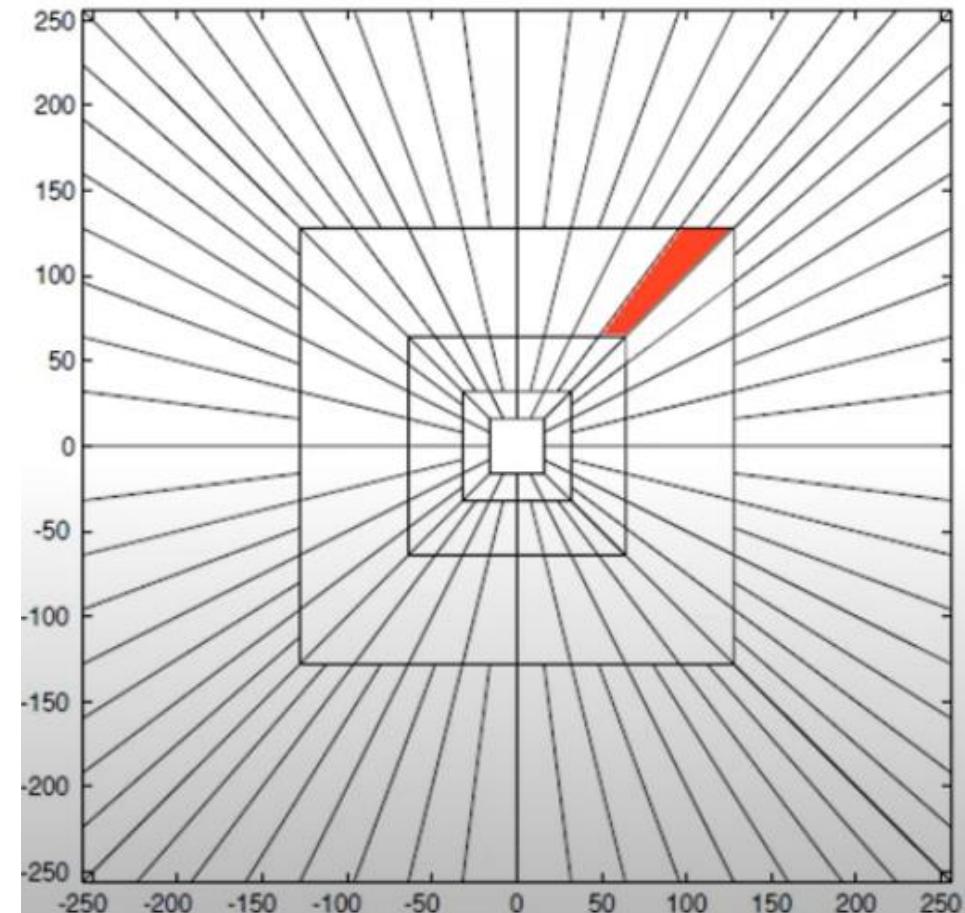
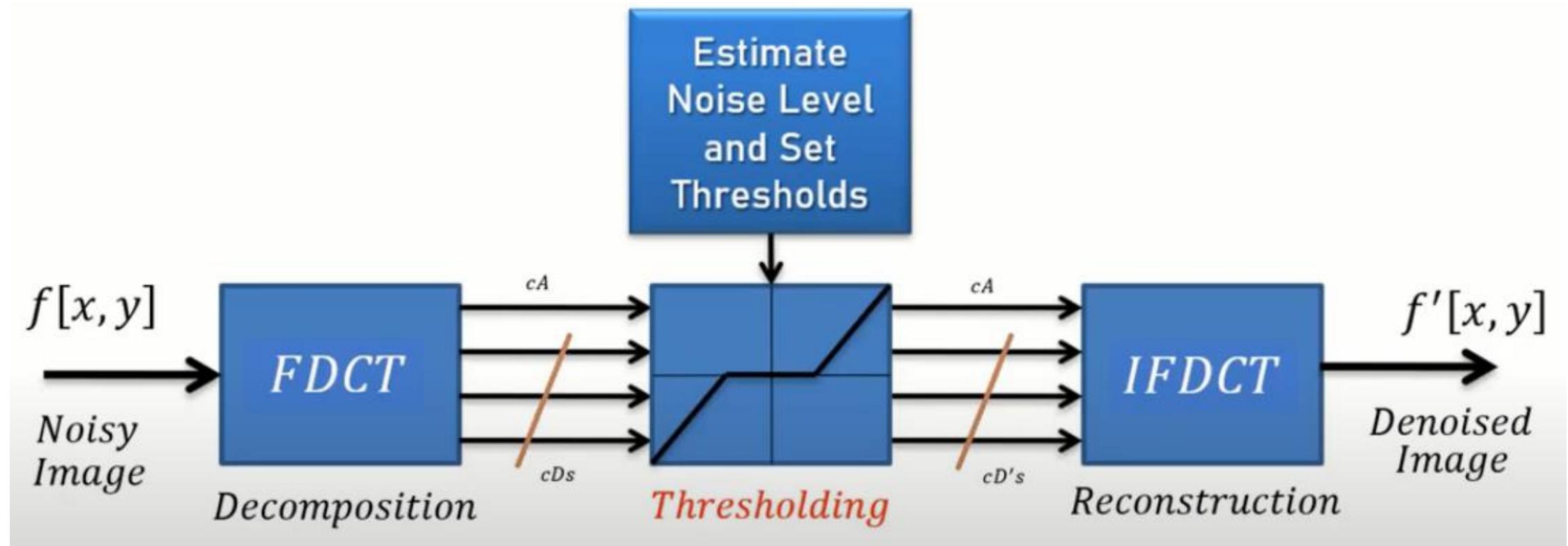


Figura 15: Arreglo de escalas y orientaciones de manera espacial

# Modelo físicomatemático

Curvelet Transform: Image Denoising [6]



# Metodología

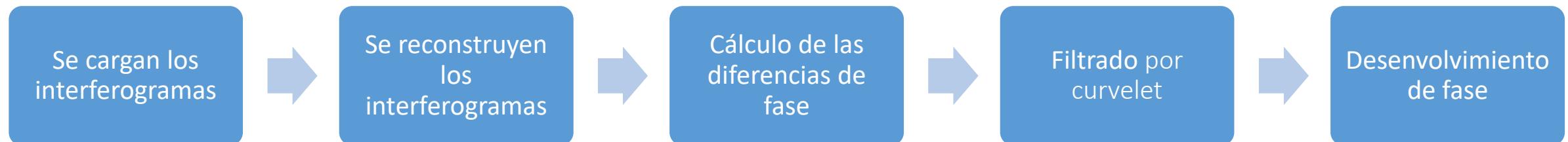


## Potenciales soluciones al problema

1. Métodos ópticos para reducción de Speckle (hardware)
2. Métodos por procesamiento de imagen (filtros basados en algoritmos)

# Metodología

El procedimiento es el siguiente:



## Características de códigos implementados

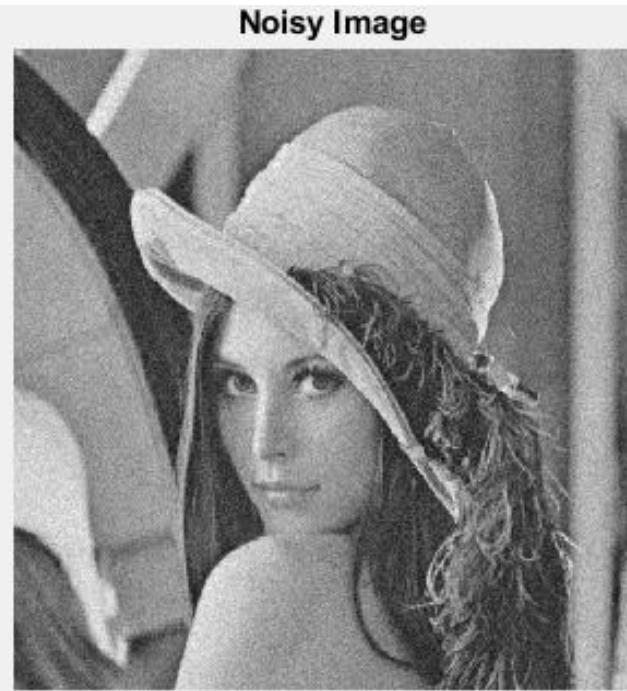
- MakelImageRecsHolo [7]
  1. Reconstruye y obtiene los mapas de fase
  2. Hecho para interferogramas obtenidos por DHI slightly off-axis
  3. CPULSI (Calibrated Phase Unwrapping based on Least-Squares and Iterations)
- Curvelet first generation Toolbox [8]
  1. No utiliza FDCT
  2. Es redundante
  3. No está optimizado para cierto tipo de curvas.

# Resultados

# Resultados

---

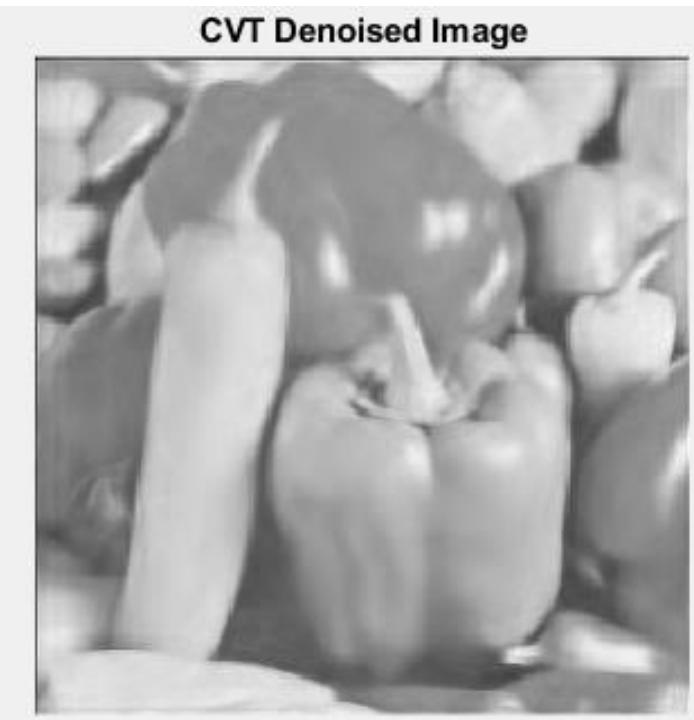
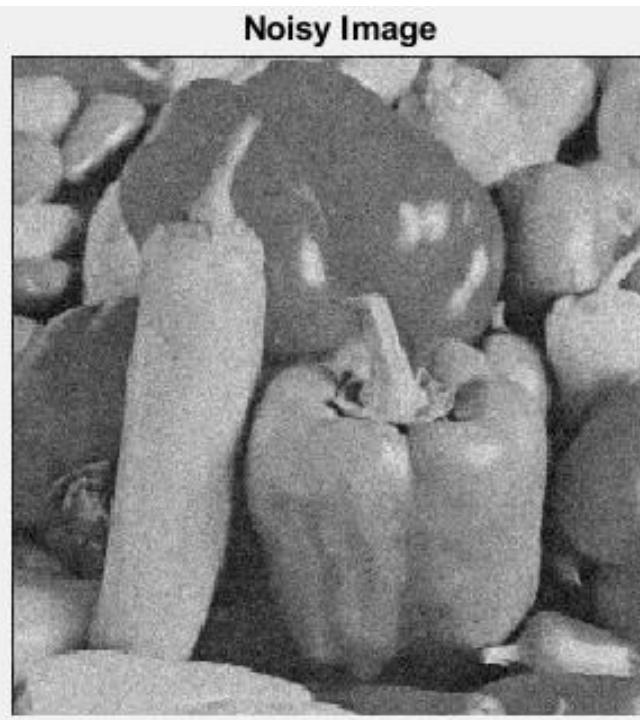
## Pruebas previas con ruido gaussiano



# Resultados

---

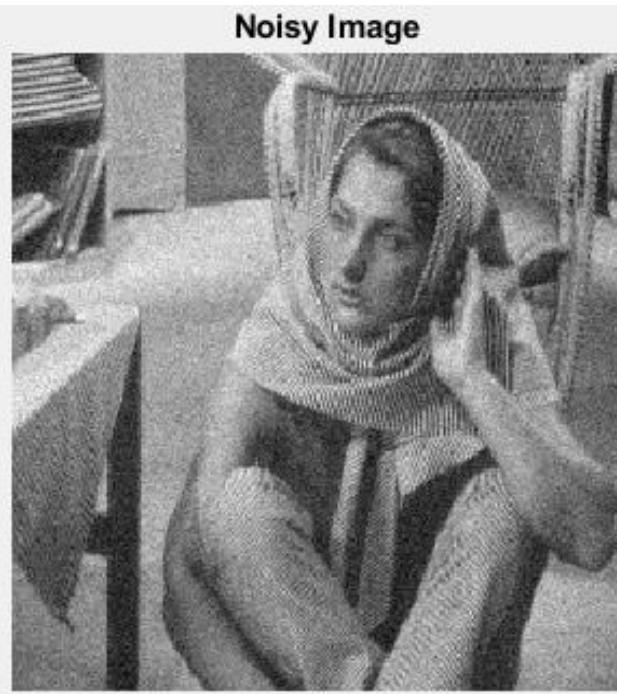
## Pruebas previas con ruido gaussiano



# Resultados

---

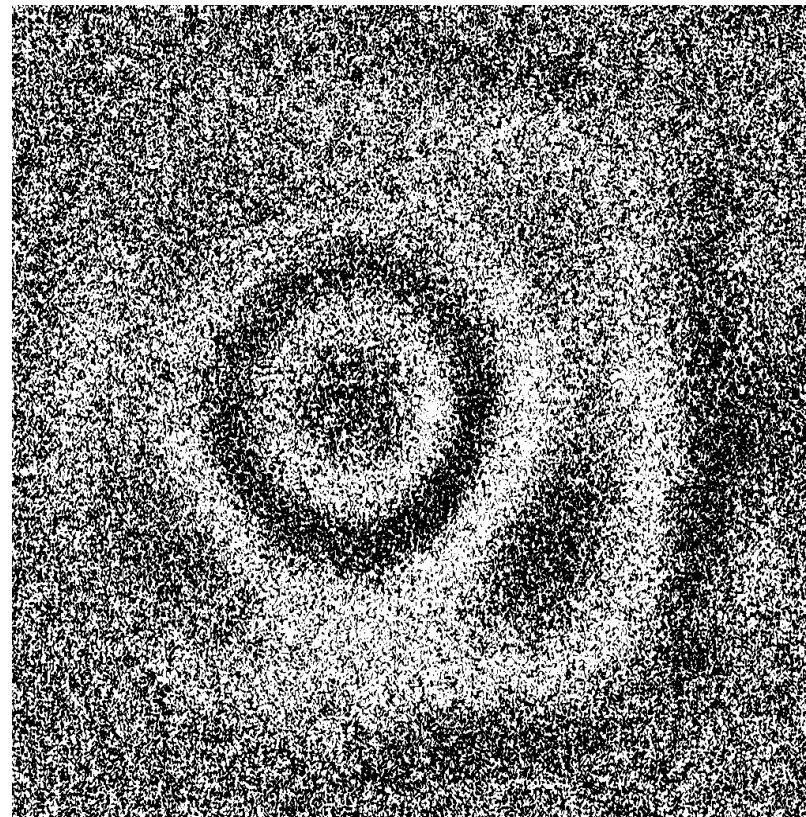
## Pruebas previas con ruido gaussiano



# Resultados

---

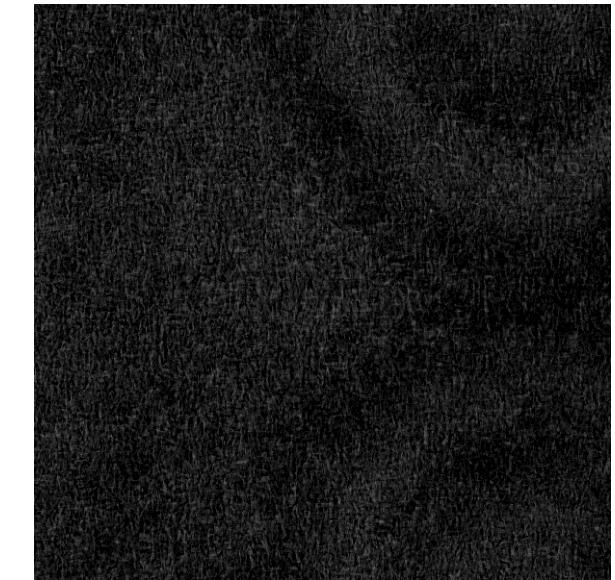
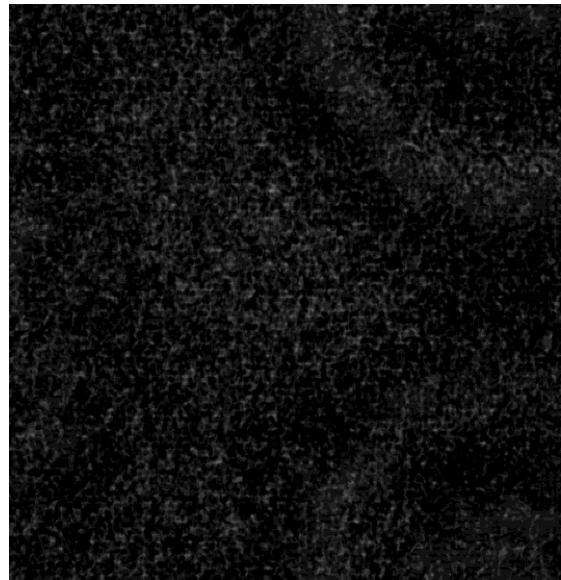
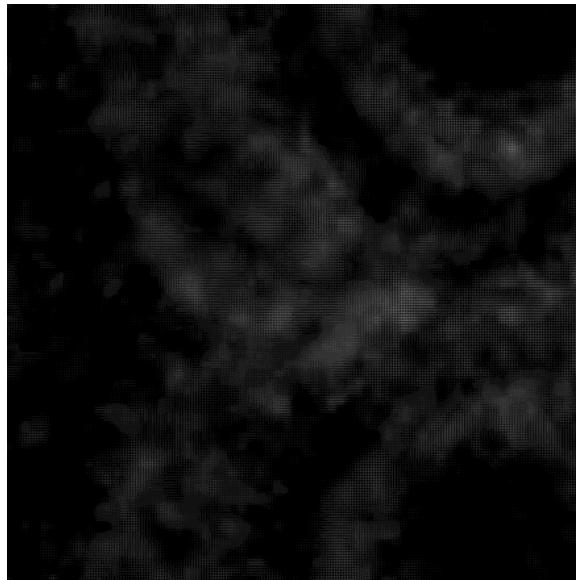
.....



**Mapa de fase  
original**

# Resultados

## Implementación del CVT



-

**Threshold**

+

**i9 minutos por imagen!**

# Resultados

---

## Implementación del CVT

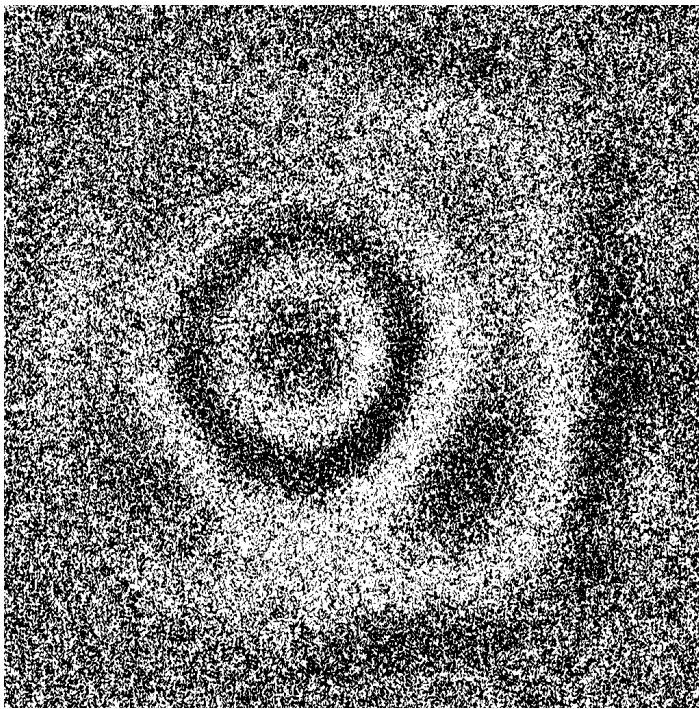


Imagen no filtrada

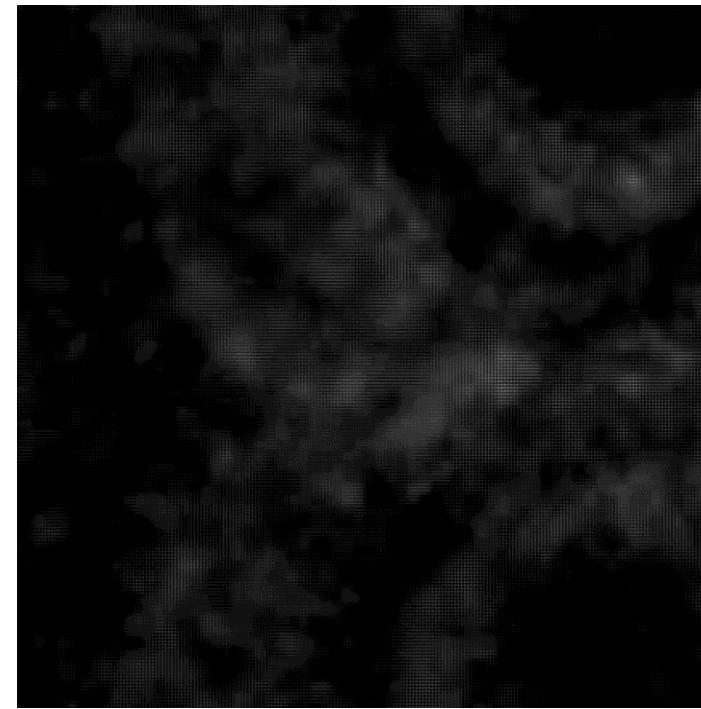


Imagen filtrada

# Resultados

---

Mientras que con el wft2f...

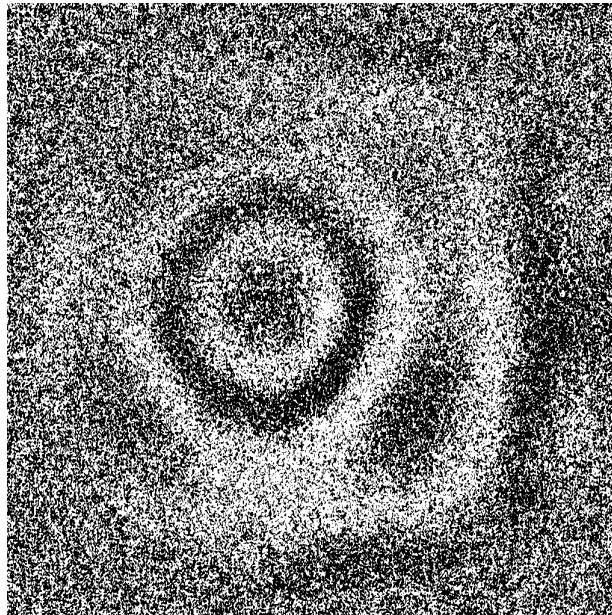


Imagen no filtrada

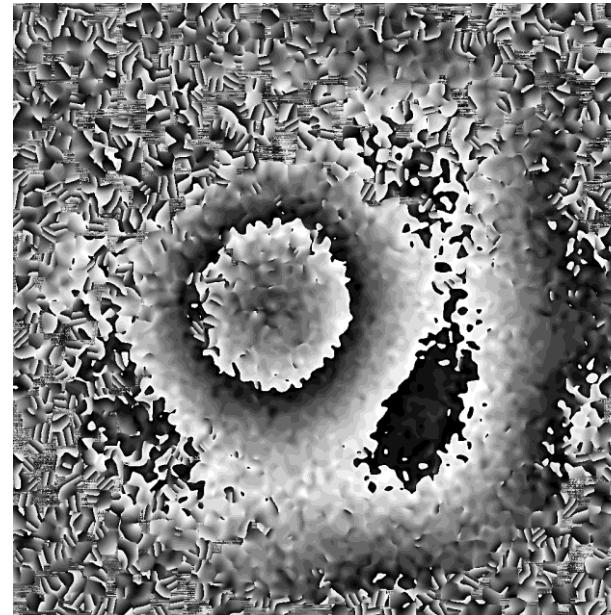


Imagen filtrada

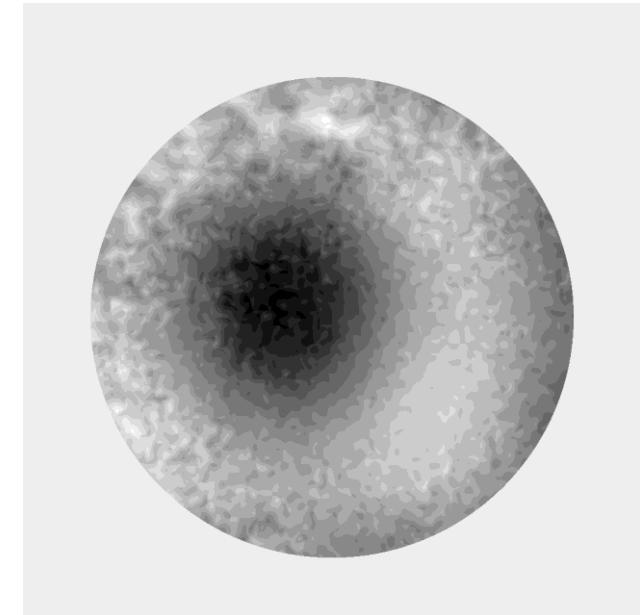
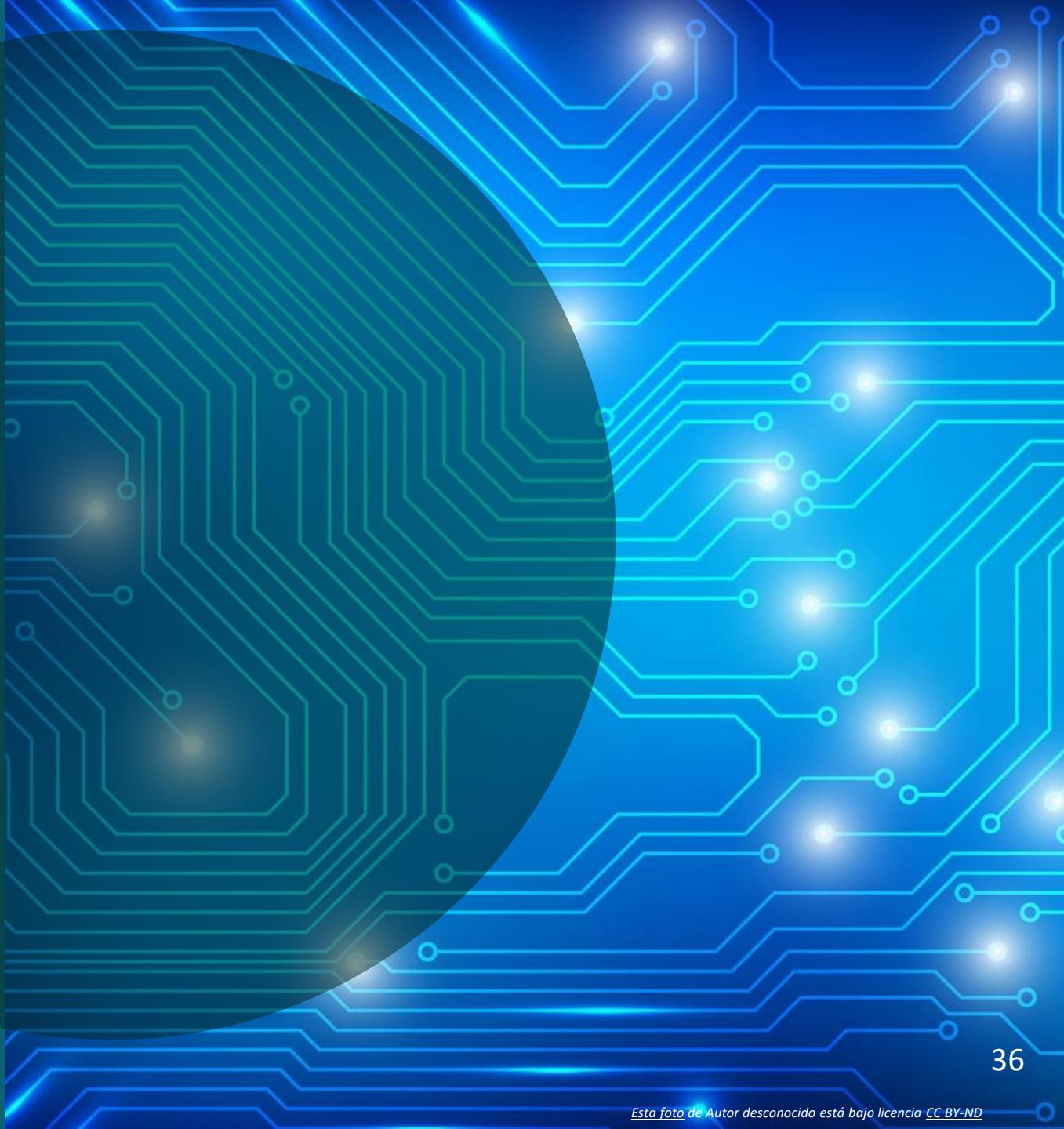


Imagen desenvuelta  
con máscara

# Conclusiones

- El CVT implementado en código tuvo resultados satisfactorios con fotografías con ruidos gaussianos. Sin embargo, a la hora de implementarlo en los mapas de fase, el resultado no es el esperado.
- En comparación con el wft2f, el CVT es computacionalmente menos eficiente y el resultado obtenido no es preciso.
- Se requiere implementar nuevas versiones del CVT, en donde la función presenta una mayor optimización.

# Bibliografía



# Bibliografía



- [1] Bianco, V., Memmolo, P., Leo, M. *et al.* Strategies for reducing speckle noise in digital holography. *Light Sci Appl* **7**, 48 (2018). t.ly/Pbie
- [2] T. Kreis, *Handbook of Holographic Interferometry: Optical and Digital Methods*. 2005.
- [3] C. Coggrave, «Wholefield optical metrology: surface profile measurement,» PhaseVision Ltd. (2002-2004), 2002.
- [4] M. Georges, “Holographic interferometry: From history to modern applications,” in *Optical Holography: Materials, Theory and Applications*, Elsevier, 2019, pp. 121–163.
- [5] U. Schnars y W. Jüptner, «Direct recording of holograms by a CCD target andnumerical reconstruction,»Applied Optics, vol. 33, n.o2, 1994,issn: 0003-6935. doi:10.1364/ao.33.000179.
- [6] J.L. Starck, E.J. Candes, and D.L. Donoho, "The Curvelet Transform for Image denoising," IEEE Trans. on Image Proc., Vol 11, No. 6, June 2002.
- [7] C. Trujillo, "MakelImageRecsHolo code".
- [8] SANDEEP PALAKKAL (2021). Ridgelet and Curvelet first generation Toolbox (<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/31559-ridgelet-and-curvelet-first-generation-toolbox>), MATLAB Central File Exchange. Retrieved June 8, 2021.

# Gracias

Inspira Crea Transforma