

M2 MPRI - Programmation Probabiliste - WEB-PPL

Christine Tasson

8 décembre 2022

Webppl est un langage de programmation probabiliste basé sur Javascript. Pour programmer en ligne utiliser le site <http://webppl.org/> avec la documentation <https://webppl.readthedocs.io/en/master/>.

1 Premiers exemples.

```
1 var p = 0.1
2 var model = function(){
3   var x = sample(Uniform({a:0, b:1}))
4   return (x <= p)
5 }
```

Exercice 1. Programmes mystères

- Calculer la variable aléatoire associée au programme ci-dessus
 - Implémenter en webppl puis, calculer la variable aléatoire engendrée par l'algorithme suivant :
 - Lancer successivement deux fois une pièce biaisée de paramètres p
 - Retourner 1 si la pièce a renvoyé pile puis face
 - Retourner 0 si la pièce a renvoyé face puis pile
 - dans les autres cas, recommencer
- Expliquer le résultat.

Exercice 2. Distribution uniforme sur un ensemble fini

Pour modéliser une variable aléatoire uniforme sur $\{0, \dots, m\}$, on peut utiliser la décomposition binaire.

- Utiliser la variable aléatoire $\sum_{i=0}^{n-1} \mathcal{B}(0.5)2^i$ pour modéliser une distribution uniforme sur $\{0, \dots, 2^{n-1}\}$ en webppl.
- Utiliser du conditionnement pour obtenir une uniforme sur $\{0, \dots, m\}$.

2 Loi de Bayes

Exercice 3. *Faux Négatifs*

En 2020, le rendement diagnostique du frottis nasopharygé-PCR Covid-19 pour une population dont 10% de la population est infectée par le Covid-19.

	Infected+	Infected-
Test+	56 - 83	9
Test-	44 - 17	891
Total	100	900

- En utilisant la formule de Bayes, calculer le taux de faux négatifs pour les test PCR (Test-sachant que Infected+).
- Écrire un programme probabiliste pour simuler ce résultat.

Exercice 4. *Militaires et Cannabis*

Une générale demande à un militaire s'il fume. Il lance une pièce

- si la pièce tombe sur face, alors il répond la vérité
- si la pièce tombe sur pile, alors il relance la pièce :
 - si la pièce tombe sur face, alors il répond oui
 - si la pièce tombe sur pile, alors il répond non

La générale qui ne sait pas combien de fois la pièce a été lancée. Avec 160 oui parmi 200, la proportion de fumeurs est de $p = 60\%$.

- Approcher la probabilité de fumer sachant que la réponse est oui.
- On a observé que le nombre de oui sachant le paramètre p suit une loi binomiale. Approcher la densité de probabilité du paramètre p représentant le nombre de fumeurs.