

M2 MPRI - Programmation Probabiliste - WEB-PPL

Christine Tasson

Webppl est un langage de programmation probabiliste basé sur Javascript. Pour programmer en ligne utiliser le site <http://webppl.org/> avec la documentation <https://webppl.readthedocs.io/en/master/>.

1 Premiers exemples.

Exercice 1.

Calculer la variable aléatoire associée au programme ci-dessous

```
1  var p = 0.1;
2  var model = function() {
3    var x = sample(Uniform({a:0, b:1}));
4    return (x <= p);
5  };
6  var dist = Infer(model);
7  viz.auto(dist);
```

Exercice 2.

Implémenter en webppl puis, calculer la variable aléatoire engendrée par l'algorithme suivant :

- Lancer successivement deux fois une pièce biaisée de paramètres p donné
- Retourner 1 si la pièce a renvoyé pile puis face
- Retourner 0 si la pièce a renvoyé face puis pile
- dans les autres cas, recommencer

Expliquer le résultat.

Exercice 3. *Distribution uniforme sur un ensemble fini*

Pour modéliser une variable aléatoire uniforme sur $\{0, \dots, m\}$, on peut utiliser la décomposition binaire.

- Utiliser la variable aléatoire $\sum_{i=0}^{n-1} \text{Bernoulli}(0.5)2^i$ pour modéliser une distribution uniforme sur $\{0, \dots, 2^{n-1}\}$ en webppl.
- Utiliser du conditionnement pour obtenir une uniforme sur $\{0, \dots, m\}$.

2 Loi de Bayes

Exercice 4. *Faux Négatifs*

En 2020, le rendement diagnostique du frottis nasopharyngé-PCR Covid-19 pour une population dont 10% de la population est infectée par le Covid-19.

	Infected+	Infected-		Infected+	Infected-
Test+	56	9	Test+	83	9
Test-	44	891	Test-	17	891
Total	100	900	Total	100	900

- En utilisant la formule de Bayes, calculer le taux de faux négatifs pour les test PCR (Test-sachant que Infected+) dans les deux cas décrits ci-dessus.
- Écrire un programme probabiliste pour simuler ce résultat.

Exercice 5. *Militaires et Cannabis*

Une générale demande à un militaire s'il fume. Il lance une pièce

- si la pièce tombe sur face, alors il répond la vérité
- si la pièce tombe sur pile, alors il relance la pièce :
 - si la pièce tombe sur face, alors il répond oui
 - si la pièce tombe sur pile, alors il répond non

La générale qui ne sait pas combien de fois la pièce a été lancée. Avec 160 oui parmi 200, la proportion de fumeurs est de $p = 60\%$.

- Approcher la probabilité de fumer sachant que la réponse est oui.
- On a observé que le nombre de oui sachant le paramètre p suit une loi binomiale. Approcher la densité de probabilité du paramètre p représentant le nombre de fumeurs.

Exercice 6.

Écrire un modèle probabiliste permettant de trouver la droite la plus probable passant par les points $\{(0, 0), (1, 1), (2, 4), (3, 6)\}$

Références

- [1] G. Grimmett and D. Stirzaker, *One Thousand Exercises in Probability*, Oxford, 2001
- [2] Paul Hurst and Royer F. Cook and Douglas A. Ramsay *Assesing the prevalence of illicit drug use in the army*. U.S. Army, Research Institute for the Behavioral and Social Sciences, 1975
- [3] IOANNIS KOKKINAKIS, KEVIN SELBY, BERNARD FAVRAT, BLAISE GENTON et JACQUES CORNUZ *Performance du frottis nasopharyngé-PCR pour le diagnostic du Covid-19* Rev. Med Suisse 2020