

Semaine n° 24 : du 24 mars au 28 mars

Lundi 24 mars

- **Cours à préparer : Chapitre XXIV - Applications linéaires**
 - *Partie 1.3* : Noyau, image d'une application linéaire ; caractérisation de l'injectivité par le noyau, de la surjectivité par l'image d'une famille génératrice.
 - *Partie 1.4* : Réciproque d'un isomorphisme, composée d'isomorphismes ; groupe linéaire.
- **Exercices à rendre en fin de TD - (liste non exhaustive)**
 - **Feuille d'exercices n° 22** : exercices 9, 16, 17, 18, 25, 26, 28, 29.

Mardi 25 mars

- **Cours à préparer : Chapitre XXIV - Applications linéaires**
 - *Partie 1.5* : Détermination d'une application linéaire par les images des vecteurs d'une base ; image d'une famille libre par une application linéaire injective ; caractérisation de l'injectivité, de la surjectivité, de la bijectivité, par l'image d'une base.
 - *Partie 1.6* : Espaces vectoriels isomorphes en dimension finie.
 - *Partie 2.1* : Dimension de $\mathcal{L}(E, F)$.

Jeudi 27 mars

- **Cours à préparer : Chapitre XXIV - Applications linéaires et familles de vecteurs**
 - *Partie 2.2* : Application linéaire de rang fini, rang d'une application linéaire ; majorations du rang d'une application linéaire ; invariance du rang par composition avec un isomorphisme.
 - *Partie 2.3* : Théorème du rang ; caractérisation des isomorphismes en dimension finie ; endomorphismes inversibles en dimension finie.
 - *Partie 3* : Homothéties ; projecteurs ; symétries.
- **Exercices à corriger en classe**
 - **Feuille d'exercices n° 23** : exercices 1, 4, 5, 6, 8.

Vendredi 28 mars

- **Cours à préparer : Chapitre XXIV - Applications linéaires**
 - *Partie 4* : Expression d'une forme linéaire en fonction des coordonnées dans une base ; hyperplan ; droite vectorielle ; supplémentaires d'un hyperplan ; intersection d'hyperplans.

Échauffements

Mardi 25 mars

- Calculer $\int_0^1 \frac{2t+1}{(t^2-2t+2)^2} dt$.
- *Cocher toutes les assertions vraies* : Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 42 et f une fonction de classe \mathcal{C}^n sur \mathbb{R}_+ .
 - ☐ $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = f(0) + f'(0)x + f''(0)x^2 + o(x^3)$.
 - ☐ $f(x) = f(1) + f'(1)(x-1) + f''(0)\frac{(x-1)^2}{2} + \dots + f^{(n)}(0)\frac{(x-1)^n}{n!} + o_{x \rightarrow 1}((x-1)^n)$.
 - ☐ $f(x) = f(2) + f'(2)(x-2) + \int_2^x f''(t)(x-t)dt$.
 - ☐ $f(2) = f(1) + \sum_{k=1}^n \frac{1}{k!} f^{(k)}(1) + o((2-1)^n)$.
- *Cocher toutes les assertions vraies* : Soit E un \mathbb{K} -ev et F et G deux sev de E .
 - ☐ F et G sont en somme directe ssi $\forall x \in E, \exists! (f, g) \in F \times G, x = f + g$;
 - ☐ F et G sont en somme directe ssi $\forall (f, g) \in F \times G, f + g = 0 \Rightarrow f = g = 0$;
 - ☐ F et G sont en somme directe ssi $\forall f, f' \in F, g, g' \in G, f + g = f' + g' \Rightarrow f = f'$ et $g = g'$;
 - ☐ F et G sont en somme directe ssi $F \cap G = \emptyset$.

Jeudi 27 mars

- Calculer $I = \int_{-1}^1 (\text{Arcsin } x)^2 dx$.
- On forme des mots de 5 lettres distinctes avec les lettres du mot « NORMALES ».
 1. Combien y a-t-il de ces mots ?
 2. Combien de ces mots commencent par N ?
 3. Combien de ces mots ne contiennent que des consonnes ?
 4. Combien de ces mots commencent et finissent par une consonne ?
 5. Combien de ces mots contiennent les trois voyelles ?
 6. Combien de ces mots contiennent au moins une voyelle ?

Vendredi 28 mars

- Combien le mot « ABRICOT » a-t-il d'anagrammes (ayant ou non un sens) ?
Et le mot « ANANAS » ?
- *Cocher toutes les assertions vraies* : On considère les applications suivantes :

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & \rightarrow & \mathbb{R}^2 \\ (x, y, z) & \rightarrow & (x - y, y + 2z + a) \end{array} \quad \text{et} \quad g : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & \rightarrow & \mathbb{R} \\ (x, y, z) & \rightarrow & (ax + b)(x + y). \end{array}$$

où a et b sont des réels.

- ☐ Pour tout $a \in \mathbb{R}$, f est une application linéaire.
- ☐ f est une application linéaire si et seulement si $a = 0$.
- ☐ g est une application linéaire si et seulement si $a = b = 0$.
- ☐ g est une application linéaire si et seulement si $a = 0$.