

Devoir à la maison n° 10

À rendre le 7 janvier

On s'intéresse aux ensembles $K = \{a + bi\sqrt{3}, a, b \in \mathbb{Q}\}$ et $A = \{a + bi\sqrt{3}, a, b \in \mathbb{Z}\}$.

- 1) Démontrer que $(K, +, \times)$ est un corps.
- 2) Pour tout élément $x = a + bi\sqrt{3} \in K$, on pose : $N(a + bi\sqrt{3}) = a^2 + 3b^2$. Montrer que N est un morphisme de groupes de (K^*, \times) dans (\mathbb{R}_+^*, \times) .
- 3) Montrer que A est anneau. Est-ce un corps ?
- 4) Soit $x \in A \setminus \{0\}$. Montrer l'équivalence : $x^{-1} \in A \iff N(x) = 1$.
- 5) Déterminer les éléments inversibles de A .

— FIN —