

# Devoir surveillé n°1

## Barème

**Calculs** : 20 questions sur 2 points, total sur 40 , ramené sur 5 points

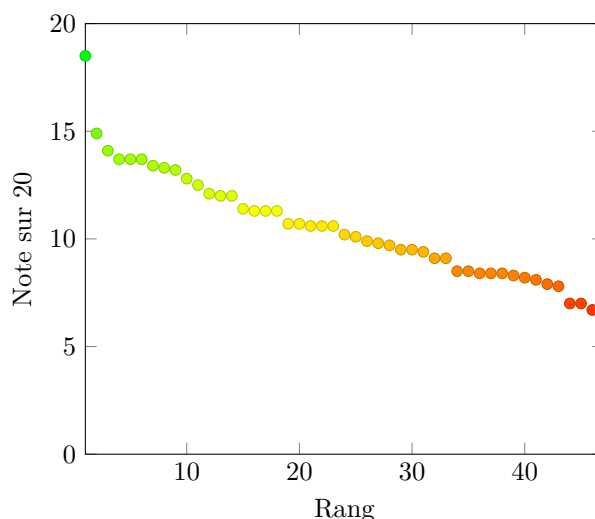
**Problème** : 26 questions sur 4 points, total sur 104, ramené sur 15 points

Soit  $\varphi : x \mapsto \frac{1}{10} \lfloor 10x \rfloor$ ,  $c$  le nombre de points obtenus sur la fiche de calculs et  $p$  le nombre de points obtenus sur les exercices, la note sur 20 est le réel  $n = \min \left\{ \varphi \left( \frac{5c}{40} + \frac{15p}{\alpha} \right), 20 \right\}$  avec  $\alpha = 72$

## Statistiques

	Calculs	Problème	Précision
Minimum	14	16	28%
Q1	24	27	46%
Médiane	27	33	55%
Q3	31	41	65%
Maximum	38	66	84%
Moyenne	27.4	34.0	54.9%

## Répartition des notes



## Remarques générales

- Plusieurs copies comportent de nombreux résultats non encadrés. Comme cela avait été annoncé, cet oubli a été lourdement sanctionné.
- Vous devez définir et quantifier toutes les variables que vous utilisez.
- Il est nécessaire d'être capable de faire la différence entre l'application  $f$  et l'image  $f(x)$  d'un élément  $x$  par l'application  $f$ .  
Par exemple, «  ~~$u$  est dérivable sur  $I$~~  » n'a aucun sens, il faut écrire «  $u$  est dérivable sur  $I$  ».
- Par ailleurs, on peut écrire «  $u$  est dérivable sur  $I$  » ou «  $u$  est dérivable en tout point  $x \in I$  », mais pas «  $u$  est dérivable ~~pour tout  $x \in I$~~  ».
- N'utilisez pas le symbole  $\Leftrightarrow$  lorsqu'il faudrait écrire « donc ». Ce symbole a désormais été défini dans le chapitre 4, je compte sur vous pour l'utiliser correctement.
- Prenez dès à présent l'habitude de ne pas manipuler  $X$  comme un nombre. Il s'agit en effet d'un symbole formel (voir le chapitre sur les polynômes).

## Exercice 2

- **Question 1a.** On attendait une factorisation complète.

- **Question 1b.** Utilisez un vocabulaire précis. Ici,  $u$  est une *somme* de fonctions dérivables. N'écrivez pas que «  $u$  est composée de fonctions dérivables » : ce n'est pas une composée, et être « composé de » n'a pas franchement de signification mathématique.
- **Question 1c.** Résoudre l'équation  $P(\cos x) = 0$  ne permet pas de justifier le *signe* de  $P(\cos x)$  :
  - Le fait qu'une fonction s'annule en un point  $a$  ne prouve pas qu'elle change de signe en  $a$ .
  - Savoir qu'elle s'annule en un point  $a$  et un point  $b$  ne permet pas de savoir quel est son signe entre  $a$  et  $b$ .
  - Prouver qu'elle ne s'annule pas sur  $[a, b]$  ne permet pas d'affirmer qu'elle est de signe constant sur  $[a, b]$ .  
Par exemple, la fonction  $x \mapsto [x] - \frac{1}{2}$  ne s'annule pas sur  $[0, 2]$ , pourtant elle est négative sur  $[0, 1[$  et positive sur  $[1, 2]$ .
- **Question 2a.** Il convenait de simplifier l'expression de  $\tan \frac{\pi}{12}$ , par la méthode de la quantité conjuguée.
- **Question 3b.** Le fait que pour tout  $\theta \in \mathbb{R}$ ,  $\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos(2\theta)}{2}$  n'implique pas que pour tout  $\theta \in \mathbb{R}$ ,  $\sin \theta = \sqrt{\frac{1 - \cos(2\theta)}{2}}$ . Il était donc nécessaire ici de justifier que  $a_{n+1}$  et  $b_{n+1}$  étaient positifs; comme il s'agissait du premier devoir, vous avez tout de même obtenu une partie des points même si vous avez oublié cette vérification, mais il n'en sera pas de même à l'avenir.

### Exercice 3

- **Question 1.** Les fonctions constantes ne convenaient pas, ce dont vous auriez dû vous rendre compte au moment de justifier. Certains ont proposé la fonction inverse, mais l'énoncé demandait des fonctions définies sur  $\mathbb{R}$ .
- **Question 3a.** Vous connaissez des fonctions qui sont définies sur  $\mathbb{R}$  sans y être croissante ou décroissante, par exemple la fonction cosinus. Vous savez donc qu'une fonction qui n'est pas strictement monotone n'est pas forcément croissante ou décroissante. Par ailleurs, il existe des fonctions qui sont définies sur  $\mathbb{R}$  mais pour lesquelles il n'existe aucun intervalle sur lequel elles sont monotones.
- **Question 5a.** On savait ici que  $f$  était une fonction continue et strictement décroissante sur l'intervalle  $\mathbb{R}$ , et il était donc possible d'affirmer que  $f$  réalisait une bijection de  $\mathbb{R}$  sur  $\left] \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \right[$ , mais pas que  $f$  réalisait une bijection de  $\mathbb{R}$  sur  $\mathbb{R}$ , puisque les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition n'avaient pas encore été déterminées.

### Évolution des rangs des étudiants en 2023-2024

