

# Devoir surveillé n°7

## Barème

**Calculs** : 15 questions sur 2 points, total sur 30 , ramené sur 5 points

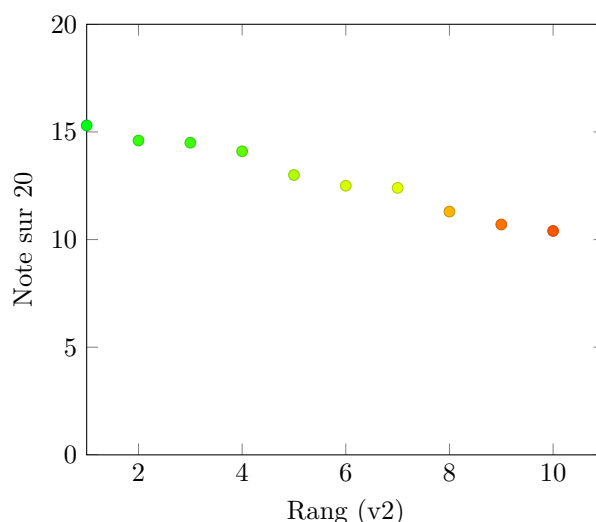
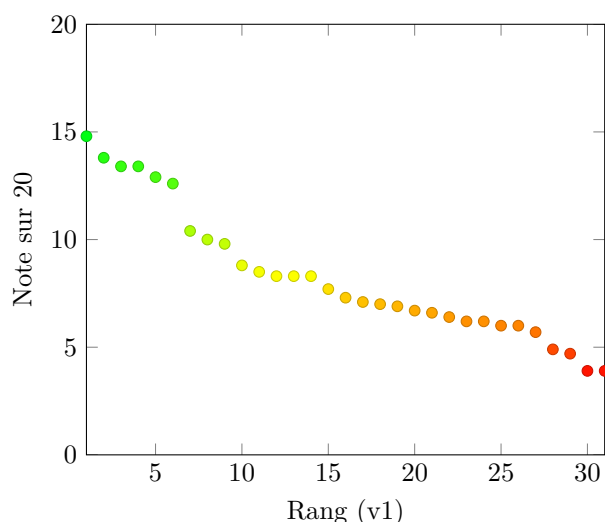
**Problème** : 31 ou 34 questions sur 4 points, total sur 124 (v1) ou 136 (v2), ramené sur 15 points

Soit  $\varphi : x \mapsto \frac{1}{10} \lfloor 10x \rfloor$ ,  $c$  le nombre de points obtenus sur la fiche de calculs et  $p$  le nombre de points obtenus sur les exercices, la note sur 20 est le réel  $n = \min \left\{ \varphi \left( \frac{5c}{28} + \frac{15p}{\alpha} \right), 20 \right\}$  avec  $\alpha = 78$  (v1) ou 78 (v2)

## Statistiques

	Calculs	Problème (v1)	Problème (v2)	Précision (v1)	Précision (v2)
Minimum	6	9	36	32%	45%
Q1	12	22	42	42%	61%
Médiane	14	26	49	47%	67%
Q3	17	37	56	59%	74%
Maximum	22	63	63	77%	87%
Moyenne	14.1	31.1	49.1	50.5%	67.5%

## Répartition des notes



## Remarques générales

- Au prochain devoir, les remarques du type «  $x$  non déf. » dans la marge seront accompagnées d'une mention « -1 », et feront donc l'objet d'un malus d'un point pour chaque question où une telle remarque apparaît.
- Idem pour les erreurs du type «  ~~$f(x)$  est croissante/continue/dérivable~~ ».

### Version 1

#### Exercice 1

- **Question 1.** Il s'agit d'un exercice de cours du chapitre 17... Cette question a pourtant été traitée correctement par moins d'un tiers des étudiants. Ce n'est pas normal!

- **Question 2c.** J'ai pu lire de nombreuses fois : «  $(u_n)$  est décroissante et ~~minorée par  $\frac{1}{n}$~~ , donc converge ». Cela n'a aucun sens! Un minorant est une **CONSTANTE**.

Dans d'autres copies, j'ai trouvé «  $\frac{1}{n} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$  donc  $(u_n)$  est minorée par 0 ». Ce raisonnement est faux! La suite  $(w_n) = \left(\frac{-1}{2n}\right)$  vérifie : pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $-\frac{1}{n} \leq w_n \leq 1$ , et  $-\frac{1}{n} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$ , pourtant  $(w_n)$  n'est pas minorée par 0.

- **Question 4b.** Dire « la fonction  $f_k$  est au dessus de l'axe des abscisses » n'a pas de sens : c'est sa *courbe* qui l'est (et pas sur  $\mathbb{R}$ , juste sur  $[k, k+1]$ ) ! Il suffit de dire que  $f_k$  est positive sur  $[k, k+1]$ , l'interprétation géométrique de l'intégrale comme aire n'a aucune importance ici.
- **Question 6.** Étudier  $g_1$  s'est révélé insurmontable pour certains. Il faut dire que les calculs sont rarement bien menés...

Pourquoi dériver  $x \mapsto -\frac{1}{2x^2}$  comme un inverse, alors qu'il s'agit de  $x \mapsto -\frac{x^{-2}}{2}$  ?

Pourquoi développer  $\frac{1}{(x+1)^2}$  en  $\frac{1}{x^2+2x+1}$  ? ou  $\frac{1}{x(x+1)}$  en  $\frac{1}{x^2+x}$  ?

Pourquoi factoriser  $\frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{x^3}$  en  $\frac{x^4(x+1) - x^3(x+1)^2 + x(x+1)^3}{x^4(x+1)^3}$  ?

En procédant ainsi, vous mettez toutes les chances de votre côté pour rater le calcul.

- **Question 8.** Si vous n'avez pas répondu à la question 6, vous ne pouvez pas affirmer que  $g_1$  est négative et que  $g_2$  est positive. Il est facile de voir que c'est équivalent à l'inégalité demandée : une telle affirmation passera immédiatement pour une escroquerie...
- **Question 10.** Un encadrement d'un terme de la suite (même de « grand indice ») n'est pas un encadrement de la limite.

## Versions 1 et 2

### Exercice 2

Il était nécessaire de savoir ce qu'était une fonction périodique pour traiter cet exercice. Il s'agit néanmoins d'un attendu tout à fait raisonnable à ce stade de l'année...

- **Question 1.** Vous démontrez que  $\mathcal{P}_T$  est un **sous-espace vectoriel** de  $E$  : il faut l'indiquer explicitement ! Si vous vous contentez d'écrire que  $\mathcal{P}_T$  contient la fonction nulle et est stable par combinaison linéaire donc est un espace-vectoriel, vous n'aurez pas tous les points ! Par ailleurs, lorsque vous démontrez que pour tous  $f, g \in \mathcal{P}_T$ , pour tout  $\lambda \in \mathbb{R}$ ,  $f + \lambda g \in \mathcal{P}_T$ , n'écrivez pas que «  $\mathcal{P}_T$  est stable par combinaison linéaire » : ce n'est pas ce que vous avez démontré.
- **Question 2.**  $\{\mathcal{P}_T \mid T \in \mathbb{R}_+^*\}$  est un ensemble d'ensembles, alors que  $\mathcal{P}$  est un ensemble de fonctions : ces deux ensembles ne peuvent pas être égaux !
- **Question 3.** Ayez un peu de jugeotte... Vous devez montrer dans la question 3a qu'une certaine fonction  $f$  appartient à  $\text{Vect}(\mathcal{P})$ , puis on vous demande dans la question 3c si  $f$  appartient à  $\mathcal{P}$  puis si  $\mathcal{P}$  a une structure d'espace vectoriel. Si  $f$  appartenait à  $\mathcal{P}$ , on ne pourrait rien en déduire sur la structure de  $\mathcal{P}$  ; vous pouvez donc être quasiment certain que  $f$  n'est pas périodique, ce qui permet d'affirmer que  $\text{Vect}(\mathcal{P}) \neq \mathcal{P}$ , et donc que  $\mathcal{P}$  n'a pas une structure d'espace vectoriel.
- **Question 3a.** Il est inquiétant de lire «  $f(x+2\pi) = \cos(x+2\pi) + \cos(2\pi x + 2\pi)$  »... Si  $g : x \mapsto \cos(2\pi x)$  alors pour tout réel  $x$ ,  $g(x+2\pi) = \cos(2\pi(x+2\pi))$ ... Les parenthèses ne sont pas des objets purement décoratifs ! Cette fonction n'est bien évidemment pas  $2\pi$ -périodique... J'ai rencontré des horreurs du type «  $\cos(2\pi T) = \cos(T)$  », ou « comme  $\cos$  est  $2\pi$ -périodique,  $\cos(2\pi T) = \cos(0)$  »... Vous devez vous efforcer de revenir aux **définitions** (et donc, les connaître).  $\cos$  est  $2\pi$ -périodique signifie que  $\forall x \in \mathbb{R}$ ,  $\cos(x+2\pi) = \cos(x)$ .
- **Question 4a.** Beaucoup de blabla, alors qu'on attend : « soit  $f \in \mathcal{P}_n$ . Montrons que  $f \in \mathcal{P}_m$  ». Pour la deuxième question, on attendait bien entendu un contre-exemple. Sinon, je ne mettais pas de points.

## Version 2

### Exercice 1

- **Question 1.** Les tableaux de signes étaient vrais sur  $J$  uniquement, pas sur  $I$ , et  $J$  n'est pas supposé être stable par  $f$ . Les hypothèses de récurrence du type «  $x_{n+1} < x_n$  » ne fonctionnaient pas si l'on ne rajoute pas  $x_n, x_{n+1} \in J$ , vous ne pouviez pas affirmer que si  $x_0 < a$  alors  $(x_n)$  était décroissante.  $J$  pouvait ne pas être borné. Relisez l'énoncé,  $J$  est juste un intervalle : ce pourrait être  $\mathbb{R}$ .
- **Question 2.** Les théorèmes sur les suites récurrentes sont très (très) mal maîtrisés. Vous oubliez de citer la continuité de  $f$  en la limite éventuelle de  $(x_n)$  pour obtenir que cette limite est un point fixe ; très peu se sont souciés du fait que cette limite pouvait ne pas appartenir à  $J$ . Il fallait remarquer que la définition de point fixe stable demandait un intervalle  $J$  stable par  $f$ .
- **Question 5.** Il ne suffit pas de dire « tous les cas sont possibles » avec un peu de blabla autour : il faut donner des **exemples** !
- **Question 6a.** Pour les sous-suites  $(x_{2n})$  et  $(x_{2n+1})$ , on pouvait uniquement dire qu'elles étaient de monotonie opposée, rien d'autre.
- **Question 9b.** Il ne suffisait pas de résoudre  $h'(x) = 0$  et de trouver comme seule solution  $b$ , il fallait vérifier que  $b$  était bien défini et dans  $\mathbb{R}^+$ .

Répartition des points

Version 1

	Question	Non traité	Non encadré	0	1	2	3	4
ex1	1	9	0	12	1	1	1	7
	2a	0	0	0	3	1	0	27
	2b	5	0	0	10	4	0	12
	2c	1	0	18	2	3	1	6
	3	2	0	1	2	1	2	23
	4a	8	0	17	1	0	3	2
	4b	21	0	3	2	3	1	1
	4c	27	0	3	0	0	0	1
	5a	10	0	0	0	3	1	17
	5b	22	0	5	1	0	1	2
	6	2	0	8	16	3	0	2
	7	8	0	1	0	1	1	20
	8	14	0	3	3	7	1	3
	9a	21	0	4	6	0	0	0
	9b	30	0	0	1	0	0	0
	9c	27	0	1	0	3	0	0
ex2	9d	31	0	0	0	0	0	0
	10	22	0	6	2	1	0	0
	1	6	1	0	2	3	3	16
	2	9	0	13	1	3	0	5
	3a	8	0	12	3	1	3	4
	3b-i	21	0	5	5	0	0	0
	3b-ii	23	0	2	4	2	0	0
	3b-iii	18	0	6	2	1	3	1
	3c	22	0	3	2	0	0	4
	4a	19	0	1	1	8	1	1
	4b	27	0	0	0	0	0	4
	4c	28	0	0	1	0	1	1
	5a	20	0	0	8	0	3	0
	5b-i	17	0	0	0	0	4	10
	5b-ii	18	0	2	4	5	1	1

Version 2

	Question	Non traité	Non encadré	0	1	2	3	4
ex1	1	1	0	8	1	1	0	0
	2	3	0	4	3	1	0	0
	3	9	0	2	0	0	0	0
	4	10	0	0	1	0	0	0
	5	10	0	1	0	0	0	0
	6a	0	0	0	1	6	2	2
	6b	2	0	0	0	0	1	8
	7a	8	0	1	2	0	0	0
	7b	7	0	1	2	0	1	0
	8a	0	0	0	0	0	0	11
	8b	0	0	0	1	0	1	9
	8c	1	0	0	1	1	2	6
	8d	6	0	2	1	0	0	2
	9a	4	0	3	0	1	0	3
	9b	7	0	0	0	0	4	0
	9c	9	0	2	0	0	0	0
ex2	10	8	0	0	0	2	1	0
	11	11	0	0	0	0	0	0
	12a	11	0	0	0	0	0	0
	12b	11	0	0	0	0	0	0
	12c	11	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	0	0	0	0	11
	2	0	0	0	0	1	0	10
	3a	0	0	1	0	0	0	10
	3b-i	5	0	3	1	0	0	2
	3b-ii	5	0	1	2	1	1	1
	3b-iii	4	0	0	0	1	3	3
	3c	3	0	0	1	1	0	6
	4a	2	0	1	0	4	1	3
	4b	3	1	3	0	0	0	4
	4c	4	0	1	0	0	3	3
	5a	3	0	0	2	3	1	2
	5b-i	5	0	0	1	0	0	5
	5b-ii	9	0	0	0	0	1	1

