Devoir surveillé n° 3 - Remarques

Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 points, total sur 30 points, ramené sur 5 points.
- Problèmes : chaque question sur 4 points et 4 points pour la présentation, total sur 80 points, ramené sur 15 points.

Statistiques descriptives.

	Calculs	Problème	Note finale
Note maximale	26	69	$18,9$
Note minimale	4	10	3
Moyenne	≈ 12	≈ 33	$\approx 9,6$
Écart-type	$\approx 5,4$	≈ 13	$\approx 3,6$

Remarques générales.

J'ai constaté des progrès dans la présentation des copies, c'est bien continuez ainsi. Mais certaines copies contenaient des gribouillis et du blanco. Il ne faut plus le faire, barrer avec une règle ce qui est faux.

Il faut introduire toutes les variables que vous utilisez.

Il est parfois plus concis et simple de manipuler des équivalences, à condition de les justifier. En particulier lorsqu'on résout une équation (cf exercice 3), quand on le peut il ne faut pas s'en priver.

A si B ne signifie pas A est équivalent à B, mais Si B, alors A.

Pour avoir A, il faut B signifie Si A, alors B. Ce n'est pas une équivalence.

A est équivalent à B peut aussi se formuler de la manière suivante : (Il faut et il suffit d'avoir B pour avoir A), ou (B est une condition nécessaire et suffisante pour avoir A) ou encore (A si et seulement si B).

Vous utilisez encore beaucoup trop d'équivalences là où des implications suffisent. Ou alors vous utilisez le symbole $\Leftrightarrow$ comme une abréviation pour ne pas avoir à écrire « donc ».

Une partie de $\mathcal{P}(E)$.

L'erreur grossière était de penser que $A \subset E, f^{\leftarrow}(f(A)) = A$, cf feuille manuscrite en page 3 et 4.

Une équation différentielle.

1. Beaucoup ont vu des croissances comparées. C'est n'importe quoi (je ne vois pas quoi dire d'autre). Faites très attention à ce genre de questions : gardez un esprit critique et du recul ! Et si vous ne savez pas répondre à la question, admettez honnêtement le résultat et ne cherchez pas à écrire à tout prix quelque chose, en espérant que sur un malentendu ça peut passer.
Il s'agissait du taux d'accroissement de sh, entre 0 et x, et ce taux d'accroissement tend vers $\mathrm{sh}'(0)$. Attention, il n'est pas égal à $\mathrm{sh}'(0)$, il tend vers cette valeur. C'est une erreur grave, malheureusement fréquente.

2. Dire que th s'annule en 0 ne suffit pas : pourquoi th ne s'annulerait-elle pas ailleurs ? Il faut expliquer que th ne s'annule qu'en 0, autrement dit donner exactement l'ensemble des points d'annulation.

3.a. Bien traitée dans l'ensemble. Mais un certain nombre d'élèves n'a pas trouvé le bon résultat. Il aurait été judicieux de vérifier vos résultats, surtout quand la suite des questions en dépend.

3.b. Il fallait évidemment faire attention au signe de sh, qui est négative sur $\mathbb{R}_-^*$. Écrire simplement « ça marche comme la question précédente » et donner le résultat ne rapportait pas de points, il fallait expliquer ce problème de signe ou passer par la valeur absolue de sh. Ou alors donner une solution non nulle, et expliquer que l'ensemble des solutions est une droite.

3.e. Question sans aucune difficulté théorique : on pense bien sûr à introduire y, a et b pour commencer (très rarement fait), et ensuite on dérive deux fois, on injecte dans l'équation differentielle, ça fait 0 et on ramasse 4 points. Mais bien sûr, il faut savoir dériver un quotient de fonctions sans erreur ... je vous encourage à vous entraîner sur les calculs de dérivées. Ici le calcul était un peu pénible, mais rien d'insurmontable pour un taupin un tant soit peu entraîné : organisez vos calculs, utilisez un brouillon aéré et bien présenté, et ça ira.

Étude d'une fonction complexe.

1. « f est définie ssi $\bar{z}+2 \neq 0$ » est doublement affreux : premièrement, que veut dire pour vous « f est définie » ? Et ensuite, une proposition ne dépendant pas de z ne peut pas être équivalente à une proposition dépendant de z !
De plus, pour déterminer un domaine de définition, il faut raisonner par équivalence : dire que f n'est pas définie en -2 ne suffit pas (est-elle définie ailleurs ?), et à l'inverse dire que $f(z)$ est définie si $z \neq -2$ ne pas permet de savoir si f est définie ou pas en -2.
Enfin, il est franchement anormal que vous deviez utiliser l'écriture algébrique de z pour résoudre $\bar{z}+2=0$! ! ! !

2.a. Passer par l'écriture algébrique pour montrer que $|\bar{z}+2| = |z+2|$ est anormal : c'est du cours.
Et écrire « $|\bar{z}| = |z|$ donc $|\bar{z}+2| = |z+2|$ » est très maladroit et révèle un manque de compréhension de l'usage des quantificateurs et des variables. Il faudrait rédiger ainsi : « pour tout $z \in \mathbb{C}$, $|\bar{z}| = |z|$ donc ici $|\bar{z}+2| = |z+2|$ », ce qui n'est pas encore idéal. « Pour tout $u \in \mathbb{C}$, $|\bar{u}| = |u|$ donc ici $|\bar{z}+2| = |z+2|$ » me semble encore plus clair.

Dans toute la suite, les définitions des images directes et réciproques sont en général bien connues, et bien utilisées, ce qui m'a fait très plaisir. Par contre le moins que l'on puisse dire c'est que vous avez été à la peine dans les calculs et que vous n'êtes pas du tout à l'aise avec les complexes. C'est un point à travailler.

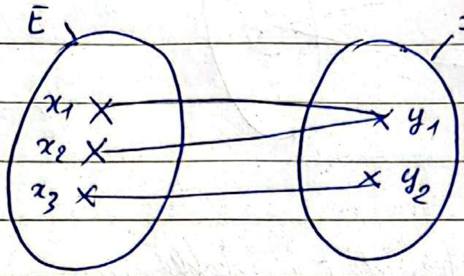
4.a. L'ensemble $\left\{\dfrac{x+1}{x+2},\ x \in \mathbb{R}\backslash\{-2\}\right\}$ était à expliciter. En étudiant la fonction $x \mapsto \dfrac{x+1}{x+2}$, on voyait qu'il s'agissait de $\mathbb{R}\backslash\{1\}$.

7. Beaucoup d'erreurs de calcul dans le discriminant. Et on cherche des racines complexes, donc arriver à « $\Delta < 0$ donc il n'y a pas de solutions » me fait froid dans le dos.
Après avoir trouvé les racines, il fallait repérer si elles étaient dans $\mathbb{U}$ ou pas.

exercice 1 : $f : E \to F$

1/ Soit $y \in F$, $f^{\leftarrow}(y)$ n'a pas de sens, mais $f^{\leftarrow}(\{y\})$ oui !

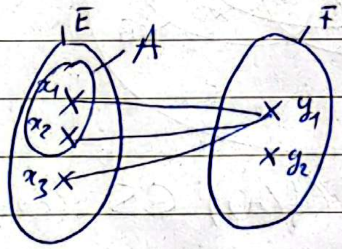
2/ Soit $A \subset E$, en general $f^{\leftarrow}(f(A)) \neq A$, sinon qu'elle était l'interêt d'introduire l'ensemble S :



$$f^{\leftarrow}(f(\{x_1\})) = \{x_1, x_2\} \neq \{x_1\}$$

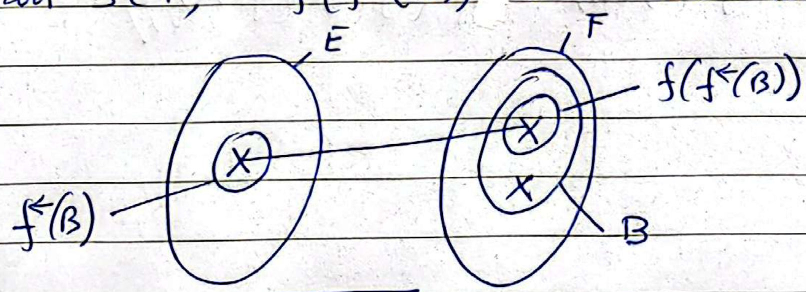
3/ Soit $A \subset E$ et $x \in E$ tel que $f(x) \in f(A)$

En deduire $x \in A$ est FAUX

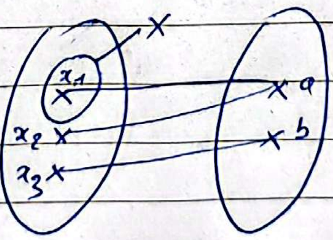


$f(x_3) \in f(A)$ pourtant $x_3 \notin A$!

4/ Soit $B \subset F$, $f(f^{\leftarrow}(B))$ B FAUX en général



5/ Soit $X \subset E$, $\overline{f^{\leftarrow}(f(X))} = f^{\leftarrow}(f(\overline{X}))$ FAUX !

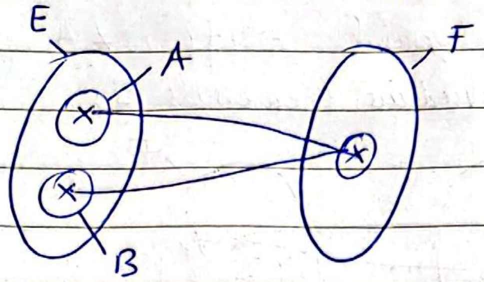


$$\overline{f^{\leftarrow}(f(\{x_1\}))} = \overline{\{x_1, x_2\}} = \{x_3\}$$

$$f^{\leftarrow}(f(\overline{\{x_1\}})) = f^{\leftarrow}(f(\{x_2, x_3\})) = \{x_1, x_2, x_3\}$$

6/ Soit $A, B \subset E$, $\quad f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$ FAUX en général

$\underset{\text{VRAI}}{\subset}$



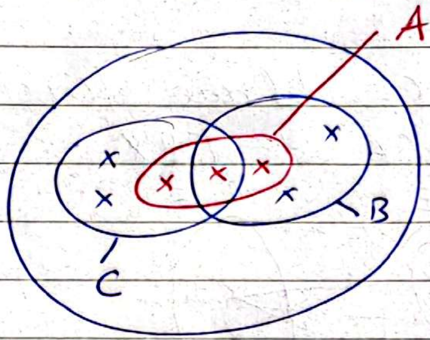
$f(A) = f(B)$

$f(A \cap B) = \emptyset$

$f(A) \cap f(B) = f(A) = f(B) \neq \emptyset$

7/ Soit A, B, C des parties de E telles que $A \subset B \cup C$

Donc $A \subset B$ ou $A \subset C$ est FAUX !



8/ Soit $A \subset E$, $\quad f^{\leftarrow}(f(A)) \in S$ signifie

$$f^{\leftarrow}(f(A)) = f^{\leftarrow}(f(f^{\leftarrow}(f(A))))$$