

Devoir surveillé n°4

Barème

Calculs : 19 questions sur 2 points, total sur 38 , ramené sur 5 points

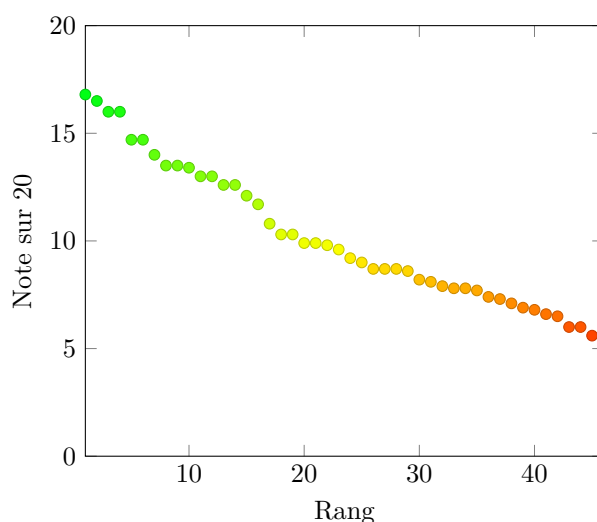
Problème : 34 questions sur 4 points, total sur 136, ramené sur 15 points

Soit $\varphi : x \mapsto \frac{1}{10} \lfloor 10x \rfloor$, c le nombre de points obtenus sur la fiche de calculs et p le nombre de points obtenus sur les exercices, la note sur 20 est le réel $n = \min \left\{ \varphi \left(\frac{5c}{38} + \frac{15p}{\alpha} \right), 20 \right\}$ avec $\alpha = 116$

Statistiques

	Calculs	Problème	Précision
Minimum	13	20	33%
Q1	21	39	52%
Médiane	25	47	63%
Q3	28	73	71%
Maximum	37	95	94%
Moyenne	24.8	53.1	61.2%

Répartition des notes




Remarques générales

- Les résultats non encadrés sont de retour...
- La numérotation des copies est parfois exotique, les questions ne sont pas toujours traitées dans l'ordre, et certaines copies sont pleines de ratures. Faites un effort !
- **Vous devez définir et quantifier toutes les variables que vous utilisez**, et prendre soin de bien utiliser le bon *quantificateur*, en écrivant donc « **il existe** $k \in \mathbb{Z}$ tel que... » ou « **pour tout** $k \in \mathbb{Z}$ », et en toutes lettres s'il ne s'agit pas juste d'introduire une variable muette d'une proposition quantifiée.
- Je vais finir par vous interdire l'usage de \Leftrightarrow et \Rightarrow ...
- Evitez d'écrire « forcément », « il est évident que »... Cela met le correcteur en alerte, car il sait qu'il y a 9 chances sur 10 que votre réponse manque de rigueur.

Exercice 1

- **Question 2a.** Beaucoup d'arnaques. Le fait que M^2 et D commutent n'implique pas que M et D commutent.
- **Question 2b.** Encore du bluff : M^2 peut être diagonale sans que M le soit. Vous disposiez de deux contre-exemples dans la question 1a...
- **Question 3a.** On vous demande de restituer une définition du cours : comment se fait-il que certains n'obtiennent pas ces points ?

Exercice 2

- **Question 1.** C'est une question de cours : on vous demande de démontrer la caractérisation de la borne inférieure. Vous ne pouvez pas dire «par caractérisation de la borne inférieure» (et encore moins «borne inférieure» ).
- Ce type de question doit être traitée de manière impeccable, en justifiant vos affirmations.
- **Question 2.** La borne inférieure calculée n'est pas celle de A (qui n'est pas forcément minoré, ni même un ensemble de réels). Ce n'est pas non plus celle de $d(x, A)$ (qui est un nombre, parler de borne inférieure n'a alors pas de sens). « $d(x, A)$ est minoré» n'a aucun sens !
- Dire que $\{|x - a|; a \in A\}$ est minoré est insuffisant : vous devez exhiber un minorant.
- **Question 3a.** $d(x, A)$ est une quantité qui dépend de deux objets : x (un élément de E) et A (une partie de E). Le réel $d(x, A)$ ne fait pas intervenir de a , qui est une lettre *muette* utilisée à l'intérieur de la définition d'un ensemble.
- Écrire « Si $A = \{0\}$ alors $a = 0$ » n'a aucun sens : qu'est-ce que a ?
- x est fixé, et $\{|x|\}$ est un singleton, dont la borne inférieure est son unique élément $|x|$, qui n'est pas forcément égal à 0.
- **Questions 3d et 4.** Il fallait bien évidemment justifier vos réponses de manière rigoureuse !

Exercice 3

- De nombreuses questions pouvaient se traiter efficacement en utilisant les congruences.
- **Question 1a.** Cette question, déjà travaillée plusieurs fois en classe, aurait dû être réussie par tous... Des erreurs inquiétantes sur les équivalents, sur l'utilisation des quantificateurs... « Soit $a \in \mathbb{Z}$, soit $k \in \mathbb{Z}$, si a est pair alors ~~$a = 2k$~~ » : non, pour $a = 4$ et $k = 3$, on a bien $a \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$, a pair, mais $a \neq 2k$...
- **Question 2a.** Pour justifier que y^2 est impair, il suffit d'invoquer la question 1a.
- **Question 2c.** N'oubliez pas l'existence des entiers négatifs : -1 est impair et divise 8...
- **Question 2d.** Vous utilisez le résultat de la question 1b, et devez donc faire apparaître dans votre réponse la vérification de **toutes** les hypothèses nécessaires (oui, même celle que vous venez de vérifier dans la question précédente).
- **Question 2e.** Encore une fois, pensez aux entiers négatifs : il me semble que $(-1)(-8) = 8$. Il était nécessaire de justifier proprement que $a - b$ est positif.