

## DS n°7 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom :

Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

### Dérivabilité

Soit  $f : x \mapsto \operatorname{Arccos} \left( \frac{1 - x^2}{1 + x^2} \right)$ .

Son ensemble de définition est :

(1)

Son ensemble de dérivabilité  $D$  est  $D =$

(2)

Pour tout  $x \in D$ ,  $f'(x) =$

(3)

Calculer les dérivées (éventuellement successives) suivantes.

$$\frac{d}{dx} \left( (1+x)^{\ln(x)} \right) =$$

(4)

$$\frac{d^n}{dx^n} (x \cos(x)) =$$

(5)

Soit  $f : x \mapsto \exp \left( -\frac{1}{x^2} \right)$ , que l'on définit sur  $\mathbb{R}^*$ . On peut prolonger  $f$  par continuité en 0 en posant

$$f(0) =$$

(6)

Donner un intervalle  $I \subset \mathbb{R}$  pour lequel la fonction  $f$  ainsi prolongée réalise une bijection de  $I$  sur  $\operatorname{Im}(f)$ .

$$I =$$

(7)

On note  $g = f|_I$ . Dériver  $g$  en précisant l'intervalle de dérivabilité.

Dériver  $g^{-1}$  en précisant l'intervalle de dérivabilité.

$$(g^{-1})' : \quad (9)$$

# Fractions rationnelles

Soit  $n \in \mathbb{N}$  et  $x \in \mathbb{R}$  tel que  $x^2 \neq 1$ . La dérivée  $n$ -ième de  $f : x \mapsto \frac{1}{1-x^2}$  est

$$f^{(n)}(x) = \quad (10)$$

Décomposer les fractions rationnelles suivantes dans  $\mathbb{C}(X)$  :

$$\frac{X^4 - 3X + 2}{(X - 2)^3} = \quad (11)$$

$$\frac{4}{(X^2 + 1)^2} = \quad (12)$$

Déterminer une primitive de la fonction suivante (on ne précisera pas l'ensemble de définition).

$$\int \frac{6x^2 - 2x + 10}{x^3 - x^2 + x - 1} dx = \quad (13)$$

# Espaces vectoriels

Les parties  $F$  suivantes sont-elles des sous-espaces vectoriels du  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel  $E$  (répondre **OUI** ou **NON**) ?

$$\mathbb{K} = \mathbb{R}, E = \mathbb{C}^4, F = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 | x + 2y - iz + t = 0\} \quad (14)$$

$$\mathbb{K} = \mathbb{C}, E = \mathcal{C}^\infty(\mathbb{R}, \mathbb{C}), F = \left\{ f \in E \mid \forall n \in \mathbb{N}, f^{(n)} = f^{(n+3)} + \text{Id}_{\mathbb{R}} \right\} \quad (15)$$

— FIN —