

Devoir surveillé n° 6 - Remarques

Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 points, total sur 30 points, ramené sur 5 points.
- Problèmes : chaque question sur 4 points et 4 points pour la présentation, total sur 130 points, ramené sur 15 points.

Statistiques descriptives.

	Calculs	v1	v2	Note finale v1	Note finale v2
Note maximale	20	54	103	≈ 12	≈ 20
Note minimale	2	18	26	≈ 3,4	≈ 5,8
Moyenne	≈ 13	≈ 32	≈ 52,8	≈ 7,8	≈ 11,1
Écart-type	≈ 4,8	≈ 9,1	≈ 21,3	≈ 1,9	≈ 3,9

Remarques générales.

J’ai constaté des progrès dans la présentation des copies, c’est bien continuez ainsi. Mais certaines copies contenaient des gribouillis et du blanco. Il ne faut plus le faire, barrer avec une règle ce qui est faux. Vous continuerez à perdre des points sur la présentation.

Par ailleurs, vous devez prendre du recul sur le sujet. Les questions sont liées, en particulier quand une question est découpée en sous question. Il est maladroit et peu efficace (perte de temps) de répondre à une question 3)b), par exemple, en reproduisant un raisonnement similaire à celui fourni en 3)a) alors que 3)a) permet de répondre directement. Ce manque de recul est flagrant quand un énoncé vous propose une démarche de résolution par analyse synthèse, sans l’expliciter, et que vous oubliez la synthèse au moment de la conclusion. Il est essentiel de progresser sur ce point.

I. Un exercice vu en TD.

Les résultats sont décevants au final et très hétérogènes. Si vous avez raté cet exercice, il faut reprendre la méthode qui est classique. On vous demandait de trouver le reste pas le quotient, poser la division euclidienne ne permettait pas de conclure.

Les polynômes de Tchebychev (V1)

- 1a) Question souvent bien traitée. La discussion sur le degré est centrale, ici.
- 1b) Grâce au 1a), nul besoin de récurrence double ici : une simple suffit.
- 1c) Encore une récurrence double, assez élémentaire (il suffit d’effectuer une disjonction de cas).
- 1d) La relation $P_{n+2} = 2P_{n+1} - P_n(1)$ donne une relation de récurrence linéaire d’ordre 2. Comme $P_0(1)$ et $P_1(1)$ sont déterminés, il y a une unique solution (évidente) : nul besoin de récurrence ! La question précédente donnait ensuite $P_n(-1)$ immédiatement. Ensuite, la relation $P_{n+2} = -P_n(0)$ donnait une relation géométrique sur $(P_{2n}(0))$ et $(P_{2n+1}(0))$.
- 2b) Question assez élémentaire, réviser les formules de trigonométries.

Une équation fonctionnelle (V1).

- 2) Que de synthèses oubliées...
- 3) Dans la synthèse, la continuité en 0 est souvent oubliée.
- 3) et 5a) Cette équation, assez simple, n'a pas toujours été bien résolue. Attention aux divisions par zéro !
Par une factorisation il est plus facile de résoudre $x^3 = x$.
- 5a) Il y a un ordre dans les deux questions. Il convenait d'abord de montrer que $f(0) = 0$.
- 5c) Il suffisait de raisonner par l'absurde et d'utiliser le TVI sur $|f|$, puisque $|f(0)| = 0$.
- 5d) Cette question a été mal traitée, le théorème de la bijection continue doit être invoqué et attention aux erreurs de calculs sur les limites, l'espace image doit être donnée.
- 5e) Il convenait de détailler le calcul (un peu gros mais sans difficulté).
- 6) On attendait une synthèse... presque jamais faite.

Une équation fonctionnelle (V2).

- A-1) Pour montrer qu'un ensemble admet une borne inférieure, il suffit de montrer qu'il est non vide et minorée, puis d'invoquer la propriété de la borne inférieure de \mathbb{R} .
- A-2)a) $2a > a$ donc $2a$ n'est pas le plus grand minorant etc, plutôt que d'invoquer la propriété de la borne inférieure au lieu de caractérisation de la borne inférieure.
- A-3)b) Les réponses sont souvent alambiquées et fausses.
- B-3) L'énoncé donne une indication, qu'il fallait démontrer bien entendu !
- C-3) Les périodes d'une fonction sont des nombres strictement positifs, ainsi les fonctions constantes ne sont pas périodiques (la période nulle étant exclue).
- D-1) Utiliser la partie A.

Polynômes laissant stables quelques ensembles (V2).

- 1a) Question souvent fort mal traitée, parfois par manque de compréhension de la question.
- 1b) Comme on propose une nouvelle démonstration, on ne pouvait pas utiliser le résultat du 1a), la question a été souvent mal traitée.
- 2) Questions souvent résolue, parfois maladroitement : certains ont eu du mal à construire un problème d'interpolation à partir de P , dont P est l'unique solution. Il convenait d'introduire $n \in \mathbb{N}$ vérifiant $n \geq \deg(P)$.
- 3)a) Utiliser la notion de modulo.
- 3)b) La question 3) est constituée de deux sous questions, souvent cela signifie que les questions sont liées entre elles. Ici répondre à 3)b) sans utiliser 3)a) mais en fournissant un raisonnement similaire à celui de la question 3)a) fait perdre du temps et montre un manque de recul par rapport aux questions traitées. Il faut progresser sur ce point c'est essentiel.