

DS n°5 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom :

Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Suites

Donner un exemple de suite réelle divergente u pour laquelle il existe un unique réel ℓ tel que toutes les suites extraites convergentes de u convergent vers ℓ .

(1)

Soit la suite (u_n) telle que $u_0 = 1$, $u_1 = 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} - 2u_{n+1} + 2u_n = 0$. Alors, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$u_n =$

(2)

Soit la suite (v_n) telle que $v_0 = 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 2v_n - 1$. Alors, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$v_n =$

(3)

On considère une suite réelle v vérifiant : $\forall n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = v_n^2 + \frac{3}{16}$.

Alors v converge si et seulement si

$v_0 \in$

(4)

En cas de convergence,

$v_n \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} \quad$

(5)

Algèbre

Donner le plus-petit sous-groupe de $(\mathbb{R}, +)$ contenant à la fois 4 et 6.

$$\boxed{} \quad (6)$$

Soit $A = \left\{ \frac{p}{2q+1} \mid (p, q) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{N} \right\}$. A est-il un sous-anneau de $(\mathbb{Q}, +, \times)$ (répondre par **OUI** ou **NON**) ?

$$\boxed{} \quad (7)$$

Déterminer l'ensemble A^\times des éléments inversibles de A pour \times .

$$A^\times = \boxed{} \quad (8)$$

Soit l'endomorphisme de $\mathbb{R}^\mathbb{N} : \varphi : \mathbb{R}^\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^\mathbb{N}$. Alors
 $(u_n)_{n \in \mathbb{N}} \mapsto (u_{n+2} + 4u_{n+1} + 4u_n)_{n \in \mathbb{N}}$

$$\text{Ker } \varphi = \boxed{} \quad (9)$$

Limites de fonctions et continuité

Calculer les limites de fonctions suivantes (écrire PAS DE LIMITE le cas échéant) :

$$x^{(x^x)} \xrightarrow{x \rightarrow 0} \boxed{} \quad (10)$$

$$\left[\text{sh} \left(\frac{\sin(x)}{x} \right) \right] \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \boxed{} \quad (11)$$

$$x \left(\sqrt{x + \sqrt{x+1}} - \sqrt{x + \sqrt{x-1}} \right) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \boxed{} \quad (12)$$

$$\tan \left(\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{x} \right) \xrightarrow{x \rightarrow 0} \boxed{} \quad (13)$$

$$\mathbf{1}_{\mathbb{R}^*} \left(x^2 \cos \left(\frac{1}{x} \right) \right) \xrightarrow{x \rightarrow 0} \boxed{} \quad (14)$$

$$(1+x)^{1/x} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \boxed{} \quad (15)$$

— FIN —