### DS n°4: Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom :	Note:	

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

### Calcul matriciel

Soit 
$$D = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$
. Trouver trois réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que  $D^3 + aD^2 + bD + cI_3 = 0$ :
$$a = \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ b = \end{bmatrix}; \quad b = \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ c = \end{bmatrix}; \quad c = \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ c = \end{bmatrix}. \tag{1}$$

En déduire  $D^{-1} =$  (2)

# Relations d'ordre et d'équivalence

On définit sur  $\mathbb{R}^2$  la relation d'ordre « définie de la manière suivante :

$$\forall (x,y), (x',y') \in \mathbb{R}^2, \quad (x,y) \ll (x',y') \iff |x'-x| \le y'-y.$$

Alors, deux éléments non comparables de  $(\mathbb{R}^2,\ll)$  sont

	(3)

On définit sur  $[2, +\infty[$  la relation  $\mathcal R$  par :  $a\mathcal Rb$  si a et b ont au moins un diviseur premier en commun.  $\mathcal R$  est-elle (répondre **OUI** ou **NON**) :

Symétrique : Antisymétrique : (5)

On considère 
$$A = \left\{ \frac{3n^2 - 2}{n^2 + n + 1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$$
. Alors, dans  $\overline{\mathbb{R}}$ , 
$$\sup A = \boxed{ \qquad \qquad (6) \qquad \text{inf } A = \boxed{ }$$

De plus (on répondra aux questions suivantes par  $\mathbf{OUI}$  ou  $\mathbf{NON}$ ):

## **Arithmétique**

Décomposer en produit de facteurs premiers :

$$651 = \boxed{ . (10) \quad 633556 = }$$

Le reste de la division euclidienne de  $55^{(97031^3)}$  par 7 est : (12)

Déterminer l'ensemble des couples  $(x,y) \in \mathbb{Z}^2$  solutions des équations suivantes.

$$30x - 42y = 33: (13)$$

$$10x + 6y = 22: (14)$$

Déterminer les nombres suivants.

#### Suites

Donner la limite de chaque suite, dans  $\bar{\mathbb{R}}$  (écrire PAS DE LIMITE le cas échéant).

$$(3^{n} - n^{2}2^{n}) \xrightarrow[n \to +\infty]{} (17) \qquad \frac{e^{-n\cos^{2}n}}{n+1} \xrightarrow[n \to +\infty]{} (18)$$

Une suite  $(w_n)$  telle que  $(w_n)$  tend vers  $+\infty$  mais n'est pas croissante à partir d'un certain rang est par exemple la suite telle que

$$\forall n \in \mathbb{N}, \ w_n = \boxed{ - \mathbf{FIN} -}$$