

## Semaine n° 23 : du 17 mars au 21 mars

### Lundi 17 mars

- **Cours à préparer : Chapitre XXII - Intégration**
  - *Partie 7* : Sommes de Riemann ; méthode des trapèzes.
  - *Partie 8* : Comparaison série-intégrale.
- **Exercices à rendre en fin de TD - (*liste non exhaustive*)**
  - **Feuille d'exercices n° 21** : tous les exercices.
  - **Feuille d'exercices n° 22** : exercices 13, 14.

### Mardi 18 mars

- **Cours à préparer : Chapitre XXIII - Dénombrement**
  - *Partie 1* : Cardinal d'un ensemble fini.
  - *Partie 2* : Cardinal d'une réunion, d'un complémentaire, d'un produit cartésien, de l'ensemble des applications d'un ensemble fini dans un ensemble fini.  $p$ -arrangements d'un ensemble fini, cardinal de l'ensemble des  $p$ -arrangements d'un ensemble fini ; cardinal du groupe des permutations d'un ensemble fini ;  $p$ -combinaisons d'un ensemble fini, cardinal de l'ensemble des  $p$ -combinaison d'un ensemble fini.

### Jeudi 20 mars

- **Cours à préparer : Chapitre XXI - Applications linéaires et familles de vecteurs**
  - *Partie 1.1* : Applications linéaires, endomorphisme, isomorphisme, forme linéaire. Détermination d'une application linéaire par ses restrictions à deux sous-espaces supplémentaires.
  - *Partie 1.2* : Opérations sur les applications linéaires.
  - *Partie 1.3* : Image directe d'un sous-espace vectoriel par une application linéaire ; image réciproque d'un sous-espace vectoriel par une application linéaire ; noyau, image d'une application linéaire ; caractérisation de l'injectivité par le noyau, de la surjectivité par l'image, par l'image d'une famille génératrice.
- **Exercices à corriger en classe**
  - **Feuille d'exercices n° 22** : exercices 1, 2, 5, 6, 10, 12.

### Vendredi 21 mars

- **Cours à préparer : Chapitre XXI - Applications linéaires et familles de vecteurs**
  - *Partie 1.4* : Réciproque d'un isomorphisme, composée d'isomorphismes ; groupe linéaire.
  - *Partie 1.5* : Détermination d'une application linéaire par les images des vecteurs d'une base ; image d'une famille libre par une application linéaire injective ; caractérisation de l'injectivité, de la surjectivité, de la bijectivité, par l'image d'une base.

# Échauffements

## Mardi 18 mars

- On considère dans  $\mathbb{R}^n$  une famille de 4 vecteurs linéairement indépendants :  $(e_1, e_2, e_3, e_4)$ . Les familles suivantes sont-elles libres ?

$$1) (e_1, 2e_2, e_3) \quad 2) (e_1, e_3) \quad 3) (e_1, 2e_1 + e_4, e_4) \quad 4) (3e_1 + e_3, e_3, e_2 + e_3).$$

- Cocher toutes les assertions vraies* : Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions continues sur  $[a, b]$ .
  - ☐ Alors  $f$  et  $g$  sont bornées sur  $[a, b]$ .
  - ☐ Si  $f(a) = g(a)$  et  $f(b) = g(b)$ , alors  $f = g$ .
  - ☐ Si  $\int_a^b f(t)g(t) dt = 0$  alors  $\forall t \in [a, b], f(t)g(t) = 0$ .
  - ☐  $f \circ g$  est une fonction continue sur  $[a, b]$

## Jeudi 20 mars

- Calculer une primitive de  $x \mapsto (1 + 2x)e^{-x} \sin x$ .
- Cocher toutes les assertions vraies* : Soit  $f$  une fonction de classe  $\mathcal{C}^\infty$  sur  $\mathbb{R}$ .
  - ☐  $f(2) = f(1) + f'(1) + \frac{1}{2}f''(1) + \int_1^2 \frac{(2-t)^3}{3!} f^{(3)}(t) dt$ .
  - ☐ Alors pour tout réel  $x$  et pour tout entier  $n$ ,  $f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!} f^{(k)}(0) + o(x^n)$ .
  - ☐ Il existe un réel  $c$  dans  $[0, 1]$  tel que  $f(0) - f(1) + f'(1) - \frac{1}{2}f''(1) + \frac{1}{6}f^{(3)}(1) = \frac{1}{24}f^{(4)}(c)$
  - ☐ Alors pour tout réel  $x$  et pour tout entier  $n$ ,  $\left| f(x-1) - f(x) - \sum_{k=1}^n \frac{1}{k!} f^{(k)}(x) \right| \leq \frac{1}{(n+1)!} \sup_{t \in [x-1, x]} |f^{(n+1)}(t)|$ .

## Vendredi 21 mars

- Calculer  $\int_0^{\pi/2} \cos^5 t \sin^4 t dt$ .
- Cocher toutes les assertions vraies* :
  - ☐ Pour tout entier  $n$  non nul,  $\int_0^1 \frac{x^n}{(1+x)^2} dx \leq \frac{1}{n+1}$ .
  - ☐ Comme  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n+1} = 0$ , donc par encadrement  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 \frac{x^n}{(1+x)^2} dx = 0$ .
  - ☐ Les fonctions  $x \mapsto \frac{x^n}{n}$  et  $x \mapsto \frac{x}{(1+x)}$  sont de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $[0, 1]$ .  
Donc  $\int_0^1 \frac{x^{n+1}}{1+x} dx = \left[ \frac{x^{n+1}}{n(x+1)} \right]_0^1 - \int_0^1 \frac{x^n}{n(1+x)^2} dx$ .
  - ☐ Alors  $\forall n \in \mathbb{N}^*, 0 \leq (-1)^{n+1} \int_0^1 \frac{x^n}{(1+x)^2} dx \leq \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}$ .
  - ☐ Alors  $\int_0^1 \frac{x^n}{(1+x)^2} dx - \int_0^1 \frac{x^{n+1}}{(1+x)^2} dx \leq \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}$ .