

Mettez-vous bien dans la tête que votre copie est la seule chose que le correcteur connaîtra de vous lors d'une épreuve écrite. Un correcteur vous notera en fonction de cette seule copie qu'il aura sous les yeux. Il tentera d'y évaluer plusieurs éléments : votre compréhension du sujet, vos connaissances mathématiques, vos capacités à exposer ces connaissances, votre maîtrise de la langue française et enfin le soin dont vous saurez faire preuve. Négliger un seul de ces éléments aura pour effet de faire diminuer votre note.

Les exemples introduits par le sigle  $\checkmark$  sont des exemples où la rédaction est correcte. Ceux introduits par  $\boxtimes$  sont des exemples où la rédaction est incorrecte et sanctionnée.

## 1 Introduire tous les objets utilisés

En mathématiques, on agit comme lorsque l'on est bien élevé et que l'on ramène un copain à la maison : on **présente** toujours les nouveaux venus, c'est-à-dire tous les objets que l'on introduit dans la rédaction.

$\boxtimes x \geq 0$ . Qui est  $x$  ? Si  $x = 1$ , la proposition est juste, si  $x = -1$ , elle est fausse. Dans un cas pareil le correcteur ne peut rien comprendre et ne met pas de points (voire même en enlève pour une erreur aussi abominable).

### 1.1 Le choix des lettres

Vous êtes libres de donner absolument tous les noms que vous voulez aux objets que vous introduisez. En général (pour ne pas dire toujours) on utilise des lettres seules, comme  $x$ ,  $f$  ou  $\alpha$ . Les alphabets les plus utilisés sont les alphabets latins et grecs. Les lettres grecques et leurs noms sont à connaître impérativement.

Une seule règle primordiale : éviter toutes les ambiguïtés possibles, en particulier ne jamais utiliser la même lettre pour désigner deux objets différents.

### 1.2 Quantification

Quand vous énoncez une propriété relative à un type d'objets, il faut impérativement préciser si cette propriété est vérifiée par tous les objets de ce type, par une certaine partie de ces objets seulement, ou par au moins un de ces objets. Pour cela on utilise les quantificateurs « pour tout ( $\forall$ ) » et « il existe ( $\exists$ ) » (*cf.* cours).

$\boxtimes x \geq 0$ . Il n'y a pas de quantificateurs. Que veut dire l'élève ? Cela pourrait être :  $\forall x \in \mathbb{R}, x \geq 0$ , ou  $\forall x \in [2, 5], x \geq 0$ , ou encore  $\exists x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0$ . Toutes ces propositions ont des sens très différents, et des valeurs de vérité différentes.

### 1.3 Comment introduire un objet ou une notation

• **Introduire un objet quelconque** : ceci se fait simplement avec le mot « soit » :

$\checkmark$  Soit  $x \in \mathbb{R}$ .

$\checkmark$  Soit  $z \in \mathbb{C}$  tel que  $|z| \geq 2$ .

Si l'on veut démontrer qu'une propriété est vraie pour tous les objets d'un certain type, on introduit un objet quelconque de ce type, et on démontre qu'il vérifie la propriété. Cette propriété est alors automatiquement vérifiée par tous les objets de ce type.

• **Introduire une nouvelle notation :**

☑ on note  $\rho$  le module de  $(2i + 3)e^{i\frac{\pi}{5}}$ .



Mêmes les notations les plus classiques doivent être redéfinies à chaque fois :

☑ Cherchons les racines du polynôme  $X^2 - 3X + 2$ .  $\Delta = 1$  donc les racines sont 1 et 2.

Qui est  $\Delta$  ? Le correcteur n'est pas censé le savoir. Il faut écrire :

☑ On note  $\Delta$  le discriminant du polynôme. On a  $\Delta = 1$  alors ...



Utiliser un quantificateur n'introduit pas un objet. Par exemple si vous écrivez  $\exists x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0$ ,  $x$  n'est pas introduit pour autant, et vous ne pouvez pas utiliser la lettre  $x$  directement après :

☑  $\exists x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1$ . Alors  $x \geq 0$ .

☑  $\exists x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1$ . Prenons  $x \in \mathbb{R}$  tel que  $x \geq 1$ . Alors  $x \geq 0$ .

## 2 Se faire comprendre

Le meilleur moyen de persuader le correcteur que vous avez compris quelque chose au sujet est encore de bien lui expliquer ce que vous faites dans votre copie. A contrario, même si vous êtes digne de la médaille Fields, une rédaction incompréhensible vous mènera inmanquablement à une mauvaise note. On peut distinguer trois étapes, qui doivent apparaître dans cet ordre sur votre copie : annoncer votre but, détailler les étapes du cheminement et enfin expliciter la conclusion.

### 2.1 Annoncer ce que l'on va faire

Imaginer un texte mathématique qui commence bille en tête par une suite de calculs ou une succession d'arguments, sans jamais dire quel résultat en sortira : au bout d'un quart de page vous vous demanderez vraiment pourquoi vous lisez ça. C'est ce que pensera le correcteur si vous ne lui annoncez pas la finalité de vos écrits. La conséquence : le correcteur saute la question et passe directement à la suivante ... Quelques mots simples suffisent, du style : « montrons que blablabla » « il suffit de montrer que .. » . Si une question d'un énoncé est courte et que la réponse à y apporter est directe, vous pouvez éventuellement vous dispenser d'annoncer le résultat.

### 2.2 Tout justifier

Il faut toujours justifier chaque étape d'un raisonnement. Il est trop facile d'écrire « on a tel résultat » sans donner d'explication, et ceci est à la portée du premier ignorant venu. Lancer des affirmations sans les étayer est tout simplement interprété comme une tentative de bluff du candidat, et est toujours très mal perçu par le correcteur. En général les statistiques montrent que lorsqu'un élève affirme un résultat sans le prouver, ce résultat est incorrect la plupart du temps, et dans ce cas cela peut vous coûter très cher. Il vaut mieux ne rien dire du tout que d'affirmer sans preuve, surtout s'il s'agit d'une ânerie.

### 2.3 Utiliser les théorèmes

N'oublier jamais de vérifier toutes les hypothèses des théorèmes utilisés de manière explicite. Lorsque l'on utilise un théorème (ex : théorème de Pythagore, théorème des valeurs intermédiaires ...) qui a un nom, il faut toujours donner son nom.

### 2.4 Écrire la conclusion et l'encadrer

Pour finir, préciser toujours le résultat auquel vous aboutissez, et encadrez-le. Cela revient souvent à réécrire la question de l'énoncé sur le mode affirmatif.

### 3 Articulations logiques

Une démonstration mathématique est une succession d'arguments et de calculs. Pour que tout cela ait un sens, il faut relier ces arguments et ces calculs, à la fois pour en faciliter la lecture mais également pour préciser les liens logiques entre eux (implication, équivalence ...).

#### 3.1 Les petits mots

Cela se fait de manière très simple, par l'utilisation systématique de mots qui reviennent constamment dans les rédactions : d'où, alors, donc, par conséquent, ainsi ... (pour les implications), *id est* (ou *i.e.* en abrégé), c'est-à-dire, ce qui équivaut à, ou encore ... (pour les équivalences), or, puisque, de plus ... (pour faire intervenir un argument supplémentaire).

#### 3.2 Pas de mélanges

On ne mélange pas les quantificateurs et la rédaction en français :

⊗  $\forall x \in \mathbb{N}, x$  est positif.

⊗  $\forall x \in \mathbb{N}, x \geq 0$ .

⊗ Tout élément de  $\mathbb{N}$  est positif.

⊗ Pour tout  $x \in \mathbb{N}$  on a  $x \geq 0$ .

⊗ Le module de  $2e^{i\pi/6}$  vaut 2. Or le module de  $i + 3$  vaut  $\sqrt{10} \Rightarrow 2e^{i\pi/6} \neq i + 3$ .

⊗ Le module de  $2e^{i\pi/6}$  vaut 2. Or le module de  $i + 3$  vaut  $\sqrt{10}$  donc on a :  $2e^{i\pi/6} \neq i + 3$ .

### 4 Quelques erreurs classiques

#### 4.1 Utilisation du symbole $\Leftrightarrow$

Vous avez souvent tendance à utiliser le symbole  $\Leftrightarrow$  à tort et à travers.

D'une part, ce symbole n'est pas un raccourci que l'on pourrait utiliser dans une phrase en français pour aller plus vite (*cf.* 3.2).

D'autre part ce symbole a une signification logique bien précise. L'utiliser en lieu et place d'une implication est une erreur grave. Par exemple «  $n \in \mathbb{N} \Rightarrow n \in \mathbb{Z}$  » est vrai mais «  $n \in \mathbb{N} \Leftrightarrow n \in \mathbb{Z}$  » est faux.

Enfin voici un exemple reprenant des erreurs de rédaction très fréquentes et à proscrire. Imaginons que lors d'une question on vous demande de prouver le résultat  $R$ , sachant les hypothèses  $H$ , et qu'une démonstration possible consiste à démontrer les résultats intermédiaires  $R_1$  et  $R_2$ .

⊗ On a  $H \Leftrightarrow R_1 \Leftrightarrow R_2 \Leftrightarrow R$ .

Plusieurs commentaires : tout d'abord, les équivalences sont-elles justes ? Par exemple on pourrait avoir  $R_1 \Rightarrow R_2$  et non l'inverse. De manière générale, si on vous demande juste de prouver  $R$  à partir de  $H$ , il n'y a aucun intérêt à utiliser des équivalences : on vous demande  $H \Rightarrow R$ , donc il est inutile et risqué de démontrer  $R \Rightarrow H$ , même si c'est juste.

D'autre part cette rédaction ne prouve rien. Il faut préciser que  $H$  est une hypothèse et  $R$  un résultat. Enfin, il n'y a aucune justification. On peut donc envisager deux rédaction possibles :

$\square$  On a :  $H \Rightarrow R_1$  car argument 1  
 $\Rightarrow R_2$  car argument 2  
 $\Rightarrow R$  car argument 3.

Or  $H$  est vraie, donc  $R$  l'est aussi. On a donc  $R$ .

On préférera la rédaction suivante, plus agréable à lire.

$\square$  On a  $H$ . Ainsi, d'après l'argument 1, on a  $R_1$ .

Puisque argument 2, alors  $R_2$ .

Finalement, grâce à l'argument 3, on obtient  $R$ .

On a donc bien  $R$ .

## 4.2 Parler de fonctions

Soit  $f$  une fonction de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$ . L'erreur classique est d'utiliser la notation  $f(x)$  à mauvais escient. La fonction s'appelle  $f$  et non  $f(x)$  :  $f$  est la fonction,  $f(x)$  est la valeur prise par  $f$  en un point  $x$  qui doit être défini, ce qui n'a rien à voir. Ainsi on ne doit surtout pas écrire :  $f(x)$  est dérivable, ou  $f(x)$  est croissante, ce qui n'a aucun sens, mais  $f$  est dérivable ou croissante.

De plus, à chaque fois que vous écrivez  $f(x)$ ,  $x$  doit avoir été introduit (*cf.* 1).

$\boxtimes$   $f$  est dérivable et  $f'(x) = x - 3$ .

$\square$   $f$  est dérivable et on a :  $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = x - 3$ .

Quand on utilise une fonction qui n'a pas de nom, les choses sont plus délicates. Par exemple,  $x \sin x$  n'est pas une fonction. La fonction à laquelle on pense s'écrit  $x \mapsto x \sin x$  (et non  $x \rightarrow x \sin x$ ). De même il ne faut jamais écrire  $(x \sin x)'$  pour désigner la dérivée de la fonction précédente. On écrit : la dérivée de la fonction  $x \mapsto x \sin x$  est la fonction  $x \mapsto \sin x + x \cos x$ . Dans le même genre, la fonction  $\sin'(x)$  n'existe pas.