

Correction du DM 10

Afin de pré-corriger votre devoir, merci de tenir compte des commentaires qui suivent et de vous référer au corrigé type présent sur le site. Après la pré-correction, veuillez scanner page à page votre copie, dans le bon sens et déposer sur mon site le fichier au format .pdf.

Problème 1 :

— Question 1.b :

- ◇ On suppose que $a + b\sqrt{n} = a' + b'\sqrt{n}$ et il s'agit de montrer que $a - a' = b - b' = 0$. Il faut donc raisonner par l'absurde avant de diviser par $b - b'$ pour éviter une division par 0.
- ◇ Evitez l'erreur de logique suivante : "on raisonne par l'absurde en supposant que $a \neq a'$ et $b \neq b'$. On aboutit à une contradiction, donc $a = a'$ et $b = b'$ ".

— Question 2 :

- ◇ Assurez-vous que vous avez bien prouvé toutes les propriétés requises. En particulier, un sous-groupe doit être non vide.
- ◇ Pour éviter une "division par 0", il faut montrer que $a^2 - nb^2 \neq 0$.

Problème 2 :

— Question 1 :

- ◇ Il est inutile de travailler avec des inégalités strictes afin de montrer que $x < y \implies F(x) > F(y)$, car l'énoncé ne demande pas d'établir que F est **strictement** croissante.
- ◇ A priori, F n'est pas dérivable, donc on ne peut pas utiliser $F'(x)$.
- ◇ Pour montrer que F est décroissante, il ne suffit pas de montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}_+$, $F(x+1) \leq F(x)$.

— Question 3.c :

Simplifiez l'équivalent attendu : on obtient $\frac{2^{n-1}}{n}$.