

# Correction du DM 32

Afin de pré-corriger votre devoir, merci de tenir compte des commentaires qui suivent et de vous référer au corrigé type présent sur le site. Après la pré-correction, veuillez scanner page à page votre copie, dans le bon sens et déposer sur mon site le fichier au format .pdf.

## Partie I

**2°)** Par construction,  $\mathbb{A} = \text{vect}(I_2, A)$ , il est alors inutile de démontrer que c'est un sous-espace vectoriel.

**3°)** Pour passer de  $-I_2 = (a^2 - b^2 \det(A))I_2 + (2ab + b^2 \text{Tr}(A))A$  à  $\begin{cases} 2ab + b^2 \text{Tr} A = 0 \\ a^2 - b^2 \det A = -1 \end{cases}$ , il faut utiliser que la famille  $(I_2, A)$  est libre.

## Partie II

**2°)**  $\diamond$  Il est inutile de redémontrer que  $u \mapsto \text{Mat}_{\mathcal{B}}(u)$  est un morphisme d'algèbres, c'est un résultat du cours.

$\diamond$  Pour montrer que  $\text{Ker}(\varphi_a) = \{0\}$ , il faut justifier le fait que  $[\forall x \in \mathbb{D}, ax = 0] \implies a = 0$ .

$\diamond$  Expliquez pourquoi  $\Psi(\mathbb{D})$  est une sous-algèbre.

**3°)** Attention,  $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(\varphi_z) \neq zI_n$ , car c'est une matrice à coefficients dans  $\mathbb{R}$ .

**4°)** c) Il faut justifier l'implication " $AB = I_n \implies A$  inversible" en s'appuyant explicitement sur le cours.