Correction du DM 11

Merci de pré-corriger votre devoir, en tenant compte des commentaires qui suivent et en vous référant au corrigé type présent sur le site. Je vous demande ensuite de le scanner page à page, dans le bon sens et de le déposer sur mon site au format .pdf.

Pour tout le devoir :

- Vérifiez que vous avez trouvé le juste compromis entre les deux attitudes extrêmes suivantes :
  - Ne pas céder à trop de formalisme et perdre les idées principales des démonstrations sous des notations lourdes et ésotériques.
  - À l'inverse, ne pas être trop informel au point d'être confus et de passer à côté de l'essence même des démonstrations.
- Vérifiez que vous avez préalablement défini précisément toutes les notations que vous employez et qui ne sont pas déjà définies par l'énoncé.

Pour certaines questions

- Question 3.b : La formule du crible n'étant pas au programme, vous devez la prouver avant de l'utiliser.
- Question 4 et 5 : Les manipulations sur les sommes finies nécessitent pour être précis des changements de variables : avez-vous bien indiqué que les fonctions de changement de variables sont bijectives ?
- Question 6. b : Pour résoudre cette question, le mieux est de raisonner sur des fonctions de $\mathbb{N}^*$ dans $\mathbb{Z}$. En particulier, si l'on travaille avec n fixé dans $\mathbb{N}^*$, l'assertion $f(n) = (g\ T\ z)(n)$ n'est pas équivalente à $(f\ T\ \mu)(n) = (g\ T\ z\ T\ \mu)(n)$.
- Question 8 : Il faut également montrer que la série de l'énoncé est convergente, donc il est nécessaire de passer par les sommes partielles $\displaystyle\sum_{n=0}^{N} S_n^m \frac{x^n}{n!}$.
- Question 11 : Pour montrer que $S(r) = \displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{I_n}{n!} r^n$ est défini, il n'est pas possible d'utiliser l'expression $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{I_n}{n!} r^n$, sous peine d'incohérence logique.

— Question 14 : Vous verrez en fin d'année un théorème de sommation par paquets pour des sommes infinies ainsi qu'un théorème d'interversion de deux sommes infinies, mais vous ne disposez pour le moment aucunement de ces théorèmes et vous ne pouvez donc pas les utiliser (de toute façon, ils ne sont vrais que sous certaines hypothèses qu'il faudrait ici vérifier). Avec les moyens actuels, on s'en sort à l'aide de la formule de Leibniz.