

## Correction du problème 1

## I Généralités

- I.1. (a) Comme vu en cours, le caractère central de la force assure que le moment cinétique est conservé.  
 (b) En particulier la direction du moment cinétique est conservée : le mouvement est donc inclus dans le plan orthogonal au moment cinétique, déterminé par les conditions initiales.

- I.2. (a) Pour un mouvement plan, la norme du moment cinétique a pour expression, en coordonnées polaires,  $\sigma = mr^2\dot{\theta}$ . Si le mouvement est circulaire, on a  $\sigma = mR^2\dot{\theta}$  et  $\sigma = \text{cste}$  assure que  $\dot{\theta} = \text{cste}$ , ie que le mouvement est uniforme. On note  $V$  la norme de sa vitesse.

- (b) La loi de la quantité de mouvement s'écrit :

$$-m \frac{V^2}{R} \vec{e}_r = -\frac{\mathcal{G}mm_T}{R^2} \vec{e}_r \rightarrow V = \sqrt{\frac{\mathcal{G}m_T}{R}}.$$

On calcule alors :

$$\mathcal{E}_{\text{pot}} = -\frac{\mathcal{G}mm_T}{r} \quad \mathcal{E}_c = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{\mathcal{G}mm_T}{2r} \quad \mathcal{E}_m = \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_{\text{pot}} = -\frac{\mathcal{G}mm_T}{2r}. \quad (2)$$

- (c) On calcule :

$$\sigma = \|r\vec{e}_r \wedge V\vec{e}_\theta\| = mrV = m\sqrt{\mathcal{G}rm_T}.$$

- (d) On a  $V = 2\pi r/T$ , soit :

$$\frac{2\pi r}{T} = \sqrt{\frac{\mathcal{G}m_T}{r}} \rightarrow r = \left(\frac{T^2 \mathcal{G}m_T}{4\pi^2}\right)^{1/3} = 4,23 \cdot 10^4 \text{ km}.$$

On en déduit la vitesse :

$$V = \left(\frac{2\pi \mathcal{G}m_T}{T}\right)^{1/3} = 3,08 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

- (e) Sur une orbite d'altitude  $h = 3,8 \cdot 10^2 \text{ km}$ , on utilise la troisième loi de Kepler pour obtenir :

$$\frac{T_{ISS}}{T_{\text{geo}}} = \left(\frac{r_{ISS}}{r_{\text{geo}}}\right)^{3/2} \rightarrow T_{ISS} = T_{\text{geo}} \left(\frac{R_T + h_{ISS}}{r_{\text{geo}}}\right)^{3/2} = 1,54 \text{ h}.$$

La vitesse sera alors :

$$V_{ISS} = \frac{2\pi r}{T_{ISS}} = 7,68 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

- (f) Pour la Lune, on calcule :

$$\frac{T_L}{T_{\text{geo}}} = \left(\frac{r_L}{r_{\text{geo}}}\right)^{3/2} \rightarrow T_L = T_{\text{geo}} \left(\frac{r_L}{r_{\text{geo}}}\right)^{3/2} = 27,46 \text{ jour} = 660 \text{ h} \rightarrow v_L = \frac{2\pi r}{T_L} = 1,02 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

- I.3. (a) Comme fait en cours, l'énergie cinétique orthoradiale se met sous la forme  $\frac{\sigma^2}{2mr^2}$  pour un mouvement plan. Le mouvement est de plus conservatif et la conservation de l'énergie mécanique s'écrit :

$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \mathcal{E}_{\text{eff}}(r) = \text{cste} \quad \text{avec : } \mathcal{E}_{\text{eff}} \equiv \frac{\sigma^2}{2mr^2} - \frac{\mathcal{G}m_T}{r}.$$

- (b) On représente ci-contre l'allure de  $\mathcal{E}_{\text{eff}}$ , on vérifie que le mouvement sera lié pour  $\mathcal{E}_m < 0$ , et de diffusion pour  $\mathcal{E}_m \geq 0$ .

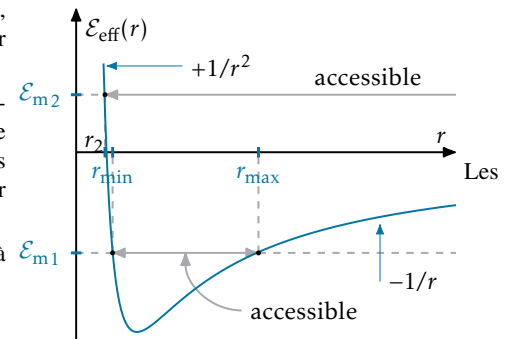
- (c) Pour un état lié, la trajectoire sera elliptique. On détermine le périégée et l'apogée respectivement en lisant les valeurs (notées  $r_{\min}$  et  $r_{\max}$  sur la courbe ci-contre) pour lesquelles la courbe  $\mathcal{E}_{\text{eff}}(r) = \mathcal{E}_m$ .

- (d) Comme fait en cours on a, au périégée et à l'apogée :

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_{\text{eff}}(r).$$

rayons  $r_p$  et  $r_a$  sont donc les deux solutions d'une même équation du second degré. Leur somme s'exprime en fonction des coefficients de cette dernière, et on obtient :

$$\mathcal{E}_m = -\frac{\mathcal{G}mm_T}{r_p + r_a}. \quad (3)$$



## II Ymir

- II.1. On peut lire les vecteurs  $\vec{\Delta v}$  sur la figure 4a

- II.2. Sur les deux orbites circulaires la vitesse est la même puisqu'elles ont même rayon. Le triangle de la figure 4a est donc isocèle en  $O$  et on déduit :

$$\Delta v_1 = 2 \sin(\alpha/2) v_{ISS} = 6,73 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (4)$$

- II.3. On doit passer dans un état de diffusion, donc avoir une énergie mécanique positive. La configuration demandant la plus faible valeur de  $\Delta v$  est celle où  $\vec{\Delta v}$  est colinéaire et de même sens que  $\vec{v}_{ISS}$  comme sur le schéma.

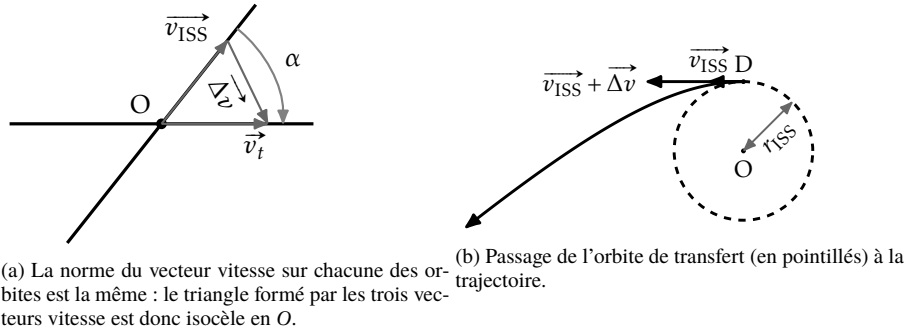


FIG. 4 : Étapes du transfert de l'orbite circulaire de l'ISS vers la trajectoire hyperbolique rejoignant la comète. La Terre (désignée par O) n'y est évidemment pas représentée à l'échelle.

Comme l'énergie potentielle ne change pas durant l'opération, on doit avoir (on utilise les égalités des expressions 2 pour simplifier les expressions) :

$$\mathcal{E}_m = \frac{m(v_{ISS} + \Delta v)^2}{2} - \frac{\mathcal{G}mm_T}{r_{ISS}} > 0 \rightarrow \frac{m(v_{ISS} + \Delta v)^2}{2} > mv_{ISS}^2 \rightarrow \Delta v_2 = (\sqrt{2} - 1)v_{ISS} = 3,18 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (5)$$

On constate que le changement d'orbite est plus coûteux en  $\Delta v$  (et donc en énergie) que la libération.

### III Explosion

- III.1. (a) La masse de chacun des morceaux est égale à  $m_L/2$ . En notant  $\rho$  la masse volumique de la Lune, on doit donc avoir  $4\rho R'^3/3 = (4\rho R_L^3/3)/2$ , soit  $R' = R_L/\sqrt[3]{2}$ .
- (b) Seule l'énergie cinétique change au cours de l'explosion. On a donc, pour chacun des morceaux de masse  $m_L/2$  :

$$\mathcal{E}_{m\pm} = \frac{m_L(v_L \pm \Delta v)^2}{4} - \frac{\mathcal{G}m_L m_T}{2r_L} = \frac{m_L(v_L \pm \Delta v)^2}{4} - \frac{m_L v_L^2}{2}. \quad (6)$$

On a utilisé les expressions de (2) pour exprimer l'énergie potentielle en fonction de l'énergie cinétique sur l'orbite circulaire.

- (c) Le morceau le plus lent pourra tomber sur la Terre si son périégée est inférieur à la somme des rayons de la Terre et du morceau  $R_T + R'$  de celle-ci. Les conditions initiales assurent que le point de l'explosion ( $r = r_L$ ) est l'apogée. L'expression (3) donne alors :

$$\mathcal{E}_m \leq -\frac{\mathcal{G}m_L m_T}{2(r_L + R_T + R')} \rightarrow \frac{m_L(v_L \pm \Delta v)^2}{4} - \frac{m_L v_L^2}{2} \leq -\frac{\mathcal{G}m_L m_T}{2(r_L + R_T + R')}. \quad (7)$$

En utilisant de nouveau les expressions de (2) pour exprimer  $\mathcal{G}m_T/r_L = mv_L^2$ , on obtient, après calculs :

$$\left(1 - \frac{\Delta v}{v_L}\right) \leq \sqrt{\frac{2}{1 + r_L/(R_T + R')}} \cdot \frac{\Delta v_c}{v_L} \geq 1 - \sqrt{\frac{2}{1 + r_L/(R_T + R')}} = 0,8. \quad (8)$$

- III.2. (a) Comme précédemment, un morceau sera en état de diffusion si son énergie mécanique est positive, soit si (on omet désormais la masse  $m_L/2$  du morceau puisqu'elle n'intervient pas, comme pour toute chute libre) :

$$\frac{(v_L + \Delta v)^2}{2} - \frac{\mathcal{G}m_T}{r_L} \geq 0 \rightarrow \frac{(v_L + \Delta v)^2}{2} - mv_L^2 \geq 0 \rightarrow \frac{\Delta v}{v_L} \geq \sqrt{2} - 1. \quad (9)$$

- (b) La condition de chute sur la Terre assurera l'état de diffusion pour l'autre morceau si :

$$1 - \sqrt{\frac{2}{1 + r_L/(R_T + R')}} \geq \sqrt{2} - 1 \rightarrow \sqrt{2} \geq 1 + \sqrt{\frac{1}{1 + r_L/(R_T + R')}} = 1,01.$$

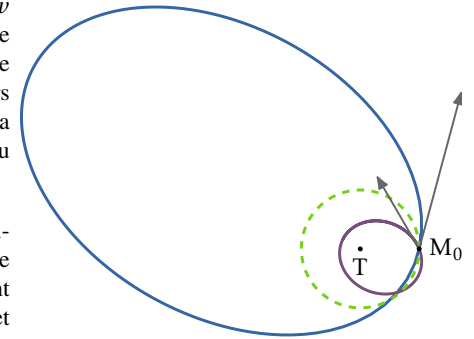
Cette condition est bien vérifiée.

- III.3. (a) La collision étant instantanée, les forces extérieures appliquées à la Lune pendant l'explosion n'ont pas le temps de faire varier sa quantité de mouvement : les quantités de mouvement totales avant et après l'explosion doivent donc être égales. La quantité de mouvement gagnée par un des morceaux doit donc être égale à celle perdue par l'autre, ce qui se traduit par l'égalité, en norme, de leurs  $\Delta v$  puisqu'ils ont la même masse.

- (b) • Pour  $\beta = 45^\circ$ , la norme du vecteur  $\vec{v}_{L0} + \vec{\Delta v}$  est supérieure à  $v_{L0}$ . L'énergie cinétique sera donc supérieure à celle sur l'orbite circulaire et la relation (3) assure alors que le grand axe sera supérieur à  $2r_L$ . La conclusion est opposée pour le morceau animé initialement de  $\vec{v}_{L0} - \vec{\Delta v}$ .

- On détermine approximativement la direction des grands axes en imposant que d'une part le vecteur vitesse soit tangent à la trajectoire au point d'explosion, et d'autre part que pour le morceau animé de  $\vec{v}_{L0} + \vec{\Delta v}$  (resp.  $\vec{v}_{L0} - \vec{\Delta v}$ ), le point de départ est plus proche du périégée (resp. de l'apogée).

On peut de plus montrer que, pour ces conditions initiales particulières ( $\vec{\Delta v}$  opposés), les grands axes des deux ellipses ont même direction comme on le constate sur la figure 5.



- (c) C'est pour  $\beta = 0$  ou  $\beta = \pi$  que la norme du vecteur vitesse d'un morceau sera minimale, à  $\Delta v$  fixé, c'est donc pour ces conditions qu'il est plus probable qu'on observe une chute sur la Terre.

#### IV Collisions entre morceaux

- IV.1. (a) Les énergies mécaniques des deux morceaux sont, comme établi au (6), données par :

$$\frac{4\mathcal{E}_m}{m_L} = \frac{(v_L \pm \Delta v)^2}{2} - \frac{\mathcal{G}m_T}{r_L}.$$

Comme les trajectoires sont elliptiques, la relation (3) donne alors :

$$-\frac{\mathcal{G}m_T}{2r_{\pm}} = \frac{(v_L \pm \Delta v)^2}{2} - \frac{\mathcal{G}m_T}{r_L}. \quad (10)$$

- (b) La troisième loi de Kepler donne enfin :

$$\frac{T_{\pm}^2}{r_{\pm}^3} = \frac{T_L^2}{r_L^3}. \quad (11)$$

- IV.2. (a) En posant  $r_+ = r_L + \Delta r$ , et en utilisant les relations (2), on réécrit l'équation (10) comme :

$$-\frac{\mathcal{G}m_T}{2r_L + 2\Delta r} = \frac{(v_L + \Delta v)^2}{2} - \frac{\mathcal{G}m_T}{r_L} \rightarrow -\frac{v_L^2}{2(1 + \Delta r/r_L)} = -v_L^2 + \frac{v_L^2(1 + \Delta v/v_L)^2}{2} \rightarrow \frac{r_+ - r_L}{r_L} = \frac{\Delta r}{r_L} = 2\frac{\Delta v}{v_L}, \quad (12)$$

en utilisant les DLs :

$$\frac{1}{1 + \Delta r/r_L} \approx 1 - \frac{\Delta r}{r_L} \quad \text{et} : \left(1 + \frac{\Delta v}{v_L}\right)^2 \approx 1 + 2\frac{\Delta v}{v_L}.$$

Pour l'autre condition initiale  $(\vec{v}_L - \vec{\Delta v})$ , on a simplement  $r_- = r_L - \Delta r$ .

- (b) Le plus simple est ici d'utiliser la différentiation logarithmique de la 3<sup>e</sup> loi de Kepler :

$$\frac{T^2}{r^3} = \text{cste} \rightarrow 2\frac{\Delta T}{T_L} - 3\frac{\Delta r}{r_L} \rightarrow \frac{\Delta T_{\pm}}{T_L} = \pm \frac{3\Delta r}{2r_L} \pm \frac{3\Delta v}{v_L}. \quad (13)$$

C'est la trajectoire avec  $\vec{v}_{L0} + \vec{\Delta v}$  qui a la plus grande énergie mécanique et donc le  $\frac{1}{2}$ -grand axe égal à  $r_+$  et donc la plus grande période  $T_+$ .

#### IV.3.

- (a) On a représenté ci-contre les trajectoires correspondantes. Comme  $T_+ > T_L > T_-$ , le morceau qui démarre avec la plus grande vitesse met un temps supérieur (resp. inférieur) à  $T_L$  effectuer pour une révolution.

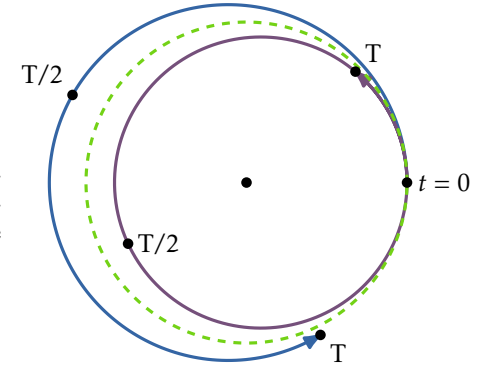


FIG. 6 : Orbites quasi-circulaires pour  $\Delta v/v_L = 0,05$ .

- (b) Comme le morceau qui part le premier se fait doubler par l'autre, il pourra y avoir collision si la distance qui les sépare (à l'instant où leur angle  $\theta$  est le même) est inférieure à leur diamètre, égal à  $2r_L/\sqrt[3]{2} = 2^{2/3}r_L$ . L'étude complète de l'évolution de la distance entre les deux morceaux est délicate ; néanmoins la figure indique que quand ils se croisent, la distance entre leurs centres sera au maximum de  $2(r_+ - r_-) = 4\Delta r$ . Une condition suffisante pour que la collision se produise est donc :

$$2(r_+ - r_-) \leq 2^{2/3}r_L \rightarrow \frac{\Delta r}{r_L} \leq \frac{1}{2^{4/3}} = 0,40 \rightarrow \frac{\Delta v}{v_L} = \frac{\Delta r}{2r_L} \leq \frac{1}{2^{7/3}} = 0,20. \quad (14)$$

- (c) Le morceau le moins énergétique va vraisemblablement être encore ralenti par sa collision avec l'autre morceau qu'il vient de rattraper. Son énergie va donc encore diminuer ce qui peut le conduire à chuter sur la Terre. Dans le roman, il y a initialement davantage de morceaux, et les collisions peuvent également conduire à de nouvelles fractures. On peut donc envisager une réaction en chaîne qui conduit une partie non négligeable de la masse de la Lune à atteindre la Terre.

#### Correction du problème 2

1. (a) En considérant l'air comme un gaz parfait, on a  $n_{a0} = \frac{P_0 V_0}{RT_0} = 0,58 \text{ mol}$ .
- (b) Désignons par  $dU$  la variation élémentaire d'énergie interne du gaz et de l'autocuiseur pendant une durée  $dt$ . Pour une transformation isochore et en l'absence de travail, on aura  $dU = \delta Q_v = \mathcal{P}_c dt$ , soit :

$$dU = n_{a0} C_{vma} dT + (m_0 + m_a) c_l dT = \mathcal{P}_c \rightarrow \frac{dT}{dt} = \frac{\mathcal{P}_c}{n_{a0} C_{vma} + (m_0 + m_a) c_l}$$

$$T = T_0 \left( 1 + \frac{\mathcal{P}_c t}{(n_{a0} C_{vma} + (m_0 + m_a) c_l) T_0} \right).$$

- (c) La pression  $P$  de la vapeur s'obtient selon  $P = P_0 \frac{T}{T_0}$ . On atteindra donc la pression d'ouverture de la soupape pour :

$$\frac{\Delta P_{so}}{P_0} = \frac{P_c t}{T_0 (n_{a0} C_{vma} + (m_0 + m_a) c_l)} \rightarrow t_1 = 3,0 \cdot 10^2 \text{ s} = 5,0 \text{ min}.$$

2. (a) On utilise la formule de variation de l'entropie, en coordonnées  $V, P$ , plus simple puisque ici  $V_f = V_i$ . On transforme  $T_f / T_i = P_f V_f / (P_i V_i)$  pour obtenir :

$$\Delta S_m = \frac{R}{\gamma - 1} \left( \gamma \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right) + \ln \left( \frac{P_f}{P_i} \right) \right)$$

$$\rightarrow \Delta S_{air} = \frac{n_{a0} R}{\gamma - 1} \left( \ln \left( 1 + \frac{\Delta P_{so}}{P_0} \right) \right) = 6,4 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}.$$

Pour les phases condensées (eau liquide et autocuiseur), on a besoin de la température finale. Comme la transformation subie par le gaz est isochore, on a :

$$T_f = P_f \frac{T_i}{P_i} = 5,0 \cdot 10^2 \text{ K}.$$

On utilisera dans la suite cette caractéristique pour simplifier les expressions faisant intervenir  $P$  ou  $T$ .

On calcule alors, pour l'ensemble eau + autocuiseur :

$$\Delta S_{cond} = (m_0 + m_a) c_l \ln \left( \frac{T_f}{T_i} \right) = 1,6 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1},$$

très supérieure car la quantité de matière condensée est bien plus importante.

Comme on le verra plus tard, l'hypothèse de non vaporisation de l'eau n'est pas raisonnable et l'augmentation de la pression ne sera pas due qu'à la dilatation de l'air mais aussi à la vaporisation de l'eau.

- (b) On a une transformation isochore donc la variation d'énergie interne  $\Delta U = C_v \Delta T$  n'est due qu'au transfert thermique  $Q$ . Le deuxième principe permet de calculer l'entropie créée  $S_c$  selon : +

$$S_c = \Delta S - \frac{Q}{T_{ch}} = \Delta S - \frac{\Delta U}{T_{ch}} = \underbrace{\frac{n_{a0} R}{\gamma - 1} \left( \ln \left( \frac{P_f}{P_0} \right) - \frac{T_f - T_0}{T_{ch}} \right)}_{\text{air}} + \underbrace{(m_a + m_0) c_l \left( \ln \left( \frac{P_f}{P_0} \right) - \frac{T_f - T_0}{T_{ch}} \right)}_{\text{cond}}$$

$$= \underbrace{3,9 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}}_{\text{air}} + \underbrace{9,5 \cdot 10^2 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}}_{\text{cond}}.$$

On vérifie bien que ces grandeurs sont positives.

3. (a) On lit sur la courbe de saturation (échelle linéaire en  $P$ )  $T_{eq} = 388 \text{ K}$  au point  $P_1$ ) où  $P = 1,7 P_0$ .

- (b) La vapeur étant considérée comme un gaz parfait, on a immédiatement :

$$m_{veq} = \frac{M(P_0 + \Delta P_{so}) V_0}{R T_{eq}} = 13,45 \text{ g}.$$

- (c) On raisonne, entre les instants  $t$  et  $t + dt$ . Pendant cette durée, la quantité  $dm = d_{eq} dt$  de vapeur s'échappe de l'autocuiseur. Par ailleurs comme la quantité de vapeur totale d'eau dans l'autocuiseur est stationnaire, il doit se vaporiser une quantité  $dm$  d'eau égale.

On raisonne sur le système *fermé* formé du système liquide-vapeur restant dans l'autocuiseur à l'instant  $t + dt$ . Il subit une transformation monobare ( $P = P_0 + \Delta P_{so}$ ), le premier principe s'écrit donc, en l'absence de travail autre que celui des forces de pression :  $dH = \delta Q_P = \mathcal{P}_c dt$ . Sa variation d'enthalpie est due à la vaporisation de la masse  $dm$ , soit  $dH = dm \ell_v$ . On obtient finalement :

$$dH = d_{eq} dt \ell_v = \delta Q = \mathcal{P}_c dt \rightarrow d_{eq} = \frac{\mathcal{P}_c}{\ell_v}.$$

- (d) On lit  $\ell_v(388 \text{ K}) = 2215 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  (point  $F$ ). On calcule  $d_{eq} = 0,90 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$ . Il faudra donc  $\frac{m_0}{2 d_{eq}} = 111 \text{ s} = 1,84 \text{ min}$  pour perdre la moitié de l'eau liquide. On aura intérêt à diminuer l'intensité du chauffage pour ne pas se retrouver rapidement sans eau dans l'autocuiseur.

4. (a) La pression va diminuer, ce qui va fermer la soupape. La vapeur sera alors en équilibre avec de l'eau liquide à la pression  $P_s(T_0) = 2,3 \cdot 10^{-2} P_0$  (point  $B$  sur la courbe, échelle logarithmique en  $P$ . En) négligeant le poids du couvercle, il faudra pour le soulever exercer une force d'intensité égale à  $A \Delta P = 7,1 \cdot 10^3 \text{ N}$ , correspondant au poids<sup>v</sup> d'un objet de masse  $720 \text{ kg}$  !

- (b) En enlevant la soupape, on égalise les pressions intérieure et extérieure. Il est plus facile de soulever la soupape car sa surface est très inférieure à celle du couvercle, la force à exercer sera donc moindre.

5. (a) On détermine la masse de vapeur :  $m_v = M(\text{H}_2\text{O}) \frac{P_s(T_{eq}) V_0}{R T_{eq}} = 13,5 \text{ g}$ . Le titre en vapeur est donc :  $x_V = \frac{m_v}{m_v + m_l} = 8,2\%$ .

L'énergie interne massique du mélange est  $u = u_l(T_{eq})(1 - x_v) + u_v(T_{eq})x_v$  : on a donc, conformément au théorème des moments :

$$\frac{u - u_l}{u_v - u_l} = x_v.$$

On place le point  $M_i$  sur l'isotherme  $T_{eq} = 388 \text{ K}$ , à une fraction  $x_v$  du palier de changement d'état.

<sup>v</sup>On vérifie ici qu'il est légitime de négliger le poids du couvercle.

(b) Quand  $P_f = 8P_0$ , on lit sur la courbe  $T_f = 443\text{ K}$  (point C sur la courbe  $P_s(T)$ ). On a alors, comme précédemment :  $m_v = M(\text{H}_2\text{O}) \frac{P_s(T_{eq})V_0}{RT_{eq}} = 55\text{ g}$ , soit comme la masse totale  $m_t = 163,5\text{ g}$  n'a pas varié :  $x_v = \frac{m_v}{m_t} = 33,6\%$ . On en déduit la position du point  $M_f$  sur le même palier de changement d'état.

(c) On peut calculer la variation d'énergie interne du mélange liquide vapeur par lecture : on a  $u_i = 650\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  et  $u_f = 1340\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  soit  $\Delta U_{\text{H}_2\text{O}} = m_t(u_f - u_i) = 1,03 \cdot 10^2\text{ kJ}$ , à laquelle il faut également ajouter la variation d'énergie interne de l'autocuiseur :  $\Delta U_a = m_a c_l (T_f - T_{eq})$ . Cette énergie a été apportée par le chauffage à  $\mathcal{P}_c$  pendant  $\Delta t$ . On en déduit  $\Delta t = \frac{\Delta U_{\text{H}_2\text{O}} + \Delta U_a}{\mathcal{P}_c} = 1,1 \cdot 10^2\text{ s}$ . Il est cependant douteux que la soupape reste bloquée à une telle pression...

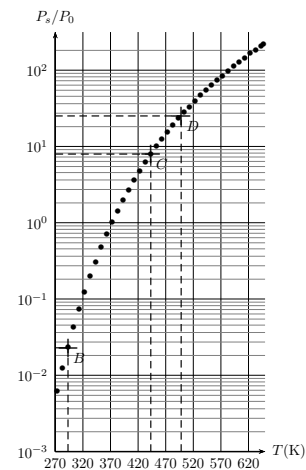
6. (a) Durant la première phase isochore, on a toujours  $P/T = \text{cste}$  ie  $\frac{T}{T_0} = 1 + \frac{\Delta P_{so}}{P_0}$  soit  $T = 498\text{ K}$ . À cette température, la pression de vapeur saturante de l'eau est  $\text{num}25P_0$  (point D sur la courbe  $P_s(T)$  semi-logarithmique), très supérieure à la pression ( $1,7P_0$ ) du système. L'hypothèse est donc très illégitime.

(b) Quand l'air et la vapeur coexistent dans le système isochore, la pression totale est :

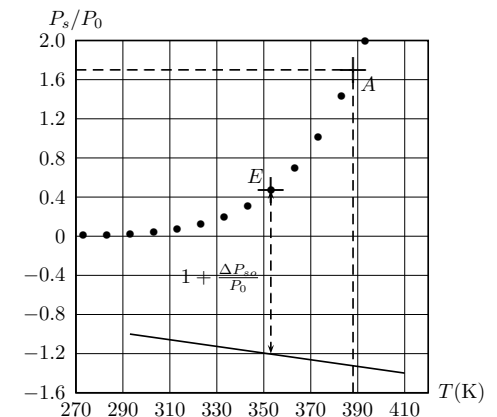
$$P = P_a + P_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{P_0}{T_0} T + P_s(T) \quad \text{soit : } 1 + \frac{\Delta P_{so}}{P_0} = \frac{P_s(T_2)}{P_0} + \frac{T}{T_2},$$

à l'instant d'ouverture de la soupape, avec  $\varepsilon = 1$  et  $C = 1 + \frac{\Delta P_{so}}{P_0} = 1,7$ .

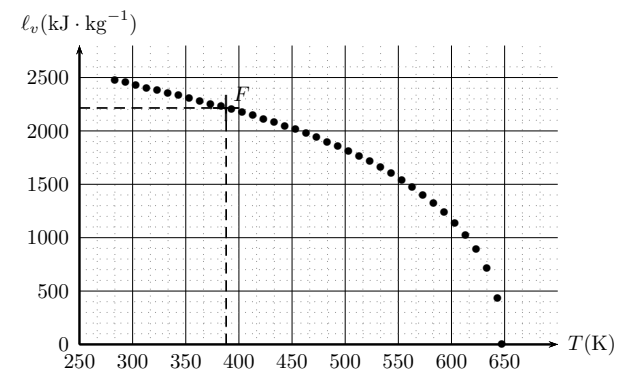
(c) On trace la courbe  $P/P_0 = \frac{T}{T_0}$  qui passe par  $T = 298, P/P_0 = 1$  et  $T = 410, P/P_0 = -1,4$ . La température  $T_2$  est obtenue quand son écart à  $P_s/P_0$  atteint 1,7, soit au point E avec  $T_2 = 353\text{ K} = 80^\circ\text{C}$ .



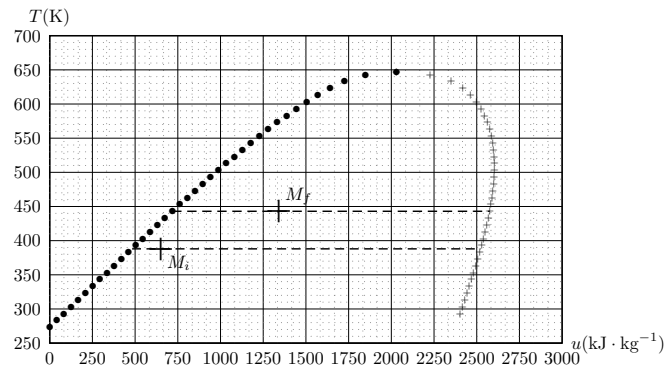
Pression de vapeur saturante  $P_s(T)$  de l'eau (en unités de  $P_0 = 1\text{ bar}$ ).



Pression de vapeur saturante  $P_s(T)$  de l'eau (en unités de  $P_0 = 1\text{ bar}$ ).



Enthalpie massique de vaporisation de l'eau.

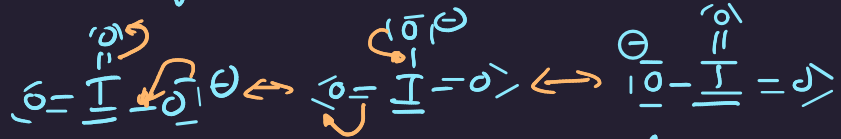


Énergies internes massiques de l'eau liquide  $u_l$  (symbole  $\cdot$ ) et de la vapeur d'eau  $u_g$  (symbole  $+$ ) sur la courbe de saturation.

On a posé par convention l'énergie interne massique de l'eau liquide nulle à  $T = 273,15\text{K}$ .

# Dosage de la vitamine C

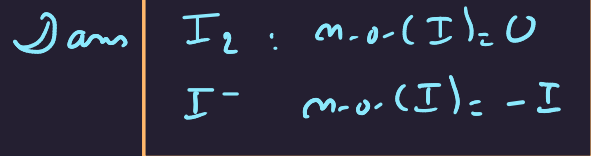
I-1 Halogène  $\rightarrow 7e^-$  de valence : on propose



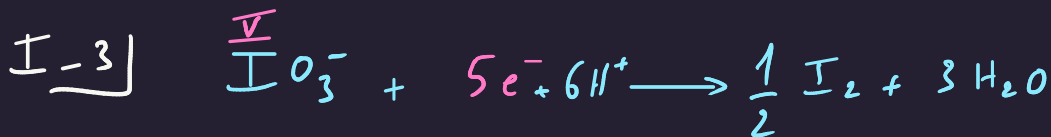
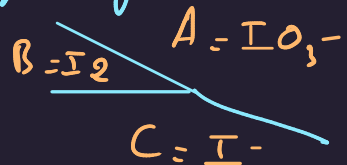
I est relié à 5 atomes plus électronégatifs

$$\rightarrow \boxed{\text{no}(\text{I}) = +\text{V}}$$

(on  $-\text{VI} + \text{no}(\text{I}) = -\text{I}$ )



I-2 D'après Nernst, le élément de plus grand no. domine quand E croît

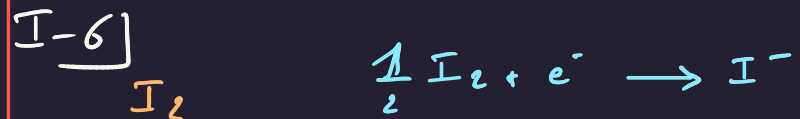
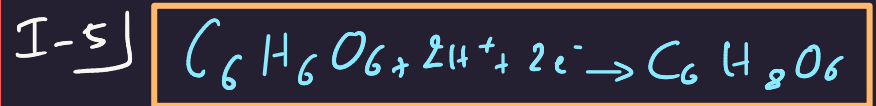


$$E = E^\circ(\text{IO}_3^-/\text{I}_2) + \frac{0,06}{5} \log \frac{[\text{IO}_3^-]^6}{\sqrt{[\text{I}_2]}}$$

$$E = E^\circ(\text{IO}_3^-/\text{I}_2) - \underbrace{\frac{6}{5} \times 0,06 \text{ pH}}_{0,072} + \frac{0,06}{5} \log \frac{[\text{IO}_3^-]}{\sqrt{[\text{I}_2]}}$$

I-4 A la frontière  $\text{AcH}_2$  |  $\text{AcH}^-$  on a

$$[\text{AcH}_2] = [\text{AcH}^-] \text{ soit } \boxed{\text{pH} = \text{pKa} \approx 4,1}$$



$$E = E^\circ(\text{I}_2/\text{I}^-) + 0,06 \log \frac{\sqrt{[\text{I}_2]}}{\sqrt{[\text{I}^-]}}$$

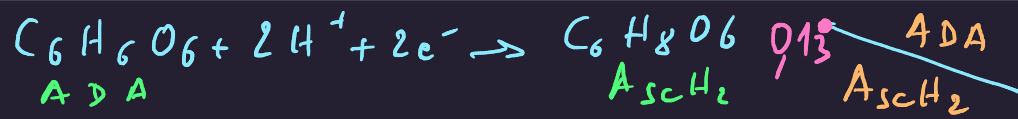
A la frontière  $E = 0,69\text{V}$

$2[\text{I}_2] = [\text{I}^-]$  (autant d'atomes de I sous chaque forme)

et  $2[\text{I}_2] + [\text{I}^-] = 5 \cdot 10^{-3} \rightarrow [\text{I}^-] = 35 \cdot 10^{-3}$   
 $[\text{I}_2] = 1,25 \cdot 10^{-3}$

$$E = E^\circ(\text{I}_2/\text{I}^-) + 0,06 \log \frac{\sqrt{1,25 \cdot 10^{-3}}}{2,5 \cdot 10^{-3}}$$

$$\rightarrow \boxed{E^\circ(\text{I}_2/\text{I}^-) = 0,62\text{V}}$$



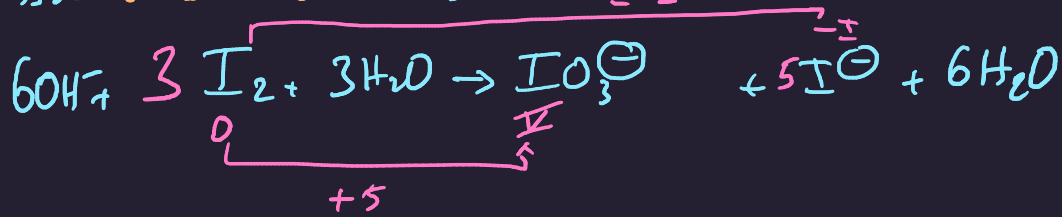
$$E = E^\circ(\text{ADA}/\text{AscH}_2) + \frac{0,06}{2} \log \frac{[\text{ADA}]}{[\text{AscH}_2]}$$

À pH=0 R=1

$E = E^\circ(\text{ADA}/\text{AscH}_2) = 0,13\text{V}$

↗  
égaux à la frontière

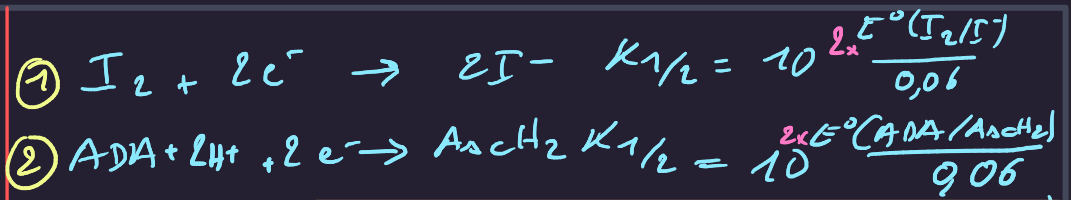
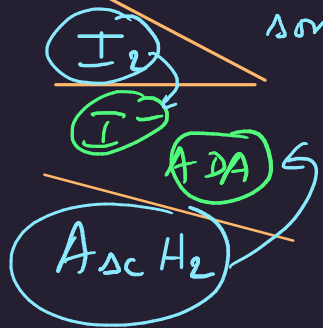
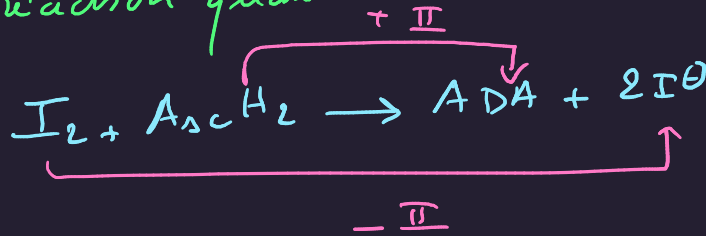
II-1 Il faut être en solution acide pour avoir I<sub>2</sub>. En milieu basique, on observe sa dismutation selon



II-2

Les domaines de I<sub>2</sub> et AscH<sub>2</sub> sont disjoints de plus de 0,3V,

réaction quantitative selon



① - ②

$$K = 10^{\frac{E^\circ(\text{I}_2/\text{I}^-) - E^\circ(\text{ADA}/\text{AscH}_2)}{0,03}}$$

0,13                      0,62                      0,13

$$= 10^{16}$$

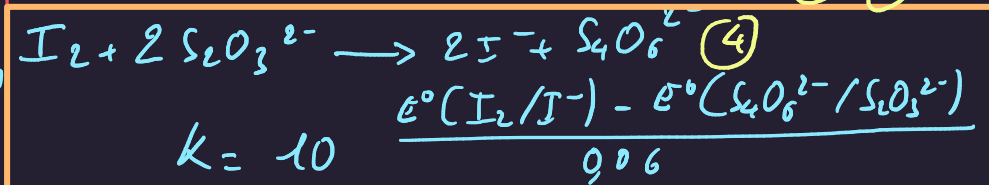
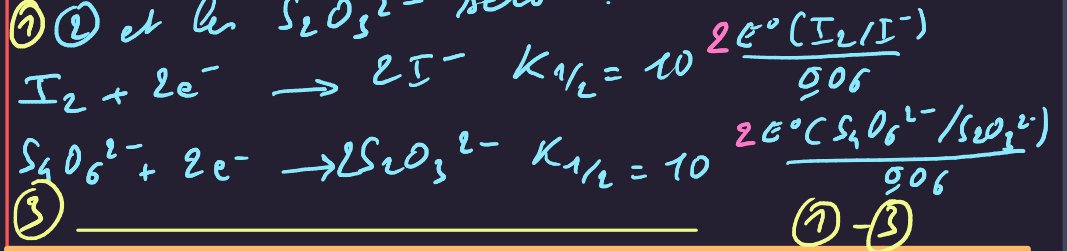
III-1

I<sub>2</sub>

I<sup>-</sup>

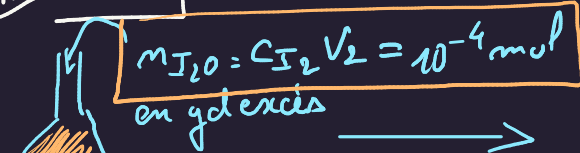
I<sub>2</sub> et S<sub>2</sub>O<sub>3</sub><sup>2-</sup> ont des domaines disjoints de plus de 0,3V →  
S<sub>4</sub>O<sub>6</sub><sup>2-</sup> réaction quantitative entre les  
..... I<sub>2</sub> restant à l'issue de l'étape  
S<sub>2</sub>O<sub>3</sub><sup>2-</sup>

① ② et la S<sub>2</sub>O<sub>3</sub><sup>2-</sup> selon :





III-2-a



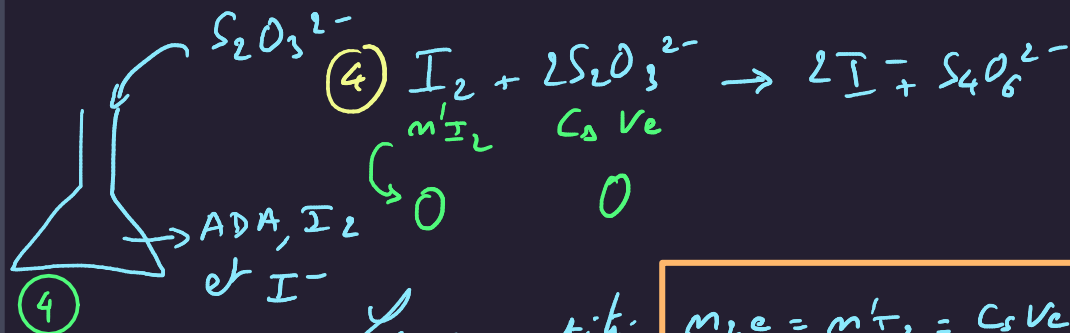
jus d'orange

(3)  $m_{AsCH_2}$

avec  
 $AsCH_2$   
réagit

$m_{ADA} = m_{AsCH_2}$

$m'_{I_2} < m_{I_2}$

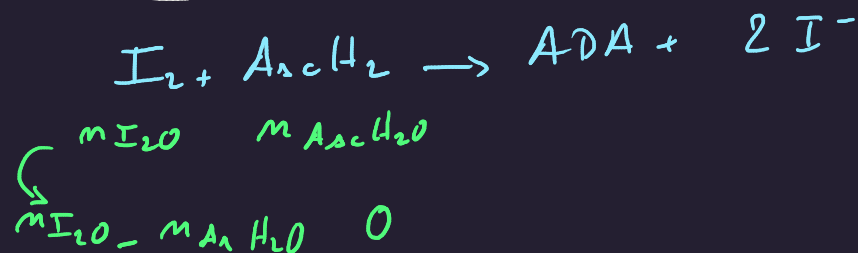


La quantité  
a réagi

$$m_{I_2} = m'_{I_2} = \frac{C_s V_e}{2} = 6.2 \cdot 10^{-5} \text{ mol}$$

$I_2$  est jaune/orange  $\rightarrow$  sa coloration disparaît dans la réaction (4)

III-2-b) à l'étape 3:



On a  $G_{V_e} = m'_{I_2} = m_{I_2} - m_{AsCH_2}$

$m_{AsCH_2} = V_0 C_{AsCH_2} = m_{I_2} - C_s V_e$

$$C_{AsCH_2} = \frac{C_{I_2} V_2 - G_{V_e} / 2}{V_0} = 3.8 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

Avec

$\pi(C) = 12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$\pi(O) = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$   $\pi(AsCH_2) = 174 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

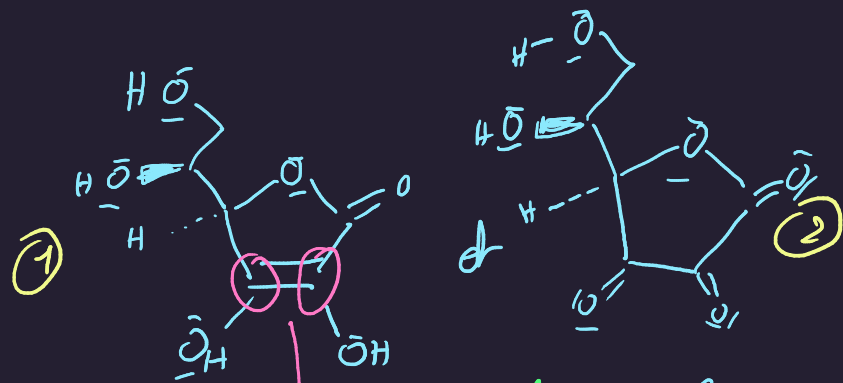
$\pi(H) = 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$C_{AsCH_2} = 0.66 \text{ g} \cdot L^{-1}$$

III-3-a) La réaction entre  $I_2$  et  $AsCH_2$  doit être lente bien que quantitative. On aurait pu réaliser un dosage direct de  $AsCH_2$  par  $I_2$ , on observant la persistance de  $I_2$  à l'équivalence, mais cette lenteur rend ce protocole inutilisable

III-3-b) Le potentiel standard  $E^\circ(ADA/AsCH_2)$  est  $<$  à  $E^\circ(O_2/H_2O)$ , la vitamine C est un réducteur qui protégera de l'oxydation par  $O_2$

III - 3c Entre les 2 structures



Ces 2 carbones voient **chacun** leur nombre d'oxydation augmenter de **+1** car en passant de ① à ② ils remplacent 1 liaison **C-C** par 1 liaison **C-O**, ie avec 1 élément plus électronégatif qu'eux-mêmes. Ceci correspond bien à un gain de n.o. de **+II**