

Force de Laplace

Julien Cubizolles

Lycée Louis le Grand

Vendredi 10 juin 2022

Force de Laplace

Julien Cubizolles

Lycée Louis le Grand

Vendredi 10 juin 2022

- ▶ les moteurs électriques utilisent un champ magnétique pour mettre un objet en rotation, en utilisant la **force de Laplace** (en première approximation)

- ▶ les moteurs électriques utilisent un champ magnétique pour mettre un objet en rotation, en utilisant la **force de Laplace** (en première approximation)
- ▶ on l'étudie pour un système en translation, puis en rotation

- ▶ les moteurs électriques utilisent un champ magnétique pour mettre un objet en rotation, en utilisant la **force de Laplace** (en première approximation)
- ▶ on l'étudie pour un système en translation, puis en rotation
- ▶ on étend cette étude macroscopique à tout dipôle magnétique, un aimant ou d'un atome

1. Rails de Laplace : Force et puissance

2. Rotation d'une spire rectangulaire dans un champ magnétique uniforme

3. Cas d'un moment magnétique

1. Rails de Laplace : Force et puissance

1.1 Observation

1.2 Puissance de la force de Laplace

2. Rotation d'une spire rectangulaire dans un champ magnétique uniforme

3. Cas d'un moment magnétique

Mise en mouvement d'une barre

- ▶ barre conductrice sur des rails conducteurs
- ▶ circuit fermé, alimenté par un générateur de courant continu
- ▶ placé dans l'entrefer d'un aimant en U

Mise en mouvement d'une barre

- ▶ barre conductrice sur des rails conducteurs
- ▶ circuit fermé, alimenté par un générateur de courant continu
- ▶ placé dans l'entrefer d'un aimant en U

Mise en mouvement d'une barre

- ▶ la barre est accélérée par une force $\overrightarrow{F_{\mathcal{L}a}}$, orthogonale à \vec{B} et à la direction du courant I

Mise en mouvement d'une barre

- ▶ la barre est accélérée par une force $\overrightarrow{F_{\mathcal{L}a}}$, orthogonale à \vec{B} et à la direction du courant I
- ▶ la direction de la force change avec celle du courant

Définition

Force de Laplace

Un conducteur **rectiligne** de longueur ℓ , dirigé par \vec{e}_ℓ , parcouru par un courant d'intensité i selon \vec{e}_ℓ et placé dans un champ magnétique uniforme \vec{B}_0 subit une force dite **de Laplace**, notée $\vec{F}_{\mathcal{L}a}$, **orthogonale** à la direction du courant et à celle de \vec{B}_0 donnée par :

$$\vec{F}_{\mathcal{L}a} = i\ell \vec{e}_\ell \wedge \vec{B}_0.$$

Définition

Force de Laplace

Un conducteur **rectiligne** de longueur ℓ , dirigé par \vec{e}_ℓ , parcouru par un courant d'intensité i selon \vec{e}_ℓ et placé dans un champ magnétique uniforme \vec{B}_0 subit une force dite **de Laplace**, notée $\vec{F}_{\mathcal{L}a}$, **orthogonale** à la direction du courant et à celle de \vec{B}_0 donnée par :

$$\vec{F}_{\mathcal{L}a} = i\ell \vec{e}_\ell \wedge \vec{B}_0.$$

- intensité maximale quand $\vec{B}_0 \perp \vec{e}_\ell$

Définition

Force de Laplace

Un conducteur **rectiligne** de longueur ℓ , dirigé par \vec{e}_ℓ , parcouru par un courant d'intensité i selon \vec{e}_ℓ et placé dans un champ magnétique uniforme \vec{B}_0 subit une force dite **de Laplace**, notée $\vec{F}_{\mathcal{L}a}$, **orthogonale** à la direction du courant et à celle de \vec{B}_0 donnée par :

$$\vec{F}_{\mathcal{L}a} = i\ell \vec{e}_\ell \wedge \vec{B}_0.$$

- ▶ intensité maximale quand $\vec{B}_0 \perp \vec{e}_\ell$
- ▶ i est **algébrique**, positif si le courant circule effectivement dans le sens de \vec{e}_ℓ

Définition

Force de Laplace

Un conducteur **rectiligne** de longueur ℓ , dirigé par \vec{e}_ℓ , parcouru par un courant d'intensité i selon \vec{e}_ℓ et placé dans un champ magnétique uniforme \vec{B}_0 subit une force dite **de Laplace**, notée $\vec{F}_{\mathcal{L}a}$, **orthogonale** à la direction du courant et à celle de \vec{B}_0 donnée par :

$$\vec{F}_{\mathcal{L}a} = i\ell \vec{e}_\ell \wedge \vec{B}_0.$$

- ▶ intensité maximale quand $\vec{B}_0 \perp \vec{e}_\ell$
- ▶ i est **algébrique**, positif si le courant circule effectivement dans le sens de \vec{e}_ℓ
- ▶ pour $i = 10\text{A}$, $\ell = 10\text{cm}$, $B_0 = 1 \cdot 10^{-2}\text{T}$ et une barre de masse 10g , accélération de $1\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

Définition

Force de Laplace

Un conducteur **rectiligne** de longueur ℓ , dirigé par \vec{e}_ℓ , parcouru par un courant d'intensité i selon \vec{e}_ℓ et placé dans un champ magnétique uniforme \vec{B}_0 subit une force dite **de Laplace**, notée $\vec{F}_{\mathcal{L}a}$, **orthogonale** à la direction du courant et à celle de \vec{B}_0 donnée par :

$$\vec{F}_{\mathcal{L}a} = i\ell \vec{e}_\ell \wedge \vec{B}_0.$$

- ▶ intensité maximale quand $\vec{B}_0 \perp \vec{e}_\ell$
- ▶ i est **algébrique**, positif si le courant circule effectivement dans le sens de \vec{e}_ℓ
- ▶ pour $i = 10\text{A}$, $\ell = 10\text{cm}$, $B_0 = 1 \cdot 10^{-2}\text{T}$ et une barre de masse 10g , accélération de $1\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
- ▶ ☠ dans la manip, \vec{B} n'est pas rigoureusement uniforme sur toute la barre

Cas général

si \vec{B} n'est pas uniforme, si le conducteur n'est pas rectiligne ?

Force de Laplace élémentaire

La force de Laplace subie par un conducteur élémentaire $\delta \ell$ parcouru par un courant d'intensité i selon $\delta \ell$ s'écrit :

$$\delta \vec{F}_{\mathcal{L}_a} = i \delta \vec{\ell} \wedge \vec{B},$$

Une nouvelle force ?

- ▶ la force de Laplace est la manifestation macroscopique de la force de Lorentz magnétique due à \vec{B}_0

Une nouvelle force ?

- ▶ la force de Laplace est la manifestation macroscopique de la force de Lorentz magnétique due à \vec{B}_0
- ▶ dans un conducteur neutre qui contraint la trajectoire des porteurs de charge

Une nouvelle force ?

- ▶ la force de Laplace est la manifestation macroscopique de la force de Lorentz magnétique due à \vec{B}_0
- ▶ dans un conducteur neutre qui contraint la trajectoire des porteurs de charge
- ▶ elle tient compte de toutes les interactions électromagnétiques des charges (mobiles et immobiles) entre elles et avec le champ extérieur

Une nouvelle force ?

- ▶ la force de Laplace est la manifestation macroscopique de la force de Lorentz magnétique due à \vec{B}_0
- ▶ dans un conducteur neutre qui contraint la trajectoire des porteurs de charge
- ▶ elle tient compte de toutes les interactions électromagnétiques des charges (mobiles et immobiles) entre elles et avec le champ extérieur
- ▶ dans l'expérience du rail, l'énergie cinétique fournie à la barre est fournie sous forme électrique par le générateur

Une nouvelle force ?

- ▶ la force de Laplace est la manifestation macroscopique de la force de Lorentz magnétique due à \vec{B}_0
- ▶ dans un conducteur neutre qui contraint la trajectoire des porteurs de charge
- ▶ elle tient compte de toutes les interactions électromagnétiques des charges (mobiles et immobiles) entre elles et avec le champ extérieur
- ▶ dans l'expérience du rail, l'énergie cinétique fournie à la barre est fournie sous forme électrique par le générateur
- ▶ à la base de l'ancienne définition de l'Ampère ($2 \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ entre 2 fils distants d'1 m)

Champ magnétique extérieur et champ magnétique propre

- ▶ le champ magnétique dans le circuit est la somme vectorielle

Champ magnétique extérieur et champ magnétique propre

- ▶ le champ magnétique dans le circuit est la somme vectorielle
 - ▶ du champ **extérieur** \vec{B}_{ext} imposé par les aimants/bobines de Helmholtz

Champ magnétique extérieur et champ magnétique propre

- ▶ le champ magnétique dans le circuit est la somme vectorielle
 - ▶ du champ **extérieur** \vec{B}_{ext} imposé par les aimants/bobines de Helmholtz
 - ▶ du champ **propre** \vec{B}_p créé par le courant parcourant le circuit

Champ magnétique extérieur et champ magnétique propre

- ▶ le champ magnétique dans le circuit est la somme vectorielle
 - ▶ du champ **extérieur** \vec{B}_{ext} imposé par les aimants/bobines de Helmholtz
 - ▶ du champ **propre** \vec{B}_p créé par le courant parcourant le circuit
- ▶ la résultante des forces de Laplace **du champ magnétique du barreau mobile** sur lui-même est nulle par symétrie

Champ magnétique extérieur et champ magnétique propre

- ▶ le champ magnétique dans le circuit est la somme vectorielle
 - ▶ du champ **extérieur** \vec{B}_{ext} imposé par les aimants/bobines de Helmholtz
 - ▶ du champ **propre** \vec{B}_p créé par le courant parcourant le circuit
- ▶ la résultante des forces de Laplace **du champ magnétique du barreau mobile** sur lui-même est nulle par symétrie
- ▶ pour le reste du circuit $B_p \ll B_{ext}$. Exemple des rails

Champ magnétique extérieur et champ magnétique propre

- ▶ le champ magnétique dans le circuit est la somme vectorielle
 - ▶ du champ **extérieur** \vec{B}_{ext} imposé par les aimants/bobines de Helmholtz
 - ▶ du champ **propre** \vec{B}_p créé par le courant parcourant le circuit
- ▶ la résultante des forces de Laplace **du champ magnétique du barreau mobile** sur lui-même est nulle par symétrie
- ▶ pour le reste du circuit $B_p \ll B_{ext}$. Exemple des rails
 - ▶ $B_{ext} \simeq 1 \cdot 10^{-2} \text{ T}$

Champ magnétique extérieur et champ magnétique propre

- ▶ le champ magnétique dans le circuit est la somme vectorielle
 - ▶ du champ **extérieur** \vec{B}_{ext} imposé par les aimants/bobines de Helmholtz
 - ▶ du champ **propre** \vec{B}_p créé par le courant parcourant le circuit
- ▶ la résultante des forces de Laplace **du champ magnétique du barreau mobile** sur lui-même est nulle par symétrie
- ▶ pour le reste du circuit $B_p \ll B_{ext}$. Exemple des rails
 - ▶ $B_{ext} \simeq 1 \cdot 10^{-2} \text{ T}$
 - ▶ ordre de grandeur : $B_p \simeq \mu_0 I / (2\pi r) \simeq 2 \cdot 10^{-3} \text{ T}$ en utilisant le champ du fil rectiligne infini à sa périphérie avec $r = 1 \text{ mm}$

Champ magnétique extérieur et champ magnétique propre

- ▶ le champ magnétique dans le circuit est la somme vectorielle
 - ▶ du champ **extérieur** \vec{B}_{ext} imposé par les aimants/bobines de Helmholtz
 - ▶ du champ **propre** \vec{B}_p créé par le courant parcourant le circuit
- ▶ la résultante des forces de Laplace **du champ magnétique du barreau mobile** sur lui-même est nulle par symétrie
- ▶ pour le reste du circuit $B_p \ll B_{ext}$. Exemple des rails
 - ▶ $B_{ext} \simeq 1 \cdot 10^{-2} \text{ T}$
 - ▶ ordre de grandeur : $B_p \simeq \mu_0 I / (2\pi r) \simeq 2 \cdot 10^{-3} \text{ T}$ en utilisant le champ du fil rectiligne infini à sa périphérie avec $r = 1 \text{ mm}$
 - ▶ ord au milieu de la barre : $B_p \simeq \mu_0 I / (\ell \pi) \simeq 4 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ avec $\ell = 10 \text{ cm}$

1. Rails de Laplace : Force et puissance

1.1 Observation

1.2 Puissance de la force de Laplace

2. Rotation d'une spire rectangulaire dans un champ magnétique uniforme

3. Cas d'un moment magnétique

Expression

Puissance de la force de Laplace

dans l'expérience du rail de Laplace, avec v_ℓ la composante de la vitesse selon $\vec{e}_\ell \wedge \vec{B}_0$ et avec $\vec{B}_0 \perp \vec{e}_\ell$:

$$\mathcal{P}(\vec{F}_{\mathcal{L}a}) = iB_0\ell v_\ell$$

Expression

Puissance de la force de Laplace

dans l'expérience du rail de Laplace, avec v_ℓ la composante de la vitesse selon $\vec{e}_\ell \wedge \vec{B}_0$ et avec $\vec{B}_0 \perp \vec{e}_\ell$:

$$\mathcal{P}(\vec{F}_{\mathcal{L}a}) = iB_0\ell v_\ell$$

- $\mathcal{P}(\vec{F}_{\mathcal{L}a})$ positive ou négative, selon le signe de v_ℓ

Expression

Puissance de la force de Laplace

dans l'expérience du rail de Laplace, avec v_ℓ la composante de la vitesse selon $\vec{e}_\ell \wedge \vec{B}_0$ et avec $\vec{B}_0 \perp \vec{e}_\ell$:

$$\mathcal{P}(\vec{F}_{\mathcal{L}a}) = iB_0\ell v_\ell$$


- ▶ $\mathcal{P}(\vec{F}_{\mathcal{L}a})$ positive ou négative, selon le signe de v_ℓ
- ▶ pour $v = 0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et les mêmes paramètres :
 $\mathcal{P}(\vec{F}_{\mathcal{L}a}) \simeq 1 \cdot 10^{-3} \text{ W}$: on atteint le kW dans une perceuse, le MW dans une motrice de TGV

Expression

Puissance de la force de Laplace

dans l'expérience du rail de Laplace, avec v_ℓ la composante de la vitesse selon $\vec{e}_\ell \wedge \vec{B}_0$ et avec $\vec{B}_0 \perp \vec{e}_\ell$:

$$\mathcal{P}(\vec{F}_{\mathcal{L}a}) = iB_0\ell v_\ell$$

- ▶ $\mathcal{P}(\vec{F}_{\mathcal{L}a})$ positive ou négative, selon le signe de v_ℓ
- ▶ pour $v = 0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et les mêmes paramètres :
 $\mathcal{P}(\vec{F}_{\mathcal{L}a}) \simeq 1 \cdot 10^{-3} \text{ W}$: on atteint le kW dans une perceuse, le MW dans une motrice de TGV
- ▶  la force magnétique de Lorentz **ne travaille pas** mais la force de Laplace **peut travailler** car la vitesse des porteurs de charge et celle du conducteur n'ont pas la même **direction**

1. Rails de Laplace : Force et puissance

2. Rotation d'une spire rectangulaire dans un champ magnétique uniforme

3. Cas d'un moment magnétique

1. Rails de Laplace : Force et puissance

2. Rotation d'une spire rectangulaire dans un champ magnétique uniforme

2.1 Couple de la force de Laplace

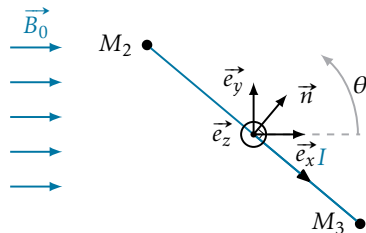
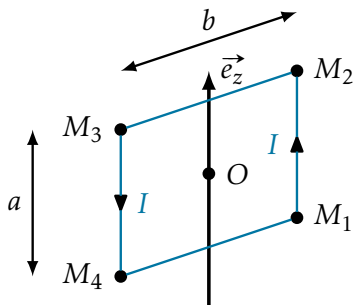
2.2 Puissance des forces de Laplace

3. Cas d'un moment magnétique

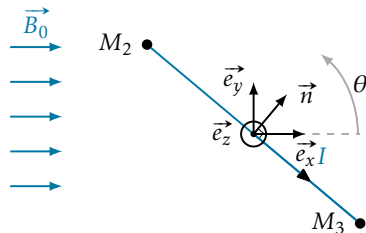
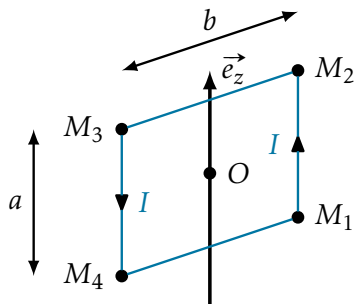
Dispositif

- ▶ les moteurs utilisent des systèmes en rotation
- ▶ avec \vec{B} uniforme, un circuit fermé peut subir un **couple** non nul

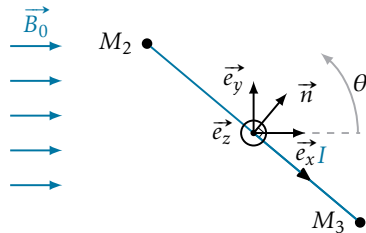
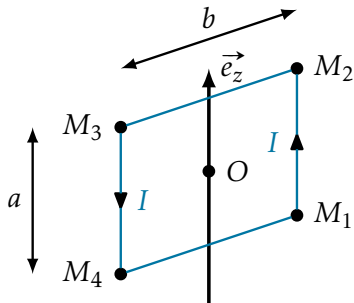
Dispositif



Dispositif

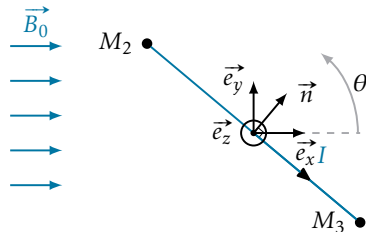
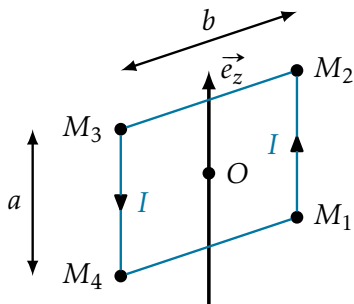


Dispositif



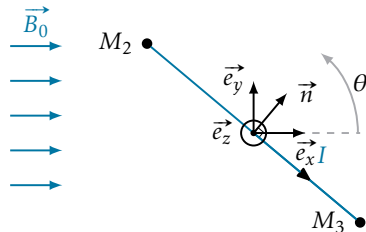
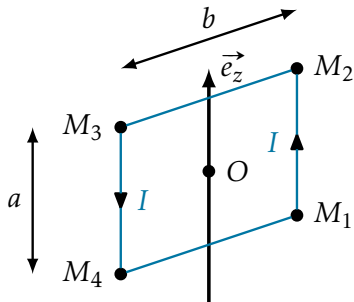
- la spire est mobile **en rotation** autour de Δ_z par une liaison pivot

Dispositif



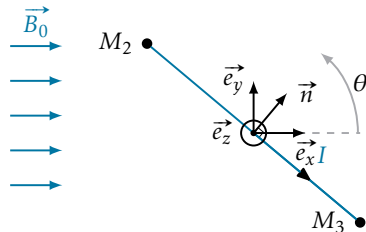
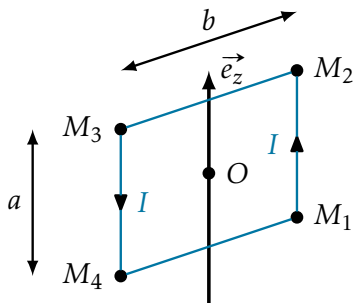
- ▶ la spire est mobile **en rotation** autour de Δ_z par une liaison pivot
- ▶ on choisit une **orientation** du circuit $M_1 \rightarrow M_2 \rightarrow M_3 \rightarrow M_4$

Dispositif



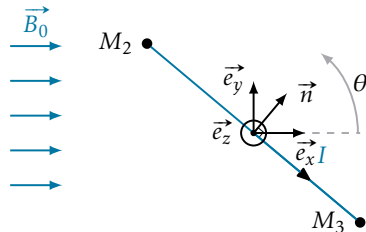
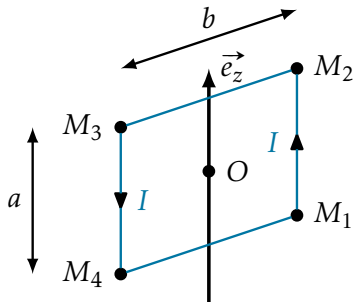
- ▶ la spire est mobile **en rotation** autour de Δ_z par une liaison pivot
- ▶ on choisit une **orientation** du circuit $M_1 \rightarrow M_2 \rightarrow M_3 \rightarrow M_4$
- ▶ cette orientation définit :

Dispositif



- ▶ la spire est mobile **en rotation** autour de Δ_z par une liaison pivot
- ▶ on choisit une **orientation** du circuit $M_1 \rightarrow M_2 \rightarrow M_3 \rightarrow M_4$
- ▶ cette orientation définit :
 - ▶ le sens positif pour l'intensité I

Dispositif



- ▶ la spire est mobile **en rotation** autour de Δ_z par une liaison pivot
- ▶ on choisit une **orientation** du circuit $M_1 \rightarrow M_2 \rightarrow M_3 \rightarrow M_4$
- ▶ cette orientation définit :
 - ▶ le sens positif pour l'intensité I
 - ▶ un vecteur unitaire \vec{n} **normal** à la surface de la spire avec la règle de la **main droite**

Actions exercées sur le cadre

Moment résultant d'une force linéique uniforme


Soit une force linéique \vec{f} s'exerçant sur un contour \mathcal{C} ; la force élémentaire $\delta \vec{F}$ sur un segment élémentaire $\delta \vec{\ell}$ au voisinage d'un point M est : $\delta \vec{F} = \vec{f}(M) \delta \ell$.

Si la force est **uniforme**, ie $\vec{f}(M) = \vec{f}_0 = \text{cste}$ pour tout point M , le moment des forces élémentaires s'exerçant sur le contour est le même que celui de la **résultante** de ces forces élémentaires appliquée au **barycentre** de \mathcal{C} .

En particulier pour un segment $[M_1 M_2]$ de milieu C , on a, pour tout point O

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_{/O}(\vec{F}) = M_1 M_2 \overrightarrow{OC} \wedge \vec{f}_0$$

Actions exercées sur le cadre

- ▶  il s'agit ici du barycentre **géométrique**, rien à voir a priori avec la masse
- ▶ cas de $\vec{F}_{\mathcal{L}a}$ pour un champ magnétique uniforme sur un segment $[M_1M_2]$:

$$\vec{f}_0 = I_{M_1 \rightarrow M_2} \vec{e}_{M_1 \rightarrow M_2} \wedge \vec{B}_0 \rightarrow \vec{\mathcal{M}}_{/O}(\vec{F}) = I_{M_1 \rightarrow M_2} \vec{OC} \wedge (\vec{M_1M_2} \wedge \vec{B}_0)$$

$\vec{F}_{\mathcal{L}a}$ s'applique au milieu du segment

- ▶ valable aussi pour des distributions surfaciques ou volumiques : dans \vec{g} uniforme, le poids s'applique au centre de masse d'un objet
- ▶ dans le cas de \vec{g} , le résultat est valable même si l'objet n'est pas uniforme, car le centre de masse est défini même pour un objet de masse volumique non uniforme

Actions exercées sur le cadre

- ▶ la **résultante** des forces de Laplace est **nulle** car les forces sur deux éléments diamétralement opposés se compensent

Actions exercées sur le cadre

- ▶ la **résultante** des forces de Laplace est **nulle** car les forces sur deux éléments diamétralement opposés se compensent
- ▶ le **moment résultant** n'est cependant pas nul : on a un $\mathcal{M}_{|O_z}(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}_a}})$

Actions exercées sur le cadre

- ▶ la **résultante** des forces de Laplace est **nulle** car les forces sur deux éléments diamétralement opposés se compensent
- ▶ le **moment résultant** n'est cependant pas nul : on a un $\mathcal{M}_{|Oz}(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}a}})$
- ▶ la liaison pivot bloque les rotations autour de \vec{e}_x et \vec{e}_y

Actions exercées sur le cadre

- ▶ la **résultante** des forces de Laplace est **nulle** car les forces sur deux éléments diamétralement opposés se compensent
- ▶ le **moment résultant** n'est cependant pas nul : on a un $\mathcal{M}_{|Oz}(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}a}})$
- ▶ la liaison pivot bloque les rotations autour de \vec{e}_x et \vec{e}_y
- ▶ les segments horizontaux ne contribuent pas à $\mathcal{M}_{|Oz}(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}a}})$

Actions exercées sur le cadre

- ▶ la **résultante** des forces de Laplace est **nulle** car les forces sur deux éléments diamétralement opposés se compensent
- ▶ le **moment résultant** n'est cependant pas nul : on a un $\mathcal{M}_{|Oz}(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}a}})$
- ▶ la liaison pivot bloque les rotations autour de \vec{e}_x et \vec{e}_y
- ▶ les segments horizontaux ne contribuent pas à $\mathcal{M}_{|Oz}(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}a}})$
- ▶ pour les segments verticaux :

Actions exercées sur le cadre

- ▶ la **résultante** des forces de Laplace est **nulle** car les forces sur deux éléments diamétralement opposés se compensent
- ▶ le **moment résultant** n'est cependant pas nul : on a un $\mathcal{M}_{/O_z}(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}_a}})$
- ▶ la liaison pivot bloque les rotations autour de \vec{e}_x et \vec{e}_y
- ▶ les segments horizontaux ne contribuent pas à $\mathcal{M}_{/O_z}(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}_a}})$
- ▶ pour les segments verticaux :
 - ▶ les résultantes sur chaque segment sont $\pm IaB_0\vec{e}_y$

Actions exercées sur le cadre

- ▶ la **résultante** des forces de Laplace est **nulle** car les forces sur deux éléments diamétralement opposés se compensent
- ▶ le **moment résultant** n'est cependant pas nul : on a un $\mathcal{M}_{|Oz}(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}a}})$
- ▶ la liaison pivot bloque les rotations autour de \vec{e}_x et \vec{e}_y
- ▶ les segments horizontaux ne contribuent pas à $\mathcal{M}_{|Oz}(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}a}})$
- ▶ pour les segments verticaux :
 - ▶ les résultantes sur chaque segment sont $\pm IaB_0\vec{e}_y$
 - ▶ les bras de levier sont $b/2 \sin(\theta)$ et chaque segment contribue dans le même sens :

$$\mathcal{M}_{|Oz}(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}a}}) = -iabB_0 \sin(\theta).$$

1. Rails de Laplace : Force et puissance

2. Rotation d'une spire rectangulaire dans un champ magnétique uniforme

2.1 Couple de la force de Laplace

2.2 Puissance des forces de Laplace

3. Cas d'un moment magnétique

Cas de la spire carrée

- ▶ en mécanique du solide

$$\mathcal{P}(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}_a}}) = \mathcal{M}_{|O_z}(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}_a}})\omega_z = -iabB_0 \sin(\theta)\dot{\theta}.$$

Cas de la spire carrée

- ▶ en mécanique du solide

$$\mathcal{P}(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}_a}}) = \mathcal{M}_{|O_z}(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}_a}})\omega_z = -iabB_0 \sin(\theta)\dot{\theta}.$$

- ▶ on peut aussi calculer la puissance sur chaque segment mais c'est plus lourd...

Cas de la spire carrée

- ▶ en mécanique du solide

$$\mathcal{P}(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}_a}}) = \mathcal{M}_{|O_z}(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}_a}})\omega_z = -iabB_0 \sin(\theta)\dot{\theta}.$$

- ▶ on peut aussi calculer la puissance sur chaque segment mais c'est plus lourd...
- ▶ elle varie selon l'orientation relative de la spire et \vec{B} :

Cas de la spire carrée

- ▶ en mécanique du solide

$$\mathcal{P}(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}_a}}) = \mathcal{M}_{|O_z}(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}_a}})\omega_z = -iabB_0 \sin(\theta)\dot{\theta}.$$

- ▶ on peut aussi calculer la puissance sur chaque segment mais c'est plus lourd...
- ▶ elle varie selon l'orientation relative de la spire et \vec{B} :
 - ▶ nulle quand \vec{B} est orthogonal au plan de la spire

Cas de la spire carrée

- ▶ en mécanique du solide

$$\mathcal{P}(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}_a}}) = \mathcal{M}_{|O_z}(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}_a}})\omega_z = -iabB_0 \sin(\theta)\dot{\theta}.$$

- ▶ on peut aussi calculer la puissance sur chaque segment mais c'est plus lourd...
- ▶ elle varie selon l'orientation relative de la spire et \vec{B} :
 - ▶ nulle quand \vec{B} est orthogonal au plan de la spire
 - ▶ max en norme quand \vec{B} lui est tangent

1. Rails de Laplace : Force et puissance

2. Rotation d'une spire rectangulaire dans un champ magnétique uniforme

3. Cas d'un moment magnétique

on a $\vec{m} = iab\vec{n}$

1. Rails de Laplace : Force et puissance

2. Rotation d'une spire rectangulaire dans un champ magnétique uniforme

3. Cas d'un moment magnétique

3.1 Moment par rapport à l'axe en fonction du moment magnétique

3.2 Puissance et énergie potentielle

3.3 Effet moteur d'un champ tournant

Expression en fonction du moment magnétique

On admet l'extension à tout moment magnétique :

Expression en fonction du moment magnétique

On admet l'extension à tout moment magnétique :

Moment par rapport à l'axe des forces de Laplace

Le couple des forces de Laplace exercé sur un dipôle magnétique \vec{m} par un champ \vec{B} est :

$$\vec{\mathcal{C}}(\vec{F}_{\mathcal{L}_a}) = \vec{m} \wedge \vec{B}_0.$$

Expression en fonction du moment magnétique

Moment par rapport à l'axe des forces de Laplace

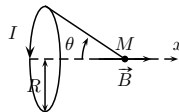
Le couple des forces de Laplace exercé sur un dipôle magnétique \vec{m} par un champ \vec{B} est :

$$\vec{\mathcal{C}}(\vec{F}_{\mathcal{L}a}) = \vec{m} \wedge \vec{B}_0.$$

- ▶ on n'a regardé que $\mathcal{M}_{IO_z}(\vec{F}_{\mathcal{L}a})$, les autres composantes sont ici nulles car on maintient la spire verticale
- ▶ comme la résultante est nulle, on a bien un **couple**, indépendant du point de calcul
- ▶ on **constate** que c'est le cas pour la spire rectangulaire, on **admet** que c'est valable dans tous les cas
- ▶ cette formule permet de retrouver rapidement le cas de toute spire **non rectangulaire**
- ▶ valable également pour le dipôle magnétique d'un électron, proton, atome
- ▶ valable localement pour \vec{B} non uniforme si le circuit est petit devant l'échelle des variations de \vec{B}

Exercice : boussole des tangentes

On place une boussole au centre d'une paire de bobines de Helmholtz de rayon $R = 15 \text{ cm}$. Les bobines sont chacune formée d'un enroulement de $N = 10$ tours de fils, parcourus par un courant d'intensité I . Le courant est initialement nul.



- 1 L'intensité de la composante horizontale du champ magnétique terrestre vaut, dans le laboratoire, $B_{HT} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$. On aligne l'axe de symétrie de révolution des bobines de Helmholtz orthogonalement à la direction initiale de la boussole.
 - a. Le champ magnétique sur l'axe d'une spire est donné par la formule :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} (\sin(\theta))^3.$$

Déterminer l'expression du champ magnétique au centre des bobines de Helmholtz

- b. En déduire la valeur du courant I_{45} pour laquelle la nouvelle position d'équilibre de la boussole est tournée de 45° .
- 2 Le courant étant initialement nul, on le bascule à $t = 0$ à la valeur I_{45} . On observe des oscillations peu amorties de période $T = 0,8 \text{ s}$ autour de la nouvelle position d'équilibre, quand leur amplitude est faible.
 - a. Établir l'équation différentielle d'évolution de l'angle α entre la boussole et sa position d'équilibre. On fera intervenir le moment d'inertie J de la boussole et son moment magnétique m .
 - b. En déduire la valeur du rapport I/m .

Boussole des tangentes : correction

1 a.

$$B_{HZ} = \frac{\mu_0 NI}{R} \left(\frac{4}{5} \right)^{3/2}.$$

b. On veut $B_{HZ} = B_{HT}$, $I = 7,8 \cdot 10^{-1} \text{ A}$. On aura alors un champ d'intensité $B_{tot} = \sqrt{2} B_{HT} = 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ T}$.

2 a.

$$J \ddot{\alpha} = -m B_{tot} \sin(\theta) \simeq -m B_{tot} \theta,$$

de période $T = 2\pi \sqrt{J/(mB)}$. b. On calcule :

$$\frac{J}{m} = \frac{T^2 B_{tot}}{4\pi^2} = 4,5 \cdot 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{A}^{-1}.$$

1. Rails de Laplace : Force et puissance

2. Rotation d'une spire rectangulaire dans un champ magnétique uniforme

3. Cas d'un moment magnétique

3.1 Moment par rapport à l'axe en fonction du moment magnétique

3.2 Puissance et énergie potentielle

3.3 Effet moteur d'un champ tournant

Puissance des force de Laplace sur un moment magnétique

La puissance des forces de Laplace subies par un moment magnétique \vec{m} plongé dans un champ magnétique \vec{B} et en rotation autour d'un axe Δ est :

$$\mathcal{P}(\vec{F}_{\mathcal{L}_a}) = -m_{\perp} B_{\perp} \sin(\theta) \dot{\theta},$$

avec B_{\perp} et m_{\perp} les normes des composantes de \vec{B} et \vec{m} orthogonales à Δ et θ l'angle entre les projections de \vec{B} et de \vec{m} orthogonalement à Δ .

- ▶ ☠ l'axe de rotation n'est ici pas forcément fixe mais le théorème reste vrai car on étudie la rotation autour de son centre d'inertie
- ▶ la plupart du temps \vec{m} et \vec{B} seront orthogonaux à l'axe Δ considéré et $\mathcal{P}(\vec{F}_{\mathcal{L}_a}) = -mB \sin(\theta) \dot{\theta}$, **à apprendre avec le schéma**
- ▶ elle varie selon l'orientation relative de \vec{m} et \vec{B} :
 - ▶ nulle quand \vec{B} est parallèle à \vec{m}
 - ▶ maximale en norme quand \vec{B} est orthogonal à \vec{m}

Énergie potentielle d'un moment magnétique rigide dans un champ magnétique

Énergie potentielle d'un moment magnétique rigide dans un champ magnétique

- ▶ la puissance s'écrit comme la dérivée d'une fonction de la **position**

Énergie potentielle d'un moment magnétique rigide dans un champ magnétique

- ▶ la puissance s'écrit comme la dérivée d'une fonction de la **position**
- ▶ la force de Laplace est donc, dans ce cas, **conservative**

Énergie potentielle d'un moment magnétique rigide dans un champ magnétique

- ▶ la puissance s'écrit comme la dérivée d'une fonction de la **position**
- ▶ la force de Laplace est donc, dans ce cas, **conservative**
- ▶ on a

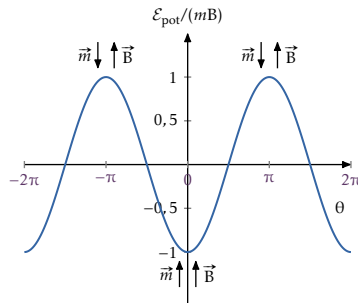
$$d\mathcal{E}_{\text{pot}} = -\mathcal{P}(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}_a}}) dt \rightarrow \mathcal{E}_{\text{pot}} = -m_{\perp} B_{\perp} \cos(\theta) + \text{cste}$$

Énergie potentielle d'un moment magnétique rigide dans un champ magnétique

Énergie potentielle d'un moment magnétique rigide dans un champ magnétique

Les actions de Laplace exercées sur un dipôle magnétique **rigide** sont **conservatives**. On peut leur associer l'énergie potentielle :

$$\mathcal{E}_{\text{pot}} = -\vec{m} \cdot \vec{B}.$$

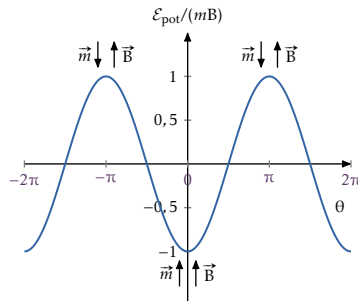


Énergie potentielle d'un moment magnétique rigide dans un champ magnétique

Énergie potentielle d'un moment magnétique rigide dans un champ magnétique

Les actions de Laplace exercées sur un dipôle magnétique **rigide** sont **conservatives**. On peut leur associer l'énergie potentielle :

$$\mathcal{E}_{\text{pot}} = -\vec{m} \cdot \vec{B}.$$



Positions d'équilibre

Il existe donc deux positions d'équilibre :

stable en $\theta = 0$, ie \vec{m} et \vec{B} colinéaires et de même sens

instable en $\theta = \pi$, ie \vec{m} et \vec{B} colinéaires et de sens opposés

Énergie potentielle d'un moment magnétique rigide dans un champ magnétique


Énergie potentielle d'un moment magnétique rigide dans un champ magnétique

- ▶ un dipôle rigide est tel que : \vec{m} de norme constante en fonction du temps, par exemple une spire **indéformable** parcourue par un **courant stationnaire** ou un aimant permanent d'aimantation **constante**



Énergie potentielle d'un moment magnétique rigide dans un champ magnétique

- ▶ un dipôle rigide est tel que : \vec{m} de norme constante en fonction du temps, par exemple une spire **indéformable** parcourue par un **courant stationnaire** ou un aimant permanent d'aimantation **constante**
- ▶ le dipôle est ici toujours à la **même position** : donc $\|\vec{B}\| = cste$, ce sera différent si le dipôle peut se déplacer dans \vec{B}



Énergie potentielle d'un moment magnétique rigide dans un champ magnétique

- ▶ un dipôle rigide est tel que : \vec{m} de norme constante en fonction du temps, par exemple une spire **indéformable** parcourue par un **courant stationnaire** ou un aimant permanent d'aimantation **constante**
- ▶ le dipôle est ici toujours à la **même position** : donc $\|\vec{B}\| = cste$, ce sera différent si le dipôle peut se déplacer dans \vec{B}
- ▶  dans une spire, les phénomènes d'**induction** pourront faire varier l'intensité : le dipôle ne sera plus rigide

Énergie potentielle d'un moment magnétique rigide dans un champ magnétique

- ▶ un dipôle rigide est tel que : \vec{m} de norme constante en fonction du temps, par exemple une spire **indéformable** parcourue par un **courant stationnaire** ou un aimant permanent d'aimantation **constante**
- ▶ le dipôle est ici toujours à la **même position** : donc $\|\vec{B}\| = cste$, ce sera différent si le dipôle peut se déplacer dans \vec{B}
- ▶  dans une spire, les phénomènes d'**induction** pourront faire varier l'intensité : le dipôle ne sera plus rigide
- ▶  de même la force de Laplace peut déformer une spire souple

Énergie potentielle d'un moment magnétique rigide dans un champ magnétique

- ▶ un dipôle rigide est tel que : \vec{m} de norme constante en fonction du temps, par exemple une spire **indéformable** parcourue par un **courant stationnaire** ou un aimant permanent d'aimantation **constante**
- ▶ le dipôle est ici toujours à la **même position** : donc $\|\vec{B}\| = cste$, ce sera différent si le dipôle peut se déplacer dans \vec{B}
- ▶  dans une spire, les phénomènes d'**induction** pourront faire varier l'intensité : le dipôle ne sera plus rigide
- ▶  de même la force de Laplace peut déformer une spire souple
- ▶ \vec{B} est toujours uniforme sur l'extension du dipôle à l'approximation dipolaire

1. Rails de Laplace : Force et puissance

2. Rotation d'une spire rectangulaire dans un champ magnétique uniforme

3. Cas d'un moment magnétique

3.1 Moment par rapport à l'axe en fonction du moment magnétique

3.2 Puissance et énergie potentielle

3.3 Effet moteur d'un champ tournant

Principe général

Principe général

- ▶ dans l'expérience d'Ørsted : l'aimant s'aligne rapidement avec la direction locale de \vec{B} (☠ on ne parle pas ici de force de Laplace)

Principe général

- ▶ dans l'expérience d'Ørsted : l'aimant s'aligne rapidement avec la direction locale de \vec{B} (💀 on ne parle pas ici de force de Laplace)
- ▶ pour entretenir cette rotation, il **suffit** de faire **tourner** \vec{B}

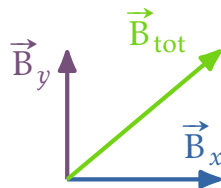
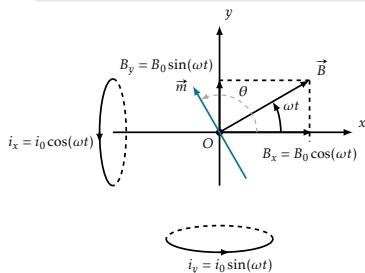
Principe général

- ▶ dans l'expérience d'Ørsted : l'aimant s'aligne rapidement avec la direction locale de \vec{B} (☠ on ne parle pas ici de force de Laplace)
- ▶ pour entretenir cette rotation, il **suffit** de faire **tourner** \vec{B}
- ▶ on peut faire tourner \vec{B} avec des électro-aimants **fixes** alimentés par un courant **variable**

Principe général

Champ tournant

Deux bobines **identiques**, d'axes de symétrie de révolution **orthogonaux**, placées à **égale distance** de l'intersection O de ces axes et parcourues par des courants sinusoïdaux de **même fréquence f** et **en quadrature** produisent, en O , un champ magnétique d'intensité **constante** dont la direction **tourne à la même fréquence f** .



Animation

- ▶ les champs ont même intensité
- ▶ leurs directions sont orthogonales
- ▶ déphasés de $p/2$
- ▶ on obtient un champ tournant de norme constante

- ▶ on étudiera le champ \vec{B} par une **des constructions de Fresnel** de B_x et B_y
- ▶ si l'aimant est petit et proche des centres des bobines, il voit un champ quasi uniforme, **variable**
- ▶ on peut aussi utiliser 3 bobines, déphasées de $\pi/3$, ou d'autres configurations

Étude qualitative du mouvement

- ▶ quand \vec{B} est stationnaire, \vec{m} tend à s'aligner colinéaire et de même sens que \vec{B}

Étude qualitative du mouvement

- ▶ quand \vec{B} est stationnaire, \vec{m} tend à s'aligner colinéaire et de même sens que \vec{B}
- ▶ atteint sa position d'équilibre avec un temps caractéristique τ à cause de frottements

Étude qualitative du mouvement

- ▶ quand \vec{B} est stationnaire, \vec{m} tend à s'aligner colinéaire et de même sens que \vec{B}
- ▶ atteint sa position d'équilibre avec un temps caractéristique τ à cause de frottements
- ▶ quand \vec{B} est tournant on peut observer un régime de rotation **synchrone** (ie à la fréquence f du champ tournant)

Étude qualitative du mouvement

- ▶ quand \vec{B} est stationnaire, \vec{m} tend à s'aligner colinéaire et de même sens que \vec{B}
- ▶ atteint sa position d'équilibre avec un temps caractéristique τ à cause de frottements
- ▶ quand \vec{B} est tournant on peut observer un régime de rotation **synchrone** (ie à la fréquence f du champ tournant)
 - ▶ on a des oscillations amorties autour du mouvement synchrone : $\theta(t) = \alpha(t) + \omega t$ avec $\alpha(t)$ qui s'amortit

Étude qualitative du mouvement

- ▶ quand \vec{B} est stationnaire, \vec{m} tend à s'aligner colinéaire et de même sens que \vec{B}
- ▶ atteint sa position d'équilibre avec un temps caractéristique τ à cause de frottements
- ▶ quand \vec{B} est tournant on peut observer un régime de rotation **synchrone** (ie à la fréquence f du champ tournant)
 - ▶ on a des oscillations amorties autour du mouvement synchrone : $\theta(t) = \alpha(t) + \omega t$ avec $\alpha(t)$ qui s'amortit
 - ▶ en l'absence d'autres actions mécaniques, le couple $\mathcal{C}_{/Oz}(\vec{F}_{\mathcal{L}a}) = -mB \sin(\theta)$ sur l'aimant est nul pour $\theta = 0$: il **tourne à vitesse constante**

Étude qualitative du mouvement

- ▶ quand \vec{B} est stationnaire, \vec{m} tend à s'aligner colinéaire et de même sens que \vec{B}
- ▶ atteint sa position d'équilibre avec un temps caractéristique τ à cause de frottements
- ▶ quand \vec{B} est tournant on peut observer un régime de rotation **synchrone** (ie à la fréquence f du champ tournant)
 - ▶ on a des oscillations amorties autour du mouvement synchrone : $\theta(t) = \alpha(t) + \omega t$ avec $\alpha(t)$ qui s'amortit
 - ▶ en l'absence d'autres actions mécaniques, le couple $\mathcal{C}_{|Oz}(\vec{F}_{\mathcal{L}a}) = -mB \sin(\theta)$ sur l'aimant est nul pour $\theta = 0$: il **tourne à vitesse constante**
 - ▶ en présence de frottements, d'un couple résistant $-\mathcal{C}_r$, il tournera à vitesse constante pour $\mathcal{C}_r = -mB \sin(\theta)$.

Indispensable

- ▶ expressions pour une barre et élémentaire de la force de Laplace, **avec les schémas**
- ▶ savoir établir la force pour le rail de Laplace
- ▶ savoir refaire le calcul sur la spire rectangulaire, retenir le rôle de l'angle entre \vec{B}_0 et la normale à la spire, orientée par la convention pour le courant
- ▶ savoir calculer la puissance de Laplace dans les deux cas (spire et rail)
- ▶ connaître l'expression du couple et calculer la puissance pour un dipôle magnétique en rotation
- ▶ connaître le principe du champ tournant