

Dans tous les exercices, le système considéré sera, sauf mention du contraire, macroscopiquement au repos dans un référentiel galiléen.

On pourra être amené à utiliser les résultats, classiques, des deux premiers exercices pour les suivants. Les gaz seront, sauf mention du contraire, considérés parfaits, de coefficient  $\gamma = cste$ . On précisera la validité de cette dernière approximation.

**Exercices d'application :** Compressions de gaz parfaits et calorimétrie : indispensables,

**Culture en sciences physiques :** briquet, ouverture de flacon, mesure de  $\gamma$ ,

**Corrigés en TD :** Compressions de gaz et calorimétrie, mesure de  $\gamma$ , ouverture de ballon

## Gaz

### Exercice 1 : Compressions d'un gaz parfait en contact avec un thermostat

On considère un gaz parfait en contact avec un thermostat. Il est initialement à l'équilibre thermodynamique sous une pression  $P_i$ , son volume étant  $V_i$ . Il est comprimé jusqu'à un nouvel état d'équilibre thermodynamique où sa pression est  $P_f$  selon deux transformations différentes :

- infiniment lentement,
- brutalement, on peut alors considérer qu'il est soumis à une pression extérieure constante.

Déterminer dans chaque cas le travail des forces de pression, la variation de son énergie interne et le transfert thermique fourni par le thermostat.

### Exercice 2 : Transformations adiabatiques d'un gaz parfait

On considère des compressions adiabatiques d'un gaz parfait. Il est initialement à l'équilibre thermodynamique sous une pression  $P_i$ , son volume étant  $V_i$  et sa température  $T_i$ . Il est comprimé jusqu'à un nouvel état d'équilibre où sa pression est  $P_f$  selon deux transformations différentes :

#### Transformation brutale

1. Exprimer le travail des forces de pression reçu par le gaz à l'aide des paramètres d'état initiaux et finaux ( $P_i, V_i, T_i$  et  $P_f, V_f, T_f$ ) du gaz.
2. Exprimer la variation d'énergie interne du gaz à l'aide des températures initiale et finale  $T_i$  et  $T_f$  et du coefficient  $\gamma = \frac{C_{pm}}{C_{vm}}$ .
3. En déduire  $T_f$  et le travail reçu en fonction de  $\gamma$  et du rapport  $P_f/P_i$ .

#### Transformation infiniment lente

1. Établir une relation entre les variations élémentaires du volume  $dV$  et de la température  $dT$  au cours de la transformation à l'aide du premier principe.

2. Montrer qu'au cours de l'évolution, les paramètres d'état vérifient : 
$$\begin{cases} TV^{\gamma-1} = cste \\ PV^{\gamma} = cste \\ T^{\gamma} P^{1-\gamma} = cste \end{cases}$$
 Ce sont les lois de Laplace, qu'on retrouvera plus tard.

Laplace, qu'on retrouvera plus tard.

3. En déduire la variation d'énergie interne du système et le travail des forces de pression.
4. Déduire de la relation  $PV^{\gamma} = cste$  la pente  $dP/dV$  d'une transformation adiabatique infiniment lente dans le diagramme de Clapeyron. Comparer au cas d'une isotherme. Tracer l'allure de ces deux courbes

### Exercice 3 : Capacités thermiques

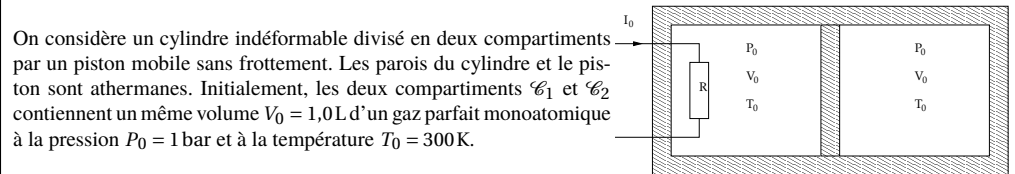
1. Estimer la capacité thermique à volume constant massique de l'air. Comparer à celle de l'eau liquide et commenter.
2. Estimer les capacités thermiques massiques du cuivre et de l'aluminium solides.  
On donne  $M(\text{Al}) = 27 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ,  $\rho(\text{Al}) = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ;  $M(\text{Cu}) = 63,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ,  $\rho(\text{Cu}) = 9,0 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $M(\text{N}) = 14 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ;  $M(\text{O}) = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

### Exercice 4 : Briquet à air

Un briquet à air permet de réduire le volume d'une masse d'air au vingtième de sa valeur. En considérant que la transformation utilisée est adiabatique et infiniment lente, déterminer la pression et la température finale si  $\theta_0 = 12^\circ\text{C}$ ,  $P_0 = 1 \text{ atm}$  et en prenant  $\gamma = 1,4$  constant. Quelles sont les variations d'énergie interne et d'enthalpie de cette masse d'air si  $V_0 = 10 \text{ cm}^3$ .

Comment envisageriez-vous de réaliser un tel briquet et comment l'utiliserez-vous ? La transformation ressemblerait-elle à celle décrite ?

### Exercice 5 : Bilans énergétiques



- On considère un cylindre indéformable divisé en deux compartiments par un piston mobile sans frottement. Les parois du cylindre et le piston sont athermanes. Initialement, les deux compartiments  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  contiennent un même volume  $V_0 = 1,0 \text{ L}$  d'un gaz parfait monoatomique à la pression  $P_0 = 1 \text{ bar}$  et à la température  $T_0 = 300 \text{ K}$ .
1. Que vaut le rapport  $\gamma$  des capacités thermiques  $C_p$  et  $C_v$  pour un gaz monoatomique ?
  2. Le compartiment  $\mathcal{C}_1$  contient un résistor de résistance  $r = 200 \Omega$  et de capacité thermique  $C = 4,0 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ . On y fait circuler un courant  $I_0 = 0,2 \text{ A}$  pendant la durée  $\Delta t = 50 \text{ s}$ .
    - (a) On considère dans un premier temps le système formé du gaz dans  $\mathcal{C}_2$ , du gaz dans  $\mathcal{C}_1$  du résistor et du piston. Ce système reçoit-il du travail, un transfert thermique ? Déduire de la variation de son énergie une relation liant les variations  $\Delta T_1$  et  $\Delta T_2$  des températures des gaz.
    - (b) Peut-on traiter ces questions en excluant le résistor du système ?
  3. La température finale  $T_2$  du compartiment  $\mathcal{C}_2$  est  $T_2 = 360 \text{ K}$ .
    - (a) Déterminer la température finale  $T_1$  compartiment  $\mathcal{C}_1$ .
    - (b) En déduire les volumes  $V_1$ ,  $V_2$  et les pressions  $P_1$  et  $P_2$ .

4. Aurait-on pu négliger la capacité thermique du résistor ?

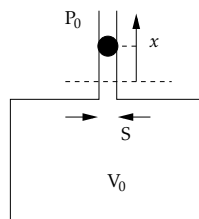
### Exercice 6 : $\int$ Ouverture d'un ballon vide

On a fait le vide dans un ballon à parois rigides athermanes pouvant communiquer grâce à un robinet avec l'atmosphère extérieure (air à la température  $T_0$  et à la pression  $P_0$ ). On laisse ensuite rentrer rapidement une faible quantité d'air dans le ballon en ouvrant le robinet. En raisonnant sur le système constitué du volume de gaz qui rentre dans le ballon au cours de l'opération, exprimer en fonction de  $T_0$  et du coefficient  $\gamma$  de l'air, la température à l'équilibre de l'air rentré dans le ballon.

### Exercice 7 : $\int$ Mesure de $\gamma$ par la méthode de Rüchardt

Un bille de masse  $m_0 = 30\text{ g}$  peut coulisser sans frottement dans un tube de verre de faible section  $s = 4\text{ cm}^2$ . Ce tube surmonte un récipient de volume  $V_0 = 10\text{ L}$ . L'ensemble est plongé dans l'atmosphère, de pression uniforme  $P_0 = 1\text{ atm}$ .

Le récipient (et la portion de tube sous la bille) contient de l'air qu'on assimilera à un gaz parfait (de coefficient  $\gamma$  constant).



- Initialement, le système est en équilibre avec l'atmosphère à la température  $\theta_0 = 25^\circ\text{C}$  et la bille se trouve immobile à la hauteur  $h = 50\text{ cm}$ . Déterminer la pression de l'air enfermé (on prendra  $g = 9,8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ). On la note  $P_i$ .
- On écarte la bille de  $x_0$  ( $x_0 \ll V_0$ ) à l'instant  $t = 0$  et on la relâche sans lui communiquer de vitesse initiale. On désigne par  $x$  l'écart par rapport à la position de repos précédente.
  - Exprimer la résultante des forces pressantes exercées sur la bille en fonction de  $\gamma$ ,  $P_i$ ,  $s$ ,  $x$  et  $h$  à l'aide d'un développement limité pour  $sx \ll V_0$ . On supposera que la transformation est infiniment lente et adiabatique et on utilisera les lois de Laplace de l'exercice 2.
  - En négligeant toutes les formes de dissipation, établir l'équation du mouvement de la bille.
  - En déduire la fréquence  $f$  de ces petites oscillations et l'expression de  $\gamma$  en fonction des paramètres pertinents. Que vaudra  $f$  pour un gaz diatomique aux températures usuelles ?
  - Discuter les hypothèses faites. On pourra considérer que le temps moyen entre deux collisions des molécules du gaz est de l'ordre de la ns.
- Ce phénomène est également à l'œuvre dans le dispositif du *résonateur de Helmholtz*<sup>i</sup>, dont une illustration triviale est le son produit quand on souffle sur le goulot d'une bouteille. C'est la colonne d'air dans le goulot qui joue alors le rôle de la bille. Déterminer les ordres de grandeur pertinent et en déduire une estimation de la fréquence des sons ainsi produits, pour une bouteille de bière par exemple.

### Autres systèmes

### Exercice 8 : Marteau-pilon

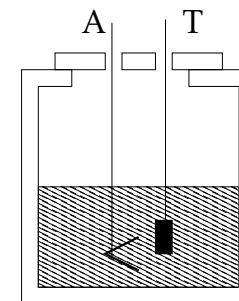
Un marteau-pilon de masse  $m_P = 1 \cdot 10^5\text{ kg}$  tombe d'une hauteur  $h = 3\text{ m}$  sur un objet en aluminium de masse  $m_A = 50\text{ kg}$ . La température du marteau ne varie pratiquement pas alors que celle de l'objet varie de  $\Delta T$ .

Déterminer  $\Delta T$  sachant que la masse molaire de l'aluminium est  $27\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ . On prendra  $g = 9,8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  et la capacité thermique molaire  $C_m = 3R$  (formule de Dulong et Petit).

### Exercice 9 : Calorimétrie

On détermine les capacités thermiques des corps par des mesures calorimétriques. On utilise pour cela un *calorimètre*, ie une enceinte indéformable limitant au maximum les transferts thermiques avec l'extérieur<sup>ii</sup>.

On y introduit un agitateur  $A$  pour homogénéiser les liquides qui y seront placés ainsi qu'un thermomètre  $T$ .



- Les trous du couvercle permettant le passage du thermomètre et de l'agitateur ne sont pas étanches, l'air à l'intérieur du calorimètre est en contact avec l'atmosphère. Comment décririez-vous les transformations des corps à l'intérieur du calorimètre. En déduire que l'enthalpie des corps introduits vérifie,  $\Delta H = Q_p + W_a$  lors des transformations, avec  $W_a$  le travail des forces autres que les forces de pression.

On considère dans toute la suite un calorimètre *idéal*, assurant  $Q_p = 0$ .

- Plusieurs techniques de mesures sont utilisées.

**Méthode des mélanges** On introduit dans le calorimètre un liquide de capacité thermique connue  $C_0$ , en équilibre thermique avec l'enceinte intérieure du calorimètre à  $T = T_0$ . On introduit ensuite un corps de capacité thermique  $C$  inconnue, à la température  $T$ . La mesure de la température d'équilibre  $T_e$  de l'ensemble permet de déterminer  $C$ .

- Un calorimètre contient 95 g d'eau à  $20^\circ\text{C}$ . On ajoute 71 g d'eau à  $50^\circ\text{C}$ . Quelle serait la température d'équilibre si on pouvait négliger la capacité thermique du calorimètre et de ses accessoires (thermomètre et agitateur).
- La température d'équilibre observée est  $31,3^\circ\text{C}$ . En déduire la capacité thermique du calorimètre et des accessoires. On nomme *valeur en eau* du calorimètre la masse d'eau qui aurait la même capacité thermique. Déterminer la valeur en eau de ce calorimètre sachant que  $c_{\text{H}_2\text{O}} = 4,18\text{ J}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ .
- Pourquoi utilise-t-on un liquide ? Doit-on tenir compte de l'air à l'intérieur du calorimètre ?

**Méthode électrique** Un résistor est immergé dans un liquide dont on désire connaître la capacité thermique  $C$ . De l'énergie est apportée dans le calorimètre par le travail électrique fourni par un générateur à l'extérieur du calorimètre.

- Faire un schéma.

<sup>ii</sup> À cet effet, on utilise un système à double paroi, réfléchissantes pour limiter les transferts thermiques par rayonnement et entre lesquelles on peut éventuellement faire le vide. Ce vide n'est pas indispensable car l'air qui y est emprisonné est la plupart du temps un isolant suffisamment bon.

<sup>i</sup>H. von Helmholtz, physicien autrichien (1821-1894).

- (b) Le liquide est initialement en équilibre thermique avec la paroi interne du calorimètre à la température  $T_0$ . Déterminer la température au bout d'une durée  $\Delta t$  si la résistance du résistor et la tension à ses bornes sont stationnaires.
- (c) L'isolation du calorimètre n'est pas parfaite. On peut modéliser ce défaut par un transfert thermique de puissance  $\mathcal{P}_{\text{th}} = h(T_{\text{ext}} - T)$ . Quel est le signe de  $h$ ? Déterminer la nouvelle loi d'évolution de  $T$  en fonction du temps.

## Changements d'état

### Exercice 10 : Changement d'état et état final d'un système

Une enceinte calorifugée en contact avec l'atmosphère de pression  $P_0 = 1 \text{ atm}$  contient la masse  $m_1 = 100 \text{ g}$  d'eau liquide de température initiale  $T_1 = 290 \text{ K}$  et de capacité thermique massique à pression constante  $c_1 = 4,16 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ . On y introduit la masse  $m_2$  de glace de température initiale  $T_2 = 260 \text{ K}$ , de capacité thermique massique à température constante  $c_2 = 2,09 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ . On négligera la variation des capacités thermiques avec la température. On donne l'enthalpie de fusion de la glace sous la pression atmosphérique  $l_f = 333 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1}$ .

- Déterminer les valeurs du paramètre  $x = m_2/m_1$ , notées  $x''$  et  $x'$  pour lesquelles le système à l'équilibre est constitué respectivement :

- de glace à  $0^\circ \text{C}$ ,
- d'eau liquide à  $0^\circ \text{C}$ .

Préciser l'état du système pour  $x \leq x'$ , pour  $x \geq x''$  et pour  $x \in [x'; x'']$

On notera  $T_0 = 273,15 \text{ K}$  la température de fusion de la glace à la pression atmosphérique.

- Calculer numériquement  $m'_2$  et  $m''_2$ . Estimer le nombre de glaçons correspondant pour un verre d'eau.
- On prend  $m_2 = 30 \text{ g}$ . Déterminer la composition du système dans l'état final.

### Exercice 11 : Deux vaporisations de l'eau liquide

On réalise la vaporisation totale d'une masse  $m = 1,0 \text{ g}$  d'eau liquide, initialement sous la pression  $P = P_{\text{atm}} = 1,0 \text{ bar}$ , de deux manières différentes. Dans les deux cas le récipient est placé dans un thermostat à  $\theta = 100^\circ \text{C}$ .

**Vaporisation infiniment lente** Le récipient est fermé par un piston. Initialement la pression de l'eau est  $P_{\text{atm}}$  et on déplace infiniment lentement le piston jusqu'à n'avoir plus que de la vapeur. Le volume vaut alors  $V_f = 1,61 \text{ L}$ .

**Vaporisation dans le vide** On place directement (et rapidement) la masse d'eau dans un même volume  $V_f$ . On peut aussi considérer que l'eau liquide est initialement seule, à l'équilibre, dans un récipient dont le volume est égal à son volume massique à  $P_{\text{atm}}$  et qu'on ouvre un robinet pour lui permettre d'occuper le volume  $V_f$ .

- Dans les deux cas, déterminer les variations d'énergie interne, d'enthalpie de la masse d'eau, puis le travail et le transfert thermique échangé.
- En conclure, par analogie avec le cas de l'enthalpie massique de changement d'état, ce que représente l'énergie interne massique de changement d'état.

On rappelle  $l_v(\text{H}_2\text{O}) = 2,25 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$  à  $100^\circ \text{C}$ .

### Exercice 12 : Compression isotherme d'un réfrigérant

On étudie les transformations thermodynamiques d'un réfrigérant (1,1,1,2-tétrafluoroéthane ou encore R 134 a) dont on donne une partie du diagramme  $(P, h)$  ci-dessous (figure 1).

#### Étude générale

- Identifier les domaines du liquide, de la vapeur sèche et des états d'équilibre liquide-vapeur. Où se situe le point critique C?
- Identifier les isothermes en justifiant leur allure. Quelle est la grandeur constante sur les courbes légendées comme  $v = 0,040$ ? En quelle unité cette grandeur est-elle exprimée?
- Expliquer comment déterminer l'enthalpie de vaporisation à une température  $T$ .
- Montrer que l'on peut écrire un théorème des moments analogue à celui des isothermes d'Andrews.

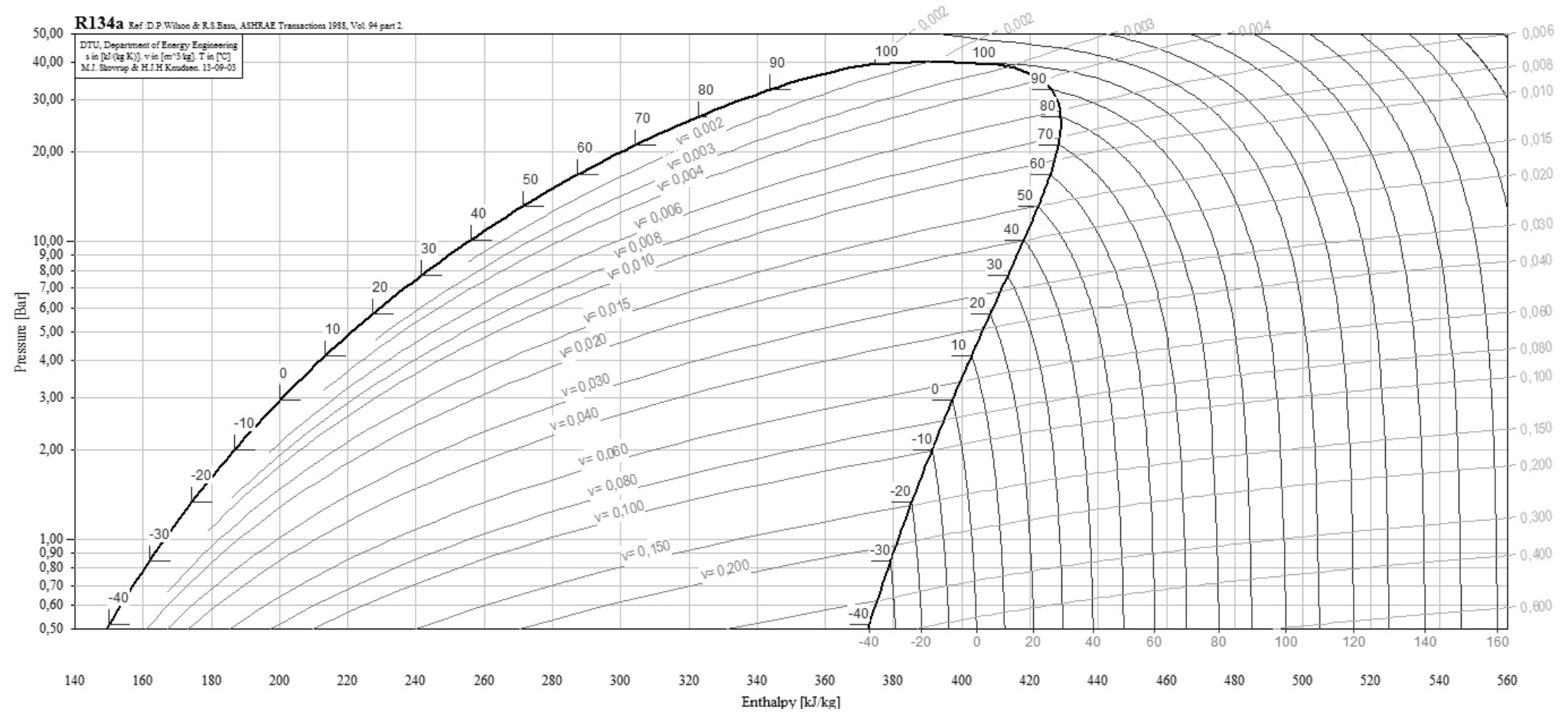
#### Compression isotherme d'un réfrigérant

Dans l'état initial  $A$ , le volume massique est  $v_i = 0,2 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ , la température est de  $40^\circ \text{C}$  (voir la figure 1).

La masse totale de fluide (de masse molaire  $M = 102 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ) est  $m = 15 \text{ g}$ .

On effectue une compression isotherme *quasistatique*,  $AB$ , telle que le volume massique final, en  $B$ , soit  $v_f = 0,01 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ .

- Préciser l'état physique et la composition du fluide dans l'état  $A$  et dans l'état  $B$ .
- Calculer le travail mécanique au cours de la transformation  $AB$ . On pourra faire une hypothèse simplificatrice.
- Calculer le transfert thermique reçu par le réfrigérant.

FIG. 1 : Diagramme ( $P, h$ ) du réfrigérant R 134 a.

## Correction de l'exercice 1

Dans les deux cas la variation d'énergie interne sera nulle puisque le gaz suit la 1<sup>re</sup> loi de Joule, donc  $Q = -W$ .

**Compression infiniment lente** Le gaz parfait est un système fermé de température stationnaire, le produit  $PV$  se conserve et on peut écrire  $d(PV) = PdV + VdP = 0$ . Comme il est à chaque instant à l'équilibre thermodynamique, le travail élémentaire des forces de pression qu'il reçoit est  $\delta W = -PdV = VdP = P_i V_i \frac{dP}{P}$ . Pour une compression de  $P_i$  à  $P_f$ , on obtient :  $W = -Q = P_i V_i \ln \frac{P_f}{P_i}$ .

**Compression brutale** Le travail, entre l'état initial et l'état final où le piston est immobile, de la «force de pression extérieure»  $P_e = P_f$  est :  $W = -Q = P_f (V_i - V_f) = (P_f - P_i) V_i$ .

## Correction de l'exercice 2

Ici, le transfert thermique est nul, on aura donc, dans tous les cas :  $W = \Delta U = \int_{T_i}^{T_f} C_V(T) dT$ .

### Transformation brutale

1. , 2 et 3. Comme dans l'exercice précédent, le travail s'exprime comme  $W = P_f(V_i - V_f)$ . On a donc, puisque  $\gamma$  est constant :

$$W = P_f \left( \frac{nRT_i}{P_i} - \frac{nRT_f}{P_f} \right) = \Delta U = \frac{nR}{\gamma-1} (T_f - T_i) \rightarrow (\gamma-1) \left( T_i \frac{P_f}{P_i} - T_f \right) = T_f - T_i$$

$$T_f = \frac{T_i}{\gamma} \left( 1 + (\gamma-1) \frac{P_f}{P_i} \right) \quad \text{et le travail} \quad W = \frac{P_i V_i}{\gamma} \left( \frac{P_f}{P_i} - 1 \right).$$

### Transformation infiniment lente

1. La transformation étant infiniment lente, le travail élémentaire reçu par le gaz est  $\delta W = -PdV$ . On en déduit :

$$dU = C_V dT = \delta Q + \delta W \rightarrow C_V dT = -PdV = -\frac{nRT}{V} dV \text{ soit : } \frac{1}{\gamma-1} \frac{dT}{T} = -\frac{dV}{V}.$$

2. Pour les gaz parfaits monoatomiques, et les diatomiques dans les conditions usuelles de température,  $\gamma$  ne dépend pas de la température. L'expression précédente s'écrit alors  $d(TV^{\gamma-1}) = 0$  en utilisant les différentielles logarithmiques. L'équation d'état des gaz parfaits permet d'obtenir immédiatement les autres relations.

3. La température finale sera  $T_f = T_i \left( \frac{P_f}{P_i} \right)^{1-\frac{1}{\gamma}}$ . La variation d'énergie interne est alors :  $\Delta U =$

$$\frac{P_i V_i}{\gamma-1} \left( \left( \frac{P_f}{P_i} \right)^{1-\frac{1}{\gamma}} - 1 \right) = W.$$

4. Sur une adiabatique, on a :  $\frac{dP}{P} = -\gamma \frac{dV}{V}$ , soit  $\left( \frac{\partial P}{\partial V} \right)_S = -\gamma \frac{P}{V}$ . Or la pente sur une isotherme est :  $\left( \frac{\partial P}{\partial V} \right)_T = -\frac{nRT}{V^2} = -\frac{P}{V}$ . La pente sur une adiabatique est donc supérieure à celle de l'isotherme au même point, puisque  $\gamma = C_{pm}/C_{Vm} > 1$ .

## Correction de l'exercice 3

1. Pour un gaz parfait diatomique, on a  $C_{Vm} = 5R/2$ . On en déduit la capacité thermique massique  $c_{\text{air}} = C_{Vm}/M$  avec  $M$  la masse molaire moyenne de l'air formé pour l'essentiel à 80% de  $N_2$  et à 20% de  $O_2$  soit  $M = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ . On calcule, à  $\theta = 25^\circ \text{C}$ ,  $c_{\text{air}} = 7,2 \cdot 10^2 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ , très inférieure à celle de l'eau liquide  $c_{H_2O(l)} = 4,2 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ , en raison des interactions beaucoup plus importantes au sein de l'eau liquide.

2. On utilise la formule de Dulong et Petit. On a :

$$C = 3R \rightarrow c = \frac{3R}{M} \rightarrow c_{Al} = 9,2 \cdot 10^2 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \quad c_{Cu} = 4,0 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

Ces valeurs sont proches des valeurs expérimentales.

## Correction de l'exercice 4

Pour une transformation adiabatique et infiniment lente d'un gaz parfait dont le rapport  $\gamma$  est constant, les lois de Laplace assurent que la quantité  $PV^\gamma$  est conservée au cours de la transformation. Une réduction d'un facteur 20 du volume entraînera donc une augmentation de pression d'un facteur  $20^{1,4} \approx 66$ . La pression finale sera  $P_f = 66 \text{ bar}$ . La température sera, quant à elle donnée par  $TV^{\gamma-1} = \text{cste}$ , soit  $T_f = T_0(V_0/V)^{\gamma-1} \approx 3,3 T_0 \approx 670^\circ \text{C}$ . La variation d'énergie interne du gaz vaut immédiatement  $\Delta U = \frac{P_0 V_0}{T_0(\gamma-1)} (T_f - T_0) \approx 6,6 \text{ J}$  et la variation d'enthalpie  $\Delta H = \frac{\gamma P_0 V_0}{T_0(\gamma-1)} (T_f - T_0) \approx 9,2 \text{ J}$ .

La température atteinte est suffisamment élevée pour enflammer un morceau d'amadou placé dans l'enceinte. On utilise(ait) un tel briquet en plaçant le morceau de combustible dans l'enceinte puis en enfonçant brusquement le piston.

Le modèle considéré ici n'est pas complètement satisfaisant puisque la transformation ne sera certainement pas infiniment lente. De plus, pour des valeurs aussi importantes de la température, il est peu probable qu'on puisse négliger le transfert thermique vers l'extérieur, même si la transformation est rapide. Le principe de fonctionnement demeure : le travail de pression fournit une énergie à une faible quantité de gaz, permettant d'augmenter énormément sa température, ce qui permet d'amorcer la réaction de combustion.

La véritable transformation est intermédiaire entre une quasistatique et une brutale (qui ne permettrait pas de comprimer plus que d'un facteur  $\gamma/(\gamma-1)$ ) et donne une température maximale de l'ordre de  $250^\circ \text{C}$ .

## Correction de l'exercice 5

1. Pour un gaz parfait monoatomique, on a  $C_{V,m} = 3R/2$  et  $C_{p,m} = 5R/2$ , soit  $\gamma \approx 1,67$ .
2. (a) Le système  $\mathcal{S}$  formé des deux gaz et du résistor ne reçoit pas de transfert thermique puisque les parois sont athermanes. Il ne reçoit pas de travail dû à des forces de pression puisque l'enceinte est indéformable<sup>iii</sup>. En revanche il reçoit le travail électrique  $W = r I_0^2 \Delta t$ . L'énergie interne du système est la somme des énergies internes de chacun des gaz et de celle du résistor. On a alors  $\Delta U_S = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_{\text{résistor}}$ . La variation d'énergie interne de chacun des gaz n'est due qu'à leur variation de température puisqu'il s'agit de gaz

<sup>iii</sup> Cela n'empêche cependant pas les deux gaz d'échanger de l'énergie par travail de pression puisque le piston les séparant est mobile.

parfaits et elle vaut  $\Delta U_i = n_i C_{v,m} (T_f - T_i) = \frac{P_i V_i}{\gamma - 1} (T_f / T_i - 1)$  puisque que  $C_{v,m} = 3R/2 = cste$  pour un gaz parfait monoatomique. Celle du résistor (phase condensée) vaut  $C \Delta T_1$  :

$$\Delta U_{\mathcal{S}} = \frac{P_0 V_0}{T_0(\gamma - 1)} (\Delta T_1 + \Delta T_2) + C \Delta T_1 = r I_0^2 \Delta t$$

$$\frac{P_0 V_0}{T_0(\gamma - 1)} (\Delta T_1 + \Delta T_2) + C \Delta T_1 = r I_0^2 \Delta t.$$

- (b) Si l'on exclue le résistor du système, ce dernier ne reçoit alors plus qu'un transfert thermique de la part du résistor dont la température augmente par effet Joule. On doit alors faire deux bilans d'énergie interne, l'un pour le résistor, l'autre pour le système des deux gaz. En écrivant que la température du résistor est la même que celui du gaz qui le contient à l'équilibre, on arrive évidemment au même résultat.

3. (a) On obtient :

$$\Delta T_1 = \frac{\frac{T_0(\gamma-1)}{P_0 V_0} r I_0^2 \Delta t - \Delta T_2}{1 + \frac{T_0(\gamma-1)}{P_0 V_0} C} \rightarrow \Delta T_1 = 82 \text{ K}.$$

- (b) À l'équilibre mécanique, les pressions  $P_1$  et  $P_2$  sont égales et on a donc  $V_1 T_2 = V_2 T_1 = (2V_0 - V_1) T_1$ , soit  $V_1 = \frac{2V_0 T_1}{T_2 + T_1} \approx 1,03L$  et  $V_2 = \frac{2V_0 T_2}{T_1 + T_2} \approx 0,97L$ . On obtient pour les pressions  $P_1 = P_0 V_0 T_1 / (T_0 V_1) = P_0 \frac{T_1 + T_2}{2T_0} = P_2 \approx 1,24 \text{ bar}$ .

4. La capacité thermique du gaz est  $P_0 V_0 / (T_0(\gamma - 1)) = nR / (\gamma - 1) = 0,5 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ , largement inférieure à celle du résistor ce qui n'est pas surprenant puisqu'un solide est toujours de l'ordre de mille fois plus dense qu'un gaz. Négliger la capacité thermique du résistor aurait donc conduit à des résultats numériquement très différents.

## Correction de l'exercice 6

On peut développer deux raisonnements, équivalents, suivant le système  $\mathcal{S}$  considéré.

**$\mathcal{S}$  est le gaz qui va rentrer dans le ballon au cours de la transformation** Il occupait un volume  $V_0$  à l'extérieur du ballon. Lors de la rentrée dans le ballon, il n'est soumis qu'à la pression de l'atmosphère à l'extérieur du ballon. En effet, le vide à l'intérieur du ballon n'offre aucune résistance.

**$\mathcal{S}$  est la réunion du ballon initialement vide et du gaz qui va y entrer** Il est immédiat que ce système n'est soumis qu'aux forces de pression de l'atmosphère.

Dans les deux cas, le travail reçu est donc uniquement dû aux forces de pression de l'atmosphère et vaut  $W = P_0 V_0$ .

L'opération considérée est suffisamment rapide pour pouvoir être considérée adiabatique. Ensuite, durant la mise à l'équilibre du gaz enfermé dans le ballon, celui-ci sera complètement isolé (mécaniquement et thermiquement) de l'extérieur et son énergie interne ne variera pas. On a donc  $\Delta U = W = P_0 V_0 = n C_{v,m} \Delta T$ , soit  $\Delta T = n R T_0 / (n R (\gamma - 1))$  et donc  $\Delta T = T_0 (\gamma - 1)$ . Pour un air essentiellement composé de molécules diatomiques, on obtient en considérant l'air comme un gaz parfait tel que  $\gamma = 1,4$  :  $\Delta T = 0,4 T_0$ . Pour un gaz initialement à  $\theta_0 = 25^\circ \text{C}$ , on calcule  $\theta' = 144^\circ \text{C}$ .

Expérimentalement, l'élévation sera nécessairement beaucoup plus modérée car on ne peut pas négliger la capacité thermique de la paroi intérieure du ballon.

## Correction de l'exercice 7

1. La bille est en équilibre sous l'effet de son poids et des forces de pression de l'atmosphère et du gaz. On a donc :  $P_0 + m_0 g / S = P_i = 1,02 \text{ bar} \approx P_0$ .

2. (a) Pour un gaz parfait de facteur  $\gamma$  constant subissant une transformation adiabatique et infiniment lente, on peut utiliser les lois de Laplace. On a donc  $P(V_0 + s(h+x))^\gamma = P_i(V_0 + sh)^\gamma$ , ou  $P(1 + \frac{s(h+x)}{V_0})^\gamma = P_i(1 + \frac{sh}{V_0})^\gamma$ , en simplifiant par  $V_0^\gamma$ . Pour un déplacement  $x$ , la pression vaut donc  $P = P_i \left( \frac{1 + sh/V_0}{1 + s(h+x)/V_0} \right)^\gamma$ , soit, en le développant au premier ordre en  $x$ , et en négligeant  $hs$  devant  $V_0$  :  $P = P_i \left( 1 - \gamma \frac{xs}{V_0} \right)$ . La résultante selon la verticale ascendante des forces auxquelles est soumis le piston est donc :  $-P_0 s - m_0 g + P_i s - \gamma P_i s \frac{xs}{V_0}$ , soit :  $F_x = -\frac{\gamma P_i s^2 x}{V_0}$ .

- (b) La relation fondamentale de la dynamique s'écrit :  $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ , avec  $\omega_0^2 = \frac{\gamma P_i s^2}{m_0 V_0}$ . Le mouvement est harmonique, de fréquence  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\gamma P_i s^2}{m_0 V_0}} = 1,4 \text{ Hz}$ .

- (c) Cette période est très grande devant le temps moyen entre deux collisions au sein du gaz. On peut donc considérer la transformation infiniment lente. Il est également raisonnable de considérer ces transformations adiabatiques pour des durées de l'ordre de la seconde car les échanges thermiques entre le gaz et l'atmosphère à travers la paroi et à travers la bille sont lents.

Néanmoins, le piston finit toujours par s'arrêter à cause de forces dissipatives, au moins au sein du gaz qui redistribuent isotropiquement la quantité de mouvement verticale communiquée par le piston aux molécules de gaz. À l'équilibre thermodynamique, caractérisée par un piston immobile, on aboutit bien à un système où la force exercée par le gaz sur le piston n'est pas proportionnelle au déplacement du piston mais uniquement à la pression extérieure. De même la température finira par être égale à celle de l'atmosphère.

La transformation étudiée ici correspond en fait au régime transitoire de la compression monobare mono-therme.

3. Pour une bouteille de bière le volume est  $V_0 = 33 \text{ cL}$ , le goulot a une section de l'ordre de  $1 \text{ cm}$  soit  $s = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ ,  $P_i = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , et  $m$  est la masse d'air remplissant le goulot, soit avec une hauteur de  $h = 10 \text{ cm}$ ,  $m = sh\rho = 3 \cdot 10^{-2} \text{ g}$  :  $f = 3 \cdot 10^2 \text{ Hz}$ . Cette valeur est satisfaisante (de l'ordre du La à  $440 \text{ Hz}$  du téléphone).

## Correction de l'exercice 8

On applique le premier principe au système marteau pilon ( $P$ ) et l'objet ( $A$ ). Son énergie initiale est  $\mathcal{E}_i = m_p g h + U_P(T_0) + U_A(T_0)$  en tenant compte de l'énergie potentielle de pesanteur du marteau pilon, immobile au départ. Dans l'état final, les deux objets sont toujours macroscopiquement au repos mais l'énergie potentielle de pesanteur de  $P$  a diminué. On a maintenant  $\mathcal{E}_f = U_P(T_0) + U_A(T_0 + \Delta T)$ , soit  $\Delta U_A = m_{AC} \Delta T = m_p g h$  et  $\Delta T = 64 \text{ K}$ .

## Correction de l'exercice 9

1. La transformation sera monobare puisqu'on sera en contact avec l'atmosphère de pression stationnaire. On aura donc  $\Delta H = Q_p + W_a$ . En revanche la petite aire des trous n'autorise que de faibles courants d'air : le transfert thermique par convection sera réduit et on pourra considérer l'enceinte comme athermane.

2. **Méthode des mélanges** (a) Si l'on pouvait négliger la capacité thermique du calorimètre, on aurait  $\Delta H = c \left[ m_1 (T_f - T_1) + m_2 (T_f - T_2) \right] = 0$  (avec  $c$  la capacité thermique massique de l'eau), soit  $T_f = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} \approx 32,8^\circ \text{C}$ .

- (b) La température plus basse obtenue montre que la capacité thermique du corps froid est plus importante que supposée : il faut tenir compte de la capacité thermique  $C$  du calorimètre. La conservation de l'enthalpie s'écrit alors :  $c \left[ m_1 (T_f - T_1) + m_2 (T_f - T_2) \right] + C(T_f - T_1) = 0$ , soit  $C = cm_2 \frac{T_2 - T_f}{T_f - T_1} - m_1 c$ . On obtient  $C/c \approx 22,5 \text{ g}$ , valeur en eau du calorimètre.
- (c) Un liquide permettra d'avoir une surface de contact plus importante qu'avec un solide, donc de faciliter les échanges thermiques pour parvenir plus rapidement à l'équilibre. La capacité thermique de l'air sera certainement négligeable devant celle du liquide. De toutes façons, elle est prise en compte par la réponse du 2b.

**Méthode électrique** (b) La puissance reçue est  $\frac{U^2}{R}$ , la variation d'enthalpie pendant une durée  $dt$  s'écrit,  $dH = CdT = \frac{U^2}{R} dt$ , soit  $T = T_0 + \frac{U^2 \Delta t}{RC}$ .

- (c) Le coefficient  $h$  doit être positif pour que le système reçoive un transfert thermique s'il est plus froid que le milieu extérieur. On a maintenant :

$$CdT = \frac{U^2}{R} dt + h(T_{\text{ext}} - T)dt \rightarrow \frac{dT}{dt} + \frac{T}{\tau} = \frac{T_{\infty}}{\tau},$$

$$\text{avec } \tau = \frac{C}{h} \text{ et } T_{\infty} = T_{\text{ext}} + \frac{U^2}{Rh} \text{ et donc } T = T_0 + (T_{\infty} - T_0) e^{-t/\tau}.$$

## Correction de l'exercice 10

**Attention** Changement par rapport à l'énoncé,  $x''$  est la valeur pour laquelle il n'y a plus que de la glace.

Dans tous les cas, les transformations sont adiabatiques et monobares. On écrira donc :  $\Delta H = 0$ .

1. On doit ici faire une hypothèse sur la composition du système à l'équilibre. Pour une faible masse de glace ( $x \ll 1$ ), toute la glace sera fondue. Le système sera donc une masse  $m = m_1 + m_2$  d'eau liquide à une température  $T$  telle que  $T > T_0$ , ceci jusqu'à ce que  $x = x'$  pour lequel  $T = T_0$ .

On décrit donc le système comme :

- une masse de glace  $m'_2$  initialement à  $T_2$ , qui fond et se retrouve liquide à  $273 \equiv T_e$  à l'équilibre. L'enthalpie étant une fonction d'état, on peut choisir de décrire son évolution comme un réchauffement de la glace de  $T_2$  à  $T_e$  suivi d'une fusion isotherme. La variation d'enthalpie correspondante est alors :

$$\Delta H_2 = m'_2 c_2 (T_e - T_2) + m'_2 l_f$$

En réalité, la température n'est certainement pas uniforme dans chaque glaçon au cours de sa fusion mais la variation d'enthalpie est la même quelle que soit le chemin suivi (système uniforme ou pas à chaque instant) du moment que les états initial et final sont les mêmes.

- une masse d'eau liquide  $m_1$  initialement à  $T_1$  qui se retrouve à  $T_e$ . La variation d'enthalpie correspondante est alors :

$$\Delta H_1 = m_1 c_1 (T_e - T_1)$$

La variation d'enthalpie totale étant nulle, on a :

$$0 = \Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 \rightarrow x' = \frac{m'_2}{m_1} = \frac{c_1 (T_1 - T_0)}{c_2 (T_0 - T_2) + l_f} = 0,197.$$

On peut interpréter ce bilan de la manière suivante : la masse de glace  $m'_2$  correspondante est telle que le transfert thermique nécessaire à son réchauffement jusqu'à  $T_0$  et à sa fusion à  $T_0$  :  $Q_2 = m'_2 (c_2 (T_0 - T_2) + l_f)$  est égal à celui fourni par le refroidissement de l'eau liquide jusqu'à  $T_0$  :  $-Q_1 = m_1 c_1 (T_1 - T_0)$ .

Pour  $x \geq x'$ , le système comprend de l'eau liquide et de la glace en équilibre à  $T_0$ , et ce tant que  $x < x''$  pour lequel toute l'eau initialement présente a gelé. La masse  $m''_2$  correspondante est telle que le transfert thermique  $-Q_1$  libéré par le refroidissement de la masse  $m_1$  de  $T_1$  à  $T_0$  et sa solidification à  $T_0$  :  $-Q_1 = m_1 (c_1 (T_1 - T_0) + l_f)$  soit égal au transfert thermique nécessaire au réchauffement de la masse  $m_2$  de glace de  $T_2$  à  $T_0$  :  $Q_2 = m_2 c_2 (T_0 - T_2)$ . On obtient alors :

$$x'' = \frac{l_f + c_1 (T_1 - T_0)}{c_2 (T_0 - T_2)} = 14,9.$$

Pour  $x \leq x'$  on n'a que de l'eau liquide à  $T > 273 \text{ K}$ , pour  $x \geq x''$ , que de la glace à  $T < 273 \text{ K}$  et pour  $x \in \{x'; x''\}$  un mélange eau liquide/glace à  $273 \text{ K}$  dont la composition est variable.

2. Numériquement, on obtient  $m'_2 = 1,7 \text{ g}$  et  $m''_2 = 1,49 \text{ kg}$ , soit respectivement environ 2 et 150 (!) glaçons si leur masse est d'environ 10 g.
3. Avec  $m'_2 = 30 \text{ g}$  ( $x = 0,3$ ), on se trouve dans le domaine où une partie de la glace a fondu. La température d'équilibre est alors  $273 \text{ K}$ . Notons  $\alpha$  la fraction de la glace qui a fondu.

Les variations d'enthalpie sont donc descriptibles comme :

**glace** réchauffement de  $m_2$  de  $T_2$  à  $T_e$  suivie d'une fusion isotherme de  $\alpha m_2$ .

**eau liquide** refroidissement de  $m_1$  de  $T_1$  à  $T_e$ .

On a donc :

$$0 = \Delta H = \Delta H_2 + \Delta H_1 = m_2 c_2 (T_e - T_2) + \alpha m_2 l_f + m_1 c_1 (T_e - T_1).$$

On obtient  $\alpha_g = 0,63$ , soit une masse de glace restante de 11,1 g.

## Correction de l'exercice 11

1. **Vaporisation infiniment lente** Tant qu'on a coexistence des deux phases, la pression est fixée, à  $\theta = 100^\circ \text{C}$ , à  $P = P_{\text{atm}}$ . L'opérateur doit donc agir sur le piston pour assurer  $P = P_{\text{atm}}$  au cours de la transformation. Comme l'état initial et l'état final sont des états d'équilibre, la variation d'enthalpie vaut, par définition :  $\Delta H = m l_v$ . La variation d'énergie interne vaut alors  $\Delta U = \Delta H - \Delta(P_{\text{atm}} V) = m l_v - P_{\text{atm}} (V_f - V_i) \approx m l_v - P_{\text{atm}} V_f$  puisque  $V_f \approx 1 \text{ L} \gg V_i$ . Comme la transformation est monobare (système en contact avec une pression extérieure constante), le transfert thermique  $Q_p$  reçu est égal à la variation d'enthalpie. Le travail  $W$  vaut, quant à lui,  $W = \Delta U - Q = -P_{\text{atm}} (V_f - V_i)$ , qu'on aurait pu calculer directement par  $\int -P dV$  pour cette transformation quasistatique. Avec  $V_i = 1 \cdot 10^{-2} \text{ L} \ll V_f = 1,61 \text{ L}$ , on obtient :  $\Delta H = Q_p = 2,25 \cdot 10^3 \text{ J}$ ,  $\Delta U = 2,08 \cdot 10^3 \text{ J}$ , et donc  $W = 1,5 \cdot 10^2 \text{ J}$  et  $\Delta S = S_f = 6,03 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ .

**Vaporisation dans le vide** Les états initial et final des deux transformations sont les mêmes. Attention à ne pas dire que la pression initiale est nulle : elle vaut  $P$  avant qu'on introduise l'eau liquide dans le récipient, ou qu'on ouvre un robinet pour les mettre en communication. Dès qu'elle est « dans le vide » la pression n'est plus définie, jusqu'à l'équilibre final. Les variations des fonctions d'état  $U$ ,  $H$  et  $S$  seront donc les mêmes.

Ici cependant, le travail reçu lors de la transformation est nul  $W = 0$  puisque l'enceinte est rigide. Comme toujours lors d'une transformation isochore<sup>iv</sup>, on a  $\Delta U = Q_v = 2,08 \cdot 10^3 \text{ J}$ . L'entropie reçue vaut maintenant  $S_f = Q_v/T = 5,58 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ , soit une entropie créée  $S_c = \Delta S - S_f = 4,56 \cdot 10^{-1} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ , cette transformation n'est plus réversible.

**Remarque importante** Attention à ne pas dire que cette seconde transformation est monobare en invoquant le fait que les pressions initiale et finale du système sont les mêmes, et à ne pas en conclure que  $\Delta H = Q_p$ . Ceci est faux : une transformation est monobare si on peut définir une pression extérieure constante, et c'est l'équilibre avec le milieu extérieur dans les états initial et final qui assure que la pression du système est la même au début et à la fin de la transformation. Ici il n'y a pas de pression extérieure, il ne s'agit donc pas d'une transformation monobare.

2. L'énergie interne massique de vaporisation à une température  $T$  apparaît donc comme le transfert thermique absorbé par une unité de masse du liquide initialement à  $T, P_s(T)$  lors de sa vaporisation dans le vide pour donner une vapeur juste saturante à  $T, P_s(T)$ . Cette définition se généralise aux autres changements d'état.

## Correction de l'exercice 12

### Étude générale

1. Le liquide est à gauche de la courbe de saturation (fortes pressions et basses températures, soit faibles valeurs de l'enthalpie massique). La vapeur est à l'opposé (basses pressions et fortes températures, soit grandes valeurs de l'enthalpie massique). Les états d'équilibre liquide-vapeur sont situés sous la courbe de saturation.

Au sommet de la courbe de saturation se trouve le point critique.

2. En pratique, l'enthalpie massique d'une phase condensée ne dépend pas de la pression. Les isothermes sont alors confondues avec les isenthalpes : elles sont verticales dans cette zone.

Dans le domaine liquide-vapeur, les isothermes sont confondues avec les isobares : elles sont horizontales.

Dans le domaine vapeur, elles deviennent verticales aux basses pressions et aux hautes températures, quand la vapeur se comporte comme un gaz parfait pour lequel la deuxième loi de Joule assure que  $H$  est indépendante de la pression.

Les isothermes sont donc les courbes légendées par les valeurs ( $-40, -20$  en  $^{\circ}\text{C}$ ). Elles ne sont tracées complètement que dans le domaine de la vapeur puisqu'elles sont horizontales dans le domaine liquide-vapeur.

Les courbes légendées comme  $v = 0,0400$  désignent les courbes isochores, avec  $v$  en  $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ .

3. La longueur d'un palier de vaporisation, horizontale, fournit directement l'enthalpie de vaporisation puisque, par définition,  $\Delta_{\text{vap}} h(T) = h_v(T) - h_\ell(T)$ .

On vérifie bien sûr que l'enthalpie de vaporisation diminue avec la température, pour s'annuler au point critique.

4. Considérons un point  $M$  situé sur un palier d'équilibre à la température  $T$ , d'abscisse  $h$ . Notons  $L$  et  $V$  les points situés aux extrémités gauche et droite de ce même palier.  $h$  désigne en réalité l'enthalpie massique moyenne d'un système diphasé de masse totale  $m = m_v + m_\ell$ .

<sup>iv</sup> On pourrait également raisonner en considérant qu'initialement l'eau est maintenue à la pression  $P_{\text{atm}}$  par un piston qu'on déplace très rapidement jusqu'au volume  $V_f$ . Cette transformation peut être effectuée sans fournir de travail puisque l'eau n'exerce plus de pression sur le piston dès qu'elle n'est plus en contact avec celui-ci. Ici, l'état initial est identique à celui de la première transformation et on retrouve bien  $\Delta U = Q_v$

Soit  $x = m_v/m$  le titre massique en vapeur. Comme  $H$  est une fonction d'état extensive, l'enthalpie totale du système diphasé s'écrit  $H = m_v h_v + m_\ell h_\ell = m h_\ell + m_v (h_v - h_\ell)$ . D'où : Comme  $h = H/m$ , il vient :

$$h = H/m = h_\ell + x(h_v - h_\ell) \implies x = \frac{h - h_\ell}{h_v - h_\ell} = \frac{LM}{LV}. \quad (1)$$

Nous avons effectivement retrouvé le théorème des moments. Une telle règle peut en fait s'écrire avec n'importe quelle fonction d'état extensive, à savoir le volume, l'énergie interne, l'enthalpie et l'entropie.

### Compression isotherme d'un réfrigérant

1. Dans l'état initial  $A$ , le fluide est à l'état de vapeur sèche puisque  $v_i \geq v_\ell(T_i) = 0,02 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ . L'état final  $B$  est un état d'équilibre liquide-vapeur puisque la courbe  $v = 0,01 \text{ m}^3/\text{kg}$  coupe l'isotherme  $40^{\circ}\text{C}$  avant la courbe d'ébullition. On calcule le titre massique en vapeur au point  $B$  par le théorème des moments :

$$x = \frac{h - h_{\text{liq}}}{h_{\text{vap}} - h_{\text{liq}}} = 0,48. \quad (2)$$

2. Le système est la masse  $m$  de réfrigérant. Il faut décomposer le calcul en deux étapes :

- Étape 1 : le fluide est à l'état de vapeur. Alors  $W = m \int -P dv$ , car la transformation est quasistatique. Pour simplifier, nous allons supposer que la vapeur se comporte comme un gaz parfait. En notant  $v_{\text{vap}}$  le volume massique de la vapeur saturante, il vient :

$$W_1 = -\frac{m}{M} R T_0 \ln \frac{v_{\text{vap}}}{v_i} = -\frac{15}{102} \times 8,3 \times 313 \times \ln \frac{0,02}{0,2} = 8,8 \cdot 10^2 \text{ J}. \quad (3)$$

Dans le diagramme de Clapeyron, nous aurions pu « mesurer » l'aire sous la courbe ; ce n'est pas le cas ici.

- Étape 2 : le fluide est sous deux phases, sous une pression constante égale à la pression de vapeur saturante  $P_{\text{sat}}$ . Par conséquent :

$$W_2 = -m P_{\text{sat}} (v_f - v_{\text{vap}}) = -15 \cdot 10^{-3} \times 10 \cdot 10^5 \times (0,01 - 0,02) = 1,5 \cdot 10^2 \text{ J}. \quad (4)$$

Ce calcul est valable quelle que soit l'équation du gaz, parfait ou non.

- Conclusion : le travail total de compression vaut  $W = 1,0 \text{ kJ}$ .

3. D'après le premier principe appliqué à la masse  $m$  de fluide et la définition de l'enthalpie,

$$\begin{cases} Q = \Delta U - W \\ H = U + PV \end{cases} \implies Q = m \Delta h - m \Delta(Pv) - W. \quad (5)$$

Il suffit alors de lire les valeurs numériques sur le graphe. Application numérique (en kJ) :

$$Q = 15 \times (333 - 438) - 15 \times (10 \cdot 10^3 \times 0,01 - 1,25 \cdot 10^2 \times 0,2) - 1,03 = -2,38 \text{ kJ}. \quad (6)$$