DS n°2 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom : Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Sommes, produits, systèmes

Soit $n \in \mathbb{N}$. Calculer (on donnera une forme simplifiée et factorisée) :

$$\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} 2^{2k+2} = \qquad (1)$$

$$\sum_{k=1}^{n} \left(7^k + 4k - n + 2\right) = \qquad (2)$$

$$\sqrt{\underbrace{11\cdots 1}_{2n \text{ un}} - \underbrace{22\cdots 2}_{n \text{ deux}}} = \qquad (3)$$

$$\prod_{k=1}^{n} \frac{k^2+4k+3}{k^2+4k+4} = \qquad (4)$$

$$\sum_{1 \leqslant i \leqslant j \leqslant n} \frac{i^2}{j(j+1)} = \qquad (5)$$

$$\sum_{0 \leqslant p \leqslant q \leqslant n} \binom{n}{p} 2^q = \qquad (6)$$

Résoudre, avec λ un paramètre réel :

$$\begin{cases} \lambda x + y + z = 1 \\ x + \lambda y + z = \lambda \\ x + y + \lambda z = 1 \end{cases}$$

On distinguera trois cas :

(7)

(8)

(9)

Logique

Nier la proposition $P : \forall x \in \mathbb{R},\ \exists y \in \mathbb{R},\ (x^2 > y) \Rightarrow -1 \leqslant x \leqslant 1$.

$\neg P \equiv$ $\boxed{}$ (10)

Nombres complexes

Linéariser :

$(\cos x) \times (\sin x)^4 =$ $\boxed{}$ (11)

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Donner les ensembles des solutions complexes de chacune des équations suivantes.

$z^2 = 5 + 12i$: $\boxed{}$ (12)

$z^2 + (2 - 2i)z - 2i - 4 = 0$: $\boxed{}$ (13)

$z^4 = -7 - 24i$: $\boxed{}$ (14)

$z^n = -3i$: $\boxed{}$ (15)

L'ensemble des solutions sur $\mathbb{C}$ de l'équation $\exp(2z) - \sqrt{3} + i = 0$ est :

$\boxed{}$ (16)

On considère la similitude directe du plan complexe $f : z \mapsto -2iz + 5 + 5i$. Déterminer les éléments caractéristiques de f.

Rapport : $\boxed{}$ Angle : $\boxed{}$ Centre : $\boxed{}$ (17)

Soit $n \in \mathbb{N}^*$, soit $x \in \mathbb{R}$. Donner une expression simplifiée de la somme suivante.

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cos^2(kx) = \boxed{} \qquad (18)$$

— FIN —