



C2 : MODÉLISATION DES SYSTÈMES ASSERVIS

C2-2 - Notions de grandeurs physiques

25 Septembre 2018

Table des matières

I Introduction	1
1 Utilisations de grandeurs pour les modèles multiphysique	1
2 Grandeurs intensives et extensives	1
II Notions mécaniques	2
1 Cinématique	2
a) Définitions et propriétés	2
b) Vitesses et accélérations	2
c) Exemples et ordres de grandeurs	3
2 Grandeurs liés aux efforts	3
a) Définition et propriétés	3
b) Force ou résultante d'action mécanique	3
c) Moment ou couple	4
3 Quelques notions de dynamique	4
a) Cas d'un solide animé d'un mouvement de translation rectiligne	4
b) Cas d'un solide animé d'un mouvement de rotation autour d'un axe fixe	5
III Notions hydrauliques/pneumatiques	6
1 Introduction	6
2 Débit	7
3 Pression	7
4 Quelques ordres de grandeur	8
IV Notions électriques	8
1 Définition des grandeurs de base	8
a) Intensité	8
b) Tension	9
2 Dipôles passifs	9
a) Résistance	9
b) Bobine parfaite	10
c) Condensateur parfait	10
3 Quelques principes de base	10
a) Lois des noeuds	10
b) Lois de Mailles	10
V Notions énergétiques	11
1 Notions de Puissance/énergie	11
2 Relation entre puissance et énergie	11
3 Quelques ordres de grandeurs	12

Compétences

- **Analyser :**
 - Apprécier la pertinence et la validité des résultats;

- Grandeur utilisées : unités du système international, homogénéité des grandeurs;
- Identifier la nature des flux échangés (matière, énergie, information) traversant la frontière d'étude.
- **Modéliser :** Proposer un modèle de connaissance
 - Systèmes linéaires continus et invariants.
 - Signaux canoniques d'entrée.
 - Schéma-bloc.

I. Introduction

1 Utilisations de grandeurs pour les modèles multiphysique

Les systèmes multiphysiques font appels à des technologies issues de divers domaines : hydraulique, pneumatique, électronique, mécanique... Pour modéliser ces systèmes afin de simuler leur comportement et prévoir leurs performances, nous serons amenés à manipuler certaines grandeurs : pressions, efforts, débit, intensités, tensions, vitesses... Ce cours propose une première approche des principales grandeurs utilisées.

2 Grandeurs intensives et extensives



Définition 1 : *Grandeur intensive et extensive*

- Une **grandeur intensive** est une grandeur physique pouvant être mesurée ponctuellement et ne dépendant pas du volume considéré (exemples : température, pression, ...)
- Une **grandeur extensive** est une grandeur physique dépendant du volume considéré (volume, masse, ...)

II. Notions mécaniques

1 Cinématique

a) Définitions et propriétés



Définition 2 : *Cinématique*

- La **cinématique** fait référence à l'étude des **mouvements**.
- Les mouvements sont toujours étudiés par rapport à un **référentiel**.



Remarque 1 :

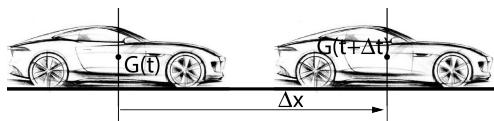
Ces concepts seront plus détaillés dans les cycles étudiants la mécanique des solides. On abordera ici que deux mouvements particuliers.



Propriété 1 : Mouvements simples

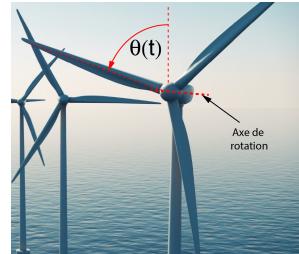
Mouvement de translation

- Dans le cas d'une translation tous les points subissent le même déplacement noté $x(t)$.
- Son unité est le **mètre (m)**.



Mouvement de rotation

- Un solide animé par un mouvement de rotation subit une variation d'orientation que l'on peut mesurer par une position angulaire $\theta(t)$.
- Son unité est le **radian (rad)**.



b) Vitesses et accélérations

Translation			Rotation		
Position	$x(t)$	m	Position angulaire	$\theta(t)$	rad
Vitesse	$\frac{dx(t)}{dt}$	m/s	Vitesse angulaire	$\frac{d\theta(t)}{dt}$	rad/s
Accélération	$\frac{d^2x(t)}{dt^2}$	m/s^2	Accélération angulaire	$\frac{d^2\theta(t)}{dt^2}$	rad/s^2

c) Exemples et ordres de grandeurs

Translation		
Mouvement	Vitesse en km/h	Vitesse en m/s
Nage	3	0,83
Course à pied	12	3,3
Voiture	80	22,2
Son au niveau de la mer	1193	331

Rotation		
Mouvement	Vitesse en tr/min	Vitesse en rad/s
Trotteuse d'une montre	1	0,1
Vitesse de rotation d'une roue de vélo à 30km/h	266	27,8
Moteur brushless de drone	≈ 10000	≈ 100

2 Grandeurs liés aux efforts

a) Définition et propriétés

Définition 3 : Action mécanique d'effort

Un **effort** ou une **action mécanique** est une cause capable :

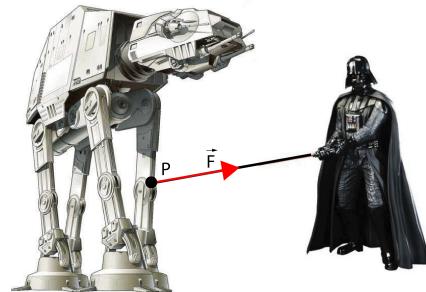
- de créer ou modifier le mouvement d'un corps;
- de maintenir en équilibre un ensemble;
- de déformer un corps.



b) Force ou résultante d'action mécanique

Définition 4 : Force ou résultante d'action mécanique

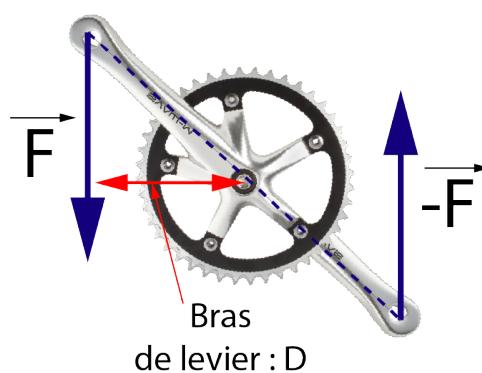
- La force est une action mécanique caractérisée par un vecteur \vec{F} , ainsi qu'un point d'application P.
- L'unité de la norme de ce vecteur est le **Newton (N)**.



c) Moment ou couple

Définition 5 : Moment ou couple

- En appliquant deux forces opposées (donc de somme vectorielle nulle) comme montré sur la figure ci-contre, on exerce une action mécanique qui tend à entraîner en rotation l'objet. Cette action est appelée couple.
- Le couple est dérivé de la notion de moment d'une force.
- Sur l'exemple ci-contre le couple qu'exerce le cycliste sur le pédales est $C = 2 \cdot F \cdot D$.



3 Quelques notions de dynamique

a) Cas d'un solide animé d'un mouvement de translation rectiligne

Définition 6 : *Dynamique des mouvements de translation rectiligne*

L'accélération subie par un corps de masse m constante, dans un référentiel galiléen, est proportionnelle à la somme des forces qu'il subit, et inversement proportionnelle à sa masse m :

$$m \cdot a_G = m \cdot \ddot{x} = \sum F_{ext}$$

Avec :

- a_G : accélération du solide par rapport à un référentiel galiléen (m/s^2);
- m : masse du solide (kg)
- $\sum F_{ext}$: somme des composantes sur l'axe de translation des forces (N) s'appliquant au solide.

Propriété 2 : *Interprétations*

Ce principe signifie :

- que pour modifier la vitesse d'un corps (c'est-à-dire l'accélérer ou le freiner), il faut lui appliquer des efforts ;
- que plus la masse du corps est importante, plus il sera compliqué de modifier sa vitesse. C'est ce qu'on appelle « l'inertie » dans le langage courant.

Remarque 2 : *Référentiel galiléen*

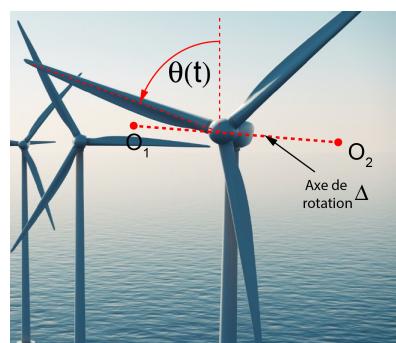
L'accélération est définie par rapport à un **référentiel galiléen** :

- Un référentiel est dit galiléen s'il est en translation rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen (!).
- Le référentiel terrestre (ou du laboratoire) est une approximation souvent suffisante de référentiel galiléen.
- Attention : le repère associé à un solide en accélération ou décélération n'est pas Galiléen (exemple : avion, métro...)

b) Cas d'un solide animé d'un mouvement de rotation autour d'un axe fixe

Définition 7 : *Mouvement de rotation autour d'un axe fixe*

- Si deux points O_1 et O_2 d'un solide sont immobiles par rapport à un repère (R_0) , alors le solide a un **mouvement de rotation** par rapport à (R_0) .
- On peut montrer alors que tous les points de la droite $(O_1 O_2)$ sont immobiles : cette droite s'appelle **l'axe de rotation**.
- On note (Δ) cet axe de rotation.





Définition 8 : Dynamique des mouvement de rotation autour d'un axe fixe

L'accélération angulaire subie par un corps de moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation J_Δ constant, dans un référentiel galiléen, est proportionnelle à la somme des moments qu'il subit, et inversement proportionnelle à son moment d'inertie J_Δ :

$$J_\Delta \ddot{\theta}(t) = \sum M(O, F_{ext}).$$

Avec :

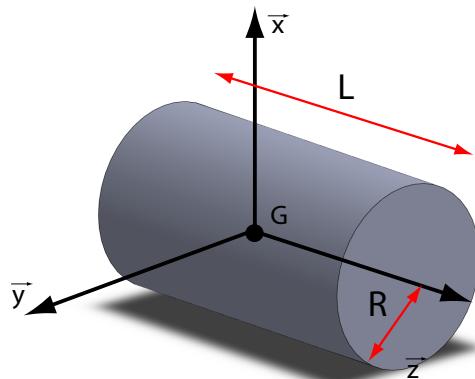
- $\sum M(O, F_{ext})$: somme des composantes des moments sur l'axe de rotation s'exerçant sur le solide exprimés en O , point de l'axe;
- $\ddot{\theta}(t)$: accélération angulaire (rad/s^2);
- J_Δ : moment d'inertie par rapport à l'axe Δ , en $kg.m^2$.



Exemple 1 : Moment d'inertie d'un cylindre

Pour un cylindre de rayon R , le moment d'inertie par rapport à l'axe content le centre d'inertie G est donné par :

$$J_{(G, \vec{z})} = \frac{mR^2}{2}$$



Propriété 3 : Interprétation

Ce principe signifie :

- Que pour modifier la vitesse angulaire d'un corps (c'est-à-dire l'accélérer ou le freiner), il faut lui appliquer couples et/ou forces de moments non nuls,
- Que plus le moment d'inertie du corps est importante, plus il sera compliqué de modifier sa vitesse.
- Pour augmenter la vitesse de rotation du tourniquet ci-contre, il faut fournir un effort d'autant plus grand que son inertie est grande.

Entre les 2 configurations ci-contre, la masse est constante (il y a les mêmes enfants sur le tourniquet).

En revanche, sur la deuxième image, les enfants sont regroupés proche de l'axe de rotation, le moment d'inertie est plus faible et donc le tourniquet plus facile à entraîner.



III. Notions hydrauliques/pneumatiques

1 Introduction



Définition 9 : *Hydraulique/Pneumatique*

- **Hydraulique** : étude de la circulation des liquides (principalement de l'huile ou de l'eau).
- **Pneumatique** : étude de la circulation des gaz (souvent de l'air comprimé).

2 Débit

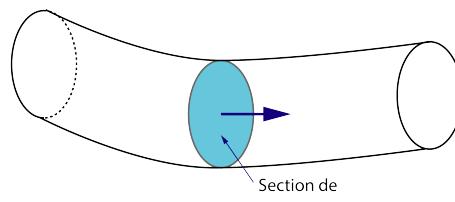


Définition 10 : *Débit*

Soit une conduite dans laquelle circule un fluide. On appelle section de passage la surface à travers laquelle s'écoule le fluide. Le débit est la quantité de matière (exprimée en masse ou un volume) qui passe à chaque unité de temps à travers cette section.

- **Débit volumique**, (unité : m^3/s) :

$$q_v = \frac{dV}{dt}$$



- **Débit massique**, (unité : kg/s) :

$$q_m = \frac{dm}{dt}$$

3 Pression



Définition 11 : *Pression*

- Tous les fluides (liquide ou gaz) exercent sur toutes les surfaces avec lesquelles ils sont en contact, des forces de pression normales en tout point à ces surfaces.
- La pression est le rapport de cette force (df) par unité de surface (dS).

$$p = \frac{df}{dS}$$

- L'unité du système international (SI) pour les pressions est le **Pascal (Pa)**.

$$1\text{ Pa} = 1\text{ N/m}^2 (1\text{ MPa} = 1\text{ N/mm}^2)$$

- Le bar est aussi une unité très utilisée pour les pressions : $1\text{ bar} = 10^5\text{ Pa}$.
- La pression atmosphérique est approximativement d? 1 bar.
- Il existe de multiples autres unités pour la pression (atmosphère, PSI, cm de Mercure?).
- Pour un fluide incompressible de masse volumique, la différence de pression entre deux points d'un fluide est égale au poids d'une colonne de fluide de surface unité et dont la hauteur est égale à la différence de hauteur des deux points :

$$p(A) - p(B) = -\rho \cdot g (z_A - z_B)$$

4 Quelques ordres de grandeur

Pression en Pa	Pression en bar	Applications
$10kPa$	$100mbar$	Emballage sous vide
$100kPa$	$1bar$	Pression atmosphérique
400 à $800kPa$	4 à $8bar$	Pression du réseau d'air comprimé du lycée
407 à $707kPa$	4,07 à $7,07bar$	Pression dans une bouteille de champagne
$10Mpa$	$100bar$	Pression d'expulsion de l'eau d'un nettoyeur sous pression
$100MPa$	$1000bar$	Pression au fond de la fosse des Mariannes, environ 10 km sous la surface de l'océan.

IV. Notions électriques

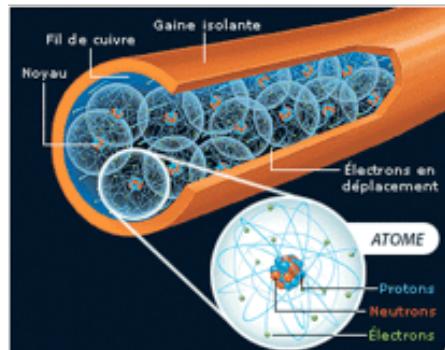
1 Définition des grandeurs de base

a) Intensité



Définition 12 : Intensité

- Un courant électrique est une circulation de porteurs de charges électriques.
- L'intensité du courant électrique est la grandeur qui quantifie le débit de charge en un point du circuit.
- On peut dire que l'intensité du courant est la quantité de charges électriques traversant une section du circuit pendant une seconde.
- L'orientation du circuit en ce point fait que l'intensité est une grandeur algébrique (avec un signe).
- Unité de l'intensité : l'**ampère** (A).



Exemple 2 : Quelques ordres de grandeur

LED de lampe de poche	Quelques dizaines de mA
Clignotant de voiture	1 A environ
Radiateur électrique	Jusqu'à 10 A environ
Démarrage d'automobile	100 A environ
Motrice électrique (SNCF ou métro)	500 A environ
Cuve à électrolyse de l'alumine (préparation de l'aluminium)	Jusqu'à 200 kA

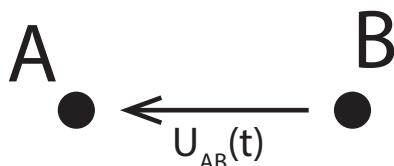
b) Tension



Définition 13 : Tension

- La tension traduit la différence de potentiel entre deux points d'un circuit.
- Pour obtenir une circulation de courant dans un circuit fermé, il faut qu'au moins deux points de ce circuit soient à un instant donné à des potentiels différents.
- Par analogie avec le domaine hydraulique, pour que se crée un mouvement de fluide dans une conduite, il faut que ses extrémités soient à des pressions différentes.
- C'est une grandeur algébrique. Conventionnellement, on représente la tension entre les points :

$$u_{AB} = V_B - V_A$$



Exemple 3 : Quelques ordres de grandeur

Tension aux bornes d'une pile AAA	1.5V
Tension aux bornes d'une batterie automobile	12V
Tension d'alimentation secteur	230V
Réseaux de distribution (moyenne tension)	1 à 25 kV (tension alternative)
Réseaux de transports (haute tension)	de 150 à 1 200 kV (tension alternative) et jusqu'à 900 kV (tension continue)

2 Dipôles passifs

a) Résistance

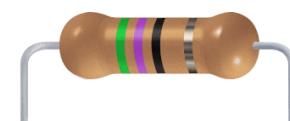
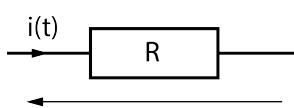


Définition 14 : Résistance

Loi d'Ohm

$$u(t) = R \cdot i(t)$$

Résistance R en Ω (ohms)



b) Bobine parfaite

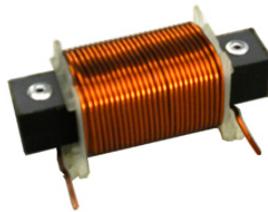
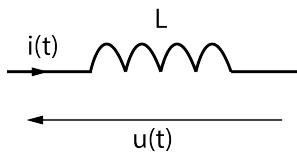


Définition 15 : Bobine parfaite

Bobine parfaite

$$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Inductance L en H (Henrys)



c) Condensateur parfait

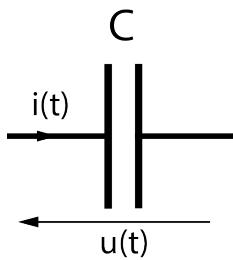


Définition 16 : Condensateur parfait

Condensateur parfait

$$i(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

Capacité en F (Farads)



3 Quelques principes de base

a) Lois des noeuds



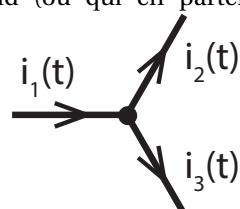
Définition 17 : Lois des noeuds

La somme algébrique des courants qui arrivent à un nœud (ou qui en partent) est nulle

Ou

$$i_1(t) - i_2(t) - i_3(t) = 0.$$

$$i_1(t) = i_2(t) + i_3(t).$$



b) Lois de Mailles



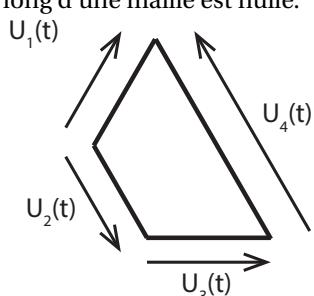
Définition 18 : Lois des mailles

La somme algébrique des différences de potentiel (=tensions) de long d'une maille est nulle.

Ou

$$U_1(t) - U_2(t) - U_3(t) - U_4(t) = 0.$$

$$U_1(t) = U_2(t) + U_3(t) + U_4(t).$$



Cette loi exprime la conservation de l'énergie dans un circuit électrique.

V. Notions énergétiques

1 Notions de Puissance/énergie



Définition 19 : Puissance/énergie

- **Energie** :
 - L'**énergie** mesure la capacité d'un système à modifier un état ou à produire un travail.
 - L'unité d'une énergie est le **Joule** (J) qui est homogène au produit d'une force par une longueur.
- **Puissance**
 - La puissance est la quantité d'énergie par unité de temps.
 - Son unité est le **Watt** (W) qui est homogène au produit d'une force par une vitesse.
 - C'est une grandeur scalaire qui résulte du produit de deux grandeurs duales :
 - > l'une est appelée **flux** et notée $f(t)$ (ou vecteur $\vec{f}(t)$);
 - > l'autre est appelée **potentiel** et est noté $p(t)$ (ou vecteur $\vec{p}(t)$).
 - Généralement on pourra l'écrire sous la forme :

$$P(t) = f(t) \times p(t) = \vec{f}(t) \cdot \vec{p}(t).$$



Propriété 4 : Interprétation des grandeurs de potentiel et de flux

Le tableau ci-dessous précise selon le domaine physique les différentes grandeurs associées à un potentiel ou un flux.

Domaine	Potentiel $p(t)$	flux $f(t)$
Electrique	Tension $u(t)$	Intensité $i(t)$
Mécanique (translation)	Force $\vec{F}(t)$	Vitesse $\vec{V}(t)$
Mécanique (rotation)	Couple $\vec{C}(t)$	Vitesse angulaire $\vec{\Omega}(t)$
Hydraulique	Pression $p(t)$	Débit volumique $q_v(t)$

2 Relation entre puissance et énergie



Propriété 5 : Relation entre puissance et énergie

Dans le cas simplifié où la puissance est constante dans le temps et égale à P , l'énergie nécessaire pour fournir une puissance entre les instants t_1 et t_2 est donnée par :

$$E(t_1 \rightarrow t_2) = (t_2 - t_1) \times P$$

3 Quelques ordres de grandeurs



Exemple 4 : Quelques ordres de grandeur

Soulever une masse de 1kg avec une vitesse verticale de 1m/s	1W
Puissance développée par un cycliste de 70kg en vélo à une vitesse de 10km/h sur une pente de 10%	$\approx 200W$
1 cheval vapeur	735,5W
Puissance d'une automobile	$\approx 73,5kW$
Puissance d'une éolienne	$\approx 5MW$
Puissance d'un réacteur nucléaire	$\approx 1GW$
Puissance d'un sabre laser de Star Wars	$\approx 1GW$ ^a

a. Faire des sciences avec Star Wars, Roland Lehoucq, 2017