Semaine n° 10 : du 17 novembre au 21 novembre

Lundi 17 novembre

- **Cours à préparer : Chapitre X - Relations d'ordre et d'équivalence**
  - *Partie 6.1 :* Relation d'ordre sur $\mathbb{R}$ et opérations. Résolution d'inéquations. Droite réelle achevée.
  - *Partie 6.2 :* Propriété de la borne supérieure.
  - *Partie 6.3 :* Partie entière ; partie dense de $\mathbb{R}$, densité de $\mathbb{Q}$ et de $\mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$ dans $\mathbb{R}$; valeur approchée, approximations décimales d'un réel.
  - *Partie 6.4 :* Intervalles de $\mathbb{R}$; caractérisation des intervalles.
- **Exercices à rendre en fin de TD** - *(liste non exhaustive)*
  - **Feuille d'exercices n° 9 :** exercices 5, 8, 9.
  - **Feuille d'exercices n° 10 :** exercices 5, 6, 1, 3, 4.

Mardi 18 novembre

- **Cours à préparer : Chapitre XI - Entiers relatifs et arithmétique de $\mathbb{Z}$**
  - *Partie 1 :* Divisibilité ; relation de congruence modulo n ; division euclidienne.
  - *Partie 2.1 :* PGCD de deux entiers ; algorithme d'Euclide ; relations de Bézout.

Jeudi 20 novembre

- **Cours à préparer : Chapitre XI - Entiers relatifs et arithmétique de $\mathbb{Z}$**
  - *Partie 2.2 :* PGCD d'une famille finie d'entiers.
  - *Partie 2.3 :* Nombres premiers entre eux ; théorème de Bézout ; lemme de Gauss.
  - *Partie 2.4 :* PPCM de deux entiers relatifs.
- **Exercices à corriger en classe**
  - **Feuille d'exercices n° 10 :** exercices 7 et 8.

Vendredi 21 novembre

- **Cours à préparer : Chapitre XI - Entiers relatifs et arithmétique de $\mathbb{Z}$**
  - *Partie 3 :* Nombres premiers ; décomposition en produit de nombres premiers ; valuation p-adique, propriétés ; petit théorème de Fermat.

Échauffements

Mardi 18 novembre

- Calculer l'intégrale
$$I = \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} \frac{\cos t}{1 + 2\sin t + 2\sin^2 t}\,\mathrm{dt}$$
- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soit E, F deux ensembles, et $f : E \to F$. Soit $A \subset E$ et $B \subset F$. Alors, pour tout élément x,
  ☐ $x \in f(A)$ ssi il existe $y \in A$ tel que $y = f^{\leftarrow}(x)$;
  ☐ $x \in f^{\leftarrow}(B)$ ssi il existe $y \in F$ tel que $x = f^{\leftarrow}(y)$;
  ☐ $x \in f^{\leftarrow}(B)$ ssi il existe $y \in F$ tel que $f(x) = y$;
  ☐ $x \in f^{\leftarrow}(B)$ ssi $f(x) \in B$;
  ☐ $x \in f(B)$ ssi il existe $y \in B$ tel que $f(y) = x$.

Jeudi 20 novembre

- Soit $n \in \mathbb{N}^*$, calculer $S = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2^k} \cos\left(\frac{k\pi}{3}\right)$
- *Cocher toutes les assertions vraies :*
  ☐ Tout ensemble de $\mathbb{N}$ admet un minimum.
  ☐ Tout ensemble non vide de $\mathbb{N}$ admet un minimum.
  ☐ Tout ensemble non vide de $\mathbb{N}$ admet un maximum.
  ☐ Tout ensemble non vide de $\mathbb{Z}$ admet un minimum.
  ☐ Tout ensemble non vide et minoré de $\mathbb{Z}$ admet un minimum.
  ☐ Tout ensemble non vide et majoré de $\mathbb{Z}$ admet un maximum.

Vendredi 21 novembre

- *Cocher toutes les assertions vraies :*
  Soit $a, b \in \mathbb{R}$, $A = \begin{pmatrix} a & 1 & b \\ 0 & a & 2 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$ et $N = A - aI$, où $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
  ☐ $N^k = 0$, pour tout entier $k \geq 3$.
  ☐ On ne peut pas appliquer la formule du binôme pour le calcul de A^n.
  ☐ Pour tout entier $n \geq 2$, $A^n = a^n I + na^{n-1}N + \dfrac{n(n-1)}{2}a^{n-2}N^2$.
  ☐ Pour tout entier $n \geq 2$, $A^n = \begin{pmatrix} a^n & na^{n-1} & na^{n-1}b + n(n-1)a^{n-2} \\ 0 & a^n & 2na^{n-1} \\ 0 & 0 & a^n \end{pmatrix}$.
- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soit a, b, c, $d \in \mathbb{Z}^*$. Alors :
  ☐ s'il existe u et v entiers tels que $au + bv = 4$ alors $\mathrm{pgcd}(a, b) = 4$.
  ☐ si $7a - 9b = 1$ alors a et b sont premiers entre eux.
  ☐ si a divise b et b divise c et c divise a, alors $|a| = |b|$.
  ☐ « a et b premiers entre eux » équivaut à « $\mathrm{ppcm}(a, b) = |ab|$ ».
  ☐ si a divise c et b divise d, alors ab divise cd.
  ☐ si 9 divise ab et si 9 ne divise pas a, alors 9 divise b.
  ☐ si a divise b ou a divise c, alors a divise bc.
  ☐ « a divise b » équivaut à « $\mathrm{ppcm}(a, b) = |b|$ ».
  ☐ si a divise b, alors a n'est pas premier avec b.
  ☐ si a n'est pas premier avec b, alors a divise b ou b divise a.