Devoir surveillé n° 3 - Remarques

Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 points, total sur 36 points en fait sur 25, ramené sur 5 points.
- Problèmes : chaque question sur 4 points, total sur 112 points + 4 points de présentation, en fait sur 85, ramené sur 15 points.

Statistiques descriptives.

	Calculs	Problème	Note finale
Note maximale	26	75	$15,7$
Note minimale	4	6	$1,7$
Moyenne	$\approx 9,6$	$\approx 43,5$	$\approx 9,6$
Écart-type	$\approx 3,1$	$\approx 17,3$	$\approx 3,1$

Remarques générales.

Il faut encadrer tous vos résultats avec une règle : certains continuent à perdre des points, la notation sera plus sévère désormais !

Trop de ratures dans de nombreuses copies, la aussi la notation sera plus sévère pour la suite.

Il faut introduire toutes les variables que vous utilisez.

Attention, ce sont les fonctions qui sont dérivables, pas leurs images, donc « $f(x)$ est dérivable » n'a pas de sens. C'est : « f est dérivable » sur l'ensemble .... De plus, on écrit « f est dérivable sur $[0,1[$ » ou « f est dérivable en tout point de $[0,1[$ » et non « f est dérivable pour tout $x \in [0,1[$ ».

Tous les résultats annoncés doivent être justifiés avec concision, mais justifiés. Vous pouvez utiliser la réponse d'une question admise dans la suite d'un problème.

J'ai lu des horreurs du type f est définie $\forall x$. On n'utilise pas les quantificateurs ou les connecteurs logiques comme des abréviations. On écrira à la place f est définie sur $\mathbb{R}$, on réfléchit avant d'écrire, on fait ATTENTION.

Quand vous numérotez les questions, il est plus clair pour le correcteur et donc OBLIGATOIRE de rappeler les parties, donc pour la question 1)a) de la partie I on écrira I 1)a).

Quand on utilise un théorème et qu'il porte un nom, il faut rappeler le nom du théorème.

I. Un exercice vu en TD et un autre.

Dans chaque question il s'agissait de démontrer des propositions du type :

$$\forall x \in E, P(x) \implies Q(x)$$

où $P(x)$ et $Q(x)$ sont deux prédicats et E un ensemble.
Rappelons la démarche générale pour démontrer une telle proposition.
Soit $x \in E$, tel que $P(x)$ est vraie.
...

...
Conclusion : $Q(x)$ est vraie.
Les trois petits points correspondent au raisonnement.
Ces questions ont été plus ou moins bien traitées. Il est important que vous sachiez les faire sans difficulté, alors à tête reposée recommencer l'exercice, en justifiant tout, et comparer au corrigé.

La proposition $\forall y \in F, \exists x \in E, y = f(x)$ est indépendante de x et y, ce sont des variables muettes, et par conséquent ne permet par d'introduite les variables y et x, et donc encore moins de les invoquer par la suite!!!
On écrit plutôt :
Soit y dans F, comme f est surjective, il existe $x \in E$ tel que $y = f(x)$.
On peut maintenant utiliser les variables x et y pour la suite du raisonnement

4)5) On pouvez utiliser les questions précédentes.

II. $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{N}^p$ sont dénombrables.

2)d) Attention à l'ordre dans lequel, on écrit les propositions.
On déduit de la question précédente que f est bijective et que $\tilde{f}$ est sa réciproque.
Et par l'inverse, on déduite que $\tilde{f}$ est la réciproque de f et que f est bijective.... à méditer!

4) φ_{p+1} est bijective par composition de fonctions bijectives, est une justification insatisfaisante. Vous laissez du travail au correcteur, il doit deviner quelles sont les fonctions bijectives auxquelles vous pensez! Ce sera forcément pénalisé le jour du concours par 0. Vous devez préciser. Remarquons que vous avez probablement oublié une fonction : $\varphi_{p+1} = g \circ \psi_p$ avec

$$\forall (n_1, ..., n_{p+1}) \in \mathbb{N}^{p+1}, \psi_p(n_1, ..., n_{p+1}) = (\varphi_p(n_1, ..., n_p), n_{p+1}).$$

Et donc il aurait fallu montrer qu'elle était bijective, même si c'est immédiat grâce à la bijectivité de φ_p

III. Résolution d'une équation différentielle non linéaire.

1)a) Pour tout x dans I, $\displaystyle\int^x \frac{1}{t}\mathrm{d}t = \ln(x)$ est faux, en effet rien ne disait dans l'énoncé que $I \subset \mathbb{R}_+^*$.
Donc, pour tout x dans I, $\displaystyle\int^x \frac{1}{t}\mathrm{d}t = \ln(|x|)$.

1)b) Même remarque qu'à la question précédente.

A La partie A, l'enchainement des questions 4) et 5) a été globalement mal comprise. Pendant le DS, il faut prendre le temps de bien comprendre le raisonnement proposé. Ce n'était pas une perte de temps, de réfléchir à l'enchaînement des questions dans la partie A.

4)b) Lorsqu'on veut appliquer un théorème, il faut justifier que toutes les hypothèses du dit théorème sont vraies. Pour l'application du TVI, j'ai souvent noté l'absence soit de la continuité de f sur I, soit que f change de signe sur I! Il y a aussi eu une confusion avec le corollaire du TVI. Dans le TVI, les hypothèses concernent la continuité de la fonction et le fait qu'elle change de signe, dans le corollaire on rajoute la stricte monotonie. Quand vous nommez un théorème, il ne faut pas leconfondre avec un autre même très proche. Rappelons qu'un corollaire est une conséquence d'un théorème.

5) Justifier la dérivabilité de y en α a posé des problèmes à beaucoup d'entre vous, donc étudier le corrigé.

6) Peu de réponse complète.