DS n°4 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom : ______ Note : ______

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Calcul matriciel

Inverser les matrices suivantes.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}, \qquad A^{-1} = \boxed{} \tag{1}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}, \qquad B^{-1} = \boxed{} \tag{2}$$

On considère la matrice $M \in \mathscr{M}_3(\mathbb{R})$ telle que, quelque soit la matrice $A \in \mathscr{M}_3(\mathbb{R})$, effectuer le produit MA revienne à effectuer successivement sur A, et dans cet ordre, les opérations : $L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1$, $L_3 \leftarrow 2L_3 + L_2$ et enfin $L_1 \leftrightarrow L_2$. Alors,

$$M = \boxed{} \quad (3) \qquad M^{-1} = \boxed{} \quad (4)$$

Relations d'ordre et d'équivalence

Soit $A = \left\{(-1)^n + \frac{2^n}{4^n+1}, n \in \mathbb{N}\right\}$, Alors, dans $\overline{\mathbb{R}}$,

$$\sup A = \boxed{} \quad (5) \qquad \inf A = \boxed{} \quad (6)$$

De plus (on répondra aux questions suivantes par **OUI** ou **NON**) :

$$\sup A = \max A : \boxed{} \quad (7) \qquad \inf A = \min A : \boxed{} \quad (8)$$

Pour deux fonctions $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, on définit la relation d'ordre $f \leqslant g$ par : $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) \leqslant g(x)$.
L'ensemble $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ est-il totalement ordonné par $\leqslant$ (répondre **OUI** ou **NON**) ?

$$\boxed{} \tag{9}$$

Dans $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$, déterminer la borne supérieure suivante pour cet ordre $\leqslant$.

$$\sup \{ x \mapsto \sin(x + \varphi) \mid \varphi \in \mathbb{R} \} = \boxed{} \tag{10}$$

Soit $n \in \mathbb{N}$. Déterminer $\left\lfloor (\sqrt{n} + \sqrt{n+1})^2 \right\rfloor$

$$\boxed{} \tag{11}$$

Arithmétique

Donner le chiffre des unités de $(...(((7^7)^7)^7)...)^7$, la formule contenant 1001 fois le nombre 7

$$\boxed{} \tag{12}$$

Soient $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}^\star$, on note q le quotient de la division euclidienne de $a - 1$ par b.
Pour tout $n \in \mathbb{N}$, le quotient de la division euclidienne de $(ab^n - 1)$ par b^{n+1} est

$$\boxed{} \tag{13}$$

Les entiers n tels que $10 \mid n^2 + (n+1)^2 + (n+3)^2$ sont

$$\boxed{} \tag{14}$$

Les entiers n tels que 7 divisent $2^n - 1$ sont

$$\boxed{} \tag{15}$$

Déterminer

$$91 \wedge 77 \wedge 143 = \boxed{} \tag{16}$$

Donner un triplet d'entiers (x, y, z) tel que $91x + 77y + 143z = 91 \wedge 77 \wedge 143$

$$(x, y, z) = \boxed{} \tag{17}$$

— FIN —