



C4 : Modélisation des performances cinématiques des systèmes

C4-1 Introduction à la modélisation cinématique des systèmes

Émilien DURIF
emilien.durif@gmail.com

Lycée La Martinière Monplaisir Lyon
Classe de MPSI

Plan

1 Introduction et hypothèses

- Introduction
- Objectifs de la modélisation mécanique
- Solide indéformable
- Différents types de modélisations mécaniques

2 Repère et référentiel liés à un solide

- Repère de référence
- Référentiel
- Repères liés aux solides

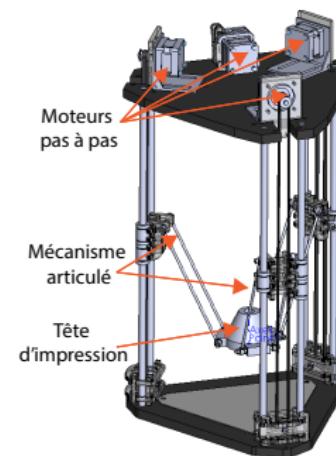
3 Paramétrage d'un solide

- Paramétrage de la position de l'origine du repère associé
- Paramétrage de l'orientation de la base

Modélisation mécanique d'un système

Système mécanique

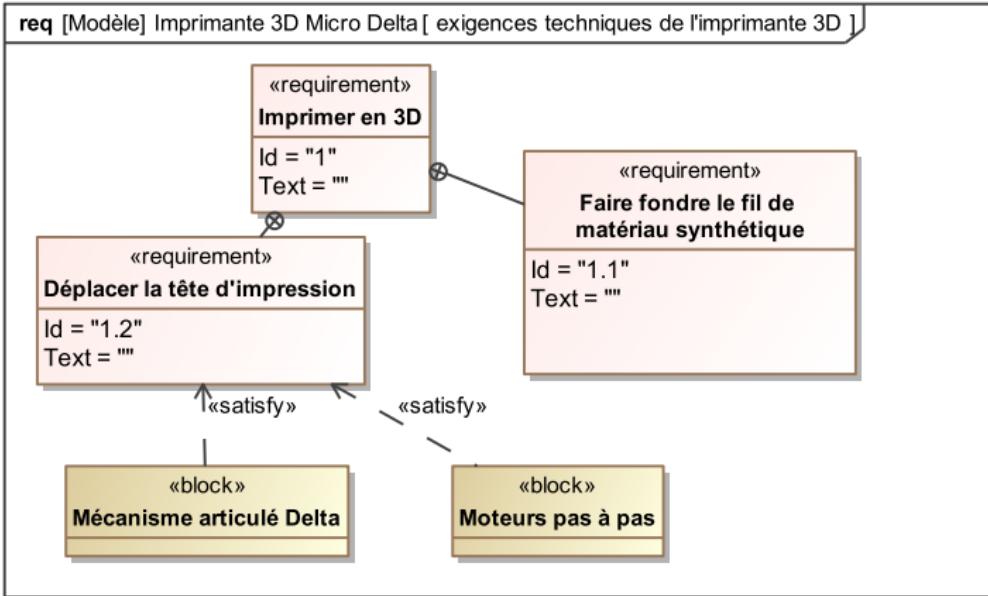
Un système mécanique est généralement constitué d'un ensemble de mécanismes. Ces mécanismes sont constitués d'un ensemble de solides agencés entre eux dans le but de réaliser une fonction.



Modélisation mécanique d'un système

Modélisation mécanique d'un système

On focalisera notre étude sur l'exigence technique qui permet de "déplacer la tête d'impression".





Plan

1 Introduction et hypothèses

- Introduction
- Objectifs de la modélisation mécanique
- Solide indéformable
- Différents types de modélisations mécaniques

2 Repère et référentiel liés à un solide

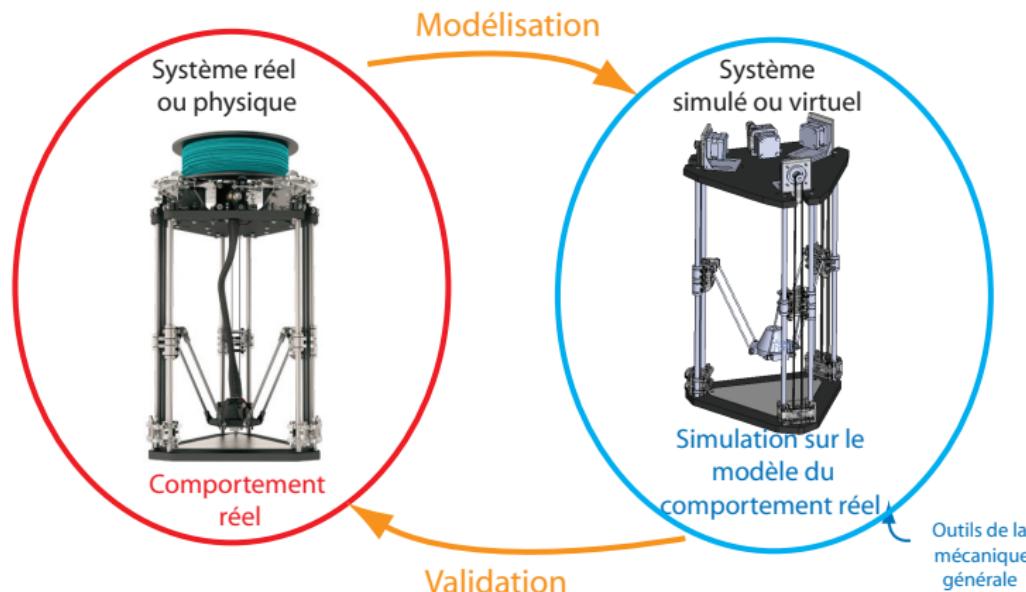
- Repère de référence
- Référentiel
- Repères liés aux solides

3 Paramétrage d'un solide

- Paramétrage de la position de l'origine du repère associé
- Paramétrage de l'orientation de la base

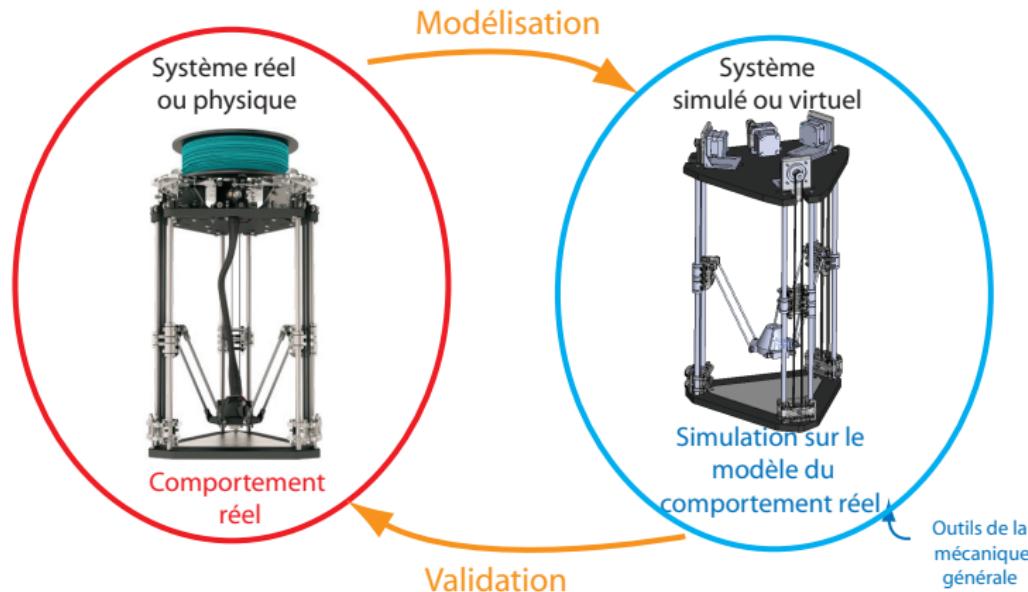
Objectifs de la modélisation mécanique

- Fonctions techniques : loi entrée/sortie en vitesse ou en effort.
- Modélisation mécanique : comprendre, analyser, améliorer et valider le comportement d'un système mécanique constituant d'un produit industriel.



Objectifs de la modélisation mécanique

- Fonctions techniques : loi entrée/sortie en vitesse ou en effort.
- Modélisation mécanique : **comprendre, analyser, améliorer et valider** le comportement d'un système mécanique constituant d'un produit industriel.





Plan

1 Introduction et hypothèses

- Introduction
- Objectifs de la modélisation mécanique
- Solide indéformable
- Différents types de modélisations mécaniques

2 Repère et référentiel liés à un solide

- Repère de référence
- Référentiel
- Repères liés aux solides

3 Paramétrage d'un solide

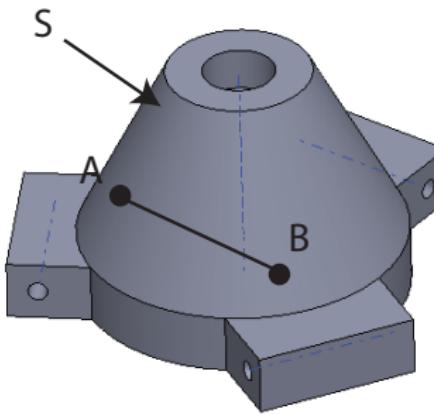
- Paramétrage de la position de l'origine du repère associé
- Paramétrage de l'orientation de la base

Modélisation mécanique d'un solide

Solide indéformable

- **Un point matériel** est une portion de l'espace pourvue de matière et suffisamment petite pour être considérée comme ponctuelle.
- **Un solide indéformable** est un ensemble de points matériels. S est un solide "indéformable" si, pour tout $AB \in S$, et pour tout instant t :

$$\| \vec{AB} \| = \text{cste} \quad (1)$$

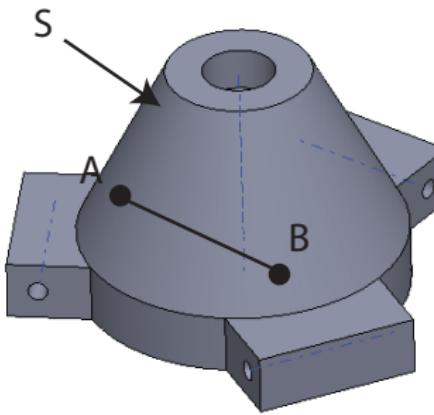


Modélisation mécanique d'un solide

Solide indéformable

- **Un point matériel** est une portion de l'espace pourvue de matière et suffisamment petite pour être considérée comme ponctuelle.
- **Un solide indéformable** est un ensemble de points matériels. S est un solide "indéformable" si, pour tout $AB \in S$, et pour tout instant t :

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \text{cste} \quad (1)$$

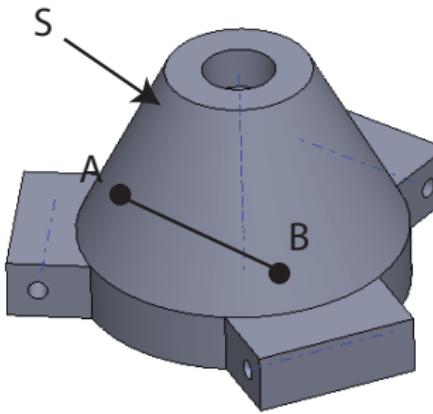


Modélisation mécanique d'un solide

Solide indéformable

- **Un point matériel** est une portion de l'espace pourvue de matière et suffisamment petite pour être considérée comme ponctuelle.
- **Un solide indéformable** est un ensemble de points matériels. S est un solide "indéformable" si, pour tout $AB \in S$, et pour tout instant t :

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \text{cste} \quad (1)$$



Plan

1 Introduction et hypothèses

- Introduction
- Objectifs de la modélisation mécanique
- Solide indéformable
- Différents types de modélisations mécaniques

2 Repère et référentiel liés à un solide

- Repère de référence
- Référentiel
- Repères liés aux solides

3 Paramétrage d'un solide

- Paramétrage de la position de l'origine du repère associé
- Paramétrage de l'orientation de la base



Différents types de modélisation mécanique

Modélisation mécaniques

- **la cinématique** : étude des mouvements et des vitesses ;
- **la statique** : étude des actions mécaniques (types efforts) des solides “à l'équilibre” ;
- **la cinétique** : étude des quantités de mouvement et des inerties (programme de deuxième année) ;
- **la dynamique** : lien entre les mouvements et leurs causes (programme de deuxième année) ;
- **l'énergétique** : étude des mouvements et de leur cause d'un point de vue énergétique (programme de deuxième année).



Différents types de modélisation mécanique

Modélisation mécaniques

- **la cinématique** : étude des mouvements et des vitesses ;
- **la statique** : étude des actions mécaniques (types efforts) des solides “à l'équilibre” ;
- **la cinétique** : étude des quantités de mouvement et des inerties (programme de deuxième année) ;
- **la dynamique** : lien entre les mouvements et leurs causes (programme de deuxième année) ;
- **l'énergétique** : étude des mouvements et de leur cause d'un point de vue énergétique (programme de deuxième année).

Différents types de modélisation mécanique

Modélisation mécaniques

- **la cinématique** : étude des mouvements et des vitesses ;
- **la statique** : étude des actions mécaniques (types efforts) des solides “à l'équilibre” ;
- **la cinétique** : étude des quantités de mouvement et des inerties (programme de deuxième année) ;
- **la dynamique** : lien entre les mouvements et leurs causes (programme de deuxième année) ;
- **l'énergétique** : étude des mouvements et de leur cause d'un point de vue énergétique (programme de deuxième année).



Différents types de modélisation mécanique

Modélisation mécaniques

- **la cinématique** : étude des mouvements et des vitesses ;
- **la statique** : étude des actions mécaniques (types efforts) des solides “à l'équilibre” ;
- **la cinétique** : étude des quantités de mouvement et des inerties (programme de deuxième année) ;
- **la dynamique** : lien entre les mouvements et leurs causes (programme de deuxième année) ;
- **l'énergétique** : étude des mouvements et de leur cause d'un point de vue énergétique (programme de deuxième année).



Différents types de modélisation mécanique

Modélisation mécaniques

- **la cinématique** : étude des mouvements et des vitesses ;
- **la statique** : étude des actions mécaniques (types efforts) des solides “à l'équilibre” ;
- **la cinétique** : étude des quantités de mouvement et des inerties (programme de deuxième année) ;
- **la dynamique** : lien entre les mouvements et leurs causes (programme de deuxième année) ;
- **l'énergétique** : étude des mouvements et de leur cause d'un point de vue énergétique (programme de deuxième année).



Plan

1 Introduction et hypothèses

- Introduction
- Objectifs de la modélisation mécanique
- Solide indéformable
- Différents types de modélisations mécaniques

2 Repère et référentiel liés à un solide

- Repère de référence
- Référentiel
- Repères liés aux solides

3 Paramétrage d'un solide

- Paramétrage de la position de l'origine du repère associé
- Paramétrage de l'orientation de la base



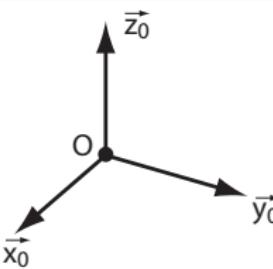
Repère de référence

Repère

- Un repère R_0 est l'association d'une base \mathcal{B} formée de trois vecteurs unitaires $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ avec un point O :

$$R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0) \quad (2)$$

- Le repère de référence se définit comme celui par rapport auquel les mouvements seront étudiés.



Remarque

On définira les repères comme étant orthonormés directs, c'est à dire que le triplet $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ forme un trièdre direct et que chacun des vecteurs composant la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0$ et $\vec{z}_0)$ sont unitaires et orthogonaux entre eux.

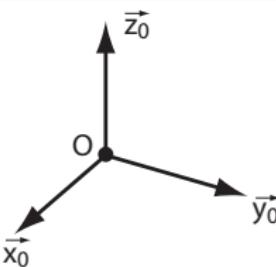
Repère de référence

Repère

- Un **repère** R_0 est l'association d'une base \mathcal{B} formée de trois vecteurs unitaires $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ avec un point O :

$$R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0) \quad (2)$$

- Le **repère de référence** se définit comme celui par rapport auquel les mouvements seront étudiés.



Remarque

On définira les repères comme étant orthonormés directs, c'est à dire que le triplet $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ forme un trièdre direct et que chacun des vecteurs composant la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0$ et $\vec{z}_0)$ sont unitaires et orthogonaux entre eux.

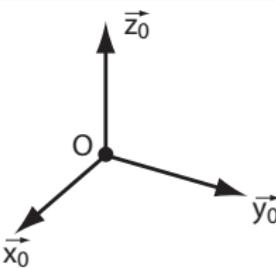
Repère de référence

Repère

- Un **repère** R_0 est l'association d'une base \mathcal{B} formée de trois vecteurs unitaires $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ avec un point O :

$$R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0) \quad (2)$$

- Le **repère de référence** se définit comme celui par rapport auquel les mouvements seront étudiés.



Remarque

On définira les repères comme étant **orthonormés directs**, c'est à dire que le triplet $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ forme un **trièdre direct** et que chacun des vecteurs composant la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0$ et $\vec{z}_0)$ sont **unitaires** et **orthogonaux** entre eux.



Plan

1 Introduction et hypothèses

- Introduction
- Objectifs de la modélisation mécanique
- Solide indéformable
- Différents types de modélisations mécaniques

2 Repère et référentiel liés à un solide

- Repère de référence
- Référentiel
- Repères liés aux solides

3 Paramétrage d'un solide

- Paramétrage de la position de l'origine du repère associé
- Paramétrage de l'orientation de la base

Référentiel

Référentiel

Un "référentiel" est constitué :

- d'un repère de référence (*ie* $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$);
- d'une horloge qui servira de référence pour mesurer le temps (et dériver par rapport au temps).



Référentiel

Référentiel

Un "référentiel" est constitué :

- d'un repère de référence (*ie* $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$);
- d'une horloge qui servira de référence pour mesurer le temps (et dériver par rapport au temps).



Référentiel

Référentiel

Un "référentiel" est constitué :

- d'un repère de référence (ie $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$);
- d'une horloge qui servira de référence pour mesurer le temps (et dériver par rapport au temps).





Plan

1 Introduction et hypothèses

- Introduction
- Objectifs de la modélisation mécanique
- Solide indéformable
- Différents types de modélisations mécaniques

2 Repère et référentiel liés à un solide

- Repère de référence
- Référentiel
- Repères liés aux solides

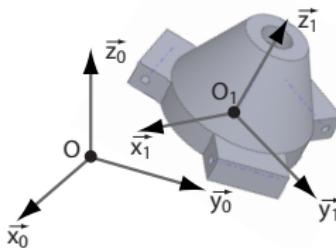
3 Paramétrage d'un solide

- Paramétrage de la position de l'origine du repère associé
- Paramétrage de l'orientation de la base

Repère et référentiel liés à un solide

Repères liés aux solides

La position d'un solide S_1 par rapport à un repère de référence R_0 ($O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$), est définie par la position d'un repère R_1 ($O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1$) qui lui est propre. C'est à dire que le repère R_1 est fixe par rapport au solide S_1 . Le repère R_1 est défini par son origine O_1 et sa base ($\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1$).



Remarque

Paramétrage :

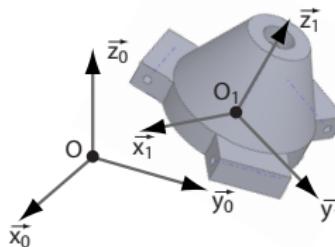
- position du point O_1

- orientation de la base ($\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1$) par rapport à la base ($\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$)

Repère et référentiel liés à un solide

Repères liés aux solides

La position d'un solide S_1 par rapport à un repère de référence R_0 ($O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$), est définie par la position d'un repère R_1 ($O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1$) qui lui est propre. C'est à dire que le repère R_1 est fixe par rapport au solide S_1 . Le repère R_1 est défini par son origine O_1 et sa base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.



Remarque

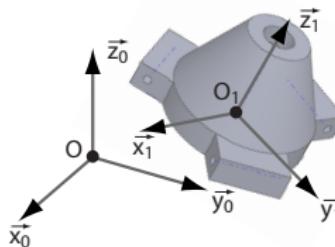
Paramétrage :

- position du point O_1 .
- orientation de la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ par rapport à la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

Repère et référentiel liés à un solide

Repères liés aux solides

La position d'un solide S_1 par rapport à un repère de référence R_0 ($O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$), est définie par la position d'un repère R_1 ($O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1$) qui lui est propre. C'est à dire que le repère R_1 est fixe par rapport au solide S_1 . Le repère R_1 est défini par son origine O_1 et sa base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.



Remarque

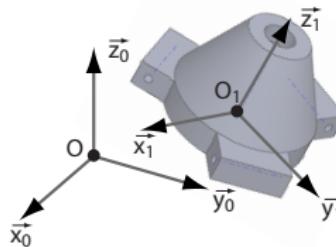
Paramétrage :

- position du point O_1 .
- orientation de la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ par rapport à la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

Repère et référentiel liés à un solide

Repères liés aux solides

La position d'un solide S_1 par rapport à un repère de référence R_0 ($O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$), est définie par la position d'un repère R_1 ($O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1$) qui lui est propre. C'est à dire que le repère R_1 est fixe par rapport au solide S_1 . Le repère R_1 est défini par son origine O_1 et sa base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.



Remarque

Paramétrage :

- position du point O_1 .
- orientation de la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ par rapport à la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

Plan

1 Introduction et hypothèses

- Introduction
- Objectifs de la modélisation mécanique
- Solide indéformable
- Différents types de modélisations mécaniques

2 Repère et référentiel liés à un solide

- Repère de référence
- Référentiel
- Repères liés aux solides

3 Paramétrage d'un solide

- Paramétrage de la position de l'origine du repère associé
- Paramétrage de l'orientation de la base



Paramétrage d'un solide

Types de paramétrage

- Différents types de paramétrage peuvent être choisis pour repérer un point dans l'espace. Il s'agit des systèmes de coordonnées :
 - cartésiennes,
 - cylindriques,
 - sphériques.

Choix du système de coordonnées

- Le choix du système de coordonnées repose généralement sur les symétries du problème à traiter.
- Vecteur position $\overrightarrow{OO_1}$ décomposé avec trois vecteurs unitaires formant une base orthonormée directe $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$:

$$\boxed{\overrightarrow{OO_1} = \alpha(t) \cdot \vec{u}_1 + \beta(t) \cdot \vec{u}_2 + \gamma(t) \cdot \vec{u}_3} \quad (3)$$

- Les paramètres $\alpha(t)$, $\beta(t)$ et $\gamma(t)$ sont les coordonnées et peuvent dépendre du temps.



Paramétrage d'un solide

Types de paramétrage

- Différents types de paramétrage peuvent être choisis pour repérer un point dans l'espace. Il s'agit des systèmes de coordonnées :
 - cartésiennes,
 - cylindriques,
 - sphériques.

Choix du système de coordonnées

- Le choix du système de coordonnées repose généralement sur les symétries du problème à traiter.
- Vecteur position $\overrightarrow{OO_1}$ décomposé avec trois vecteurs unitaires formant une base orthonormée directe $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$:

$$\boxed{\overrightarrow{OO_1} = \alpha(t) \cdot \vec{u}_1 + \beta(t) \cdot \vec{u}_2 + \gamma(t) \cdot \vec{u}_3} \quad (3)$$

- Les paramètres $\alpha(t)$, $\beta(t)$ et $\gamma(t)$ sont les coordonnées et peuvent dépendre du temps.



Paramétrage d'un solide

Types de paramétrage

- Différents types de paramétrage peuvent être choisis pour repérer un point dans l'espace. Il s'agit des systèmes de coordonnées :
 - cartésiennes,
 - cylindriques,
 - sphériques.

Choix du système de coordonnées

- Le choix du système de coordonnées repose généralement sur les symétries du problème à traiter.
- Vecteur position $\overrightarrow{OO_1}$ décomposé avec trois vecteurs unitaires formant une base orthonormée directe $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$:

$$\boxed{\overrightarrow{OO_1} = \alpha(t) \cdot \vec{u}_1 + \beta(t) \cdot \vec{u}_2 + \gamma(t) \cdot \vec{u}_3} \quad (3)$$

- Les paramètres $\alpha(t)$, $\beta(t)$ et $\gamma(t)$ sont les coordonnées et peuvent dépendre du temps.



Paramétrage d'un solide

Types de paramétrage

- Différents types de paramétrage peuvent être choisis pour repérer un point dans l'espace. Il s'agit des systèmes de coordonnées :
 - cartésiennes,
 - cylindriques,
 - sphériques.

Choix du système de coordonnées

- Le choix du système de coordonnées repose généralement sur les symétries du problème à traiter.
- Vecteur position $\overrightarrow{OO_1}$ décomposé avec trois vecteurs unitaires formant une base orthonormée directe $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$:

$$\boxed{\overrightarrow{OO_1} = \alpha(t) \cdot \vec{u}_1 + \beta(t) \cdot \vec{u}_2 + \gamma(t) \cdot \vec{u}_3} \quad (3)$$

- Les paramètres $\alpha(t)$, $\beta(t)$ et $\gamma(t)$ sont les coordonnées et peuvent dépendre du temps.



Paramétrage d'un solide

Types de paramétrage

- Différents types de paramétrage peuvent être choisis pour repérer un point dans l'espace. Il s'agit des systèmes de coordonnées :
 - cartésiennes,
 - cylindriques,
 - sphériques.

Choix du système de coordonnées

- Le choix du système de coordonnées repose généralement sur les symétries du problème à traiter.
- Vecteur position $\overrightarrow{OO_1}$ décomposé avec trois vecteurs unitaires formant une base orthonormée directe $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$:

$$\boxed{\overrightarrow{OO_1} = \alpha(t) \cdot \vec{u}_1 + \beta(t) \cdot \vec{u}_2 + \gamma(t) \cdot \vec{u}_3} \quad (3)$$

- Les paramètres $\alpha(t)$, $\beta(t)$ et $\gamma(t)$ sont les coordonnées et peuvent dépendre du temps.



Paramétrage d'un solide

Types de paramétrage

- Différents types de paramétrage peuvent être choisis pour repérer un point dans l'espace. Il s'agit des systèmes de coordonnées :
 - cartésiennes,
 - cylindriques,
 - sphériques.

Choix du système de coordonnées

- Le choix du système de coordonnées repose généralement sur les symétries du problème à traiter.
- Vecteur position $\overrightarrow{OO_1}$ décomposé avec trois vecteurs unitaires formant une base orthonormée directe $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$:

$$\overrightarrow{OO_1} = \alpha(t) \cdot \vec{u}_1 + \beta(t) \cdot \vec{u}_2 + \gamma(t) \cdot \vec{u}_3 \quad (3)$$

- Les paramètres $\alpha(t)$, $\beta(t)$ et $\gamma(t)$ sont les coordonnées et peuvent dépendre du temps.



Paramétrage d'un solide

Types de paramétrage

- Différents types de paramétrage peuvent être choisis pour repérer un point dans l'espace. Il s'agit des systèmes de coordonnées :
 - cartésiennes,
 - cylindriques,
 - sphériques.

Choix du système de coordonnées

- Le choix du système de coordonnées repose généralement sur les symétries du problème à traiter.
- Vecteur position $\overrightarrow{OO_1}$ décomposé avec trois vecteurs unitaires formant une base orthonormée directe $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$:

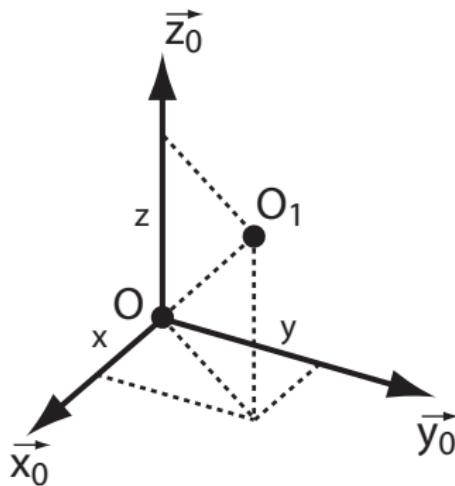
$$\overrightarrow{OO_1} = \alpha(t) \cdot \vec{u}_1 + \beta(t) \cdot \vec{u}_2 + \gamma(t) \cdot \vec{u}_3 \quad (3)$$

- Les paramètres $\alpha(t)$, $\beta(t)$ et $\gamma(t)$ sont les coordonnées et peuvent dépendre du temps.



Coordonnées cartésiennes

$$\overrightarrow{OO_1} = x \cdot \vec{x_0} + y \cdot \vec{y_0} + z \cdot \vec{z_0}. \quad (4)$$



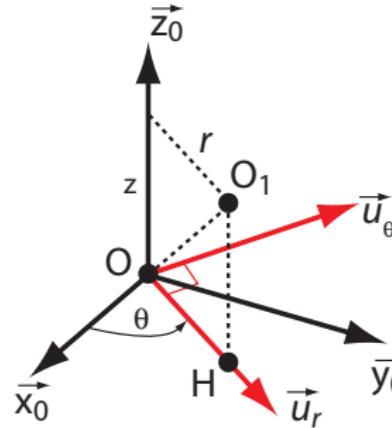


Coordonnées cylindriques

Coordonnées cylindriques

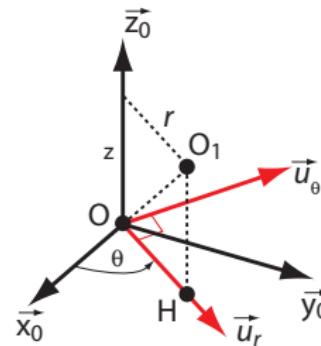
- $r = \|\overrightarrow{OH}\|$.
- \vec{u}_θ est obtenu en considérant que le trièdre $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ est direct.
- $\theta = (\vec{x}_0, \vec{u}_r)$ est l'angle orienté par le vecteur \vec{z}_0 .
- z est la projection orthogonale de $\overrightarrow{O O_1}$ sur l'axe (O, \vec{z}_0) .

$$\overrightarrow{O O_1} = r \cdot \vec{u}_r + z \cdot \vec{z}_0. \quad (5)$$



Coordonnées cylindriques

$$\overrightarrow{OO_1} = r \cdot \vec{u}_r + z \cdot \vec{z}_0.$$

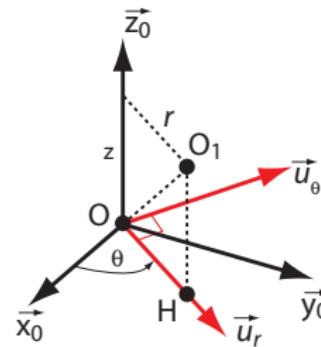


Relation entre système de coordonnées cartésiennes et cylindriques :



Coordonnées cylindriques

$$\overrightarrow{OO_1} = r \cdot \vec{u}_r + z \cdot \vec{z}_0.$$



Relation entre système de coordonnées cartésiennes et cylindriques :

$$\begin{cases} x = r \cos(\theta) \\ y = r \sin(\theta) \end{cases}$$

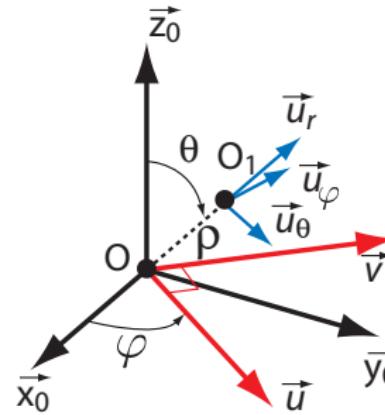


Coordonnées sphériques

Coordonnées sphériques

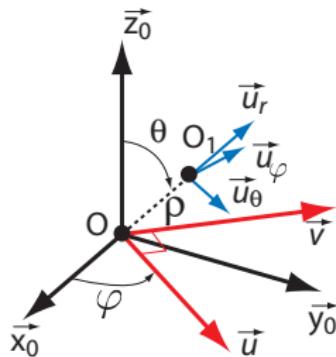
- $\rho = \|\overrightarrow{OO_1}\|$.
- $\theta = (\vec{z}_0, \vec{u}_r)$ est l'angle orienté par le vecteur \vec{v} . On l'appelle également la colatitude.
- $\varphi = (\vec{x}_0, \vec{u})$ est l'angle orienté par le vecteur \vec{z} . On l'appelle également la longitude ou l'azimut.

$$\overrightarrow{OO_1} = \rho \cdot \vec{u}_r. \quad (6)$$





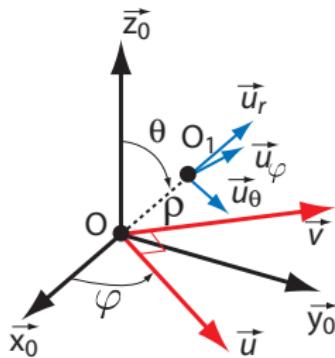
Coordonnées sphériques



Relation entre système de coordonnées cartésiennes et sphériques :



Coordonnées sphériques



Relation entre système de coordonnées cartésiennes et sphériques :

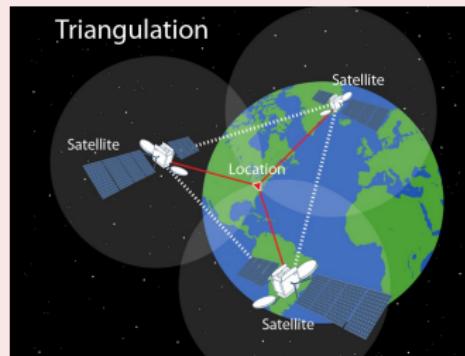
$$\begin{cases} x = \rho \sin(\theta) \cos(\varphi) \\ y = \rho \sin(\theta) \sin(\varphi) \\ z = \rho \cos(\theta) \end{cases}$$



Coordonnées sphériques

Système de positionnement par satellite (GPS)

C'est le système de coordonnées employé par le système **GPS**



Plan

1 Introduction et hypothèses

- Introduction
- Objectifs de la modélisation mécanique
- Solide indéformable
- Différents types de modélisations mécaniques

2 Repère et référentiel liés à un solide

- Repère de référence
- Référentiel
- Repères liés aux solides

3 Paramétrage d'un solide

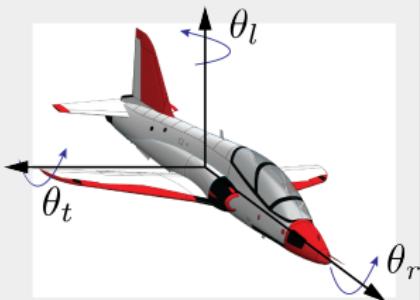
- Paramétrage de la position de l'origine du repère associé
- Paramétrage de l'orientation de la base

Paramétrage de l'orientation de la base : angles d'Euler

Angles de Cardan

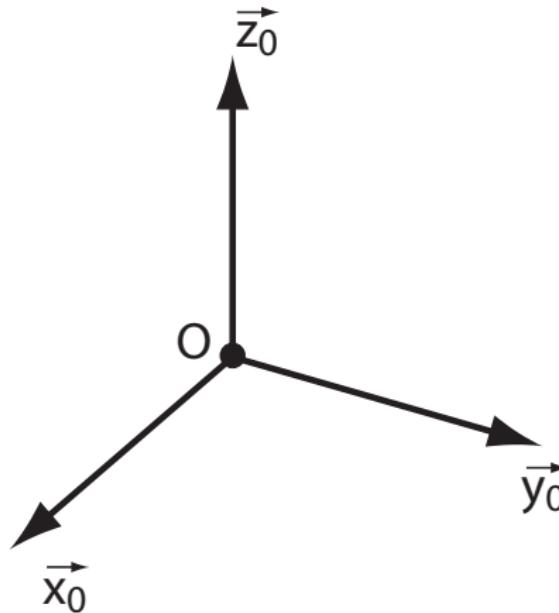
Dans le cas des angles de **cardan**, les trois angles qui sont utilisés généralement dans le domaine aéronautique portent les noms suivant :

- angle de **lacet** : θ_l orienté par la direction verticale,
- angle de **roulis** : θ_r orienté par l'axe longitudinal,
- angle de **tangage** : θ_t orienté par l'axe transversal.



Paramétrage de l'orientation de la base : angles d'Euler

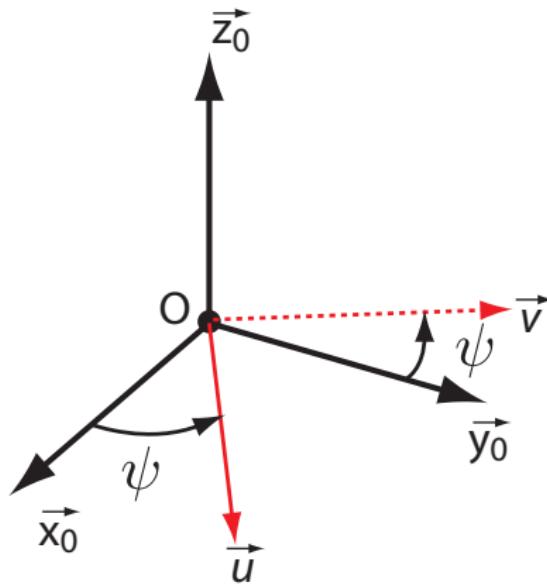
- angle de précession : $\psi = (\vec{x}_0, \vec{u})$ orienté par \vec{z}_0 ,
- angle de nutation : $\theta = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$ orienté par \vec{u} ,
- angle de rotation propre : $\varphi = (\vec{u}, \vec{x}_1)$ orienté par \vec{z}_1 .





Paramétrage de l'orientation de la base : angles d'Euler

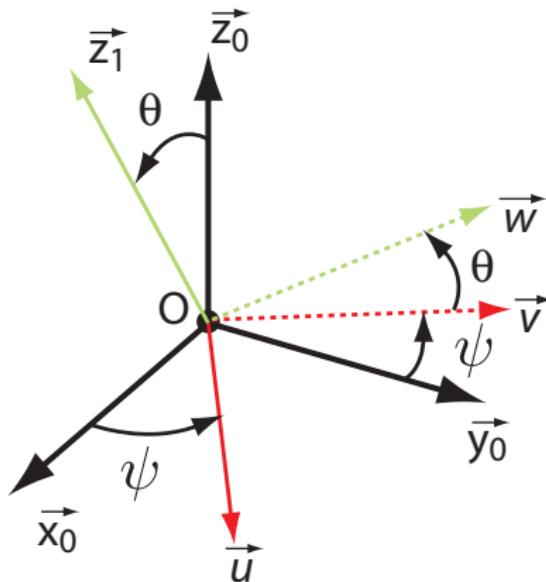
- angle de précession : $\psi = (\vec{x}_0, \vec{u})$ orienté par \vec{z}_0 ,
- angle de nutation : $\theta = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$ orienté par \vec{u} ,
- angle de rotation propre : $\varphi = (\vec{u}, \vec{x}_1)$ orienté par \vec{z}_1 .





Paramétrage de l'orientation de la base : angles d'Euler

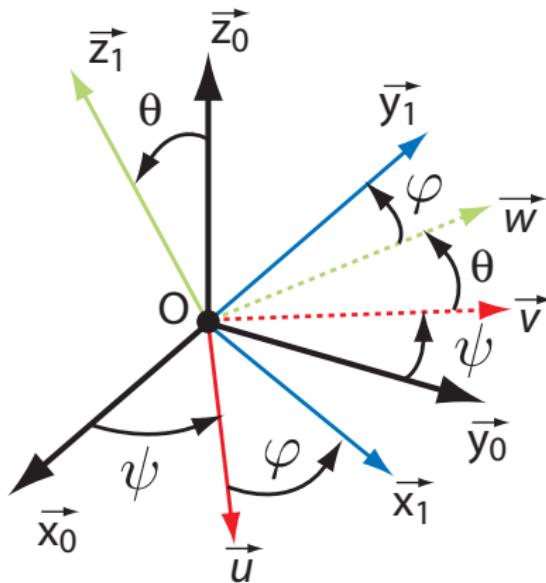
- angle de précession : $\psi = (\vec{x}_0, \vec{u})$ orienté par \vec{z}_0 ,
- angle de nutation : $\theta = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$ orienté par \vec{u} ,
- angle de rotation propre : $\varphi = (\vec{u}, \vec{x}_1)$ orienté par \vec{z}_1 .





Paramétrage de l'orientation de la base : angles d'Euler

- angle de précession : $\psi = (\vec{x}_0, \vec{u})$ orienté par \vec{z}_0 ,
- angle de nutation : $\theta = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$ orienté par \vec{u} ,
- angle de rotation propre : $\varphi = (\vec{u}, \vec{x}_1)$ orienté par \vec{z}_1 .

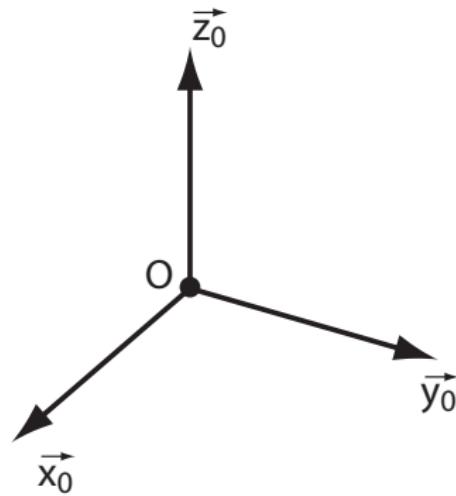
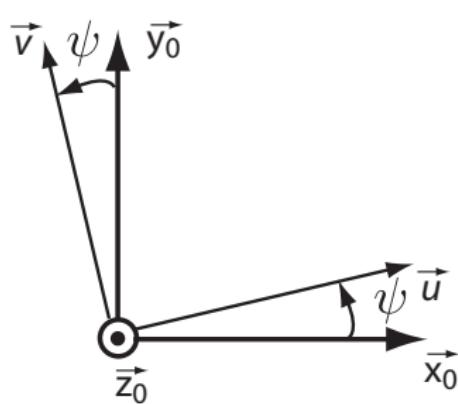


Paramétrage de l'orientation de la base : figures planes de projection

① Rotation de précession : $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0) \xrightarrow{\text{Rot}(\vec{z}_0, \psi)} (\vec{u}, \vec{v}, \vec{z}_0)$.

② Rotation de nutation : $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{z}_0) \xrightarrow{\text{Rot}(\vec{u}, \theta)} (\vec{u}, \vec{w}, \vec{z}_1)$.

③ Rotation propre : $(\vec{u}, \vec{w}, \vec{z}_1) \xrightarrow{\text{Rot}(\vec{z}_1, \varphi)} (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.



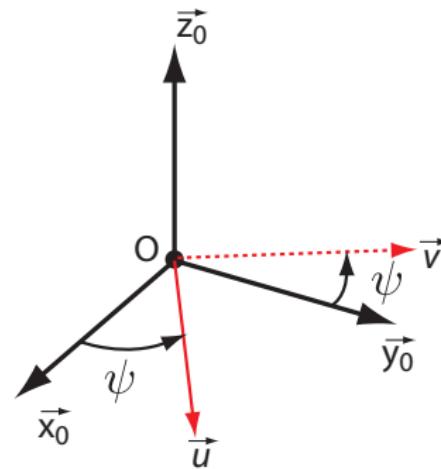
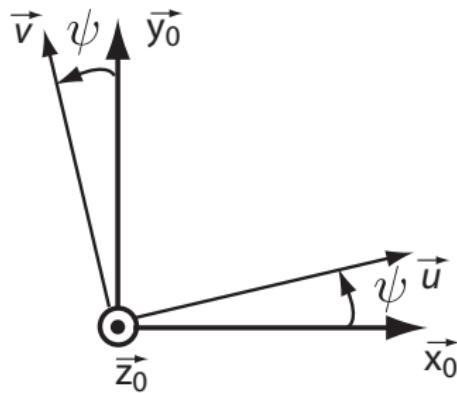


Paramétrage de l'orientation de la base : figures planes de projection

① Rotation de précession : $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0) \xrightarrow{\text{Rot}(\vec{z}_0, \psi)} (\vec{u}, \vec{v}, \vec{z}_0)$.

② Rotation de nutation : $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{z}_0) \xrightarrow{\text{Rot}(\vec{u}, \theta)} (\vec{u}, \vec{w}, \vec{z}_1)$.

③ Rotation propre : $(\vec{u}, \vec{w}, \vec{z}_1) \xrightarrow{\text{Rot}(\vec{z}_1, \varphi)} (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.



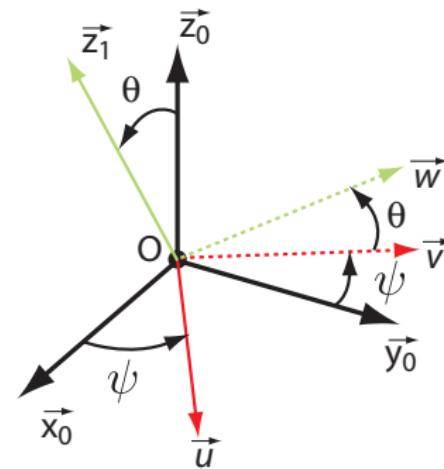
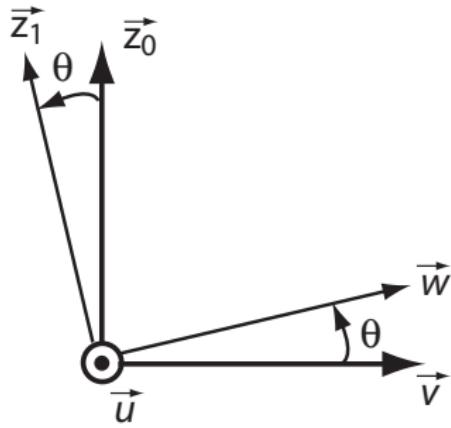


Paramétrage de l'orientation de la base : figures planes de projection

① Rotation de précession : $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0) \xrightarrow{\text{Rot}(\vec{z}_0, \psi)} (\vec{u}, \vec{v}, \vec{z}_0)$.

② Rotation de nutation : $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{z}_0) \xrightarrow{\text{Rot}(\vec{u}, \theta)} (\vec{u}, \vec{w}, \vec{z}_1)$.

③ Rotation propre : $(\vec{u}, \vec{w}, \vec{z}_1) \xrightarrow{\text{Rot}(\vec{z}_1, \varphi)} (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

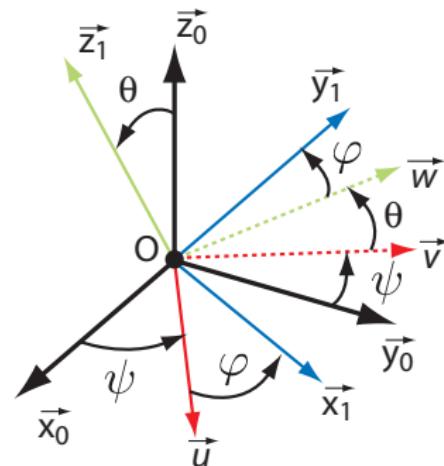
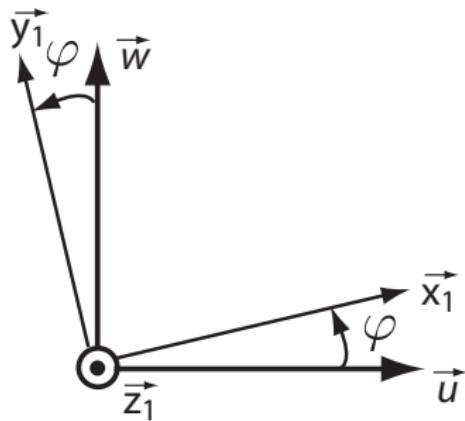


Paramétrage de l'orientation de la base : figures planes de projection

① Rotation de précession : $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0) \xrightarrow{\text{Rot}(\vec{z}_0, \psi)} (\vec{u}, \vec{v}, \vec{z}_0)$.

② Rotation de nutation : $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{z}_0) \xrightarrow{\text{Rot}(\vec{u}, \theta)} (\vec{u}, \vec{w}, \vec{z}_1)$.

③ Rotation propre : $(\vec{u}, \vec{w}, \vec{z}_1) \xrightarrow{\text{Rot}(\vec{z}_1, \varphi)} (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.



Animation des angles d'Euler