

DS n°6 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom :

Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Analysis

Donner un exemple de fonction définie sur \mathbb{R} qui n'a de limite en aucun réel.

(1)

Donner un exemple de fonction continue $f :]-1, +1[\rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f([-1, 1]) = [-1, 1]$.

(2)

Donner un exemple de fonction continue $f : [1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$, telle que $f([1, +\infty[) = [e, \pi[$.

(3)

Donner un exemple de fonction continue $f : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$, ni minorée, ni majorée.

(4)

Donner un exemple de fonction continue $f :]\sqrt{2}, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ sans limite en $\sqrt{2}$.

(5)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$ par : $f(x) = \frac{\sin(\pi x)}{x(x^2-1)}$. La fonction f est-elle prolongeable par continuité en les points où elle n'est pas définie ? Répondre par OUI ou NON et préciser le cas échéant la valeur du prolongement :

en 0 : $f(0) =$ (6)

en 1 : $f(1) =$ (7)

en -1 : $f(-1) =$ (8)

Polynômes

Écrire de la division euclidienne de $A = X^5 - 4X^4 + 2X^3 - X^2 + X + 2$ par $B = X^3 - 5X^2 - X + 1$.

$$A = B \times \boxed{\quad} + \boxed{\quad}. \quad (9)$$

Soit $n \in \mathbb{N}^*$, le reste de la division euclidienne de $X^{2n} - 3X^n + n$ par $X^2 - 1$ est

$$\boxed{\quad}. \quad (10)$$

La multiplicité de 1 en tant que racine de $X^8 - 10X^7 + 24X^6 - 19X^5 - 4X^4 + 16X^3 - 12X^2 + 5X - 1$ est :

$$\boxed{\quad}. \quad (11)$$

Factoriser $P = 2X^6 - 2X^5 + 2X^4 - 4X^3 + 2X^2 - 2X + 2$ en produit de facteurs irréductibles :

sur \mathbb{C} , $P = \boxed{\quad}; \quad (12)$

sur \mathbb{R} , $P = \boxed{\quad}. \quad (13)$

Avec $A = X^4 - 3X^3 - 3X^2 + 11X - 6$ et $B = X^3 - 4X^2 + 3X$:

$\text{PGCD}(A, B) = \boxed{\quad} \quad (14)$

$\text{PPCM}(A, B) = \boxed{\quad} \quad (15)$

Une relation de Bézout pour A, B est :

$$\boxed{\quad}. \quad (16)$$

Déterminer un polynôme P vérifiant $P(-2) = -24$, $P(-1) = -7$, $P(1) = -3$ et $P(3) = 1$.

$P = \boxed{\quad} \quad (17)$

Avec $P = 2X^7 + 9X^6 - 20X^4 - 10X^3 + 20X^2 + 50$, $P(-4) = \boxed{\quad} \quad (18)$

— FIN —