



## C7 : Analyse fréquentielle des systèmes asservis C7-3 : Analyse fréquentielle des systèmes asservis : applications

Émilien DURIF

Lycée La Martinière Monplaisir Lyon  
Classe de MPSI  
25 Avril 2023



## Plan

### 1 Combinaison des diagrammes de Bode élémentaires

- Caractérisation d'une fonction de transfert complexe
- Méthodologie de tracé des fonctions de transferts complexes

### 2 Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule

- Décomposition de la fonction de transfert
- Construction du diagramme de Bode de  $H_1(j\omega)$
- Calcul et classement des pulsations de cassure
- Construction du diagramme de Bode complet
- Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile
- Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

### 3 Autres types de lieux de transfert

- Diagramme de Nyquist
- Diagramme de Black

### 4 Conclusion



## Plan

### 1 Combinaison des diagrammes de Bode élémentaires

- Caractérisation d'une fonction de transfert complexe
- Méthodologie de tracé des fonctions de transferts complexes

### 2 Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule

- Décomposition de la fonction de transfert
- Construction du diagramme de Bode de  $H_1(j\omega)$
- Calcul et classement des pulsations de cassure
- Construction du diagramme de Bode complet
- Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile
- Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

### 3 Autres types de lieux de transfert

- Diagramme de Nyquist
- Diagramme de Black

### 4 Conclusion



## Caractérisation d'une fonction de transfert complexe

### Fonction de transfert complexe

On cherche à étudier dans le domaine fréquentiel un phénomène physique ou un composant. On considère alors la fonction de transfert reliant deux grandeurs physiques (d'entrée  $e(t)$  et de sortie  $s(t)$ ) qu'on pourra mettre dans la plupart des cas sous la forme :

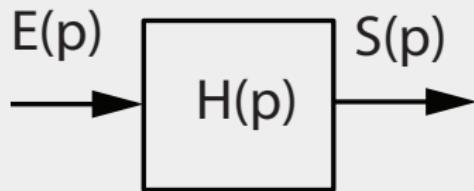
$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K_S \prod_{k=1}^{n_3} (1 + \tau_k \cdot p) \cdot \prod_{l=1}^{n_4} \left( 1 + \frac{2\xi_l}{\omega_{l0}} p + \frac{p^2}{\omega_{l0}^2} \right)}{p^\alpha \cdot \prod_{i=1}^{n_1} (1 + \tau_i \cdot p) \cdot \prod_{j=1}^{n_2} \left( 1 + \frac{2\xi_j}{\omega_{j0}} p + \frac{p^2}{\omega_{j0}^2} \right)} \quad (1)$$

On remarque donc qu'on peut l'écrire qu'un produit de fonction de transfert usuelles de type **intégrateur**, **premier ordre**, et **second ordre** qui résultera dans le plan de Bode à la somme de tracés élémentaires.



## Caractérisation d'une fonction de transfert complexe

### Fonction de transfert complexe



- $K_S$  est le gain statique.
- $\alpha$  est la classe de la fonction transfert :
  - le nombre d'intégrations si  $\alpha > 0$ ;
  - le nombre de dérivations si  $\alpha < 0$ .
- L'ordre de la fonction de transfert est donné par :
  - $n = n_1 + 2 \cdot n_2 + \alpha$  si  $\alpha > 0$ ;
  - $n = n_1 + 2 \cdot n_2$  si  $\alpha < 0$ ;
  - $n_1$  le nombre de fonction de transfert du premier ordre.
  - $n_2$  le nombre de fonction de transfert du second ordre à pôles complexes.



# Plan

## 1 Combinaison des diagrammes de Bode élémentaires

- Caractérisation d'une fonction de transfert complexe
- Méthodologie de tracé des fonctions de transferts complexes

## 2 Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule

- Décomposition de la fonction de transfert
- Construction du diagramme de Bode de  $H_1(j\omega)$
- Calcul et classement des pulsations de cassure
- Construction du diagramme de Bode complet
- Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile
- Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

## 3 Autres types de lieux de transfert

- Diagramme de Nyquist
- Diagramme de Black

## 4 Conclusion



## Caractérisation d'une fonction de transfert complexe

- ① Mise sous forme canonique de la fonction de transfert sous la forme donnée par l'équation 1 ;
- ② identification de fonctions de transfert élémentaires : intégrateur, premier ordre, deuxième ordre ;
- ③ calcul de toutes les pulsations caractéristiques (cassure ou coupure) ( $\frac{1}{\tau_k}$ ,  $\frac{1}{\tau_i}$ ,  $\omega_{l0}$  et  $\omega_{j0}$ ) ;
- ④ classement dans l'ordre croissant de toutes les pulsations caractéristiques ;
- ⑤ construction d'un tableau permettant de caractériser les comportement asymptotique de chaque fonction de transfert élémentaires.



## Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule

$$H(p) = \frac{k + c p}{k + c p + m p^2} = \frac{1 + \frac{c}{k} p}{1 + \frac{c}{k} p + \frac{m}{k} p^2}$$

En remplaçant  $p$  par  $j \omega$ , on obtient :

$$H(j \omega) = \frac{1 + \frac{c}{k} j \omega}{1 + \frac{c}{k} j \omega + \frac{m}{k} (j \omega)^2} = \frac{1 + j \tau \omega}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} j \omega + \frac{1}{\omega_0^2} (j \omega)^2}$$





## Plan

### 1 Combinaison des diagrammes de Bode élémentaires

- Caractérisation d'une fonction de transfert complexe
- Méthodologie de tracé des fonctions de transferts complexes

### 2 Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule

- Décomposition de la fonction de transfert
- Construction du diagramme de Bode de  $H_1(j\omega)$
- Calcul et classement des pulsations de cassure
- Construction du diagramme de Bode complet
- Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile
- Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

### 3 Autres types de lieux de transfert

- Diagramme de Nyquist
- Diagramme de Black

### 4 Conclusion



## Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule

$$H(j\omega) = H_1(j\omega) \cdot H_2(j\omega)$$

Avec,

$$\left\{ \begin{array}{l} H_1(j\omega) = 1 + j\tau\omega \\ H_2(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} j\omega + \frac{1}{\omega_0^2} (j\omega)^2} \end{array} \right.$$

On prendra pour valeurs numériques :

- $\tau = 0,01 \text{ s}$ ;
- $\xi = 0,2$ ;
- $\omega_0 = 28,3 \text{ rad/s}$



## Plan

### 1 Combinaison des diagrammes de Bode élémentaires

- Caractérisation d'une fonction de transfert complexe
- Méthodologie de tracé des fonctions de transferts complexes

### 2 Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule

- Décomposition de la fonction de transfert
- Construction du diagramme de Bode de  $H_1(j\omega)$
- Calcul et classement des pulsations de cassure
- Construction du diagramme de Bode complet
- Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile
- Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

### 3 Autres types de lieux de transfert

- Diagramme de Nyquist
- Diagramme de Black

### 4 Conclusion



## Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\omega)$

### Calcul du gain

- On pose :

$$H_1(j\omega) = 1 + \tau j\omega$$

On se propose de tracer le diagramme de Bode de  $H_1(j\omega)$  avec  $\tau = 0,01 \text{ s}$

- Expression du gain :

- On a donc deux branches asymptotiques :

- Un branche horizontale jusqu'à  $\omega = \frac{1}{\tau}$ .
- Un branche correspondant à une droite de pente  $+20\text{dB/décade}$  et coupant l'axe des abscisse en  $\omega = \frac{1}{\tau}$ .



## Construction du diagramme de Bode de $H_1(j \omega)$

### Calcul du gain

- On pose :

$$H_1(j \omega) = 1 + \tau j \omega$$

On se propose de tracer le diagramme de Bode de  $H_1(j \omega)$  avec  $\tau = 0,01 \text{ s}$

- Expression du gain :

$$G_{dB} = 20 \log(|1 + \tau j \omega|) = 20 \log(\sqrt{1 + (\tau \omega)^2})$$

- On a donc deux branches asymptotiques :

- Un branche horizontale jusqu'à  $\omega = \frac{1}{\tau}$ .
- Un branche correspondant à une droite de pente  $+20dB/\text{décade}$  et coupant l'axe des abscisse en  $\omega = \frac{1}{\tau}$ .



## Construction du diagramme de Bode de $H_1(j \omega)$

### Calcul du gain

- On pose :

$$H_1(j \omega) = 1 + \tau j \omega$$

On se propose de tracer le diagramme de Bode de  $H_1(j \omega)$  avec  $\tau = 0,01 \text{ s}$

- Expression du gain :

$$G_{dB} = 20 \log(|1 + \tau j \omega|) = 20 \log(\sqrt{1 + (\tau \omega)^2})$$

- On a donc deux branches asymptotiques :

- Un branche horizontale jusqu'à  $\omega = \frac{1}{\tau}$ .
- Un branche correspondant à une droite de pente  $+20dB/\text{décade}$  et coupant l'axe des abscisse en  $\omega = \frac{1}{\tau}$ .



## Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\omega)$

### Calcul du gain

- Expression de la phase :
  
- On a donc deux branches asymptotiques :
  - Une branche horizontale correspondant à  $\varphi = 0^\circ$  pour  $\omega < \frac{1}{\tau}$ .
  - Une branche horizontale correspondant à  $\varphi = 90^\circ$  pour  $\omega > \frac{1}{\tau}$ .



## Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\omega)$

### Calcul du gain

- Expression de la phase :

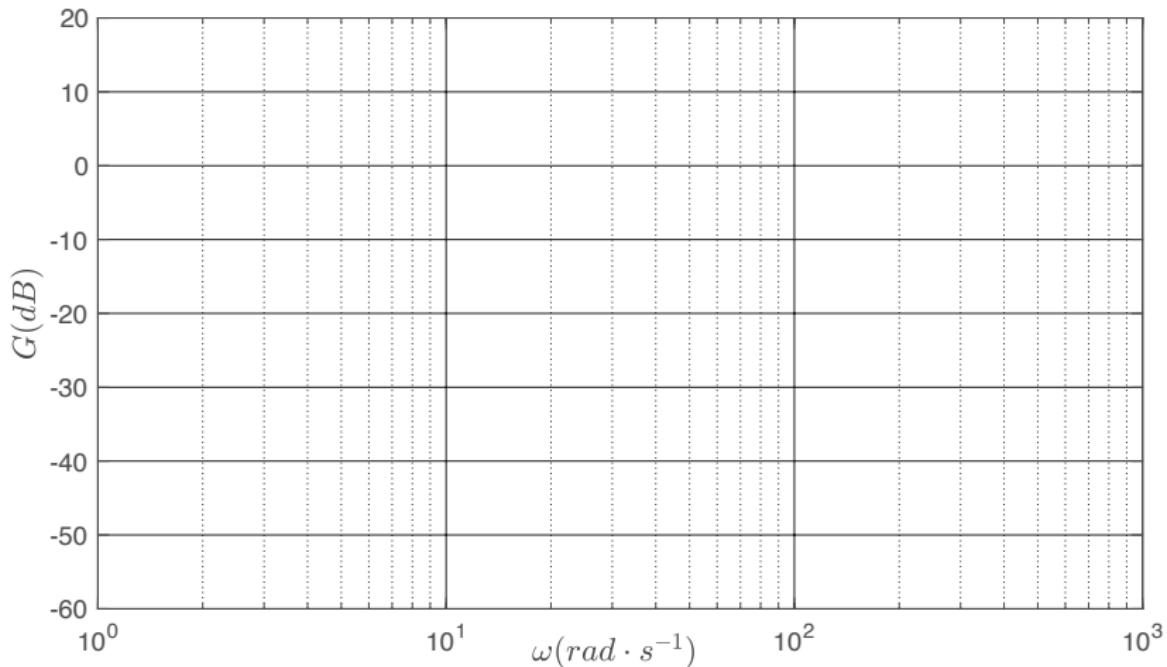
$$\varphi = \arg(1 + \tau j \omega)$$

- On a donc deux branches asymptotiques :

- Un branche horizontale correspondant à  $\varphi = 0^\circ$  pour  $\omega < \frac{1}{\tau}$ .
- Un branche horizontale correspondant à  $\varphi = 90^\circ$  pour  $\omega > \frac{1}{\tau}$ .

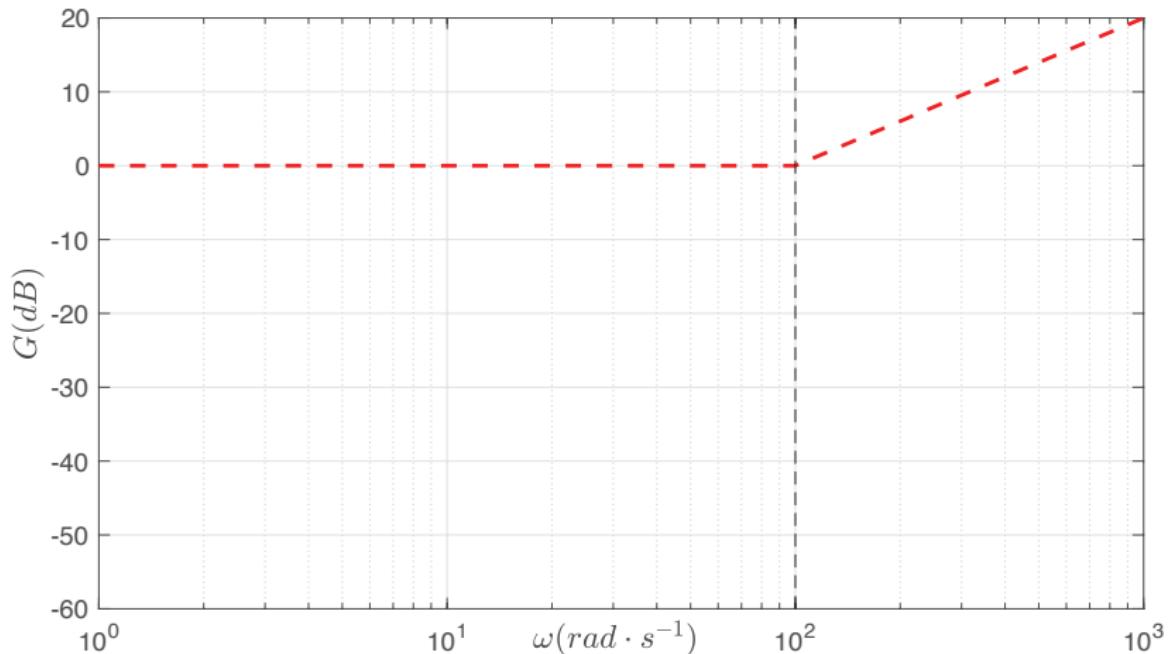


## Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\omega)$



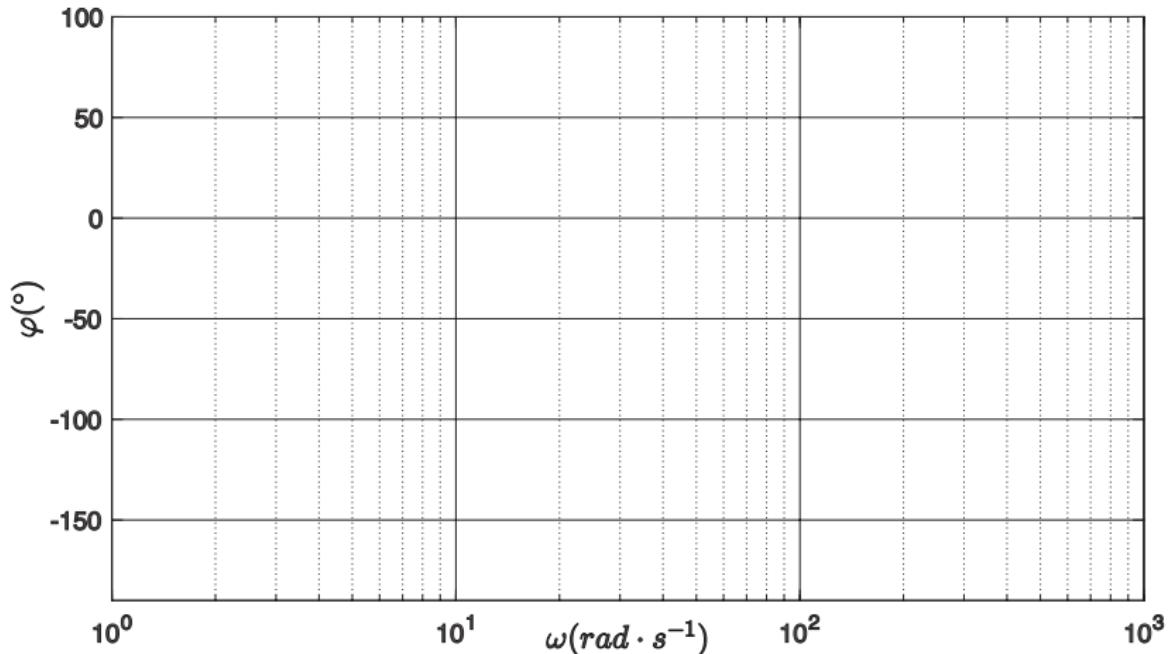


## Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\omega)$



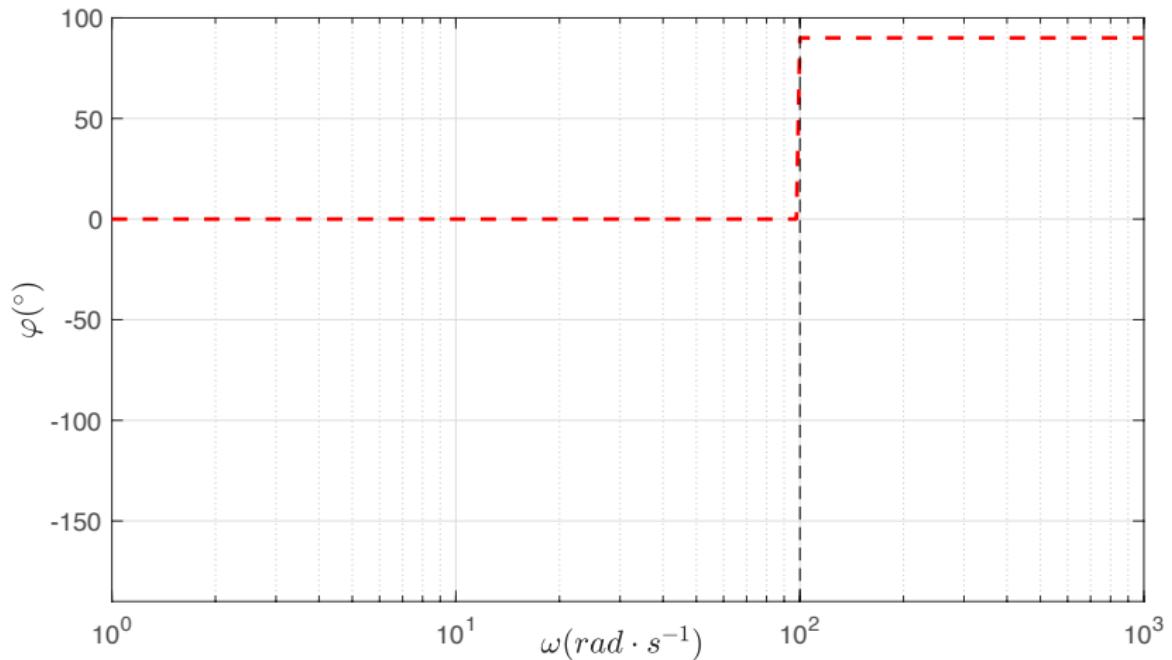


## Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\omega)$



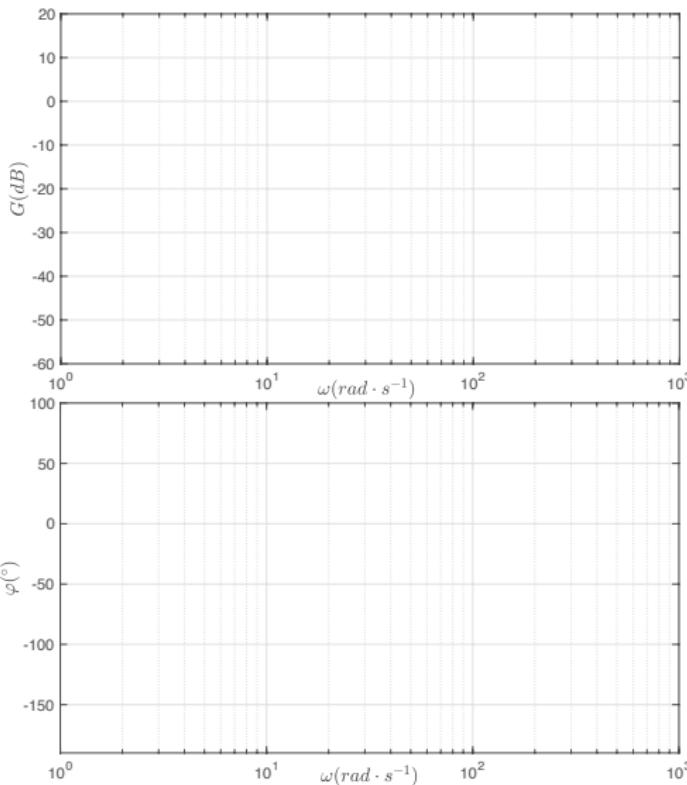


## Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\omega)$



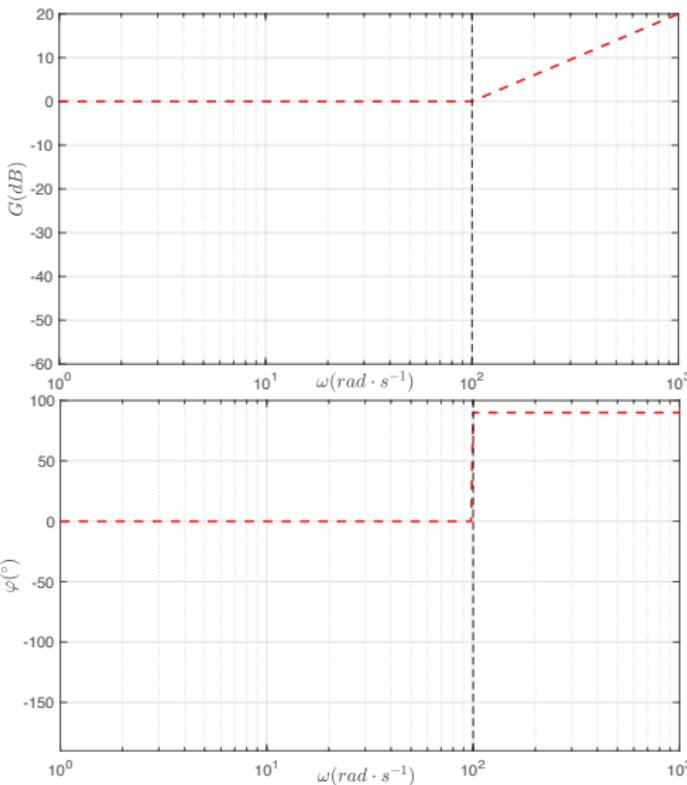


## Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\omega)$





## Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\omega)$





## Plan

### 1 Combinaison des diagrammes de Bode élémentaires

- Caractérisation d'une fonction de transfert complexe
- Méthodologie de tracé des fonctions de transferts complexes

### 2 Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule

- Décomposition de la fonction de transfert
- Construction du diagramme de Bode de  $H_1(j\omega)$
- Calcul et classement des pulsations de cassure
- Construction du diagramme de Bode complet
- Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile
- Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

### 3 Autres types de lieux de transfert

- Diagramme de Nyquist
- Diagramme de Black

### 4 Conclusion



## Calcul et classement des pulsations de cassure

- ➊ Expressions littérales des pulsations de cassure :
  
  
  
  
  
  
- ➋ Applications numériques :
  
  
  
  
  
  
- ➌ Classement des pulsations de cassure



## Calcul et classement des pulsations de cassure

### ① Expressions littérales des pulsations de cassure :

- Pour  $H_1(p)$  :  $\omega_1 = \frac{1}{\tau}$
- Pour  $H_2(p)$  :  $\omega_2 = \omega_0$

### ② Applications numériques :

### ③ Classement des pulsations de cassure



## Calcul et classement des pulsations de cassure

### ① Expressions littérales des pulsations de cassure :

- Pour  $H_1(p)$  :  $\omega_1 = \frac{1}{\tau}$
- Pour  $H_2(p)$  :  $\omega_2 = \omega_0$

### ② Applications numériques :

- Pour  $H_1(p)$  :  $\omega_1 = 100 \text{ rad/s}$
- Pour  $H_2(p)$  :  $\omega_2 = 28,3 \text{ rad/s}$

### ③ Classement des pulsations de cassure



## Calcul et classement des pulsations de cassure

### ❶ Expressions littérales des pulsations de cassure :

- Pour  $H_1(p)$  :  $\omega_1 = \frac{1}{\tau}$
- Pour  $H_2(p)$  :  $\omega_2 = \omega_0$

### ❷ Applications numériques :

- Pour  $H_1(p)$  :  $\omega_1 = 100 \text{ rad/s}$
- Pour  $H_2(p)$  :  $\omega_2 = 28,3 \text{ rad/s}$

### ❸ Classement des pulsations de cassure

$$\omega_2 < \omega_1$$



## Plan

### 1 Combinaison des diagrammes de Bode élémentaires

- Caractérisation d'une fonction de transfert complexe
- Méthodologie de tracé des fonctions de transferts complexes

### 2 Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule

- Décomposition de la fonction de transfert
- Construction du diagramme de Bode de  $H_1(j\omega)$
- Calcul et classement des pulsations de cassure
- Construction du diagramme de Bode complet
- Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile
- Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

### 3 Autres types de lieux de transfert

- Diagramme de Nyquist
- Diagramme de Black

### 4 Conclusion



## Construction du diagramme de Bode complet

$\omega$	$0 \rightarrow \omega_2$		$\omega_2$	$\omega_2 \rightarrow \omega_1$		$\omega_1$	$\omega_1 \rightarrow \infty$	
Tracé asymptotique	Gain ( $dB/dec$ )	$\varphi(^{\circ})$	Gain ( $dB$ )	Gain ( $dB/dec$ )	$\varphi(^{\circ})$	Gain ( $dB$ )	Gain ( $dB/dec$ )	$\varphi(^{\circ})$
$H_1(p)$								
$H_2(p)$								
$H(p)$								



## Construction du diagramme de Bode complet

$\omega$	$0 \rightarrow \omega_2$		$\omega_2$	$\omega_2 \rightarrow \omega_1$		$\omega_1$	$\omega_1 \rightarrow \infty$	
Tracé asymptotique	Gain ( $dB/dec$ )	$\varphi(^{\circ})$	Gain ( $dB$ )	Gain ( $dB/dec$ )	$\varphi(^{\circ})$	Gain ( $dB$ )	Gain ( $dB/dec$ )	$\varphi(^{\circ})$
$H_1(p)$	0	0	0	0	0	0	+20	+90
$H_2(p)$								
$H(p)$								



## Construction du diagramme de Bode complet

$\omega$	$0 \rightarrow \omega_2$		$\omega_2$	$\omega_2 \rightarrow \omega_1$		$\omega_1$	$\omega_1 \rightarrow \infty$	
Tracé asymptotique	Gain ( $dB/dec$ )	$\varphi(^{\circ})$	Gain ( $dB$ )	Gain ( $dB/dec$ )	$\varphi(^{\circ})$	Gain ( $dB$ )	Gain ( $dB/dec$ )	$\varphi(^{\circ})$
$H_1(p)$	0	0	0	0	0	0	+20	+90
$H_2(p)$	0	0	0	-40	-180	Continuité	-40	-180
$H(p)$								

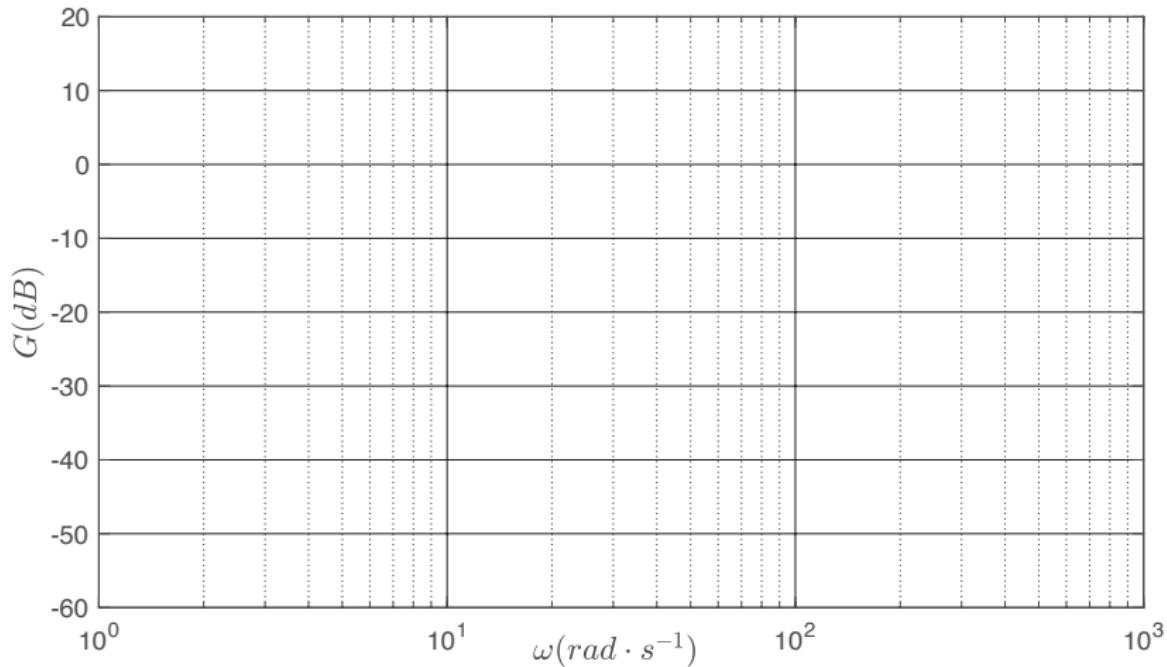


## Construction du diagramme de Bode complet

$\omega$	$0 \rightarrow \omega_2$		$\omega_2$	$\omega_2 \rightarrow \omega_1$		$\omega_1$	$\omega_1 \rightarrow \infty$	
Tracé asymptotique	Gain ( $dB/dec$ )	$\varphi(^{\circ})$	Gain ( $dB$ )	Gain ( $dB/dec$ )	$\varphi(^{\circ})$	Gain ( $dB$ )	Gain ( $dB/dec$ )	$\varphi(^{\circ})$
$H_1(p)$	0	0	0	0	0	0	+20	+90
$H_2(p)$	0	0	0	-40	-180	Continuité	-40	-180
$H(p)$	0	0	0	-40	-180	Continuité	-20	-90

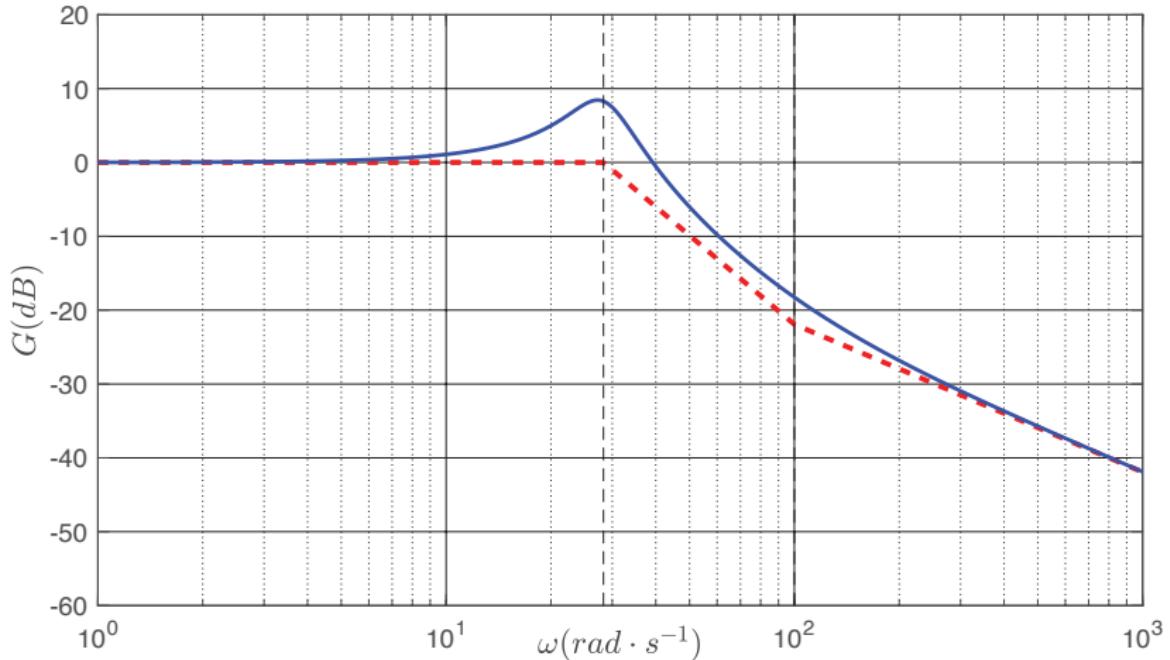


## Construction du diagramme de Bode complet



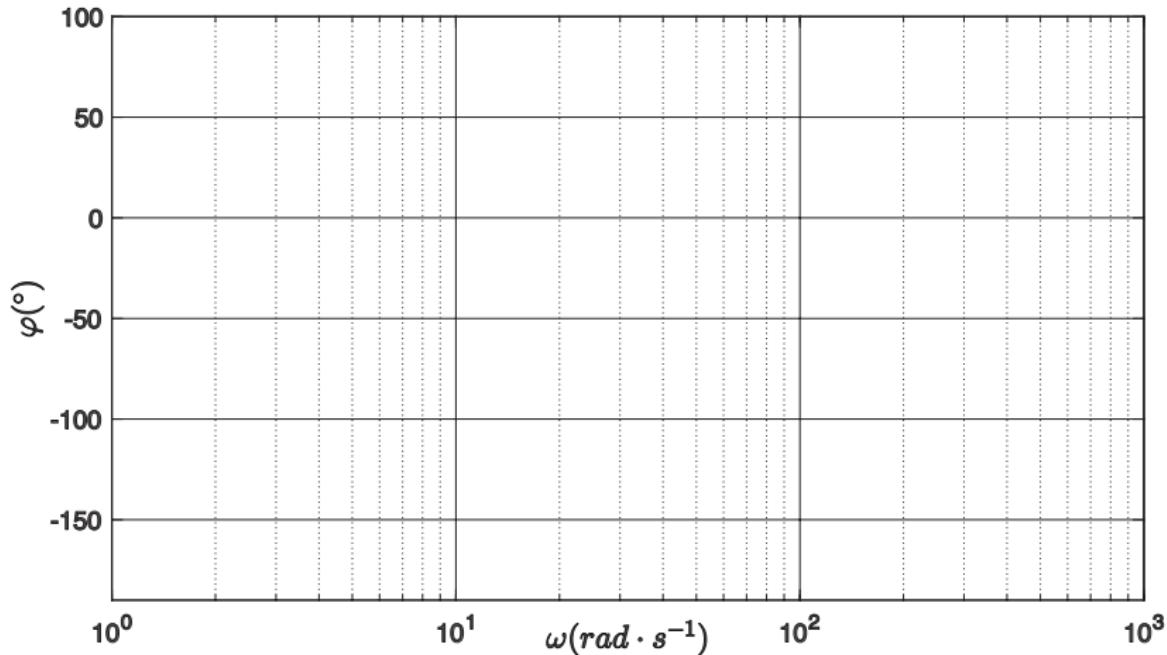


## Construction du diagramme de Bode complet



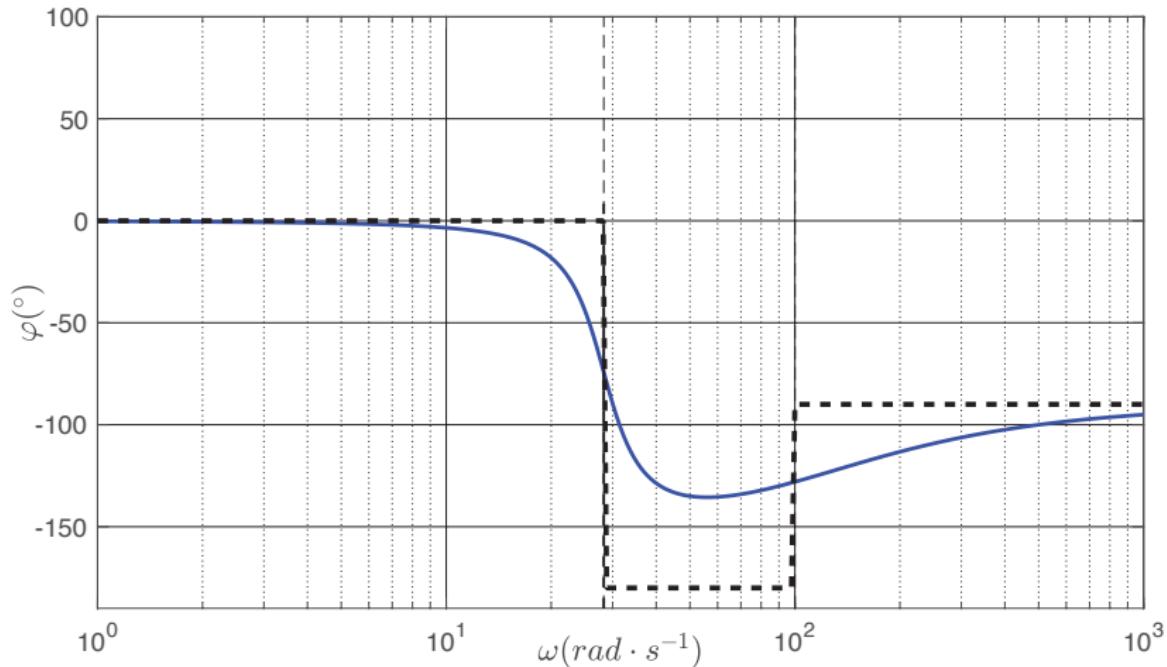


## Construction du diagramme de Bode complet



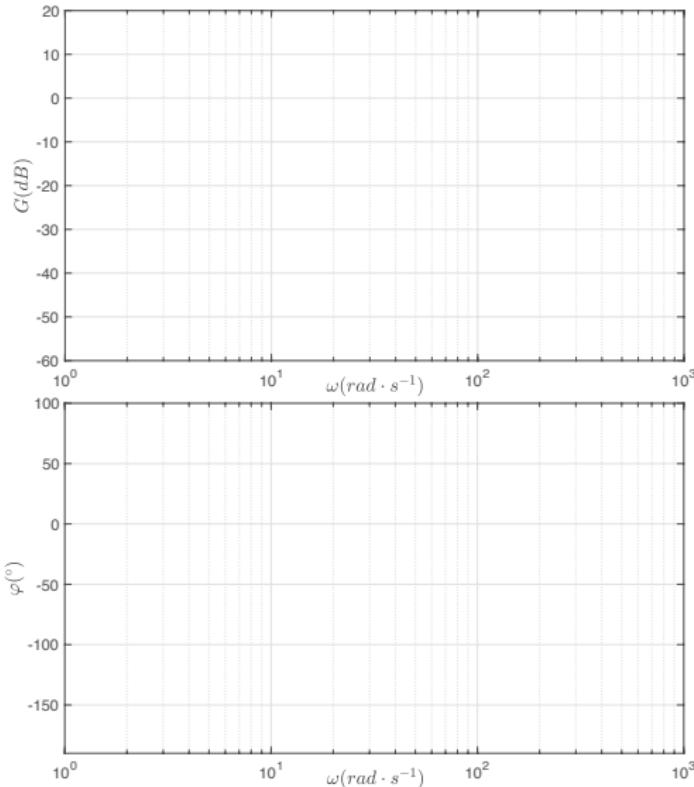


## Construction du diagramme de Bode complet



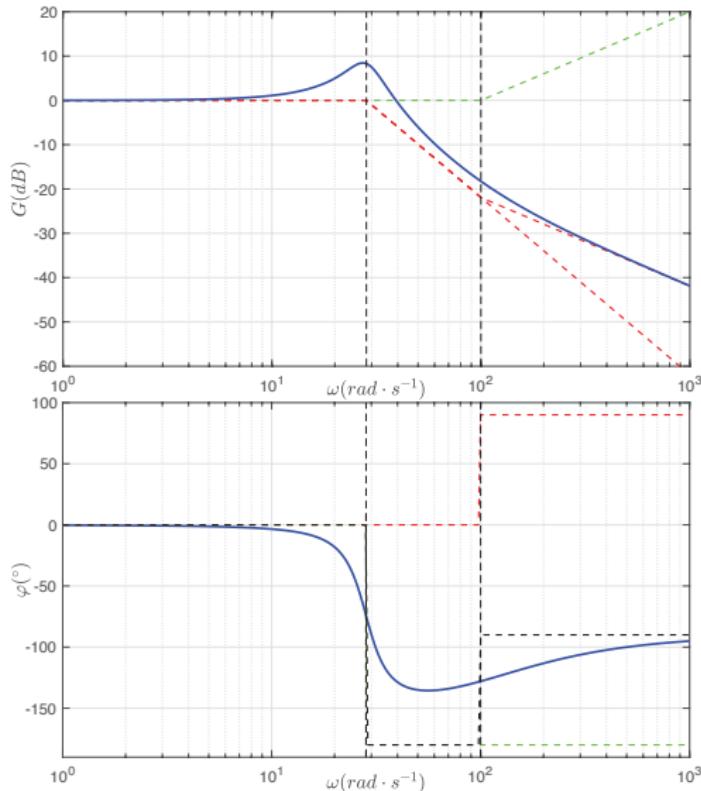


## Construction du diagramme de Bode complet





## Construction du diagramme de Bode complet





## Plan

### 1 Combinaison des diagrammes de Bode élémentaires

- Caractérisation d'une fonction de transfert complexe
- Méthodologie de tracé des fonctions de transferts complexes

### 2 Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule

- Décomposition de la fonction de transfert
- Construction du diagramme de Bode de  $H_1(j\omega)$
- Calcul et classement des pulsations de cassure
- Construction du diagramme de Bode complet
- Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile
- Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

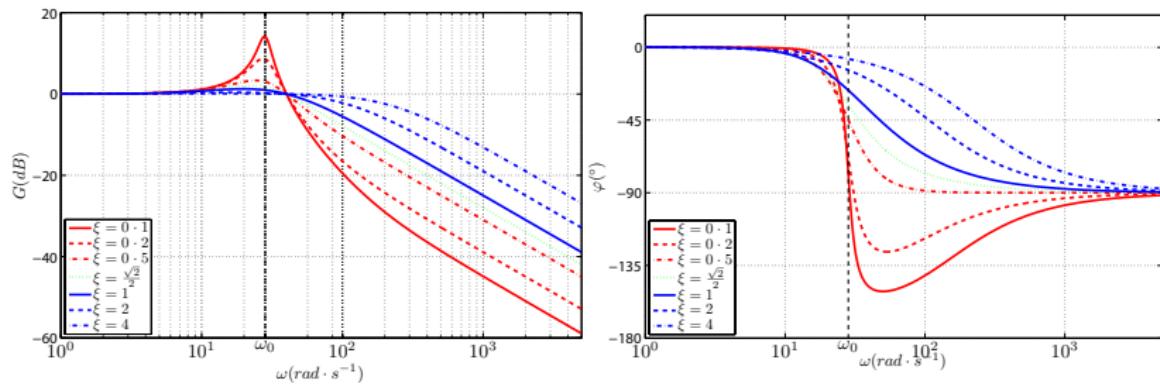
### 3 Autres types de lieux de transfert

- Diagramme de Nyquist
- Diagramme de Black

### 4 Conclusion



## Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile





## Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile

On peut alors tracer pour différentes valeurs de  $\xi$  les différents diagrammes de Bode.

- Pour des pulsations faibles ( $\omega \rightarrow 0$ ) :
  - $G_{dB}$  est proche de 0 c'est à dire que  $G$  est proche de 1 et donc que l'amplitude du signal de sortie est similaire à celle du signal d'entrée.
  - $\varphi \simeq 0^\circ$  ainsi le retard est très faible : peu de déphasage entre l'entrée et la sortie.
- Pour des pulsations proche de la pulsation de coupure ( $\omega \simeq \omega_0 \simeq \omega_r$ ) :
  - La résonance apparaît dès lors que  $\xi < \frac{\sqrt{2}}{2}$  à  $\omega = \omega_r \simeq \omega_0$ .
  - Dans ce cas  $G_{dB}$  est grand donc  $G$  aussi et l'amplitude de sortie est fortement amplifiée par rapport à l'amplitude d'entrée.
  - Le déphasage est équivalent à  $-90^\circ$  soit environ 1/4 de période.
- Pour des pulsations élevées ( $\omega \rightarrow +\infty$ ) :
  - $G_{dB}$  diminue fortement c'est à dire que  $G$  est très faible et donc que l'amplitude du signal de sortie est très amortie par rapport à celle du signal d'entrée.
  - $\varphi \simeq -90^\circ$  ainsi le retard est de l'ordre d'un quart de période.



## Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile

On peut alors tracer pour différentes valeurs de  $\xi$  les différents diagrammes de Bode.

- Pour des pulsations faibles ( $\omega \rightarrow 0$ ) :
  - $G_{dB}$  est proche de 0 c'est à dire que  $G$  est proche de 1 et donc que l'amplitude du signal de sortie est similaire à celle du signal d'entrée.
  - $\varphi \simeq 0^\circ$  ainsi le retard est très faible : peu de déphasage entre l'entrée et la sortie.
- Pour des pulsations proche de la pulsation de coupure ( $\omega \simeq \omega_0 \simeq \omega_r$ ) :
  - La résonance apparaît dès lors que  $\xi < \frac{\sqrt{2}}{2}$  à  $\omega = \omega_r \simeq \omega_0$ .
  - Dans ce cas  $G_{dB}$  est grand donc  $G$  aussi et l'amplitude de sortie est fortement amplifiée par rapport à l'amplitude d'entrée.
  - Le déphasage est équivalent à  $-90^\circ$  soit environ 1/4 de période.
- Pour des pulsations élevées ( $\omega \rightarrow +\infty$ ) :
  - $G_{dB}$  diminue fortement c'est à dire que  $G$  est très faible et donc que l'amplitude du signal de sortie est très amortie par rapport à celle du signal d'entrée.
  - $\varphi \simeq -90^\circ$  ainsi le retard est de l'ordre d'un quart de période.



## Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile

On peut alors tracer pour différentes valeurs de  $\xi$  les différents diagrammes de Bode.

- Pour des pulsations faibles ( $\omega \rightarrow 0$ ) :
  - $G_{dB}$  est proche de 0 c'est à dire que  $G$  est proche de 1 et donc que l'amplitude du signal de sortie est similaire à celle du signal d'entrée.
  - $\varphi \simeq 0^\circ$  ainsi le retard est très faible : peu de déphasage entre l'entrée et la sortie.
- Pour des pulsations proche de la pulsation de coupure ( $\omega \simeq \omega_0 \simeq \omega_r$ ) :
  - La résonance apparaît dès lors que  $\xi < \frac{\sqrt{2}}{2}$  à  $\omega = \omega_r \simeq \omega_0$ .
  - Dans ce cas  $G_{dB}$  est grand donc  $G$  aussi et l'amplitude de sortie est fortement amplifiée par rapport à l'amplitude d'entrée.
  - Le déphasage est équivalent à  $-90^\circ$  soit environ 1/4 de période.
- Pour des pulsations élevées ( $\omega \rightarrow +\infty$ ) :
  - $G_{dB}$  diminue fortement c'est à dire que  $G$  est très faible et donc que l'amplitude du signal de sortie est très amortie par rapport à celle du signal d'entrée.
  - $\varphi \simeq -90^\circ$  ainsi le retard est de l'ordre d'un quart de période.



## Plan

### 1 Combinaison des diagrammes de Bode élémentaires

- Caractérisation d'une fonction de transfert complexe
- Méthodologie de tracé des fonctions de transferts complexes

### 2 Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule

- Décomposition de la fonction de transfert
- Construction du diagramme de Bode de  $H_1(j\omega)$
- Calcul et classement des pulsations de cassure
- Construction du diagramme de Bode complet
- Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile
- Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

### 3 Autres types de lieux de transfert

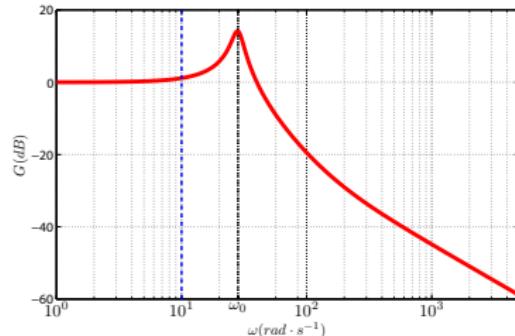
- Diagramme de Nyquist
- Diagramme de Black

### 4 Conclusion

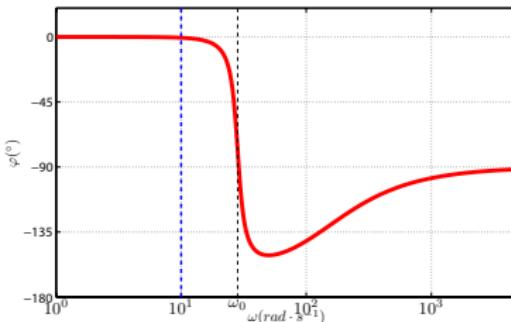


## Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

Construction du diagramme de Bode de  $H(j\omega)$  avec  $\xi = 0,2$  : pour  $\omega = 10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$



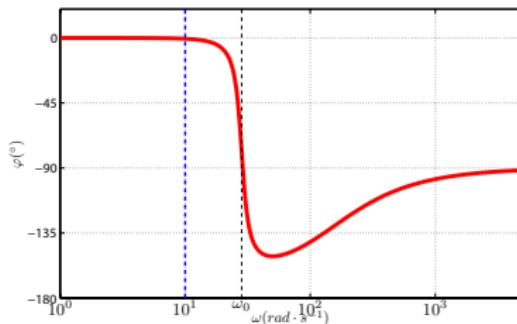
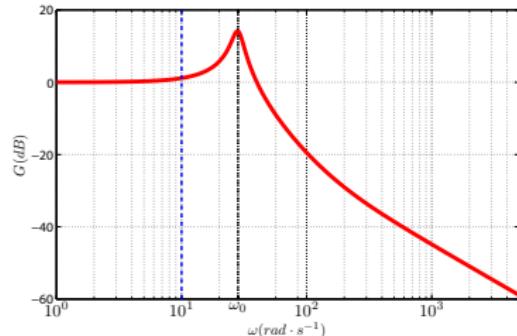
$$e(t) = e_0 \sin(\omega t)$$
$$s(t) = G e_0 \sin(\omega t + \varphi)$$





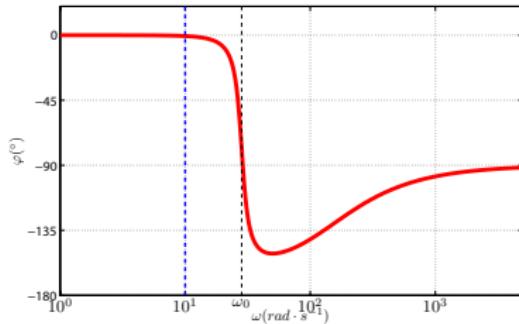
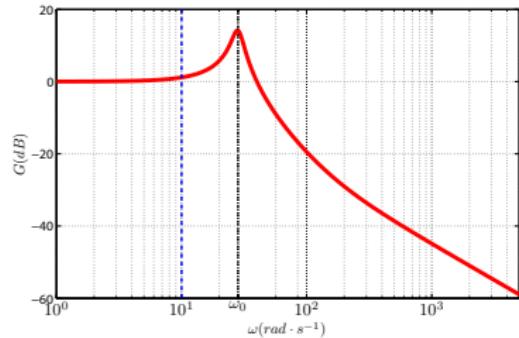
## Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

Construction du diagramme de Bode de  $H(j\omega)$  avec  $\xi = 0,2$  : pour  $\omega = 10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$



## Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

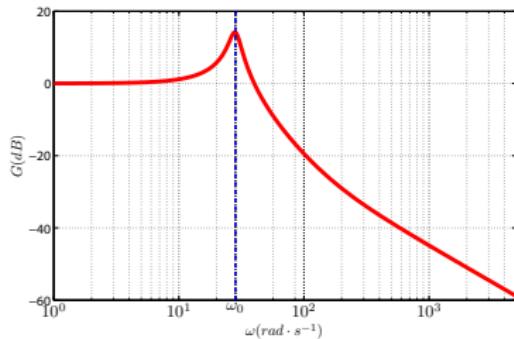
Construction du diagramme de Bode de  $H(j\omega)$  avec  $\xi = 0,2$  : pour  $\omega = 10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$



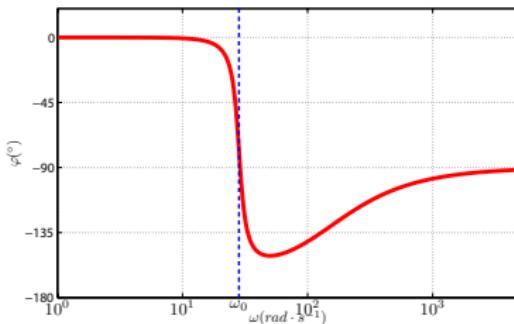


## Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

**Construction du diagramme de Bode de  $H(j\omega)$  avec  $\xi = 0,2$  : pour**  
 $\omega = \omega_0 = 28.3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

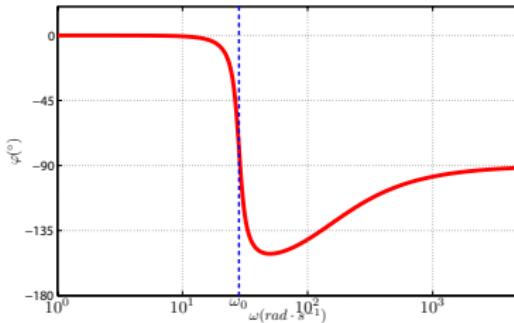
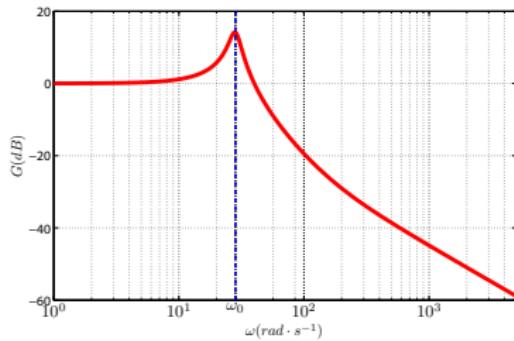


$$e(t) = e_0 \sin(\omega t)$$
$$s(t) = G e_0 \sin(\omega t + \varphi)$$



## Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

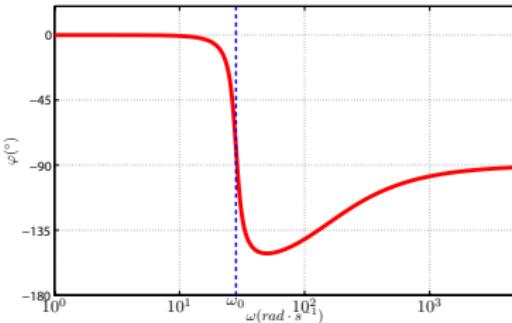
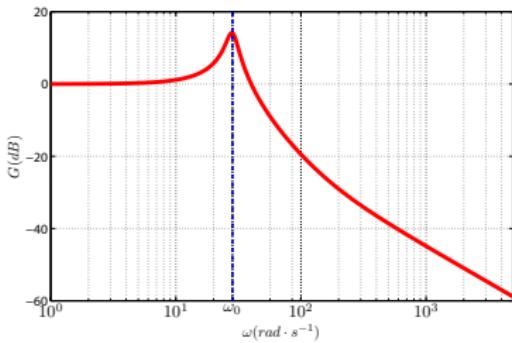
**Construction du diagramme de Bode de  $H(j\omega)$  avec  $\xi = 0,2$  : pour**  
 $\omega = \omega_0 = 28.3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$





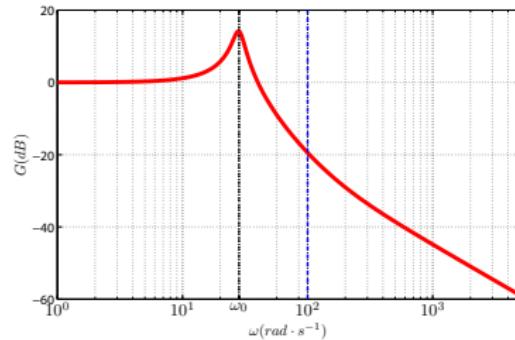
## Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

**Construction du diagramme de Bode de  $H(j\omega)$  avec  $\xi = 0,2$  : pour**  
 $\omega = \omega_0 = 28,3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$



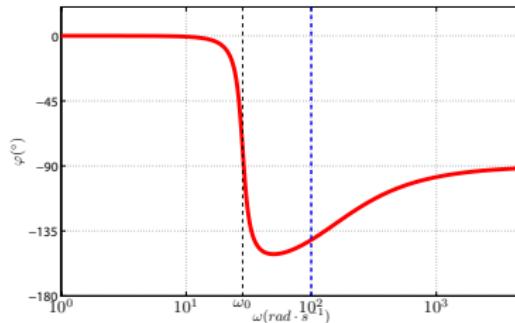
## Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

**Construction du diagramme de Bode de  $H(j\omega)$  avec  $\xi = 0,2$  : pour  
 $\omega = 100 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$**



$$e(t) = e_0 \sin(\omega t)$$

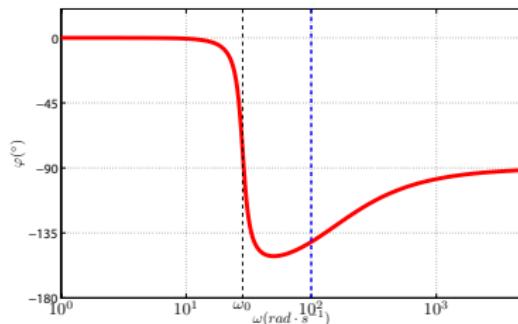
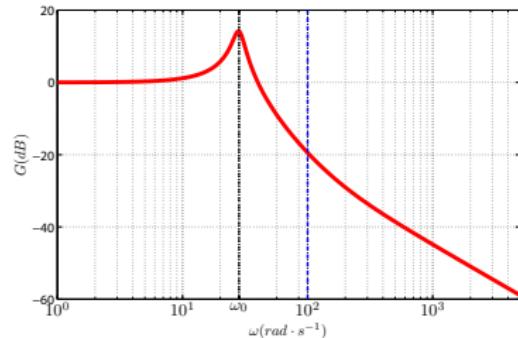
$$s(t) = G e_0 \sin(\omega t + \varphi)$$





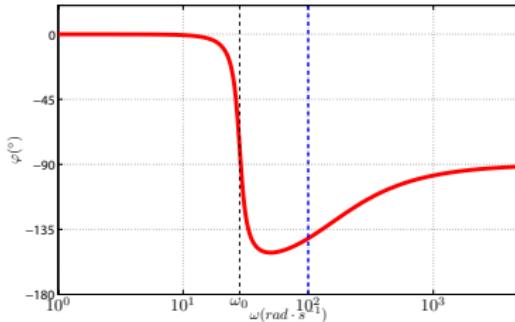
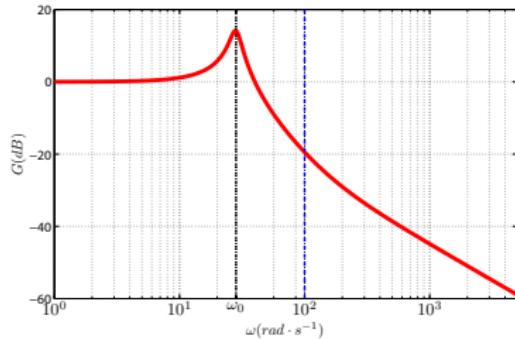
## Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

**Construction du diagramme de Bode de  $H(j\omega)$  avec  $\xi = 0,2$  : pour  $\omega = 100 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$**



## Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

**Construction du diagramme de Bode de  $H(j\omega)$  avec  $\xi = 0,2$  : pour  
 $\omega = 100 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$**





## Plan

### 1 Combinaison des diagrammes de Bode élémentaires

- Caractérisation d'une fonction de transfert complexe
- Méthodologie de tracé des fonctions de transferts complexes

### 2 Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule

- Décomposition de la fonction de transfert
- Construction du diagramme de Bode de  $H_1(j\omega)$
- Calcul et classement des pulsations de cassure
- Construction du diagramme de Bode complet
- Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile
- Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

### 3 Autres types de lieux de transfert

- Diagramme de Nyquist
- Diagramme de Black

### 4 Conclusion



## Diagramme de Nyquist

### Diagramme de Nyquist

- Le **diagramme de Nyquist** permet de représenter l'état de la réponse fréquentielle ( $s(t) = G e_0 \sin(\omega t + \varphi)$ ) en fonction de la pulsation  $\omega$  pour une fonction de transfert  $H(p)$ .
- Ce diagramme donne l'évolution de la partie imaginaire de la fonction de transfert ( $Im(H(j\omega))$ ) en fonction de sa partie réelle ( $R(H(j\omega))$ )
- On obtient alors une **courbe paramétrée** qui évolue en fonction de  $\omega$ .



## Diagramme de Nyquist

### Diagramme de Nyquist

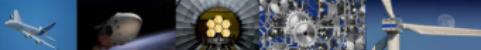
- Le **diagramme de Nyquist** permet de représenter l'état de la réponse fréquentielle ( $s(t) = G e_0 \sin(\omega t + \varphi)$ ) en fonction de la pulsation  $\omega$  pour une fonction de transfert  $H(p)$ .
- Ce diagramme donne l'évolution de la partie imaginaire de la fonction de transfert ( $Im(H(j\omega))$ ) en fonction de sa partie réelle ( $R(H(j\omega))$ )
- On obtient alors une **courbe paramétrée** qui évolue en fonction de  $\omega$ .



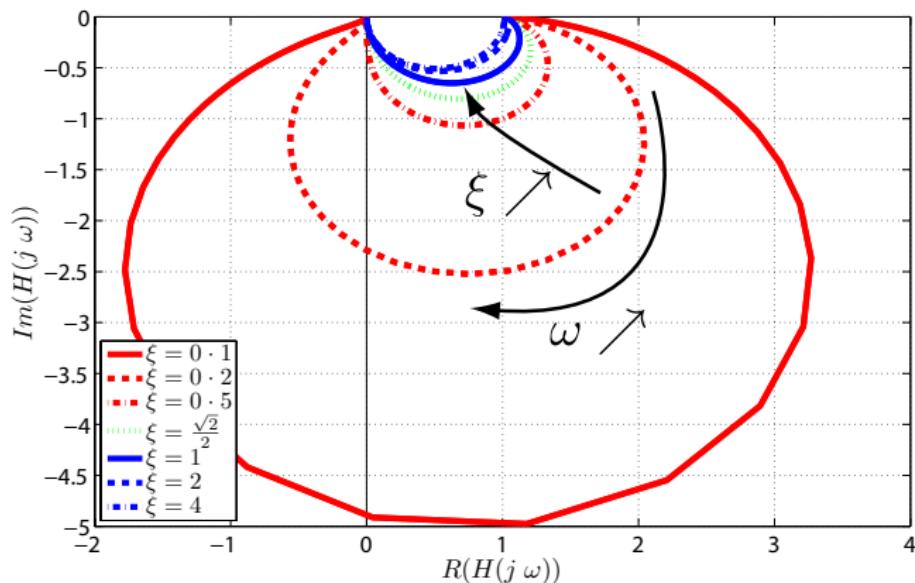
## Diagramme de Nyquist

### Diagramme de Nyquist

- Le **diagramme de Nyquist** permet de représenter l'état de la réponse fréquentielle ( $s(t) = G e_0 \sin(\omega t + \varphi)$ ) en fonction de la pulsation  $\omega$  pour une fonction de transfert  $H(p)$ .
- Ce diagramme donne l'évolution de la partie imaginaire de la fonction de transfert ( $Im(H(j\omega))$ ) en fonction de sa partie réelle ( $R(H(j\omega))$ )
- On obtient alors une **courbe paramétrée** qui évolue en fonction de  $\omega$ .



## Diagramme de Nyquist





## Plan

### 1 Combinaison des diagrammes de Bode élémentaires

- Caractérisation d'une fonction de transfert complexe
- Méthodologie de tracé des fonctions de transferts complexes

### 2 Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule

- Décomposition de la fonction de transfert
- Construction du diagramme de Bode de  $H_1(j\omega)$
- Calcul et classement des pulsations de cassure
- Construction du diagramme de Bode complet
- Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile
- Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

### 3 Autres types de lieux de transfert

- Diagramme de Nyquist
- Diagramme de Black

### 4 Conclusion



## Diagramme de Black

### Diagramme de Black

- Le **diagramme de Black** permet de représenter l'état de la réponse fréquentielle ( $s(t) = G e_0 \sin(\omega t + \varphi)$ ) en fonction de la pulsation  $\omega$  pour une fonction de transfert  $H(p)$ .
- Ce diagramme donne l'évolution du gain en décibel ( $G_d B$ )

$$G_{db} = 20 \log(G) = 20 \log(|H(j\omega)|);$$

- en fonction de la phase en degré ( $\varphi$  en  $^\circ$ ).

$$\varphi = \arg(H(j\omega)).$$

- On obtient alors une courbe paramétrée qui évolue en fonction de  $\omega$ .



## Diagramme de Black

### Diagramme de Black

- Le **diagramme de Black** permet de représenter l'état de la réponse fréquentielle ( $s(t) = G e_0 \sin(\omega t + \varphi)$ ) en fonction de la pulsation  $\omega$  pour une fonction de transfert  $H(p)$ .
- Ce diagramme donne l'évolution du gain en décibel ( $G_d B$ )

$$G_{db} = 20 \log(G) = 20 \log(|H(j\omega)|);$$

- en fonction de la phase en degré ( $\varphi$  en  $^\circ$ ).

$$\varphi = \arg(H(j\omega)).$$

- On obtient alors une courbe paramétrée qui évolue en fonction de  $\omega$ .



## Diagramme de Black

### Diagramme de Black

- Le **diagramme de Black** permet de représenter l'état de la réponse fréquentielle ( $s(t) = G e_0 \sin(\omega t + \varphi)$ ) en fonction de la pulsation  $\omega$  pour une fonction de transfert  $H(p)$ .
- Ce diagramme donne l'évolution du gain en décibel ( $G_d B$ )

$$G_{db} = 20 \log(G) = 20 \log(|H(j\omega)|);$$

- en fonction de la phase en degré ( $\varphi$  en  $^\circ$ ).

$$\varphi = \arg(H(j\omega)).$$

- On obtient alors une courbe paramétrée qui évolue en fonction de  $\omega$ .



## Diagramme de Black

### Diagramme de Black

- Le **diagramme de Black** permet de représenter l'état de la réponse fréquentielle ( $s(t) = G e_0 \sin(\omega t + \varphi)$ ) en fonction de la pulsation  $\omega$  pour une fonction de transfert  $H(p)$ .
- Ce diagramme donne l'évolution du gain en décibel ( $G_d B$ )

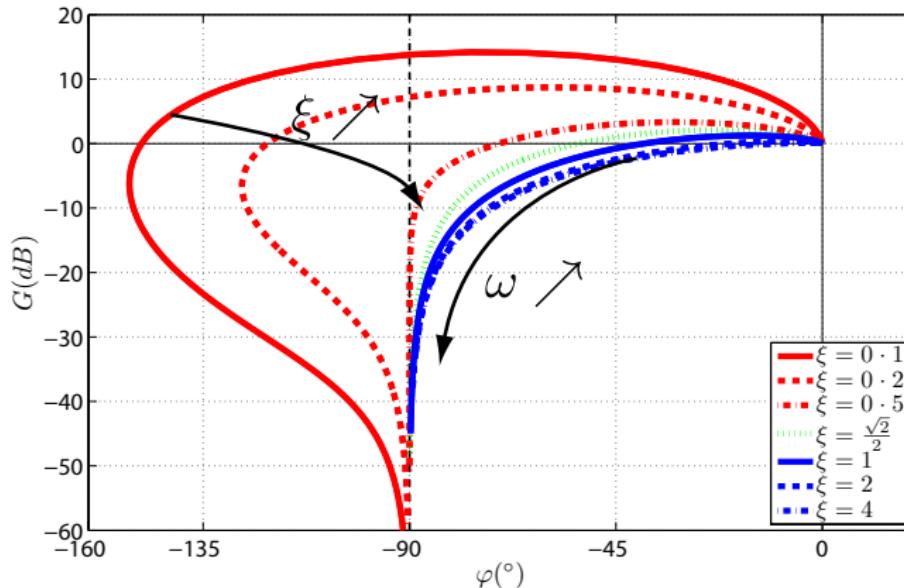
$$G_{db} = 20 \log(G) = 20 \log(|H(j\omega)|);$$

- en fonction de la phase en degré ( $\varphi$  en  $^\circ$ ).

$$\varphi = \arg(H(j\omega)).$$

- On obtient alors une **courbe paramétrée** qui évolue en fonction de  $\omega$ .

## Diagramme de Black

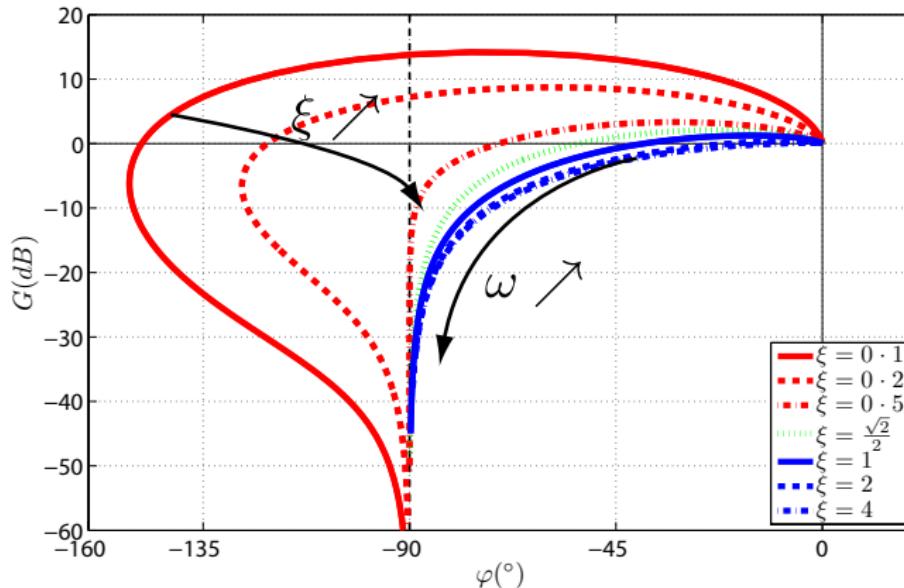


### Remarque

Ces deux derniers diagrammes (Nyquist et Black) sont utilisés habituellement sous la forme d'abaques pour caractériser la stabilité des systèmes asservis.



## Diagramme de Black



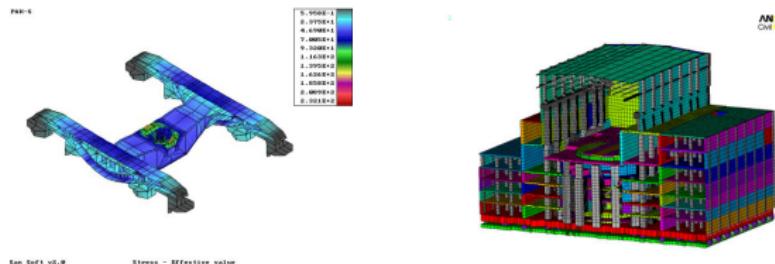
### Remarque

Ces deux derniers diagrammes (Nyquist et Black) sont utilisés habituellement sous la forme d'abaques pour caractériser la **stabilité** des systèmes asservis.

## Conclusion

### Conclusion : analyse fréquentielle

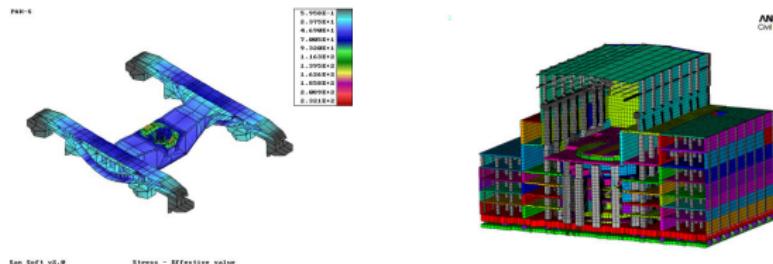
- L'analyse fréquentielle : caractérisation de la réponse d'un système vis-à-vis d'une consigne harmonique.
  - le gain ( $G_d B = 20\log(|H(j\omega)|)$ ),
  - la phase ( $\varphi = \arg(H(j\omega))$ ),
  - analyse modale pour la conception de système mécanique,
  - conception de bâtimens résistant à des ondes sismiques.



## Conclusion

### Conclusion : analyse fréquentielle

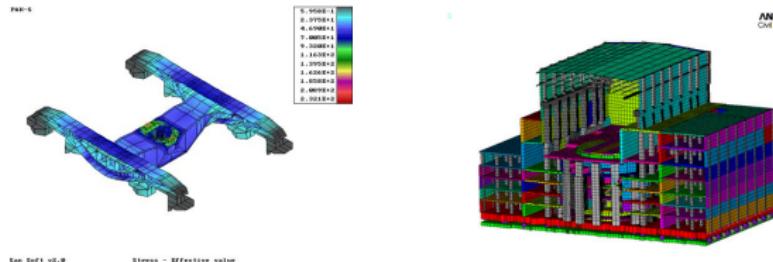
- L'analyse fréquentielle : caractérisation de la réponse d'un système vis-à-vis d'une consigne harmonique.
  - le gain ( $G_d B = 20\log(|H(j\omega)|)$ ),
  - la phase ( $\varphi = \arg(H(j\omega))$ ),
- analyse modale pour la conception de système mécanique,
- conception de bâtimens résistant à des ondes sismiques.



## Conclusion

### Conclusion : analyse fréquentielle

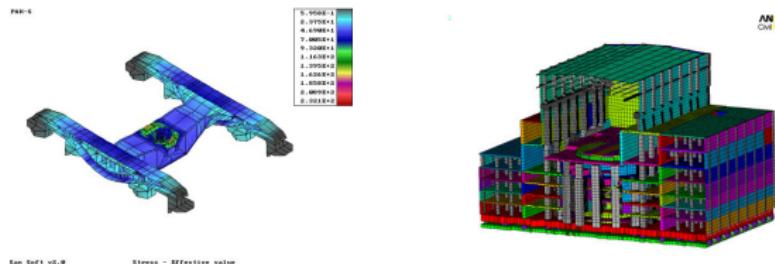
- L'analyse fréquentielle : caractérisation de la réponse d'un système vis-à-vis d'une consigne harmonique.
  - le gain ( $G_dB = 20\log(|H(j\omega)|)$ ),
  - la phase ( $\varphi = \arg(H(j\omega))$ ),
- Application à l'analyse et à la conception de systèmes mécaniques.
- Application à l'analyse et à la conception de systèmes électroniques.



## Conclusion

### Conclusion : analyse fréquentielle

- L'analyse fréquentielle : caractérisation de la réponse d'un système vis-à-vis d'une consigne harmonique.
  - le gain ( $G_d B = 20\log(|H(j \omega)|)$ ),
  - la phase ( $\varphi = \arg(H(j \omega))$ ),
- analyse modale pour la conception de système mécanique,
  - conception de bâtiments résistant à des ondes sismiques.

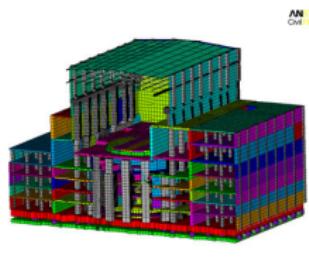
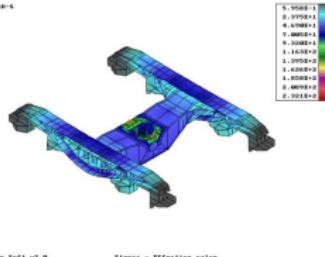


## Conclusion

### Conclusion : analyse fréquentielle

- L'analyse fréquentielle : caractérisation de la réponse d'un système vis-à-vis d'une consigne harmonique.
  - le gain ( $G_d B = 20\log(|H(j \omega)|)$ ),
  - la phase ( $\varphi = \arg(H(j \omega))$ ),
- analyse modale pour la conception de système mécanique,
  - conception de bâtiments résistant à des ondes sismiques.

FEMAP



## Conclusion

### Conclusion : analyse fréquentielle

- L'analyse fréquentielle : caractérisation de la réponse d'un système vis-à-vis d'une consigne harmonique.
  - le gain ( $G_d B = 20\log(|H(j \omega)|)$ ),
  - la phase ( $\varphi = \arg(H(j \omega))$ ),
- analyse modale pour la conception de système mécanique,
  - conception de bâtiments résistant à des ondes sismiques.

FEMAP

