



LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON

SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

CLASSE PRÉPARATOIRE M.P.S.I. ET M.P.I.I.

ANNÉE 2023 - 2024



C1 : MODÉLISATION DES SYSTÈMES PLURITECHNIQUES

TD 3 - Notions de grandeurs physiques (C1-4)

Compétences

- Analyser**
 - Extraire un indicateur de performance pertinent à partir du cahier des charges ou de résultats issus de l'expérimentation ou de la simulation : ordres de grandeurs, unités, grandeurs physiques
- Modéliser**
 - Identifier les grandeurs d'entrée et de sortie d'un modèle.
 - Identifier les paramètres d'un modèle.
 - Associer un modèle aux composants des chaînes fonctionnelles.
- Communiquer**
 - Utiliser un vocabulaire technique, des symboles et des unités adéquats.

Exercice 1 : Analyse et spécification globale du vélo autonome

Source : Emilien DURIF

1 Présentation générale

On souhaite donner des spécifications globales permettant de concevoir un vélo autonome. Le diagramme des exigences concernant uniquement l'exigence du déplacement autonome est donné sur la figure 1. On se propose ici de déterminer le profile de vitesse permettant de remplir les exigences listées dans le tableau ci-dessous.



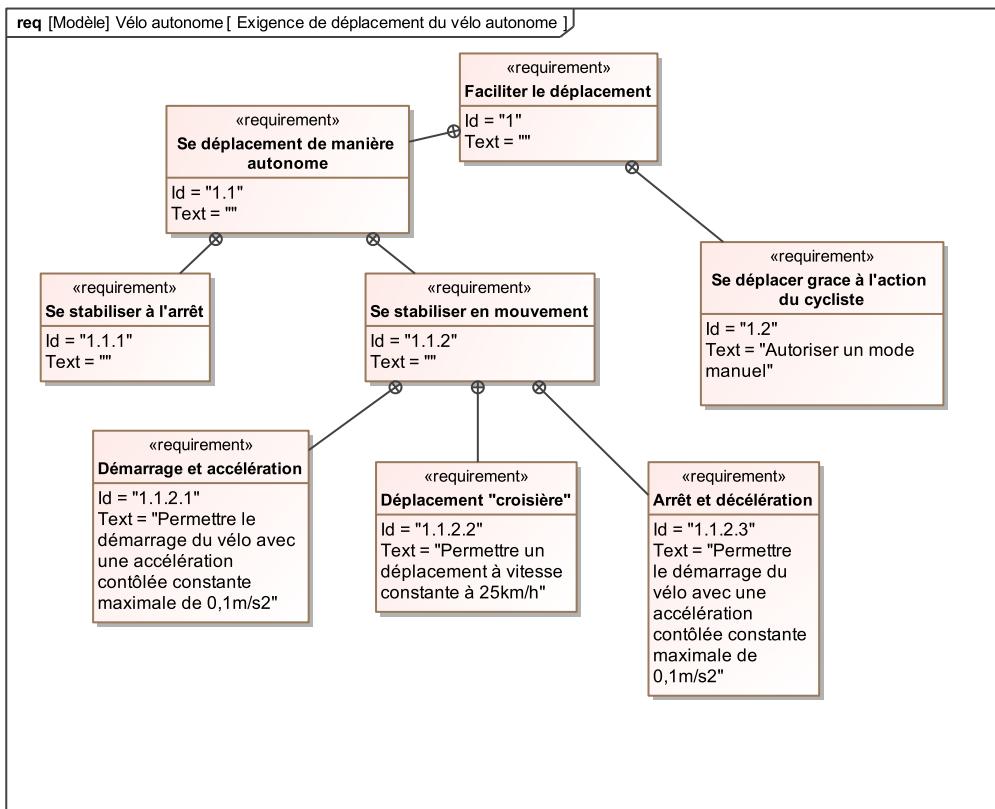


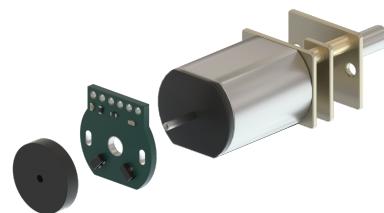
FIGURE 1 – Diagramme des exigences partiel concernant le déplacement autonome du vélo

1.1.2 Se stabiliser en mouvement		
Critère	Niveau	Flexibilité
Accélération et décélération maximale	$ a_{max} = 0,1 \cdot g = 0,981 m \cdot s^{-2}$	Maxi en valeur absolue
Vitesse maximale en croisière	V_{max}	$25 km/h$
Durée pour se déplacer de 10m	t_f	?
Stabilisation vertical	inclinaison par rapport à la vertical	$< 1^\circ$
1.1.1 Se stabiliser à l'arrêt		
Stabilisation vertical	inclinaison par rapport à la vertical	$< 1^\circ$

2 Vérification de l'exigence 1.1.2 : stabilisation en mouvement

On donne les caractéristiques du moteur utilisé pour la propulsion.

Grandeur	Valeur
Vitesse maximal sans chargement	$N_{max} = 320 tr/min$
Couple maxi	$C_{maxi} = 21,6 \cdot N \cdot cm$
Diamètre des roues utilisées	$D_r = 9 cm$



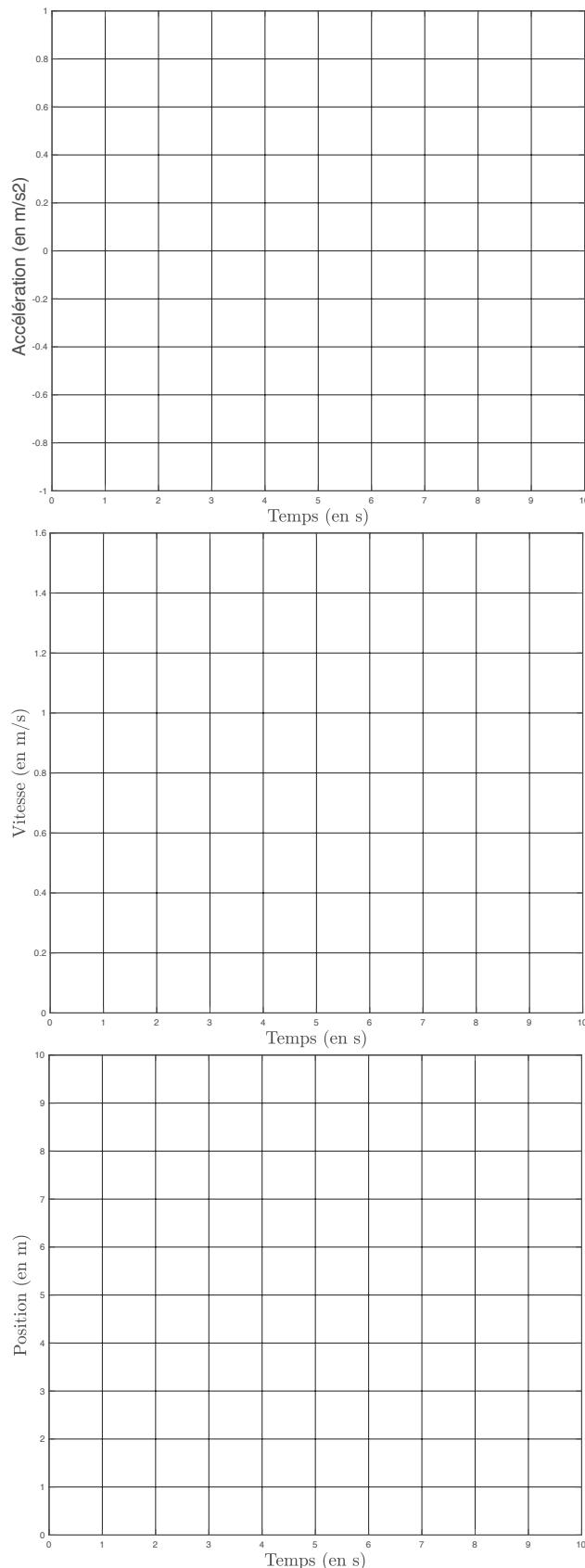
On propose d'utiliser un profil de vitesse en trapèze avec la même durée d'accélération et de décélération.

Q 1 : Décrire pourquoi ce profil de vitesse est intéressant.

Q 2 : Déterminer la durée d'accélération notée t_a en supposant que l'on souhaite atteindre la vitesse maximale imposée par le moteur avec une accélération maximale.

Q 3 : Déterminer la durée qu'il faut pour atteindre la distance de 10m avec ce profil de vitesse.

Q 4 : Tracer sur la figure suivante les profiles d'accélération, vitesse et position obtenues avec les caractéristiques déterminées précédemment.



On souhaite déterminer que le moteur soit correctement dimensionné pour fournir l'accélération maximal. On

peut montrer que l'on peut relier l'accélération (notée $a(t)$) en translation du vélo au couple à fournir par le moteur ($C_m(t)$) avec la relation suivante (en négligeant l'inertie des roues) :

$$\frac{2C_m(t)}{D_r} = m \cdot a(t)$$

Q 5 : Déterminer la masse maximale que peut déplacer le moteur en translation.

On note m la masse du vélo et le D_r le diamètre des roues. Pour un vélo à échelle 1 on donne $D_{r0} = 58\text{cm}$ et $m_0 = 10\text{kg}$.

Q 6 : Sachant que l'on souhaite réaliser un vélo à échelle réduite avec des roues de diamètre $D_r = 9\text{cm}$. Donner le facteur d'échelle $\lambda = \frac{D_r}{D_{r0}}$. Quelle en serait la répercussion sur la masse en utilisant le même matériau ? Faire l'application numérique.

3 Vérification de l'exigence 1.1.1 : stabilisation à l'arrêt

L'objectif est de déterminer les conditions pour assurer l'équilibre du vélo (S_1) à l'aide de la roue à réaction (S_2). On note :

- A est le point de contact entre la roue et le sol et correspond au point de rotation du vélo par rapport au sol.
- B est le centre de la roue S_2 .
- m et G respectivement la masse et le centre de masse du vélo avec la roue à réaction ($S_1 + S_2$).
- $L_1 = \| \overrightarrow{AG} \|$ et $L_2 = \| \overrightarrow{AB} \|$.
- I_1 est le moment d'inertie de la roue à réaction autour de l'axe (A, \vec{z}_1) et m_1 est sa masse.
- I_2 est le moment d'inertie de la roue à réaction autour de l'axe (B, \vec{z}_1) et m_2 est sa masse.
- θ est l'angle de rotation du vélo autour de \vec{z}_0 par rapport à l'axe vertical.
- φ est l'angle de rotation de la roue à réaction S_2 par rapport au vélo S_1 .
- \vec{g} est dirigé selon $-\vec{y}_0$.
- $M(A, \text{poids} \rightarrow S_1 + S_2)$ est le moment de l'action du poids sur ($S_1 + S_2$).

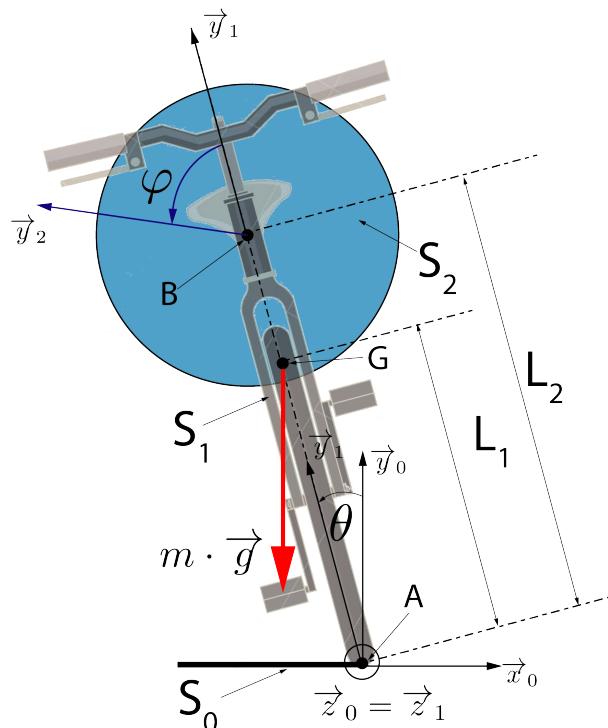


FIGURE 2 – Paramétrage du problème

L'application du théorème du moment dynamique selon l'axe (A, \vec{z}_0) donne :

$$(I_1 + m_2 \cdot L_2^2) \cdot \ddot{\theta} + I_2 \ddot{\varphi} = M(A, \text{poids} \rightarrow S_1 + S_2)$$

Q 7 : A l'aide de la figure 2, déterminer le bras de levier du moment de l'action du poids sur ($S_1 + S_2$) en fonction de L_1 et θ . En déduire $M(A, \text{poids} \rightarrow S_1 + S_2)$.

S_2 est un cylindre de révolution de diamètre $D_2 = 9,9\text{cm}$ et masse $m_2 = 75\text{g}$.

Q 8 : Déterminer I_2 .

Q 9 : Donner une condition sur $\ddot{\theta}$ pour que le vélo se redresse par rapport à la configuration donnée sur la figure ci-dessus avec le vélo supposé posé sur une bâche avec un angle $\theta = \theta_0 = 10^\circ$. En déduire une condition sur $\ddot{\varphi}$ en fonction des paramètres du problème.

On prendra dans un premier temps comme approximation $L_1 = D_r$ ce qui revient à dire que le centre de gravité G du vélo se situe juste au dessus des roues. On prendra une masse du vélo souhaitée de $m = 500\text{g}$.

On donne les caractéristiques du moteur utilisé pour la roue à réaction.

Grandeur	Valeur
Vitesse maximal sans chargement	$N_{max} = 7500 \text{ tr/min}$
Couple maxi	$C_{maxi} = 1,47 \cdot N \cdot cm$



Q 10 : Donner en justifiant une relation entre $\ddot{\varphi}$, I_2 et le couple moteur de la roue à réaction C_{m2} . Avec la valeur de $\ddot{\varphi}$ déterminée précédemment en déduire si le moteur sera capable de redresser le vélo.

Exercice 2 : Modélisation multiphysique d'un drone quadricoptère

Source : Emilien DURIF

1 Drone quadricoptère

Les drones quadricoptère suscitent un vif engouement depuis quelques années. Cette étude repose plus particulièrement sur l'AR Drone Parrot. On se focalisera ici sur la conception des hélices pour en optimiser leurs performances en vol stationnaire ainsi qu'en orientation de lacet. La conception des hélices joue un rôle clé sur les performances dynamiques du système dans ces conditions de vol mais également sur l'autonomie.

-💡-Objectif 1 :

| Comment concevoir des hélices permettant de garantir les performances du vol du drone?

On donne le cahier des charges sur la figure 3

- **Caractéristiques annoncées pour le moteur**

Les moteurs brushless ont été spécialement conçus pour l'AR Drone Parrot 2.0 en vue de lui garantir de bonnes performances dynamiques ainsi qu'une longue durée de vie. D'une puissance de 15 watts, les moteurs effectuent 28000 tr/min en vol stabilisé stationnaire, La vitesse de rotation des moteurs peut varier entre 10350 et 41400 tr/min.

- **Caractéristiques annoncées pour la batterie**

La batterie HD (High Density) est une batterie Lithium-Ion Polymère trois cellules, d'une capacité de 1000 mAh à 11,1 V. La batterie est protégée par un étui rigide, et respecte les normes de sécurité UL2054. La batterie HD possède deux connecteurs : un connecteur de décharge pour alimenter l'AR Drone 2.0 et un autre connecteur de charge. Le temps de vol annoncé pour le drone équipé de cette batterie est de 18 minutes.

Des essais ont été réalisés pour caractériser une hélice du drone. Le tableau suivant donne les différentes valeurs :

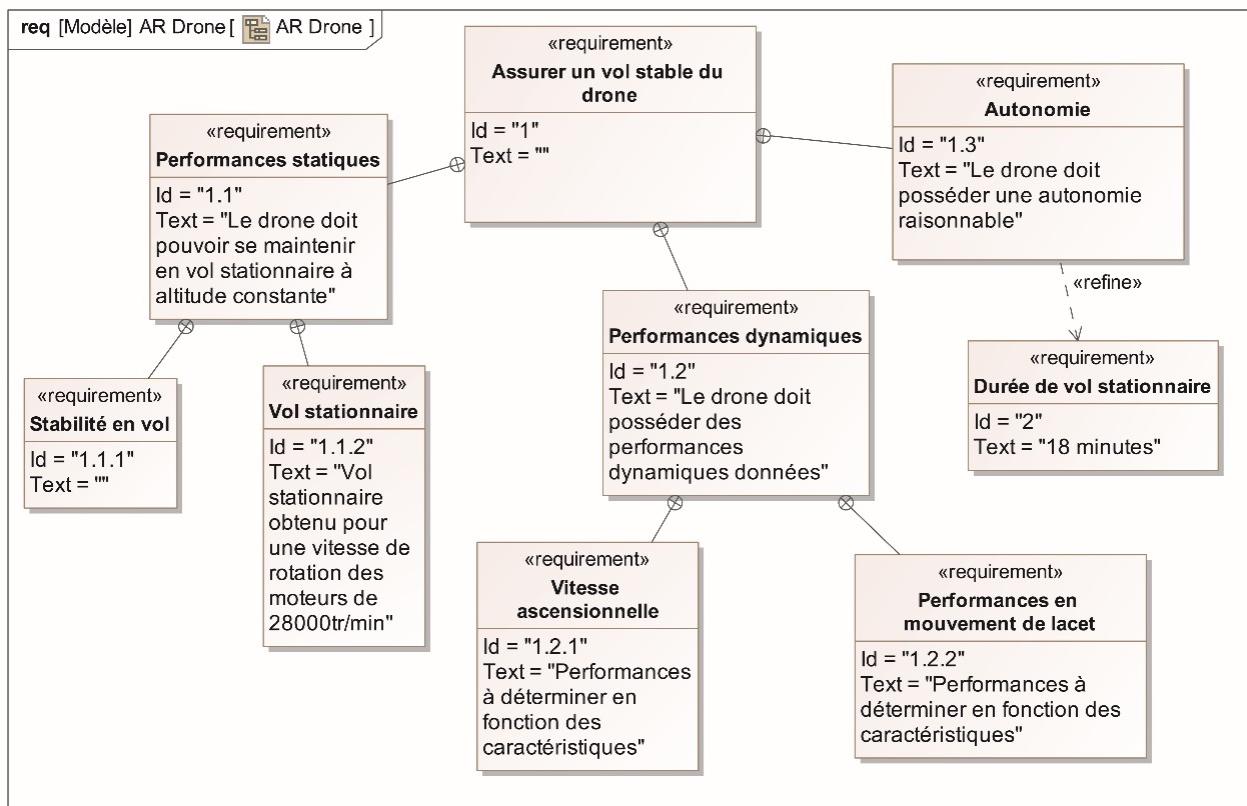


FIGURE 3 – Diagramme des exigences

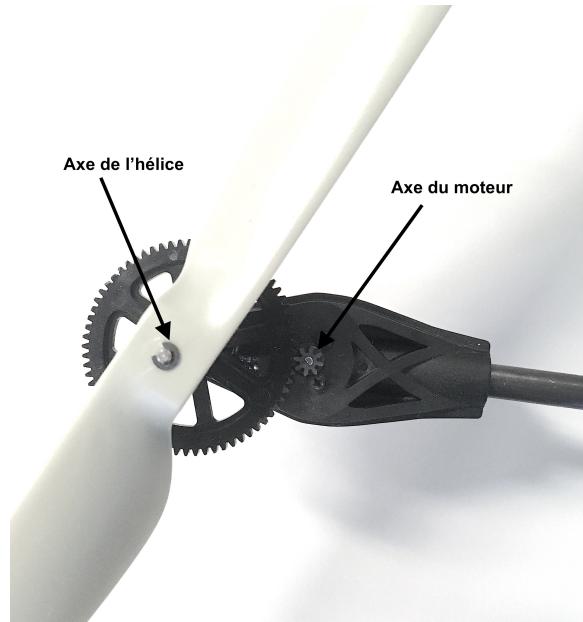


FIGURE 4 – Réducteur et moteur

Q 11 : Donner le rapport de réduction $r = \frac{\omega_r}{\omega_m}$.

Q 12 : Compléter le tableau suivant.

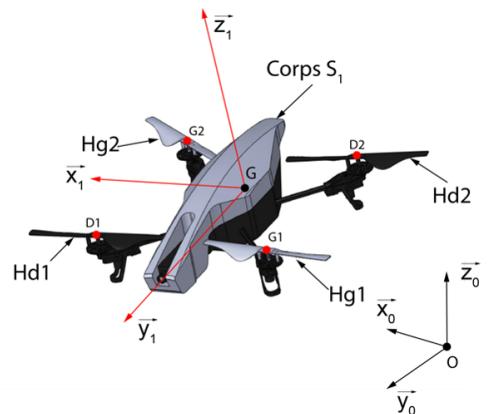
Rotation du moteur w_m (tr/min)	Rotation du moteur w_m (rad/s)	Rotation des hélices ω_r (rad/s)	Rotation des hélices ω_r (tr/min)	Force de portance (N)	Couple de traînée C_t (N.m)
10350				0.1	0,002
20000				0.4	-0,007
28000				0.77	-0,015
35000				1.2423	-0,02
41400				1.69	-0,033

- Position du centre d'inertie du drone par rapport au repère galiléen d'observation $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$:

$$z_G = \overrightarrow{OG} \cdot \vec{z}_0;$$

- Repère lié au corps du drone S_1 : $R_1(G, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$:
- accélération de la gravité : $\vec{g} = -g \vec{z}_0$

avec $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$;



- Angle de tangage : $\dot{\alpha}_t = \vec{\Omega}(S_1/S_0) \cdot \vec{x}_1$;
- angle de roulis : $\dot{\alpha}_r = \vec{\Omega}(S_1/S_0) \cdot \vec{y}_1$;
- angle de lacet : $\dot{\alpha}_l = \vec{\Omega}(S_1/S_0) \cdot \vec{z}_1$;
- corps du drone S_1 : masse $m_1 = 394,8 \text{ g}$;
- 4 Hélices + roue dentée : masse $m_h = 5,8 \text{ g}$ chacune;
- 2 paires d'hélices :
- hélices droites (tournant dans le sens $+\vec{z}_1$) : Hd1 et Hd2 de centres de poussée D1 et D2;
- hélices gauches (tournant dans le sens $-\vec{z}_1$) : Hg1 et Hg2 de centres de poussée G1 et G2.

Q 13 : En vous aidant des données du cahier des charges proposer un points de fonctionnement du drone en vol stationnaire (vitesse de rotation du moteur).

La puissance dissipée en vol stationnaire peut être calculé par :

$$P_{diss} = C_t \cdot \omega_r$$

Q 14 : calculer la puissance dissipée instantanée.

Q 15 : En supposant le rendement de fonctionnement du moteur idéal, en déduire une estimation de l'autonomie en vol stationnaire.