Devoir surveillé n°1

Barème

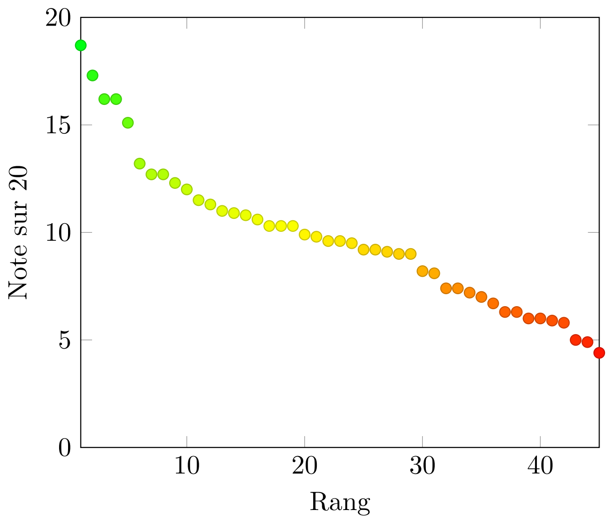
Calculs : 19 questions sur 2 points, total sur 38 , ramené sur 5 points
Problème : 25 questions sur 4 points, total sur 100, ramené sur 15 points

Soit $\varphi : x \mapsto \frac{1}{10}\lfloor 10x \rfloor$, c le nombre de points obtenus sur la fiche de calculs et p le nombre de points obtenus sur les exercices, la note sur 20 est le réel $n = \min\left\{\varphi\left(\frac{5c}{38} + \frac{15p}{\alpha}\right), 20\right\}$ avec $\alpha = 80$

Statistiques

	Calculs	Problème	*Précision*
Minimum	10	13	*29%*
Q1	17	26	*55%*
Médiane	22	36	*62%*
Q3	25	42	*77%*
Maximum	36	78	*93%*
Moyenne	21.5	37.0	*63.0%*

Répartition des notes



Remarques générales

— Plusieurs copies comportent de nombreux résultats non encadrés. Comme cela avait été annoncé, cet oubli a été lourdement sanctionné.
— Vous devez définir et quantifier toutes les variables que vous utilisez.
— Il est nécessaire d'être capable de faire la différence entre l'application f et l'image $f(x)$ d'un élément x par l'application f.
Par exemple, « $\cancel{u(x)}$ est dérivable sur I » n'a aucun sens, il faut écrire « u est dérivable sur I ».
Par ailleurs, on peut écrire « u est dérivable sur I » ou « u est dérivable en tout point $x \in I$ », mais pas « u est dérivable ~~pour tout $x \in I$~~ ».
— N'utilisez pas le symbole $\Leftrightarrow$ lorsqu'il faudrait écrire « donc ». Ce symbole a désormais été défini dans le chapitre 4, je compte sur vous pour l'utiliser correctement.
— Prenez dès à présent l'habitude de ne pas manipuler X comme un nombre. Il s'agit en effet d'un symbole formel (voir le chapitre sur les polynômes).

Exercice 2

— **Question 1.** Il s'agissait d'une application directe du cours. Attention à ne pas oublier la fin de la question et à bien expliciter toutes les solutions dans $[0, 2\pi]$.
— **Question 2.** Exprimer $\cos(3x)$ en fonction de $\cos x$, ce n'est pas exprimer $\cos(3x)$ en fonction de $\cos x$ et $\sin x$.

— **Question 3.** Procéder « par identification » est réservé aux polynômes. Ce n'est donc pas l'argument à appliquer ici. On pourra remarquer qu'il s'agit de démontrer l'existence de a, b, c, pas leur unicité, et qu'il suffit donc de trouver des réels qui conviennent, sans avoir besoin de justifier que ce sont les seuls.

— **Question 4.** Après avoir justifié que pour $x = \dfrac{\pi}{10}$, $\cos(3x) - \sin(2x) = 0$, on peut en déduire que $\cos x(-4\sin^2 x - 2\sin x + 1) = 0$, mais pour affirmer que $\sin x$ est solution de $4y^2 + 2y - 1 = 0$, il est nécessaire de vérifier **explicitement** que $\cos x \neq 0$.

Exercice 3

— **Question 1.** Il n'est absolument pas nécessaire de calculer le discriminant ou les racines du polynôme $3X^2 + 1$ pour affirmer que $3x^2 + 1 > 0$ pour tout réel x...

— **Question 2.** Question classique. Les ingrédients du théorème utilisé sont : la continuité sur un intervalle, la stricte monotonie sur cet intervalle, et **les limites ou valeurs aux bornes de l'intervalle**. Les copies dans lesquelles la continuité et la stricte croissance sur $\mathbb{R}$ sont bien évoquées affirment généralement ensuite que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$, sans justifier pourquoi.
Pourtant, une fonction peut tout à fait être continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$ sans réaliser une bijection de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$: il suffit de considérer la fonction arctan.

— **Question 3.** Il suffisait de justifier que f est impaire puis d'utiliser le cours.

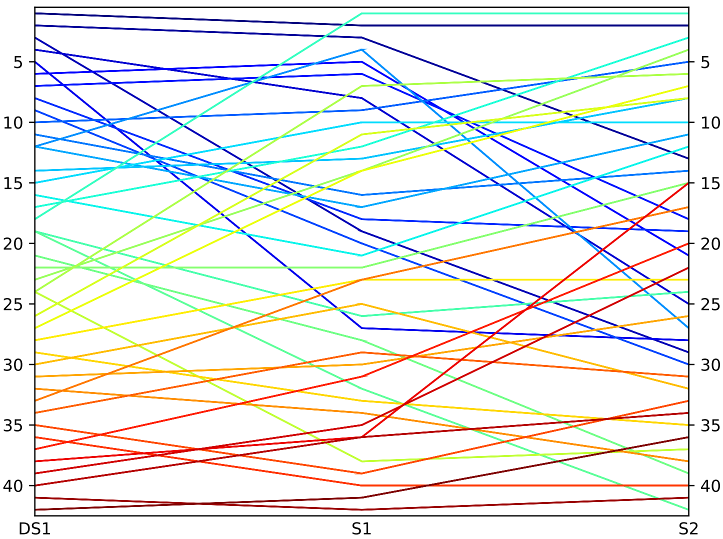
— **Question 6.** Même si vous n'avez pas traité la question 5, faites un tracé cohérent avec le résultat demandé. Et la propriété de symétrie entre la courbe d'une fonction bijective et celle de sa réciproque devrait être connue.

— **Question 9.** Évitez d'écrire que le signe de $t - \varphi(t)$ « dépend » du signe de $f(t) - a$. Cette réponse est imprécise : si les deux signes sont opposés, ils dépendent l'un de l'autre !

— **Question 10.** Le calcul de φ' ne devrait pas poser de problème. Dans le cas contraire, entraînez vous ! Une fiche d'entraînement à l'étude de fonctions est disponible sur le site.

— **Question 14.** De la même manière qu'il ne faut pas confondre la fonction f et le réel $f(x)$, il ne faut pas confondre la suite $(u_n(a))$ et le réel $u_n(a)$.

Évolution des rangs des étudiants en 2023-2024



Répartition des points

Version 1

	Question	Non traité	Non encadré	0	1	2	3	4