



C3 : Analyse temporelle des systèmes asservis C3-2 : Analyse temporelle des systèmes asservis du 2nd ordre

Émilien DURIF

Lycée La Martinière Monplaisir Lyon
Classe de PSI
12 Novembre 2019



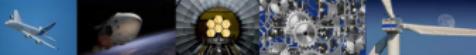
Plan

1 Système du second ordre

- Définition
- Exemple du cours

2 Caractérisations de la réponse d'un système du second ordre

- Comportement asymptotique
- Comportement temporel
- Quantification de la réponse indicielle d'un second ordre



Plan

1 Système du second ordre

- Définition
- Exemple du cours

2 Caractérisations de la réponse d'un système du second ordre

- Comportement asymptotique
- Comportement temporel
- Quantification de la réponse indicielle d'un second ordre



Système du second ordre

Système du second ordre

On appelle système du **deuxième ordre fondamental** tout système linéaire, continu et invariant régi par une équation différentielle de la forme :

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 s(t)}{dt^2} + \frac{2\xi}{\omega_0} \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = K e(t). \quad (1)$$

Propriété

La fonction de transfert de ces systèmes peut s'écrire sous la **forme canonique suivante** :

$$H(p) = \frac{K}{\frac{1}{\omega_0^2} p^2 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + 1}. \quad (2)$$

où :

- K est le **gain statique**,
- ξ est le **coefficent d'amortissement**,
- ω_0 est la **pulsation propre** (en rad s^{-1}).



Système du second ordre

Remarque

On parle de système du second ordre *fondamental* par opposition à un système généralisé, pour lequel le membre de droite de l'équation :

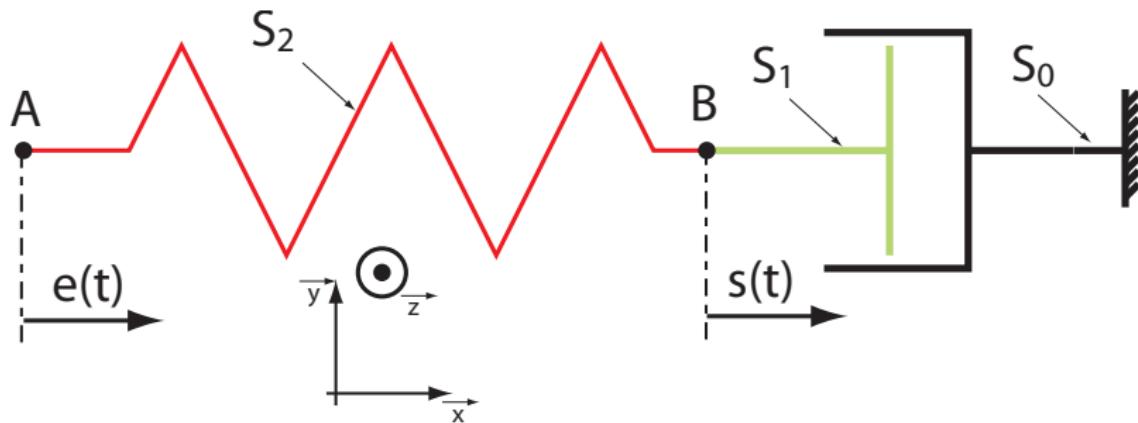
$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 s(t)}{dt^2} + \frac{2\xi}{\omega_0} \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = K (e(t) + \tau \frac{de(t)}{dt})$$

est une équation différentielle du 1^{er} ordre. Dans ce cas, la fonction de transfert généralisée sera de la forme :

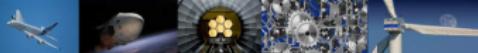
$$H(p) = \frac{K(1 + \tau p)}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}. \quad (3)$$

Système du second ordre : exemple

Exemple : ressort de raideur k et amortisseur de coefficient c



On déplace l'extrémité A d'une longueur $e(t)$. Le point B répond à ce déplacement en se déplaçant d'une longueur $s(t)$.



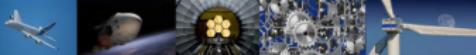
Système du second ordre : exemple

Exemple : ressort de raideur k et amortisseur de coefficient c

Question : Comment le système va répondre ?

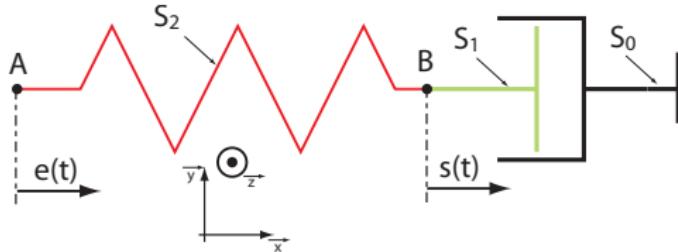
Système oscillant

Système amorti



Système du second ordre : exemple

Exemple : ressort de raideur k et amortisseur de coefficient c



Sans négliger la masse m de la tige, le principe fondamental de la dynamique appliqué à la tige donne :

-

$$k(e(t) - s(t)) - c \cdot \frac{ds(t)}{dt} = m \frac{d^2s(t)}{dt^2}$$

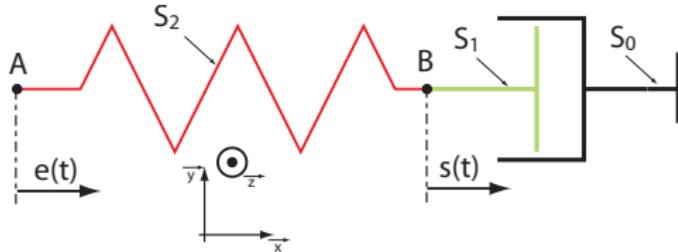
- Équation différentielle de degré 2, ce qui montre que le système est du deuxième ordre.
- Avec les conditions initiales nulles ($s(t=0) = 0$ et $s'(t=0) = 0$) :

$$m \cdot p^2 \cdot S(p) + c \cdot p \cdot S(p) + k \cdot S(p) = k \cdot E(p).$$



Système du second ordre : exemple

Exemple : ressort de raideur k et amortisseur de coefficient c



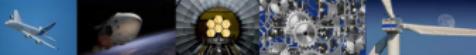
Sans négliger la masse m de la tige, le principe fondamental de la dynamique appliqué à la tige donne :

-

$$k(e(t) - s(t)) - c \cdot \frac{ds(t)}{dt} = m \frac{d^2s(t)}{dt^2}$$

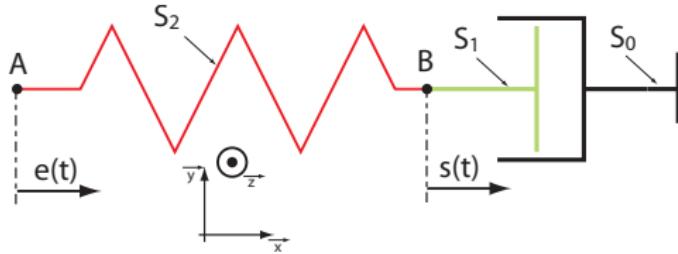
- Équation différentielle de degré 2, ce qui montre que le système est du deuxième ordre.
- Avec les conditions initiales nulles ($s(t=0) = 0$ et $s'(t=0) = 0$) :

$$m \cdot p^2 \cdot S(p) + c \cdot p \cdot S(p) + k \cdot S(p) = k \cdot E(p).$$



Système du second ordre : exemple

Exemple : ressort de raideur k et amortisseur de coefficient c



Sans négliger la masse m de la tige, le principe fondamental de la dynamique appliqué à la tige donne :

-

$$k(e(t) - s(t)) - c \cdot \frac{ds(t)}{dt} = m \frac{d^2s(t)}{dt^2}$$

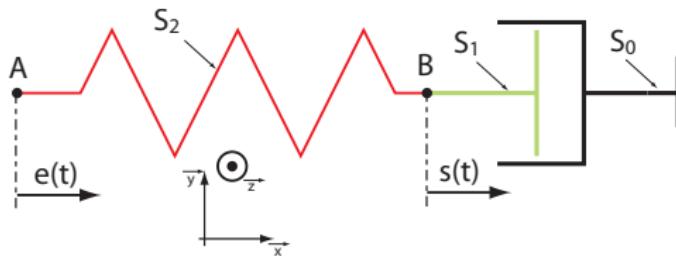
- Équation différentielle de degré 2, ce qui montre que le **système est du deuxième ordre**.
- Avec les conditions initiales nulles ($s(t = 0) = 0$ et $s'(t = 0) = 0$) :

$$m \cdot p^2 \cdot S(p) + c \cdot p \cdot S(p) + k \cdot S(p) = k \cdot E(p).$$



Système du second ordre : exemple

Exemple : ressort de raideur k et amortisseur de coefficient c



Sans négliger la masse m de la tige, le principe fondamental de la dynamique appliqué à la tige donne :

-

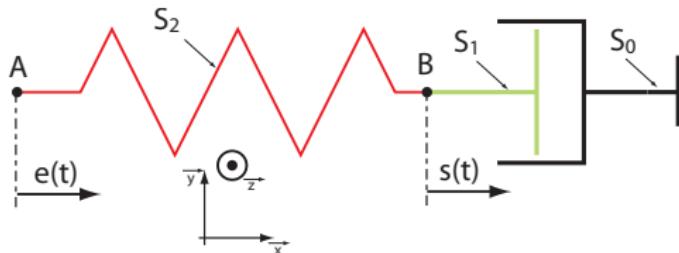
$$k(e(t) - s(t)) - c \cdot \frac{ds(t)}{dt} = m \frac{d^2s(t)}{dt^2}$$

- Équation différentielle de degré 2, ce qui montre que le **système est du deuxième ordre**.
- Avec les conditions initiales nulles ($s(t = 0) = 0$ et $s'(t = 0) = 0$) :

$$m \cdot p^2 \cdot S(p) + c \cdot p \cdot S(p) + k \cdot S(p) = k \cdot E(p).$$



Système du second ordre : exemple



On obtient alors l'expression de la transmittance :

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K}{\frac{1}{\omega_0^2} p^2 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + 1}.$$

Avec,

- $K = 1$,
- $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$,
- $\xi = \frac{c\omega_0}{2k}$.



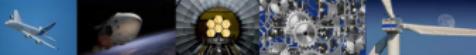
Plan

1 Système du second ordre

- Définition
- Exemple du cours

2 Caractérisations de la réponse d'un système du second ordre

- Comportement asymptotique
- Comportement temporel
- Quantification de la réponse indicielle d'un second ordre



Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

Transformée de Laplace d'un échelon :

$$E(p) = \frac{e_0}{p}$$



$$\begin{aligned} S(p) &= H(p) E(p) \quad E(p) = \frac{K e_0}{p \left(\frac{1}{\omega_0^2} p^2 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + 1 \right)} \\ &= \frac{K e_0 \omega_0^2}{p \left(p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2 \right)} \end{aligned}$$



Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- Comportement asymptotique :

Au voisinage de $+\infty$:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} s(t) = \dots$$

Au voisinage de 0 :

$$\lim_{t \rightarrow 0} s(t) = \dots$$



Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- Comportement asymptotique :

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow +\infty} s(t) &= \lim_{p \rightarrow 0} p S(p) \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{K e_0 \omega_0^2 p}{p (p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2)} \\ &= K e_0 \\ \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{ds(t)}{dt} &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow 0} s(t) &= \lim_{p \rightarrow +\infty} p S(p) \\ &= \lim_{p \rightarrow +\infty} \frac{K e_0 \omega_0^2 p}{p (p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2)} \\ &= 0 \\ \lim_{t \rightarrow 0} \frac{ds(t)}{dt} &= \lim_{p \rightarrow +\infty} p \left[\frac{K e_0 \omega_0^2 p}{p (p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2)} \right] \\ &= 0\end{aligned}$$



Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- Comportement asymptotique :

Propriétés

La réponse d'un système du deuxième ordre sollicité par un échelon possède :

- une **asymptote horizontale** d'équation $s(t) = k e_0$ au voisinage de $+\infty$,
- une **tangente horizontale** au voisinage de 0.



Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

Pour calculer $s(t)$, il faut décomposer $S(p)$ en éléments simples. Cette opération débute par le calcul **des pôles** de la fonction de transfert.

pôles de la fonction de transfert

On appelle **pôles de la fonction de transfert** les "zéros" du dénominateur (c'est à dire les racines).

$$S(p) = \frac{K e_0 \omega_0^2}{p(p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2)}.$$

Ici $p = 0$ est déjà une racine évidente, reste à trouver p_1 et p_2 les racines de $p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2$:

$$S(p) = \frac{K e_0 \omega_0^2}{p(p - p_1)(p - p_2)}$$



Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

Recherche des racines de $p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2$:

Discriminant : $\Delta = (2\xi\omega_0)^2 - 4\omega_0^2 = 4\omega_0^2(\xi^2 - 1)$ 3 cas possibles :

- ① cas où $\xi > 1 \rightarrow \Delta > 0$: 2 pôles réels;
- ② cas où $\xi = 1 \rightarrow \Delta = 0$: 1 pôle réel double ;
- ③ cas où $\xi < 1 \rightarrow \Delta < 0$: 2 pôles complexes.



Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

Recherche des racines de $p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2$:

- ➊ cas où $\xi > 1 \rightarrow \Delta > 0$: 2 pôles réels ;



$$\begin{cases} p_1 = \omega_0 \left(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1} \right) \\ p_2 = \omega_0 \left(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1} \right) \end{cases}$$

- avec $p_1, p_2 = \omega_0^2$.

$$S(p) = \frac{K e_0 \omega_0^2}{p(p-p_1)(p-p_2)} = K e_0 \omega_0^2 \left(\frac{A}{p} + \frac{B}{(p-p_1)} + \frac{C}{(p-p_2)} \right)$$

- Il reste à identifier A, B et C :

- En multipliant par p et faisant $p = 0$, on obtient :

$$A = 1/\omega_0^2$$

- En multipliant par $p - p_1$ et faisant $p = p_1$, on obtient :

$$B = \frac{1}{p_1(p_1 - p_2)}$$

- En multipliant par $p - p_2$ et faisant $p = p_2$, on obtient :

$$C = \frac{1}{p_2(p_2 - p_1)}$$



Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

Recherche des racines de $p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2$:

- ➊ cas où $\xi > 1 \rightarrow \Delta > 0$: 2 pôles réels ;

•

$$\begin{cases} p_1 = \omega_0 \left(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1} \right) \\ p_2 = \omega_0 \left(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1} \right) \end{cases}$$

- avec $p_1, p_2 = \omega_0^2$.

$$S(p) = \frac{K e_0 \omega_0^2}{p(p-p_1)(p-p_2)} = K e_0 \omega_0^2 \left(\frac{A}{p} + \frac{B}{(p-p_1)} + \frac{C}{(p-p_2)} \right)$$

- Il reste à identifier A, B et C :

- En multipliant par p et faisant $p = 0$, on obtient :

$$A = 1/\omega_0^2$$

- En multipliant par $p - p_1$ et faisant $p = p_1$, on obtient :

$$B = \frac{1}{p_1(p_1 - p_2)}$$

- En multipliant par $p - p_2$ et faisant $p = p_2$, on obtient :

$$C = \frac{1}{p_2(p_2 - p_1)}$$



Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

Recherche des racines de $p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2$:

- ① cas où $\xi > 1 \rightarrow \Delta > 0$: 2 pôles réels ;



$$\begin{cases} p_1 = \omega_0 \left(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1} \right) \\ p_2 = \omega_0 \left(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1} \right) \end{cases}$$

- avec $p_1, p_2 = \omega_0^2$.

$$S(p) = \frac{K e_0 \omega_0^2}{p(p-p_1)(p-p_2)} = K e_0 \omega_0^2 \left(\frac{A}{p} + \frac{B}{(p-p_1)} + \frac{C}{(p-p_2)} \right)$$

- Il reste à identifier A, B et C :

- En multipliant par p et faisant $p = 0$, on obtient :

$$A = 1/\omega_0^2$$

- En multipliant par $p - p_1$ et faisant $p = p_1$, on obtient :

$$B = \frac{1}{p_1(p_1 - p_2)}$$

- En multipliant par $p - p_2$ et faisant $p = p_2$, on obtient :

$$C = \frac{1}{p_2(p_2 - p_1)}$$



Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

Recherche des racines de $p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2$:

- ➊ cas où $\xi > 1 \rightarrow \Delta > 0$: 2 pôles réels ;

•

$$\begin{cases} p_1 = \omega_0 \left(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1} \right) \\ p_2 = \omega_0 \left(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1} \right) \end{cases}$$

- avec $p_1, p_2 = \omega_0^2$.

$$S(p) = \frac{K e_0 \omega_0^2}{p(p-p_1)(p-p_2)} = K e_0 \omega_0^2 \left(\frac{A}{p} + \frac{B}{(p-p_1)} + \frac{C}{(p-p_2)} \right)$$

- Il reste à identifier A, B et C :

- En multipliant par p et faisant $p = 0$, on obtient :

$$A = 1/\omega_0^2$$

- En multipliant par $p - p_1$ et faisant $p = p_1$, on obtient :

$$B = \frac{1}{p_1(p_1 - p_2)}$$

- En multipliant par $p - p_2$ et faisant $p = p_2$, on obtient :

$$C = \frac{1}{p_2(p_2 - p_1)}$$



Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- ➊ cas où $\xi > 1 \rightarrow \Delta > 0$: 2 pôles réels ;

$$S(p) = K e_0 \omega_0^2 \left(\frac{1}{\omega_0^2 p} + \frac{1}{p_1 (p_1 - p_2) (p - p_1)} + \frac{1}{p_2 (p_2 - p_1) (p - p_2)} \right)$$

On rappelle que $\frac{1}{p+a}$ est la transformée de Laplace de $e^{-at} u(t)$. Après résolution, on trouve :

$$s(t) = K e_0 \left[1 - \frac{1}{p_2 - p_1} (p_2 e^{p_1 t} - p_1 e^{p_2 t}) \right] u(t).$$

Définition

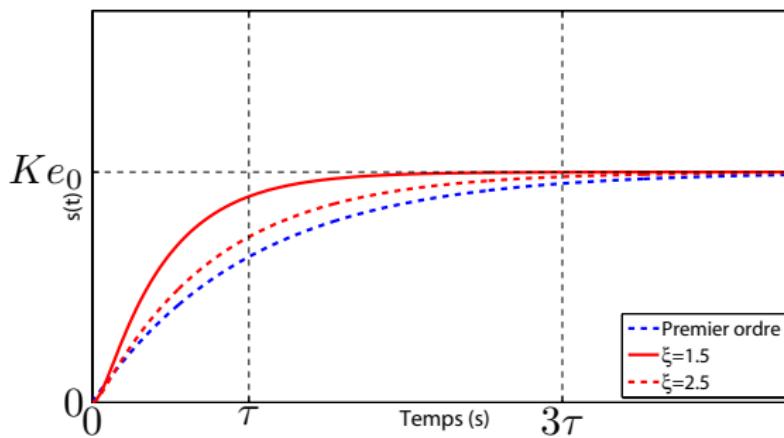
Il s'agit d'un régime apériodique.



Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- ① cas où $\xi > 1 \rightarrow \Delta > 0$: 2 pôles réels : régime apériodique

$$s(t) = K e_0 \left[1 - \frac{1}{p_2 - p_1} (p_2 e^{p_1 t} - p_1 e^{p_2 t}) \right] u(t). \quad (4)$$





Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- cas où $\xi > 1 \rightarrow \Delta > 0$: 2 pôles réels : **régime apériodique**



Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- ② cas où $\xi = 1 \rightarrow \Delta = 0$: 1 pôle réel double

- Racines doubles :

$$r_1 = r_2 = r = -\omega_0$$

- La décomposition en éléments simple est alors :

$$\begin{aligned} S(p) &= \frac{K e_0 \omega_0^2}{p(p-r)^2} \\ &= \frac{A}{p} + \frac{B}{(p-r)} + \frac{C}{(p-r)^2} \end{aligned}$$

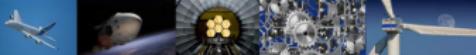
- On trouve au final :

$$s(t) = K e_0 [1 - (1 + \omega_0 t)e^{-\omega_0 t}] u(t)$$

Definition

On parle alors de régime apériodique critique.





Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- ② cas où $\xi = 1 \rightarrow \Delta = 0$: 1 pôle réel double

- Racines doubles :

$$r_1 = r_2 = r = -\omega_0$$

- La décomposition en éléments simple est alors :

$$\begin{aligned} S(p) &= \frac{K e_0 \omega_0^2}{p(p-r)^2} \\ &= \frac{A}{p} + \frac{B}{(p-r)} + \frac{C}{(p-r)^2} \end{aligned}$$

- On trouve au final :

$$s(t) = K e_0 [1 - (1 + \omega_0 t)e^{-\omega_0 t}] u(t)$$

Definition

On parle alors de régime apériodique critique.





Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- ② cas où $\xi = 1 \rightarrow \Delta = 0$: 1 pôle réel double

- Racines doubles :

$$r_1 = r_2 = r = -\omega_0$$

- La décomposition en éléments simple est alors :

$$\begin{aligned} S(p) &= \frac{K e_0 \omega_0^2}{p(p-r)^2} \\ &= \frac{A}{p} + \frac{B}{(p-r)} + \frac{C}{(p-r)^2} \end{aligned}$$

- On trouve au final :

$$s(t) = K e_0 [1 - (1 + \omega_0 t)e^{-\omega_0 t}] u(t)$$

Definition

On parle alors de régime apériodique critique.





Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- ② cas où $\xi = 1 \rightarrow \Delta = 0$: 1 pôle réel double

- Racines doubles :

$$r_1 = r_2 = r = -\omega_0$$

- La décomposition en éléments simple est alors :

$$\begin{aligned} S(p) &= \frac{K e_0 \omega_0^2}{p(p-r)^2} \\ &= \frac{A}{p} + \frac{B}{(p-r)} + \frac{C}{(p-r)^2} \end{aligned}$$

- On trouve au final :

$$s(t) = K e_0 [1 - (1 + \omega_0 t)e^{-\omega_0 t}] u(t)$$

Definition

On parle alors de régime apériodique critique.



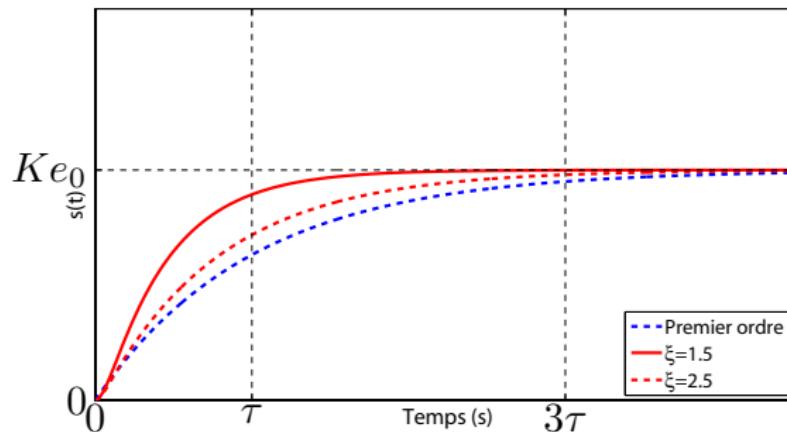


Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- ❷ cas où $\xi = 1 \rightarrow \Delta = 0$: 1 pôle réel double : **Régime critique**

On trouve au final :

$$s(t) = K e_0 [1 - (1 + \omega_0 t)e^{-\omega_0 t}] u(t). \quad (5)$$

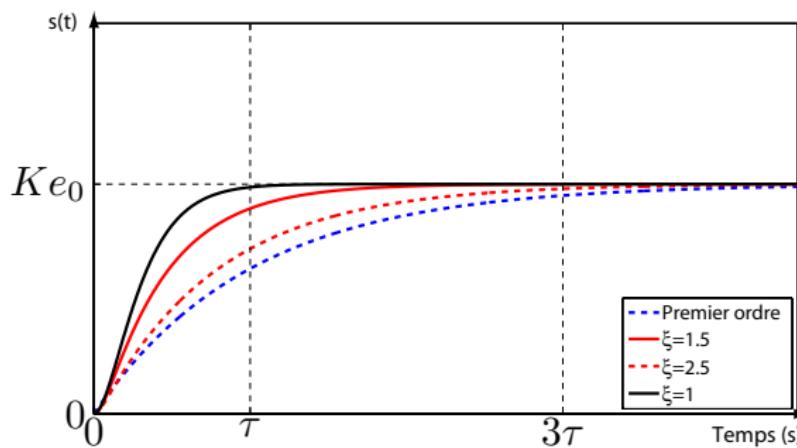


Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- ❷ cas où $\xi = 1 \rightarrow \Delta = 0$: 1 pôle réel double : **Régime critique**

On trouve au final :

$$s(t) = K e_0 [1 - (1 + \omega_0 t)e^{-\omega_0 t}] u(t). \quad (5)$$





Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- ② cas où $\xi = 1 \rightarrow \Delta = 0$: 1 pôle réel double : **Régime critique**



Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- ③ cas où $\xi = < 1 \rightarrow \Delta < 0$: 2 pôles complexes :

La décomposition en éléments simple est alors :

$$S(p) = \frac{K e_0 \omega_0}{p(p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2)} = \frac{A}{p} + \frac{Bp + C}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2}$$

La résolution et le retour dans le domaine temporel donne alors :

Réponse temporelle

$$s(t) = K e_0 \left[1 - e^{-\xi\omega_0 t} \left(\cos(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} t) + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} t) \right) \right] u(t). \quad (6)$$



Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- ③ cas où $\xi = < 1 \rightarrow \Delta < 0$: 2 pôles complexes :

La décomposition en éléments simple est alors :

$$S(p) = \frac{K e_0 \omega_0}{p(p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2)} = \frac{A}{p} + \frac{Bp + C}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2}$$

La résolution et le retour dans le domaine temporel donne alors :

Réponse temporelle

En posant $\xi = \cos(\phi)$ et $\sqrt{1 - \xi^2} = \sin(\phi)$, le résultat peut se simplifier sous la forme :

$$s(t) = K e_0 \left[1 - \frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} t + \phi) \right] u(t). \quad (7)$$

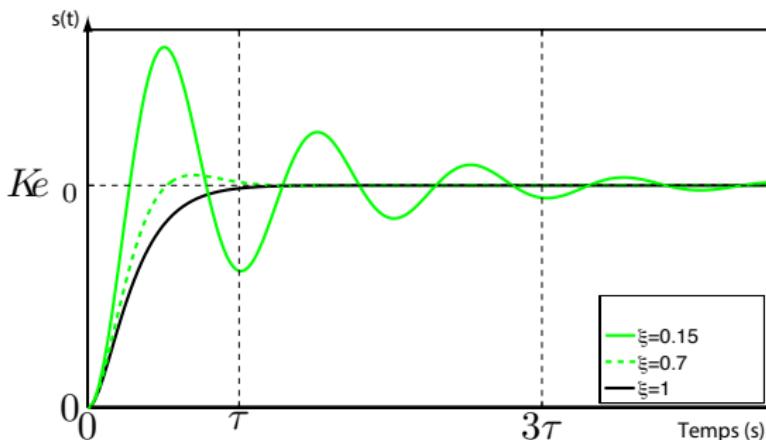


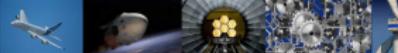
Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

cas où $\xi = \sqrt{1 - \Delta^2} < 1$: 2 pôles complexes : Régime oscillatoire amorti ou

pseudo-périodique

$$s(t) = K e_0 \left[1 - \frac{e^{-\xi \omega_0 t}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} t + \phi) \right] u(t).$$



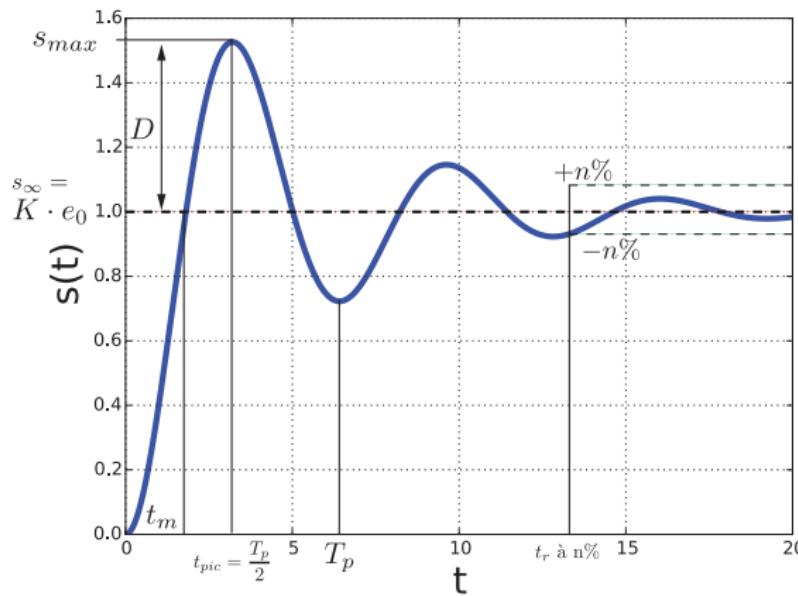


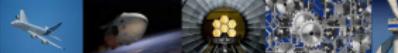
Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

cas où $\xi = \sqrt{1 - \frac{\Delta}{\omega_0^2}} < 1 \rightarrow \Delta < 0$: 2 pôles complexes : Régime oscillatoire amorti ou

pseudo-périodique

$$s(t) = K e_0 \left[1 - \frac{e^{-\xi \omega_0 t}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin \left(\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} t + \phi \right) \right] u(t).$$



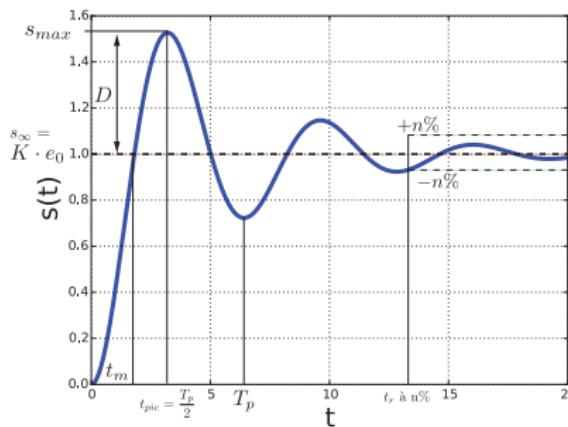


Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

cas où $\xi = \sqrt{1 - \Delta^2} < 1$: 2 pôles complexes : Régime oscillatoire amorti ou

pseudo-périodique

$$s(t) = K e_0 \left[1 - \frac{e^{-\xi \omega_0 t}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin \left(\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} t + \phi \right) \right] u(t).$$



| | |
|------------------|--|
| Pseudo-pulsation | $\omega_p = \omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}$ |
| Pseudo-période | $T_p = \frac{2\pi}{\omega_p} = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}}$ |
| Temps de pic | $t_{pic} = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}}$ |

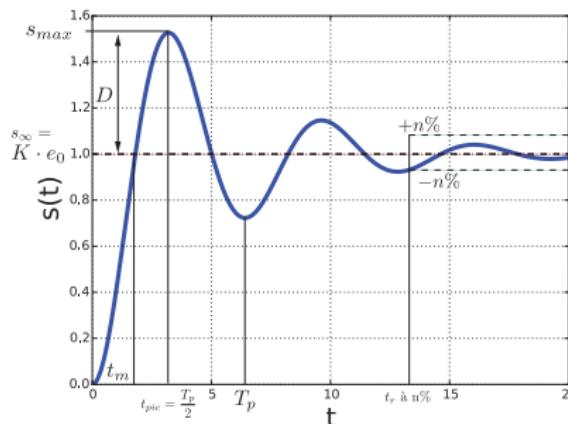


Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

cas où $\xi = \sqrt{1 - \Delta^2} < 1$: 2 pôles complexes : Régime oscillatoire amorti ou

pseudo-périodique

$$s(t) = K e_0 \left[1 - \frac{e^{-\xi \omega_0 t}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin \left(\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} t + \phi \right) \right] u(t).$$



| | |
|--|--|
| Dépassement relatif | $Dr = \frac{s_{max} - s_\infty}{s_\infty} = \exp \left(\frac{-\xi \pi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \right)$ |
| Temps de montée | $t_m = \frac{1}{\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}} (\pi - \text{Arccos}(\xi))$ |
| Temps de réponse à 5% pour $\xi = 0,7$ | $t_{r5\%} \cong \frac{3}{\omega_0 \xi}$ |

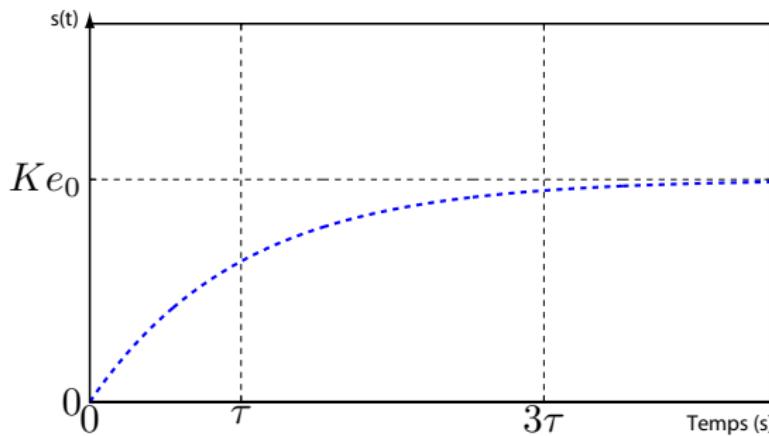


Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- ③ cas où $\xi = < 1 \rightarrow \Delta < 0$: 2 pôles complexes : **Régime oscillatoire amorti ou pseudo-périodique**

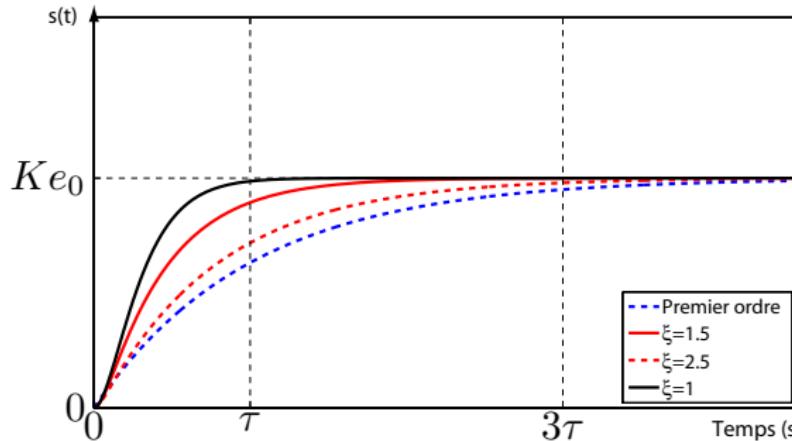
Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- Le paramètre ξ contribue à l'amortissement du système mais également la diminution de la rapidité.
- Le paramètre ω_0 augmente la rapidité du système mais contribue à augmenter l'instabilité car il diminue la période d'oscillation du régime pseudo-harmonique.
- Lorsque ξ augmente, le comportement du système se rapproche de celui d'un premier ordre.



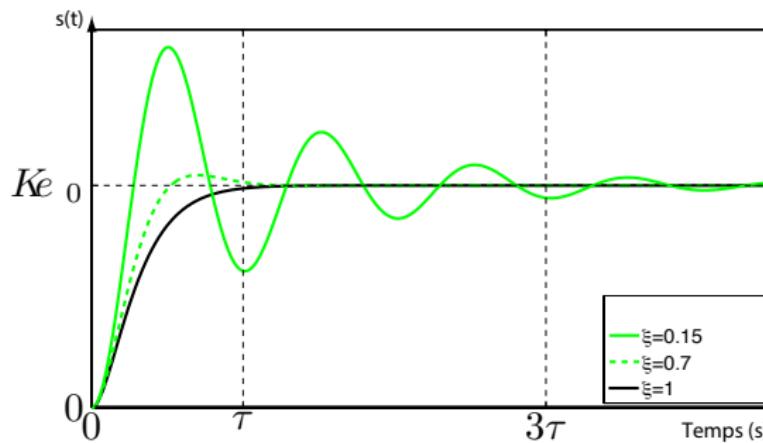
Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- Le paramètre ξ contribue à l'amortissement du système mais également la diminution de la rapidité.
- Le paramètre ω_0 augmente la rapidité du système mais contribue à augmenter l'instabilité car il diminue la période d'oscillation du régime pseudo-harmonique.
- Lorsque ξ augmente, le comportement du système se rapproche de celui d'un premier ordre.



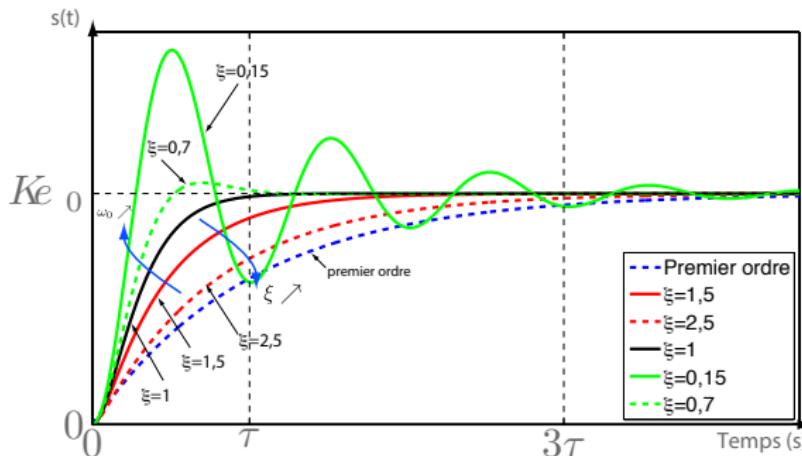
Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- Le paramètre ξ contribue à l'amortissement du système mais également la diminution de la rapidité.
- Le paramètre ω_0 augmente la rapidité du système mais contribue à augmenter l'instabilité car il diminue la période d'oscillation du régime pseudo-harmonique.
- Lorsque ξ augmente, le comportement du système se rapproche de celui d'un premier ordre.



Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- Le paramètre ξ contribue à l'amortissement du système mais également la diminution de la rapidité.
- Le paramètre ω_0 augmente la rapidité du système mais contribue à augmenter l'instabilité car il diminue la période d'oscillation du régime pseudo-harmonique.
- Lorsque ξ augmente, le comportement du système se rapproche de celui d'un premier ordre.





Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

1. Régime apériodique

2. Régime critique



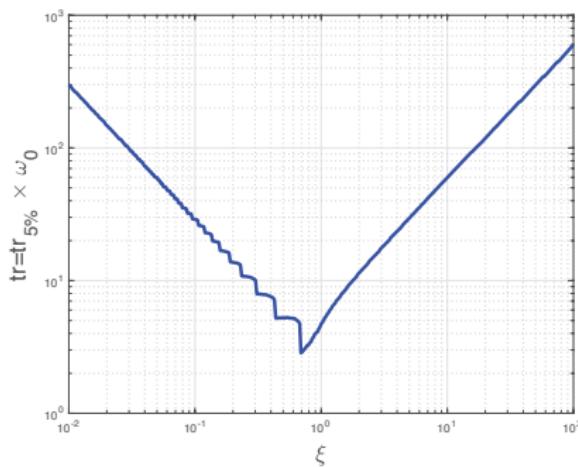
Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

1. Régime apériodique

3. Régime pseudo-périodique



Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon



Rapidité

Le temps de réponse pour un système du second ordre dépend du coefficient d'amortissement ξ . Pour une valeur de ξ donnée, il existe une relation entre ω_0 et t_r . On retiendra en particulier :

- le temps de réponse minimum obtenu pour $\xi = 0,7$ avec $t_r \omega_0 \approx 3$,
- le temps de réponse en régime apériodique critique ($\xi = 1$) : $t_r \omega_0 \approx 5$



Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

