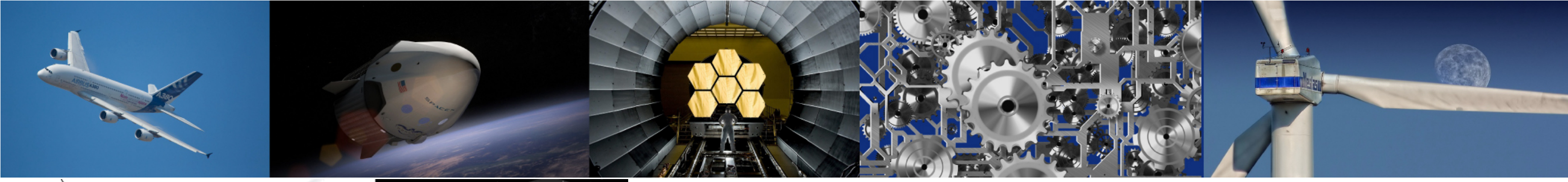

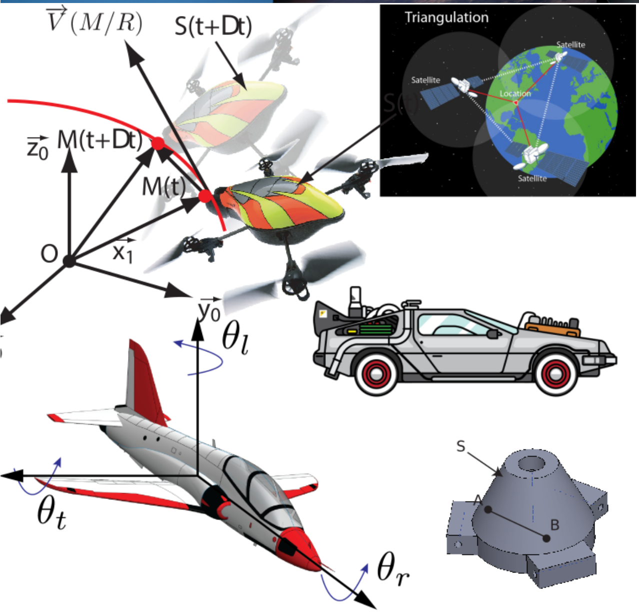

LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON

SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

CLASSE PRÉPARATOIRE M.P.S.I. ET M.P.I.I.

ANNÉE 2025 - 2026

C3 : MODÉLISATION CINÉMATIQUE DES SYSTÈMES COMPOSÉS DE CHAINES DE SOLIDES

TD 6 - Introduction à la modélisation des systèmes mécaniques (C3-1)

Compétences

- **Modéliser**
  - Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables.
  - Proposer un modèle cinématique à partir d'un système réel ou d'une maquette numérique.
  - Modéliser la cinématique d'un ensemble de solides.
- **Communiquer**
  - Utiliser un vocabulaire technique, des symboles et des unités adéquats.

Exercice 1 : Modélisation cinématique du système d'assemblage de l'avion Falcon

Source : e3a PSI 2015

1 Présentation

La structure d'un avion est composée de plusieurs éléments devant être assemblés entre eux pour donner la structure finale de l'appareil (figure 1).

On étudie ici l'utilisation d'un robot 6 axes permettant de réaliser les opérations d'assemblage entre les éléments (tronçon 1 et 2) du fuselage de l'avion par rivetage (figure 2).

L'implantation d'un robot 6 axes ABB est considérée comme optimale lorsque la totalité des points visés est accessible : l'extrémité du robot doit atteindre le point de fixation de la demi-couture des tronçons. Dans le cas de l'étude, le robot doit réaliser une couture orbitale entre deux tronçons et éviter les collisions éventuelles (figure 4).

2 Repérage et paramétrage du bras articulé

- On attache à **l'embase fixe du robot** 0 le repère $R_0\left(O_0, \overrightarrow{x}_0, \overrightarrow{y}_0, \overrightarrow{z}_0\right)$. $\overrightarrow{y}_0$ est l'axe vertical ascendant.
- **L'embase de rotation** 1 est en liaison pivot (une seule rotation) autour de l'axe $\left(O_0, \overrightarrow{y}_{0,1}\right)$ par rapport au corps du robot 0. On attache au solide 1 le repère $R_1\left(O_0, \overrightarrow{x}_1, \overrightarrow{y}_{0,1}, \overrightarrow{z}_1\right)$. On pose $\theta_{10} = \left(\overrightarrow{x}_0, \overrightarrow{x}_1\right) = \left(\overrightarrow{z}_0, \overrightarrow{z}_1\right)$. On supposera ici $\theta_{10} = 0$.

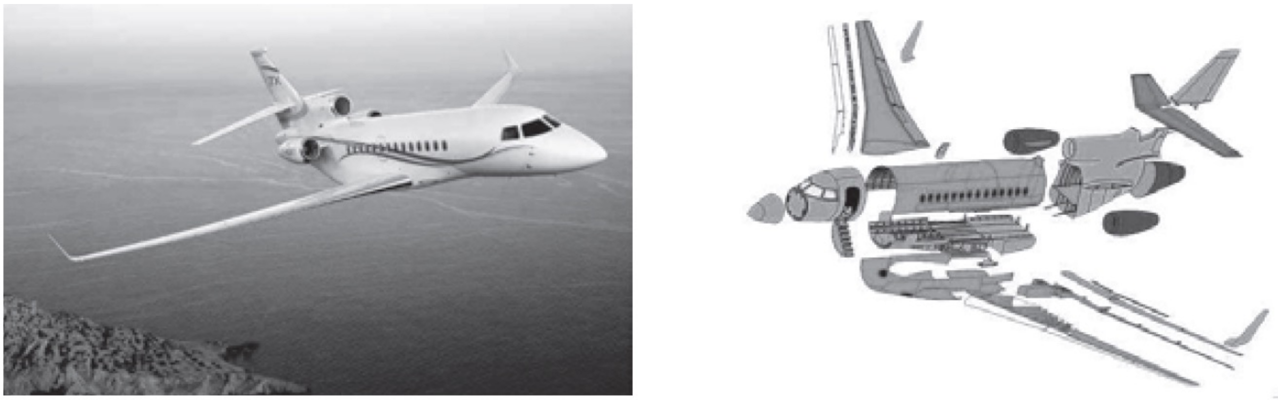

FIGURE 1 – FALCON 7X et vue éclatée des différents sous-ensembles d'un FALCON 7X

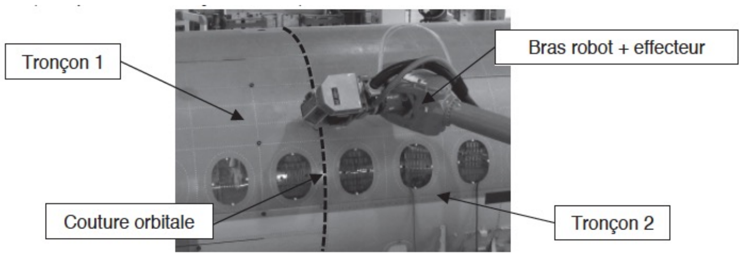

FIGURE 2 – structure de Falcon 7X en cours d'assemblage par la cellule

- Le **bras** 2 est en liaison pivot d'axe $\left(O_2, \overrightarrow{z}_2\right)$ avec le solide 1. On attache au solide 2 le repère $R_2\left(O_2, \overrightarrow{x}_2, \overrightarrow{y}_2, \overrightarrow{z}_{2,1}\right)$. On pose $\overrightarrow{O_0O_2} = L_1 \cdot \overrightarrow{x}_1 + L_2 \cdot \overrightarrow{y_1}$ et $\theta_{21} = \left(\overrightarrow{x}_1, \overrightarrow{x}_2\right) = \left(\overrightarrow{y}_1, \overrightarrow{y}_2\right)$.
- Le **bras** 3 est en liaison pivot d'axe $\left(O_3, \overrightarrow{z}_3\right)$ avec le bras 2. On attache au solide 3 le repère $R_3\left(O_3, \overrightarrow{x}_3, \overrightarrow{y}_3, \overrightarrow{z}_{3,2,1}\right)$. On pose $\overrightarrow{O_2O_3} = L_3 \cdot \overrightarrow{x}_2$ et $\theta_{31} = \left(\overrightarrow{x}_1, \overrightarrow{x}_3\right) = \left(\overrightarrow{y}_1, \overrightarrow{y}_3\right)$.
- Le **bras** 4 est en liaison pivot d'axe $\left(O_4, \overrightarrow{x}_4\right)$ avec le bras 3. On attache au solide 4 le repère $R_4\left(O_4, \overrightarrow{x}_{3,4}, \overrightarrow{y}_4, \overrightarrow{z}_4\right)$. On pose $\overrightarrow{O_3O_4} = L_4 \cdot \overrightarrow{x}_3 + L_5 \cdot \overrightarrow{y}_3$ et $\theta_{43} = \left(\overrightarrow{z}_3, \overrightarrow{z}_4\right) = \left(\overrightarrow{y}_3, \overrightarrow{y}_4\right)$.
- **L'ensemble (E1)** composé du bras (5), du poignet et de l'outil, en liaison pivot d'axe $\left(O_5, \overrightarrow{z}_5\right)$ par rapport au bras (4), a pour repère associé le repère $R_5\left(O_5, \overrightarrow{x}_5, \overrightarrow{y}_5, \overrightarrow{z}_{1,2,3,5}\right)$ tel que $\overrightarrow{O_4O_5} = L_6 \cdot \overrightarrow{x}_3$ et $\theta_{51} = \left(\overrightarrow{x}_1, \overrightarrow{x}_5\right) = \left(\overrightarrow{y}_1, \overrightarrow{y}_5\right)$.
- L'extrémité de l'outil est définie par le point P défini par : $\overrightarrow{O_5P} = L_8 \cdot \overrightarrow{x}_5$.

La rotation entre les solides (0) et (1) est supposée bloquée dans tout le sujet.

3 Modélisation

Q 1 : Donner les figures planes de projection permettant de traduire toutes les rotations du mécanisme.
Q 2 : Déterminer le vecteur $\overrightarrow{O_0P}$.
Q 3 : Déterminer la projection du vecteur $\overrightarrow{O_0P}$ selon les vecteurs $\overrightarrow{x}_1$ et $\overrightarrow{y}_1$.
Les deux positions extrêmes du robot (figure 4) sont définies dans le tableau ci-dessous :

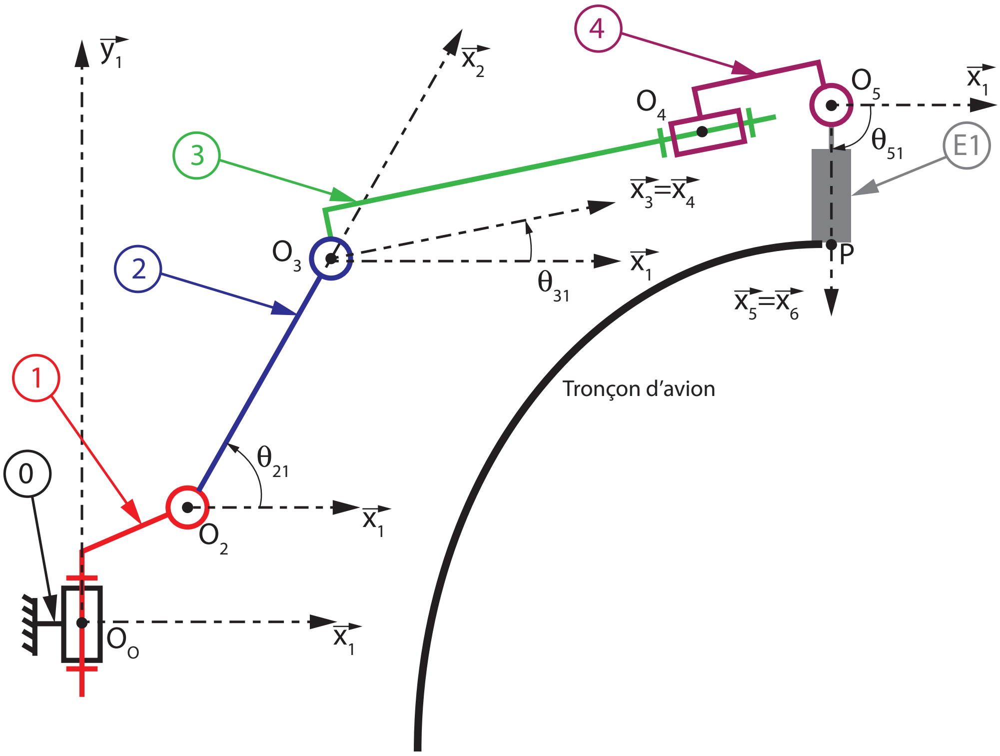

FIGURE 3 – Schéma cinématique du robot

Paramètres angulaire	Angles en position extrême 1	Angle en position extrême 2
θ_{10}	0°	0°
θ_{21}	58°	−58°
θ_{31}	25°	−35°
θ_{43}	0°	0°
θ_{51}	−90°	+90°

Paramètres	Valeur en m
L_1	$0,405m$
L_2	$0,433m$
L_3	$1,075m$
L_4	$1,762m$
L_5	$0,165m$
L_6	$0,25m$
L_8	$0,75m$
R	$1,17m$
h	$0,3m$
L	$2,7m$

Q 4 : Donner les valeurs numériques des projections du vecteur $\overrightarrow{O_0O_P}$ selon les vecteurs $\vec{x}_1$ et $\vec{y}_1$ pour les deux positions extrêmes 1 et 2.

Q 5 : Vérifier que le robot peut bien atteindre les deux positions extrêmes souhaitées.

Q 6 : Déterminer la hauteur H de positionnement du centre du fuselage par rapport au sol. Vérifier que le fuselage ne touche pas le sol.

Q 7 : Représenter schématiquement sur la figure 4 le robot dans ses deux configurations extrêmes.

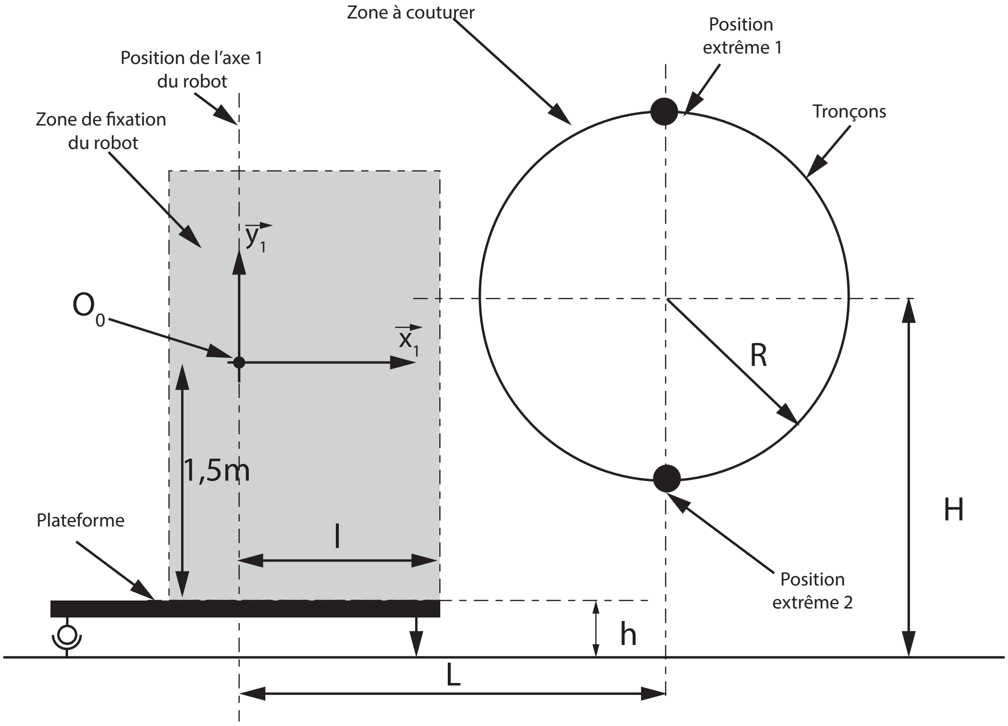

FIGURE 4 – Schéma d'implantation du robot

Exercice 2 : Calculs vectoriels

Source : Emilien DURIF

Soient $R_1 = (O_1, \overrightarrow{i_1}, \overrightarrow{j_1}, \overrightarrow{k_1})$, $R_2 = (O_2, \overrightarrow{i_2}, \overrightarrow{j_2}, \overrightarrow{k_2})$ et $R_3 = (0_3, \overrightarrow{i_3}, \overrightarrow{j_3}, \overrightarrow{k_3})$ avec $\overrightarrow{i_m}$, $\overrightarrow{j_m}$, $\overrightarrow{k_m}$ des vecteurs unitaire formant les bases orthonormées R_m .

On passe de R_1 à R_2 par un rotation α autour de $\overrightarrow{i_1}$.
On passe de R_2 à R_3 par un rotation θ autour de $\overrightarrow{j_2}$.

Q 8 : Faire les figures de changement de base.

Q 9 : Donner les composantes des vecteurs $\overrightarrow{i_3}$ et $\overrightarrow{j_3}$ dans R_1 .

Q 10 : Donner le résultat des opérations suivantes :

$\overrightarrow{k_1} \cdot \overrightarrow{i_2}$, $\overrightarrow{j_3} \cdot \overrightarrow{k_1}$, $\overrightarrow{i_1} \cdot \overrightarrow{i_3}$, $\overrightarrow{k_1} \wedge \overrightarrow{i_2}$, $\overrightarrow{j_3} \wedge \overrightarrow{k_1}$, $\overrightarrow{i_1} \wedge \overrightarrow{i_3}$.

On définit les vecteurs :

$$\overrightarrow{V}_1 = a\ \overrightarrow{i_1} + b\overrightarrow{k_1}$$
$$\overrightarrow{V}_2 = c\ \overrightarrow{i_3}$$
$$\overrightarrow{V}_3 = d\ \overrightarrow{i_3} + e\ \overrightarrow{j_3}.$$

Q 11 : Donner l'expression de la projection du vecteur $\overrightarrow{W} = \overrightarrow{V}_1 \wedge \overrightarrow{V}_2$ sur $\overrightarrow{i_1}$.

Q 12 : Calculer le produit mixte $\left(\overrightarrow{V}_1 \wedge \overrightarrow{V}_2\right) \cdot \overrightarrow{V}_3$

.