C6 : Analyse fréquentielle des systèmes asservis
C6-3 : Analyse fréquentielle des systèmes asservis : applications

Émilien DURIF

Lycée La Martinière Monplaisir Lyon
Classe de MPSI
27 Avril 2021

Plan

1. Combinaison des diagrammes de Bode élémentaires
   - Caractérisation d'une fonction de transfert complexe
   - Méthodologie de tracé des fonctions de transferts complexes
2. Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule
   - Décomposition de la fonction de transfert
   - Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$
   - Calcul et classement des pulsations de cassure
   - Construction du diagramme de Bode complet
   - Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile
   - Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle
3. Autres types de lieux de transfert
   - Diagramme de Nyquist
   - Diagramme de Black
4. Conclusion

Plan

1. Combinaison des diagrammes de Bode élémentaires
   - Caractérisation d'une fonction de transfert complexe
   - Méthodologie de tracé des fonctions de transferts complexes
2. Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule
   - Décomposition de la fonction de transfert
   - Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$
   - Calcul et classement des pulsations de cassure
   - Construction du diagramme de Bode complet
   - Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile
   - Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle
3. Autres types de lieux de transfert
   - Diagramme de Nyquist
   - Diagramme de Black
4. Conclusion

Caractérisation d'une fonction de transfert complexe

Fonction de transfert complexe

On cherche à étudier dans le domaine fréquentiel un phénomène physique ou un composant. On considère alors la fonction de transfert reliant deux grandeurs physiques (d'entrée $e(t)$ et de sortie $s(t)$) qu'on pourra mettre dans la plupart des cas sous la forme :

$$\boxed{H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K_S \prod_{k=1}^{n_3} (1 + \tau_k \cdot p) \cdot \prod_{l=1}^{n_4} \left(1 + \frac{2\xi_l}{\omega_{l0}} p + \frac{p^2}{\omega_{l0}^2}\right)}{p^\alpha \cdot \prod_{i=1}^{n_1} (1 + \tau_i \cdot p) \cdot \prod_{j=1}^{n_2} \left(1 + \frac{2\xi_j}{\omega_{j0}} p + \frac{p^2}{\omega_{j0}^2}\right)}} \quad (1)$$

On remarque donc qu'on peut l'écrire qu'un produite de fonction de transfert usuelles de type **intégrateur**, **premier ordre**, et **second ordre** qui résultera dans le plan de Bode à la somme de tracés élémentaires.

Caractérisation d'une fonction de transfert complexe

Fonction de transfert complexe

- K_S est le gain statique.
- α est **la classe** de la fonction transfert :
  - le nombre d'**intégrations** si $\alpha > 0$;
  - le nombre de **dérivations** si $\alpha < 0$.
- L'ordre de la fonction de transfert est donné par :
  - $n = n_1 + 2 \cdot n_2 + \alpha$ si $\alpha > 0$;
  - $n = n_1 + 2 \cdot n_2$ si $\alpha < 0$;
  - n_1 le nombre de fonction de transfert du **premier ordre**.
  - n_2 le nombre de fonction de transfert du **second ordre** à pôles complexes.

Plan

1. Combinaison des diagrammes de Bode élémentaires
   - Caractérisation d'une fonction de transfert complexe
   - Méthodologie de tracé des fonctions de transferts complexes
2. Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule
   - Décomposition de la fonction de transfert
   - Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$
   - Calcul et classement des pulsations de cassure
   - Construction du diagramme de Bode complet
   - Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile
   - Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle
3. Autres types de lieux de transfert
   - Diagramme de Nyquist
   - Diagramme de Black
4. Conclusion

Caractérisation d'une fonction de transfert complexe

1. Mise sous forme canonique de la fonction de transfert sous la forme donnée par l'équation 1 ;
2. identification de fonctions de transfert élémentaires : intégrateur, premier ordre, deuxième ordre ;
3. calcul de toutes les pulsations caractéristiques (cassure ou coupure) ($\frac{1}{\tau_k}$, $\frac{1}{\tau_i}$, ω_{l0} et ω_{j0}) ;
4. classement dans l'ordre croissant de toutes les pulsations caractéristiques ;
5. construction d'un tableau permettant de caractériser les comportement asymptotique de chaque fonction de transfert élémentaires.

Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule

$$H(p) = \frac{k + c\ p}{k + c\ p + m\ p^2} = \frac{1 + \frac{c}{k}\ p}{1 + \frac{c}{k}\ p + \frac{m}{k}\ p^2}$$

En remplaçant p par $j\ \omega$, on obtient :

$$H(j\ \omega) = \frac{1 + \frac{c}{k}\ j\ \omega}{1 + \frac{c}{k}\ j\ \omega + \frac{m}{k}\ (j\ \omega)^2} = \frac{1 + j\ \tau\ \omega}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}\ j\ \omega + \frac{1}{\omega_0^2}\ (j\ \omega)^2}$$

Plan

1. Combinaison des diagrammes de Bode élémentaires
   - Caractérisation d'une fonction de transfert complexe
   - Méthodologie de tracé des fonctions de transferts complexes
2. Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule
   - Décomposition de la fonction de transfert
   - Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$
   - Calcul et classement des pulsations de cassure
   - Construction du diagramme de Bode complet
   - Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile
   - Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle
3. Autres types de lieux de transfert
   - Diagramme de Nyquist
   - Diagramme de Black
4. Conclusion

Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule

$$H(j\,\omega) = H_1(j\,\omega) \cdot H_2(j\,\omega)$$

Avec,

$$\begin{cases} H_1(j\,\omega) = 1 + j\,\tau\,\omega \\ H_2(j\,\omega) = \frac{1}{1+\frac{2\xi}{\omega_0}\,j\,\omega+\frac{1}{\omega_0^2}\,(j\,\omega)^2} \end{cases}$$

On prendra pour valeurs numériques :

- $\tau = 0,01\ s$;
- $\xi = 0,2$;
- $\omega_0 = 28,3 rad/s$

Plan

1. Combinaison des diagrammes de Bode élémentaires
   - Caractérisation d'une fonction de transfert complexe
   - Méthodologie de tracé des fonctions de transferts complexes
2. Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule
   - Décomposition de la fonction de transfert
   - Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$
   - Calcul et classement des pulsations de cassure
   - Construction du diagramme de Bode complet
   - Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile
   - Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle
3. Autres types de lieux de transfert
   - Diagramme de Nyquist
   - Diagramme de Black
4. Conclusion

Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$

Calcul du gain

- On pose :

$$H_1(j\,\omega) = 1 + \tau\,j\,\omega$$

On se propose de tracer le diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$ avec $\tau = 0,01\ s$

- **Expression du gain :**

- On a donc deux branches asymptotiques :
  - Un branche horizontale jusqu'à $\omega = \frac{1}{\tau}$.
  - Un branche correspondant à une droite de pente $+20dB/$décade et coupant l'axe des abscisse en $\omega = \frac{1}{\tau}$.

Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$

Calcul du gain

- On pose :

$$H_1(j\,\omega) = 1 + \tau\,j\,\omega$$

On se propose de tracer le diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$ avec $\tau = 0,01\ s$

- **Expression du gain :**

$$G_{dB} = 20\ log(|1 + \tau\,j\,\omega|) = 20\ log(\sqrt{1 + (\tau\,\omega)^2})$$

- On a donc deux branches asymptotiques :
  - Un branche horizontale jusqu'à $\omega = \frac{1}{\tau}$.
  - Un branche correspondant à une droite de pente $+20dB/$décade et coupant l'axe des abscisse en $\omega = \frac{1}{\tau}$.

Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$

Calcul du gain

- On pose :

$$H_1(j\,\omega) = 1 + \tau\,j\,\omega$$

On se propose de tracer le diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$ avec $\tau = 0,01\ s$

- **Expression du gain :**

$$G_{dB} = 20\ log(|1 + \tau\,j\,\omega|) = 20\ log(\sqrt{1 + (\tau\,\omega)^2})$$

- On a donc deux branches asymptotiques :
  - Un branche horizontale jusqu'à $\omega = \frac{1}{\tau}$.
  - Un branche correspondant à une droite de pente $+20dB$/décade et coupant l'axe des abscisse en $\omega = \frac{1}{\tau}$.

Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$

Calcul du gain

- **Expression de la phase :**

- On a donc deux branches asymptotiques :
  - Un branche horizontale correspondant à $\varphi = 0^\circ$ pour $\omega < \frac{1}{\tau}$.
  - Un branche horizontale correspondant à $\varphi = 90^\circ$ pour $\omega > \frac{1}{\tau}$.

Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$

Calcul du gain

- **Expression de la phase :**

$$\varphi = arg(1 + \tau\, j\, \omega)$$

- On a donc deux branches asymptotiques :
  - Un branche horizontale correspondant à $\varphi = 0^\circ$ pour $\omega < \frac{1}{\tau}$.
  - Un branche horizontale correspondant à $\varphi = 90^\circ$ pour $\omega > \frac{1}{\tau}$.

Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$

Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$

Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$

Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$

Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$

Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$

Plan

1. Combinaison des diagrammes de Bode élémentaires
   - Caractérisation d'une fonction de transfert complexe
   - Méthodologie de tracé des fonctions de transferts complexes
2. Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule
   - Décomposition de la fonction de transfert
   - Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$
   - Calcul et classement des pulsations de cassure
   - Construction du diagramme de Bode complet
   - Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile
   - Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle
3. Autres types de lieux de transfert
   - Diagramme de Nyquist
   - Diagramme de Black
4. Conclusion

Calcul et classement des pulsations de cassure

1. **Expressions littérales des pulsations de cassure :**
2. **Applications numériques :**
3. **Classement des pulsations de cassure**

Calcul et classement des pulsations de cassure

1. **Expressions littérales des pulsations de cassure :**
   - Pour $H_1(p)$: $\omega_1 = \frac{1}{\tau}$
   - Pour $H_2(p)$: $\omega_2 = \omega_0$
2. **Applications numériques :**
3. **Classement des pulsations de cassure**

Calcul et classement des pulsations de cassure

1. **Expressions littérales des pulsations de cassure :**
   - Pour $H_1(p)$: $\omega_1 = \frac{1}{\tau}$
   - Pour $H_2(p)$: $\omega_2 = \omega_0$
2. **Applications numériques :**
   - Pour $H_1(p)$: $\omega_1 = 100\ rad/s$
   - Pour $H_2(p)$: $\omega_2 = 28,3\ rad/s$
3. **Classement des pulsations de cassure**

Calcul et classement des pulsations de cassure

1. **Expressions littérales des pulsations de cassure :**
   - Pour $H_1(p)$: $\omega_1 = \frac{1}{\tau}$
   - Pour $H_2(p)$: $\omega_2 = \omega_0$
2. **Applications numériques :**
   - Pour $H_1(p)$: $\omega_1 = 100\ rad/s$
   - Pour $H_2(p)$: $\omega_2 = 28,3\ rad/s$
3. **Classement des pulsations de cassure**

$\omega_2 < \omega_1$

Plan

1. Combinaison des diagrammes de Bode élémentaires
   - Caractérisation d'une fonction de transfert complexe
   - Méthodologie de tracé des fonctions de transferts complexes
2. Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule
   - Décomposition de la fonction de transfert
   - Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$
   - Calcul et classement des pulsations de cassure
   - Construction du diagramme de Bode complet
   - Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile
   - Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle
3. Autres types de lieux de transfert
   - Diagramme de Nyquist
   - Diagramme de Black
4. Conclusion

Construction du diagramme de Bode complet

ω	$0 \rightarrow \omega_2$		ω_2	$\omega_2 \rightarrow \omega_1$		ω_1	$\omega_1 \rightarrow \infty$	
Tracé asymp-to-tique	Gain (dB/dec)	$\varphi(^\circ)$	Gain (dB)	Gain (dB/dec)	$\varphi(^\circ)$	Gain (dB)	Gain (dB/dec)	$\varphi(^\circ)$
$H_1(p)$								
$H_2(p)$								
$H(p)$								

Construction du diagramme de Bode complet

ω	$0 \rightarrow \omega_2$		ω_2	$\omega_2 \rightarrow \omega_1$		ω_1	$\omega_1 \rightarrow \infty$	
Tracé asymp-to-tique	Gain (dB/dec)	$\varphi(^\circ)$	Gain (dB)	Gain (dB/dec)	$\varphi(^\circ)$	Gain (dB)	Gain (dB/dec)	$\varphi(^\circ)$
$H_1(p)$	0	0	0	0	0	0	$+20$	$+90$
$H_2(p)$								
$H(p)$								

Construction du diagramme de Bode complet

ω	$0 \rightarrow \omega_2$		ω_2	$\omega_2 \rightarrow \omega_1$		ω_1	$\omega_1 \rightarrow \infty$	
Tracé asymp-to-tique	Gain (dB/dec)	$\varphi(°)$	Gain (dB)	Gain (dB/dec)	$\varphi(°)$	Gain (dB)	Gain (dB/dec)	$\varphi(°)$
$H_1(p)$	0	0	0	0	0	0	$+20$	$+90$
$H_2(p)$	0	0	0	-40	-180	Continuité	-40	-180
$H(p)$								

Construction du diagramme de Bode complet

ω	$0 \rightarrow \omega_2$		ω_2	$\omega_2 \rightarrow \omega_1$		ω_1	$\omega_1 \rightarrow \infty$	
Tracé asymp-to-tique	Gain (dB/dec)	$\varphi(°)$	Gain (dB)	Gain (dB/dec)	$\varphi(°)$	Gain (dB)	Gain (dB/dec)	$\varphi(°)$
$H_1(p)$	0	0	0	0	0	0	$+20$	$+90$
$H_2(p)$	0	0	0	-40	-180	Continuité	-40	-180
$H(p)$	0	0	0	-40	-180	Continuité	-20	-90

Construction du diagramme de Bode complet

Construction du diagramme de Bode complet

Construction du diagramme de Bode complet

Construction du diagramme de Bode complet

Construction du diagramme de Bode complet

Construction du diagramme de Bode complet

Plan

1. Combinaison des diagrammes de Bode élémentaires
   - Caractérisation d'une fonction de transfert complexe
   - Méthodologie de tracé des fonctions de transferts complexes
2. Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule
   - Décomposition de la fonction de transfert
   - Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$
   - Calcul et classement des pulsations de cassure
   - Construction du diagramme de Bode complet
   - Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile
   - Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle
3. Autres types de lieux de transfert
   - Diagramme de Nyquist
   - Diagramme de Black
4. Conclusion

Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile

Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile

On peut alors tracer pour différentes valeurs de ξ les différents diagrammes de Bode.

- Pour des pulsations faibles ($\omega \to 0$) :
  - G_{dB} est proche de 0 c'est à dire que G est proche de 1 et donc que l'amplitude du signal de sortie est similaire à celle du signal d'entrée.
  - $\varphi \simeq 0^\circ$ ainsi le retard est très faible : peu de déphasage entre l'entrée et la sortie.
- Pour des pulsations proche de la pulsation de coupure ($\omega \simeq \omega_0 \simeq \omega_r$) :
  - La résonance apparaît dès lors que $\xi < \frac{\sqrt{2}}{2}$ à $\omega = \omega_r \simeq \omega_0$.
  - Dans ce cas G_{dB} est grand donc G aussi et l'amplitude de sortie est fortement amplifiée par rapport à l'amplitude d'entrée.
  - Le déphasage est équivalent à -90° soit environ 1/4 de période.
- Pour des pulsations élevées ($\omega \to +\infty$) :
  - G_{dB} diminue fortement c'est à dire que G est très faible et donc que l'amplitude du signal de sortie est très amortie par rapport à celle du signal d'entrée.
  - $\varphi \simeq -90^\circ$ ainsi le retard est de l'ordre d'un quart de période.

Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile

On peut alors tracer pour différentes valeurs de ξ les différents diagrammes de Bode.

- Pour des pulsations faibles ($\omega \to 0$) :
  - G_{dB} est proche de 0 c'est à dire que G est proche de 1 et donc que l'amplitude du signal de sortie est similaire à celle du signal d'entrée.
  - $\varphi \simeq 0^\circ$ ainsi le retard est très faible : peu de déphasage entre l'entrée et la sortie.
- Pour des pulsations proche de la pulsation de coupure ($\omega \simeq \omega_0 \simeq \omega_r$) :
  - La résonance apparaît dès lors que $\xi < \frac{\sqrt{2}}{2}$ à $\omega = \omega_r \simeq \omega_0$.
  - Dans ce cas G_{dB} est grand donc G aussi et l'amplitude de sortie est fortement amplifiée par rapport à l'amplitude d'entrée.
  - Le déphasage est équivalent à -90° soit environ 1/4 de période.
- Pour des pulsations élevées ($\omega \to +\infty$) :
  - G_{dB} diminue fortement c'est à dire que G est très faible et donc que l'amplitude du signal de sortie est très amortie par rapport à celle du signal d'entrée.
  - $\varphi \simeq -90^\circ$ ainsi le retard est de l'ordre d'un quart de période.

Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile

On peut alors tracer pour différentes valeurs de ξ les différents diagrammes de Bode.

- Pour des pulsations faibles ($\omega \to 0$) :
  - G_{dB} est proche de 0 c'est à dire que G est proche de 1 et donc que l'amplitude du signal de sortie est similaire à celle du signal d'entrée.
  - $\varphi \simeq 0^\circ$ ainsi le retard est très faible : peu de déphasage entre l'entrée et la sortie.
- Pour des pulsations proche de la pulsation de coupure ($\omega \simeq \omega_0 \simeq \omega_r$) :
  - La résonance apparaît dès lors que $\xi < \frac{\sqrt{2}}{2}$ à $\omega = \omega_r \simeq \omega_0$.
  - Dans ce cas G_{dB} est grand donc G aussi et l'amplitude de sortie est fortement amplifiée par rapport à l'amplitude d'entrée.
  - Le déphasage est équivalent à -90° soit environ 1/4 de période.
- Pour des pulsations élevées ($\omega \to +\infty$) :
  - G_{dB} diminue fortement c'est à dire que G est très faible et donc que l'amplitude du signal de sortie est très amortie par rapport à celle du signal d'entrée.
  - $\varphi \simeq -90^\circ$ ainsi le retard est de l'ordre d'un quart de période.

Plan

1. Combinaison des diagrammes de Bode élémentaires
   - Caractérisation d'une fonction de transfert complexe
   - Méthodologie de tracé des fonctions de transferts complexes
2. Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule
   - Décomposition de la fonction de transfert
   - Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$
   - Calcul et classement des pulsations de cassure
   - Construction du diagramme de Bode complet
   - Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile
   - Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle
3. Autres types de lieux de transfert
   - Diagramme de Nyquist
   - Diagramme de Black
4. Conclusion

Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

Construction du diagramme de Bode de $H(j\,\omega)$ avec $\xi = 0,2$: pour $\omega = 10\ rad \cdot s^{-1}$

$$e(t) = e_0\ \sin(\omega\ t)$$
$$s(t) = G\ e_0\ \sin(\omega\ t + \varphi)$$

Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

Construction du diagramme de Bode de $H(j\,\omega)$ avec $\xi = 0,2$: pour $\omega = 10\ rad \cdot s^{-1}$

Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

Construction du diagramme de Bode de $H(j\,\omega)$ avec $\xi = 0,2$: pour $\omega = 10\ rad \cdot s^{-1}$

Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

Construction du diagramme de Bode de $H(j\,\omega)$ avec $\xi = 0,2$: pour $\omega = \omega_0 = 28.3\ rad \cdot s^{-1}$

$$e(t) = e_0\ \sin(\omega\ t)$$
$$s(t) = G\ e_0\ \sin(\omega\ t + \varphi)$$

Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

Construction du diagramme de Bode de $H(j\,\omega)$ avec $\xi = 0,2$: pour $\omega = \omega_0 = 28.3\ rad \cdot s^{-1}$

Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

Construction du diagramme de Bode de $H(j\,\omega)$ avec $\xi = 0,2$: pour $\omega = \omega_0 = 28,3\ rad \cdot s^{-1}$

Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

Construction du diagramme de Bode de $H(j\,\omega)$ avec $\xi = 0,2$: pour $\omega = 100\ rad \cdot s^{-1}$

$$e(t) = e_0\ \sin(\omega\ t)$$
$$s(t) = G\ e_0\ \sin(\omega\ t + \varphi)$$

Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

Construction du diagramme de Bode de $H(j\,\omega)$ avec $\xi = 0,2$: pour $\omega = 100\ rad \cdot s^{-1}$

Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle

Construction du diagramme de Bode de $H(j\,\omega)$ avec $\xi = 0,2$: pour $\omega = 100\ rad \cdot s^{-1}$

Plan

1. Combinaison des diagrammes de Bode élémentaires
   - Caractérisation d'une fonction de transfert complexe
   - Méthodologie de tracé des fonctions de transferts complexes
2. Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule
   - Décomposition de la fonction de transfert
   - Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$
   - Calcul et classement des pulsations de cassure
   - Construction du diagramme de Bode complet
   - Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile
   - Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle
3. Autres types de lieux de transfert
   - Diagramme de Nyquist
   - Diagramme de Black
4. Conclusion

Diagramme de Nyquist

Diagramme de Nyquist

- Le **diagramme de Nyquist** permet de représenter l'état de la réponse fréquentielle ($s(t) = G\ e_0\ \sin(\omega\ t + \varphi)$) en fonction de la pulsation ω pour une fonction de transfert $H(p)$.
- Ce diagramme donne l'évolution de la partie imaginaire de la fonction de transfert ($Im(H(j\ \omega))$) en fonction de sa partie réelle ($R(H(j\ \omega))$)
- On obtient alors une **courbe paramétrée** qui évolue en fonction de ω.

Diagramme de Nyquist

Diagramme de Nyquist

- Le **diagramme de Nyquist** permet de représenter l'état de la réponse fréquentielle ($s(t) = G\ e_0\ \sin(\omega\ t + \varphi)$) en fonction de la pulsation ω pour une fonction de transfert $H(p)$.
- Ce diagramme donne l'évolution de la partie imaginaire de la fonction de transfert ($Im(H(j\ \omega))$) en fonction de sa partie réelle ($R(H(j\ \omega))$)
- On obtient alors une **courbe paramétrée** qui évolue en fonction de ω.

Diagramme de Nyquist

Diagramme de Nyquist

- Le **diagramme de Nyquist** permet de représenter l'état de la réponse fréquentielle ($s(t) = G\ e_0\ \sin(\omega\ t + \varphi)$) en fonction de la pulsation ω pour une fonction de transfert $H(p)$.
- Ce diagramme donne l'évolution de la partie imaginaire de la fonction de transfert ($Im(H(j\ \omega))$) en fonction de sa partie réelle ($R(H(j\ \omega))$)
- On obtient alors une **courbe paramétrée** qui évolue en fonction de ω.

Diagramme de Nyquist

Plan

1. Combinaison des diagrammes de Bode élémentaires
   - Caractérisation d'une fonction de transfert complexe
   - Méthodologie de tracé des fonctions de transferts complexes
2. Application à l'exemple de la suspension d'un véhicule
   - Décomposition de la fonction de transfert
   - Construction du diagramme de Bode de $H_1(j\,\omega)$
   - Calcul et classement des pulsations de cassure
   - Construction du diagramme de Bode complet
   - Caractérisation fréquentielle paramétrée de la suspension automobile
   - Interprétation temporelle d'une étude fréquentielle
3. Autres types de lieux de transfert
   - Diagramme de Nyquist
   - Diagramme de Black
4. Conclusion

Diagramme de Black

Diagramme de Black

- Le **diagramme de Black** permet de représenter l'état de la réponse fréquentielle ($s(t) = G\ e_0\ \sin(\omega\ t + \varphi)$) en fonction de la pulsation ω pour une fonction de transfert $H(p)$.
- Ce diagramme donne l'évolution du gain en décibel (G_dB)

$$G_{db} = 20\ log(G) = 20\ log(|H(j\omega)|);$$

- en fonction de la phase en degré (φ en $^\circ$).

$$\varphi = arg(H(j\omega)).$$

- On obtient alors une **courbe paramétrée** qui évolue en fonction de ω.

Diagramme de Black

Diagramme de Black

- Le **diagramme de Black** permet de représenter l'état de la réponse fréquentielle ($s(t) = G\ e_0\ \sin(\omega\ t + \varphi)$) en fonction de la pulsation ω pour une fonction de transfert $H(p)$.
- Ce diagramme donne l'évolution du gain en décibel (G_dB)

$$G_{db} = 20\ log(G) = 20\ log(|H(j\omega)|);$$

- en fonction de la phase en degré (φ en $^\circ$).

$$\varphi = arg(H(j\omega)).$$

- On obtient alors une **courbe paramétrée** qui évolue en fonction de ω.

Diagramme de Black

Diagramme de Black

- Le **diagramme de Black** permet de représenter l'état de la réponse fréquentielle ($s(t) = G\ e_0\ \sin(\omega\ t + \varphi)$) en fonction de la pulsation ω pour une fonction de transfert $H(p)$.
- Ce diagramme donne l'évolution du gain en décibel (G_dB)

$$G_{db} = 20\ log(G) = 20\ log(|H(j\omega)|);$$

- en fonction de la phase en degré (φ en $^\circ$).

$$\varphi = arg(H(j\omega)).$$

- On obtient alors une **courbe paramétrée** qui évolue en fonction de ω.

Diagramme de Black

Diagramme de Black

- Le **diagramme de Black** permet de représenter l'état de la réponse fréquentielle ($s(t) = G\ e_0\ \sin(\omega\ t + \varphi)$) en fonction de la pulsation ω pour une fonction de transfert $H(p)$.
- Ce diagramme donne l'évolution du gain en décibel (G_dB)

$$G_{db} = 20\ log(G) = 20\ log(|H(j\omega)|);$$

- en fonction de la phase en degré (φ en $^\circ$).

$$\varphi = arg(H(j\omega)).$$

- On obtient alors une **courbe paramétrée** qui évolue en fonction de ω.

Diagramme de Black

Remarque

Ces deux derniers diagrammes (Nyquist et Black) sont utilisés habituellement sous la forme d'abaques pour caractériser la **stabilité** des systèmes asservis.

Diagramme de Black

Remarque

Ces deux derniers diagrammes (Nyquist et Black) sont utilisés habituellement sous la forme d'abaques pour caractériser la **stabilité** des systèmes asservis.

Conclusion

Conclusion : analyse fréquentielle

- L'analyse fréquentielle : caractérisation de la réponse d'un système vis-à-vis d'une consigne harmonique.
  - le gain ($G_dB = 20log\left(|H(j\ \omega)|\right)$),
  - la phase ($\varphi = arg\left(H(j\ \omega)\right)$),
-
  - analyse modale pour la conception de système mécanique,
  - conception de bâtiments résistant à des ondes sismiques.

Conclusion

Conclusion : analyse fréquentielle

- L'analyse fréquentielle : caractérisation de la réponse d'un système vis-à-vis d'une consigne harmonique.
  - le gain ($G_d B = 20 log\left(|H(j\ \omega)|\right)$),
  - la phase ($\varphi = arg\left(H(j\ \omega)\right)$),
-
  - analyse modale pour la conception de système mécanique,
  - conception de bâtiments résistant à des ondes sismiques.

Conclusion

Conclusion : analyse fréquentielle

- L'analyse fréquentielle : caractérisation de la réponse d'un système vis-à-vis d'une consigne harmonique.
  - le gain ($G_d B = 20 log\left(|H(j\ \omega)|\right)$),
  - la phase ($\varphi = arg\left(H(j\ \omega)\right)$),
-
  - analyse modale pour la conception de système mécanique,
  - conception de bâtiments résistant à des ondes sismiques.

Conclusion

Conclusion : analyse fréquentielle

- L'analyse fréquentielle : caractérisation de la réponse d'un système vis-à-vis d'une consigne harmonique.
  - le gain ($G_d B = 20 log\left(|H(j\ \omega)|\right)$),
  - la phase ($\varphi = arg\left(H(j\ \omega)\right)$),
-
  - **analyse modale** pour la conception de système mécanique,
  - conception de bâtiments résistant à des **ondes sismiques**.

Conclusion

Conclusion : analyse fréquentielle

- L'analyse fréquentielle : caractérisation de la réponse d'un système vis-à-vis d'une consigne harmonique.
  - le gain ($G_d B = 20 log\left(|H(j\ \omega)|\right)$),
  - la phase ($\varphi = arg\left(H(j\ \omega)\right)$),
-
  - **analyse modale** pour la conception de système mécanique,
  - conception de bâtiments résistant à des **ondes sismiques**.

Conclusion

Conclusion : analyse fréquentielle

- L'analyse fréquentielle : caractérisation de la réponse d'un système vis-à-vis d'une consigne harmonique.
  - le gain ($G_d B = 20 log\left(|H(j\ \omega)|\right)$),
  - la phase ($\varphi = arg\left(H(j\ \omega)\right)$),
-
  - **analyse modale** pour la conception de système mécanique,
  - conception de bâtiments résistant à des **ondes sismiques**.