

DS n°6 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom :

Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Analyse

Donner un exemple de fonction définie sur \mathbb{R} qui n'a de limite en aucun réel.

(1)

Donner un exemple de fonction continue $f :]-1, +1[\rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(]-1, 1[) = [-1, 1]$.

(2)

Donner un exemple de fonction continue $f : [1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$, telle que $f([1, +\infty[) = [e, \pi[$.

(3)

Donner un exemple de fonction continue $f : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$, ni minorée, ni majorée.

(4)

Donner un exemple de fonction continue $f :]\sqrt{2}, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ sans limite en $\sqrt{2}$.

(5)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$ par : $f(x) = \frac{\sin(\pi x)}{x(x^2-1)}$. La fonction f est-elle prolongeable par continuité en les points où elle n'est pas définie ? Répondre par OUI ou NON et préciser le cas échéant la valeur du prolongement :

en 0 :

$f(0) =$

(6)

en 1 :

$f(1) =$

(7)

en -1 :

$f(-1) =$

(8)

Polynômes

Écrire de la division euclidienne de $A = X^5 - 4X^4 + 2X^3 - X^2 + X + 2$ par $B = X^3 - 5X^2 - X + 1$.

$$A = B \times \boxed{} + \boxed{}. \quad (9)$$

Soit $n \in \mathbb{N}^*$, le reste de la division euclidienne de $X^{2n} - 3X^n + n$ par $X^2 - 1$ est

$$\left[\frac{1}{\Gamma} \int_0^{\Gamma} d\gamma \right] \left(\frac{1}{\Gamma} \int_0^{\Gamma} d\gamma' \right) \left(\frac{1}{\Gamma} \int_0^{\Gamma} d\gamma'' \right) \left(\frac{1}{\Gamma} \int_0^{\Gamma} d\gamma''' \right) \left(\frac{1}{\Gamma} \int_0^{\Gamma} d\gamma^{(4)} \right) \dots \quad (10)$$

La multiplicité de 1 en tant que racine de $X^8 - 10X^7 + 24X^6 - 19X^5 - 4X^4 + 16X^3 - 12X^2 + 5X - 1$ est : _____

[illegible]

Factoriser $P = 2X^6 - 2X^5 + 2X^4 - 4X^3 + 2X^2 - 2X + 2$ en produit de facteurs irréductibles :

$$\text{sur } \mathbb{C}, P = \boxed{}; \quad (12)$$

$$\text{sur } \mathbb{R}, P = \left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right]. \quad (13)$$

Avec $A = X^4 - 3X^3 - 3X^2 + 11X - 6$ et $B = X^3 - 4X^2 + 3X$:

$$\text{PGCD}(A, B) = \boxed{\phantom{\frac{1}{\sqrt{2}}(A+B)}} \quad (14)$$

$$\text{PPCM}(A, B) = \boxed{\quad\quad\quad} \quad (15)$$

Une relation de Bézout pour A, B est :

$$\left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\epsilon} + \frac{1}{\epsilon'} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\epsilon} - \frac{1}{\epsilon'} \right) \right] \cdot (16)$$

Déterminer un polynôme P vérifiant $P(-2) = -24$, $P(-1) = -7$, $P(1) = -3$ et $P(3) = 1$.

$$P = \boxed{\hspace{15cm}} \quad (17)$$

Avec $P = 2X^7 + 9X^6 - 20X^4 - 10X^3 + 20X^2 + 50$, $P(-4) = \boxed{}$ (18)

— FIN —