



TD 18 - Modélisation des systèmes logiques numériques(C9-1)

Compétences

- **Analyser :**
 - Appréhender les analyses fonctionnelles et structurelles : structures de systèmes asservis
- **Modéliser :**
 - Identifier et caractériser les grandeurs physiques : flux d'information
 - Proposer un modèle de connaissance et de comportement : systèmes logiques
 - Valider un modèle : grandeurs influentes d'un modèle
- **Expérimenter :**
 - S'approprier le fonctionnement d'un système pluritechnologique
 - Proposer, justifier et mettre en oeuvre un protocole expérimental : chaîne d'acquisition, filtrage, échantillonnage, quantification
- **Conserver :** Architecture fonctionnelle et structurelle

1 Commande de la cheville du robot NAO : codeur de position absolue et transcodage Gray-binaire

Le robot NAO est du type humanoïde. Il peut être utilisé pour l'assistance de personnes. La figure ci-dessous présente le diagramme de contexte du robot. Afin de garantir une stabilité dans le mouvement du robot l'ensemble des actionneurs et plus particulièrement ceux présents dans la cheville du robot sont asservis à l'aide de capteurs d'angles de rotation du type **codeur absolue**.

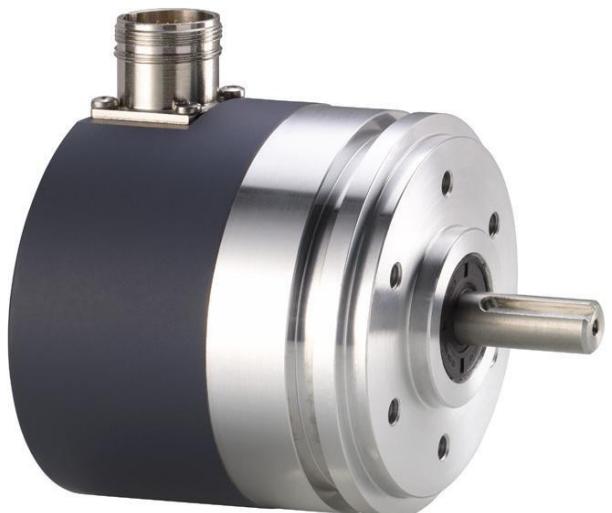
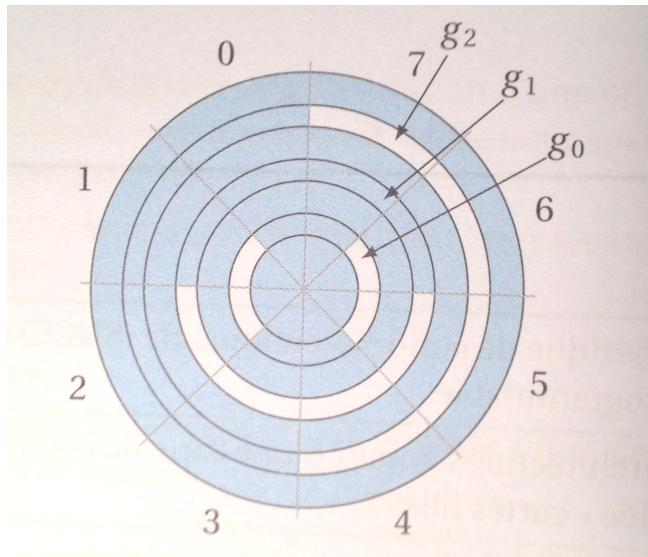
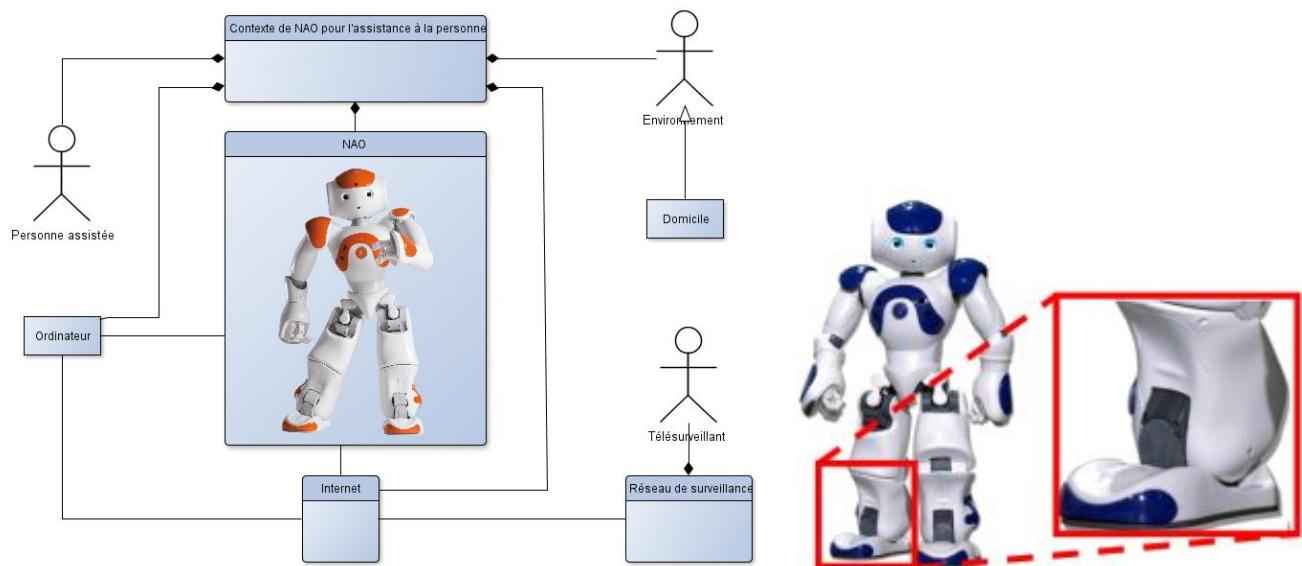
On étudie ici le codage d'un capteur angulaire du type codeur absolue. Il permet de mesurer la position angulaire dans un repère absolu d'un axe en rotation sur une plage angulaire d'un tour. Il est constitué de n pistes transparentes qui sont liées à l'axe en rotation. Chacune de ces pistes est liée à une fourche optique constituée de LED qui délivre une information vrai (1) si la lumière passe de part et d'autre de la piste.

Le codage des pistes est réalisé en code binaire réfléchi (ou Gray) afin d'éviter les risques de mauvaise lecture en cas de désalignement des n fourches optiques.

Afin de décoder l'information, il est nécessaire de décoder l'information renvoyée par le codeur absolu. Il est nécessaire de réaliser un transcodeur pour passer du code Gray au code binaire naturel.

- Soit G , le mot binaire renvoyé en code Gray, composé de 3 bits : $G = (g_2 g_1 g_0)$.
- Soit B , le mot binaire recherché correspondant au numéro de secteur angulaire codé en binaire naturel, composé également de 3 bits $B = (b_2 b_1 b_0)$.

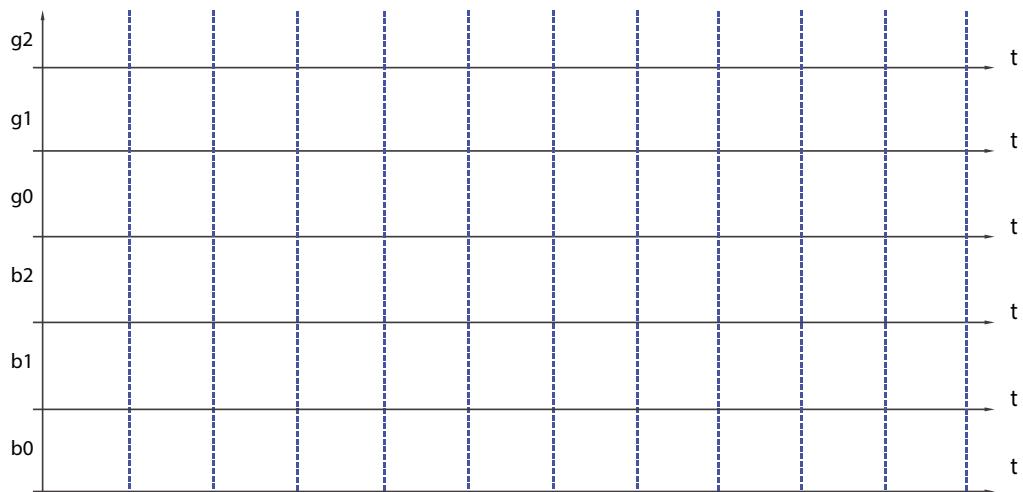
Q 1 : Compléter la table de vérité suivante :



Numéro de secteur	g_1	g_2	g_0	b_2	b_1	b_0
0	?	?	?	?	?	?
1	?	?	?	?	?	?
2	?	?	?	?	?	?
3	?	?	?	?	?	?
4	?	?	?	?	?	?
5	?	?	?	?	?	?
6	?	?	?	?	?	?
7	?	?	?	?	?	?

Q 2 : Exprimer les fonctions logiques b_2 , b_1 et b_0 en fonction de g_2 , g_1 et g_0 .

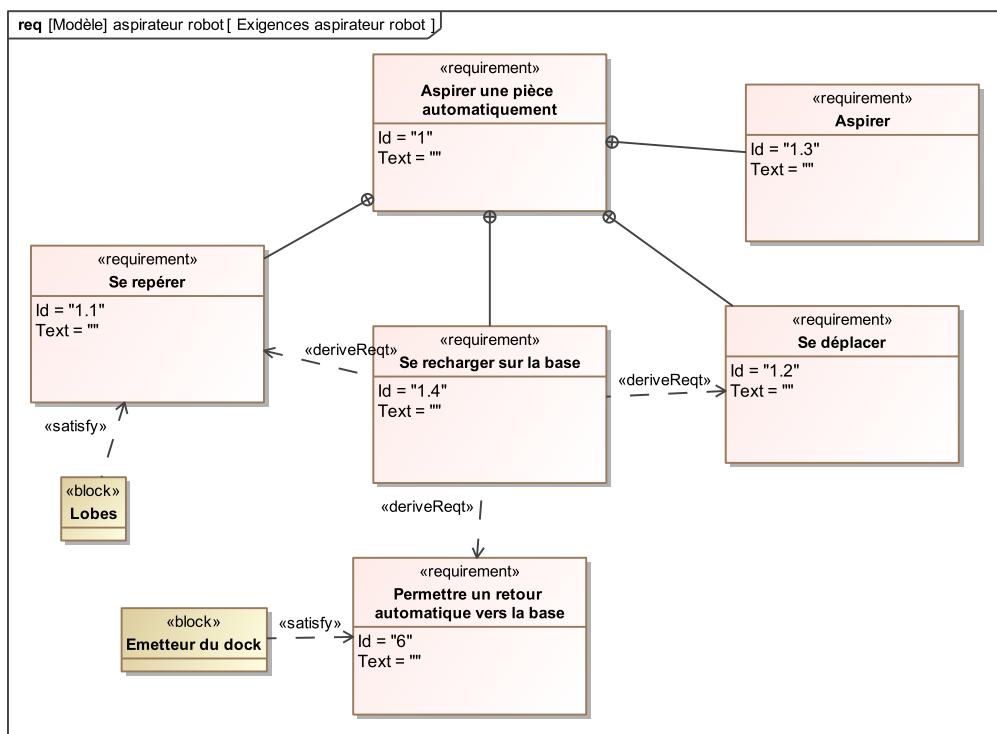
Q 3 : Le disque tourne dans le sens horaire et il y a un changement d'état à chaque unité de temps. Compléter les chronogrammes des informations logiques g_2 , g_1 et g_0 puis ceux de b_2 , b_1 et b_0 .



2 Commande logique d'un robot aspirateur

a) Présentation

L'étude repose sur la conception d'une commande d'un aspirateur robot autonome. On donne ci-dessous un diagramme des exigences partiel du robot.



On étudie ici la commande logique devant permettre le retour sur le dock du robot aspirateur. Dès la fin d'une séquence de nettoyage, ou en cas de niveau de batterie d'accumulateurs faible, le robot doit pouvoir automatiquement retourner sur sa borne de recharge, nommée Dock dans la suite de ce sujet. Le cahier des charges fonctionnel fait apparaître une exigence : **Permettre un retour automatique à la borne de recharge** (Tableau 1).

Le robot possède un capteur infrarouge à démodulateur de 38 kHz logé dans une tourelle ainsi que six détecteurs de proximité sur le pare-choc avant (Cf. Figure 1). Le Dock possède 3 leds d'émission infrarouge : 2 leds situées en face avant du Dock et séparées par une cloison et une led située dans une tourelle sur le dessus du Dock (Cf Figure 1). Les lobes d'émission des leds du Dock sont présentés à la Figure 2. Chaque led émet une trame créant un code binaire sur 8 bits. Les codes des trames sont les suivants :

Exigence technique technique	Critère d'appréciation	Niveau	Variabilité
Permettre un retour automatique à la borne de recharge	niveaux logiques de centrage vers la cible	6 zones	Aucune

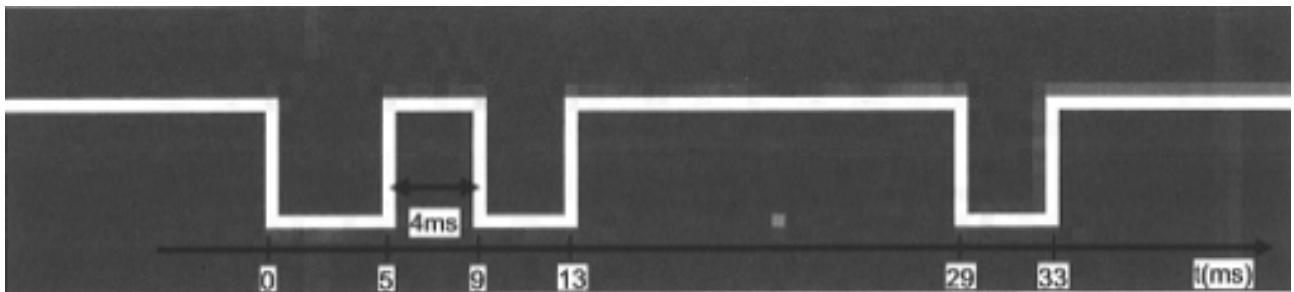
TABLE 1 – Extrait du CdCF

Leds	Code binaire
Led droite	1010 0100
Led gauche	1010 1000
Led tourelle	1010 0001

Une trame est définie comme suit :

- chaque bit est codé sur une durée de 4 ms.
- la première milliseconde est à "0" et la dernière à "1".

Une acquisition d'une trame traitée par le robot est présentée à la figure suivante :



b) Codage de l'information

Q 4 : Dans le cas du chronogramme de la figure précédente, déterminer quel est le code reçu par le robot. Le signal décodé par le robot est-il en logique négative (un état vrai est représenté par "0" et un état faux par "1") ou positive (un état vrai est représenté par "1" et un état faux par "0") ?

Q 5 : Déterminer en hexadécimal le code binaire 1010 0100 délivré par la led droite.

Q 6 : Déterminer en hexadécimal le code binaire 1010 1000 délivré par la led gauche.

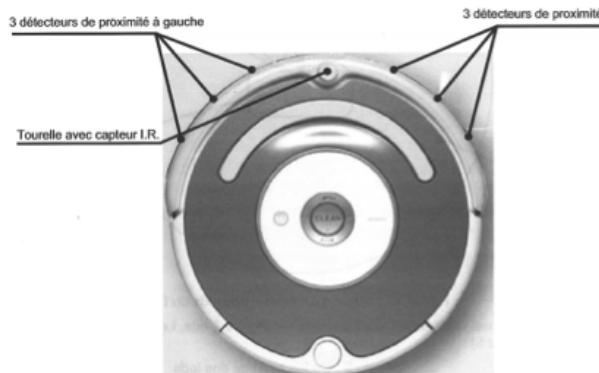
L'obtention du lobe led gauche et led droite est obtenue par le recouvrement des lobes d'émission des leds droite et gauche. Cela correspond à l'addition des 2 codes donnant un résultat formaté sur 8 bits.

Q 7 : Déterminer le résultat en binaire du recouvrement de ces 2 lobes. En déduire un résultat en décimal.

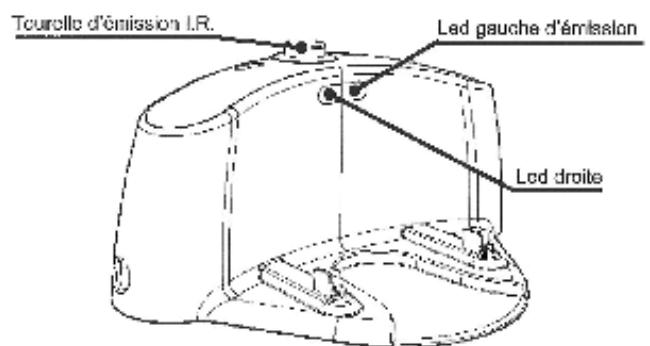
Il existe aussi un recouvrement des lobes led tourelle et led gauche et des lobes led tourelle et led droite. Suivant la position du capteur infrarouge du robot au niveau des lobes d'émission des leds du Dock, le robot peut récupérer les lobes en acquisition suivant :

Lobe led tourelle
Lobe recouvrement led tourelle et led gauche
Lobe led gauche
Lobe recouvrement led gauche et led droite
Lobe led droite
Lobe recouvrement led droite et led tourelle

Q 8 : Déterminer les codes binaires reçus pour chacun des cas.



Présentation des capteurs du robot



Émetteurs du Dock

FIGURE 1 – Présentation des capteurs du robot

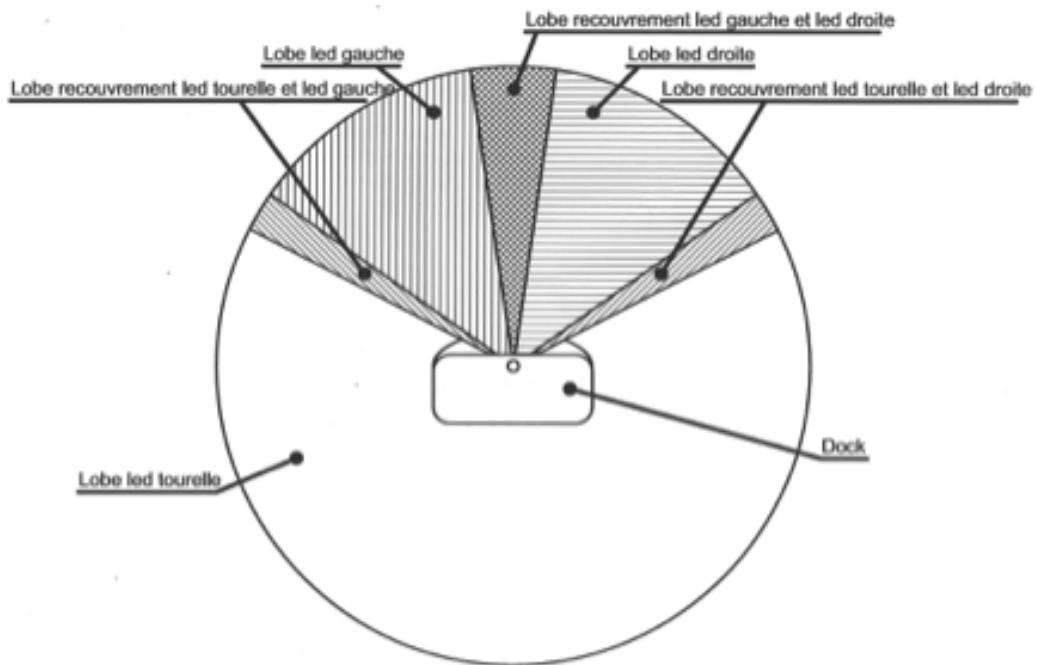


FIGURE 2 – Lobes d'émissions des leds du Dock

c) Programmation de l'additionneur

On considère un additionneur de 2 mots de 2 bits.

Q 9 : Écrire la table de vérité donnant les valeurs des bits de sortie S_0 , S_1 et S_2 en fonction des bits d'entrée a_0 , a_1 du mot A et b_0 , b_1 du mot B.

Q 10 : Donner les expressions simplifiées des sorties S_0 , S_1 et S_2 .

Q 11 : Tracer le schéma de S_2 en utilisant des cellules NON – ET à deux entrées.

Q 12 : Donner l'équation de la fonction indiquant un résultat supérieur ou égal à 4.

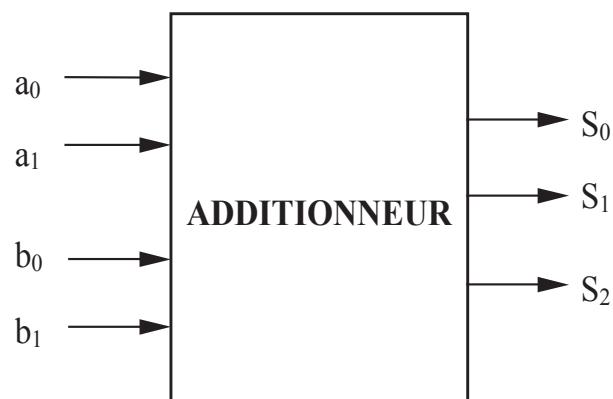


FIGURE 3 – Additionneur

Corrigé

1 Corrigé : Commande de la cheville du robot NAO : codeur de position absolue et transcodage Gray-binaire

Q 1 : Compléter la table de vérité suivante :

Numéro de secteur	g_1	g_2	g_0	b_2	b_1	b_0
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1
2	0	1	1	0	1	0
3	0	1	0	0	1	1
4	1	1	0	1	0	0
5	1	1	1	1	0	1
6	1	0	1	1	1	0
7	1	0	0	1	1	1

Q 2 : Exprimer les fonctions logiques b_2 , b_1 et b_0 en fonction de g_2 , g_1 et g_0 .

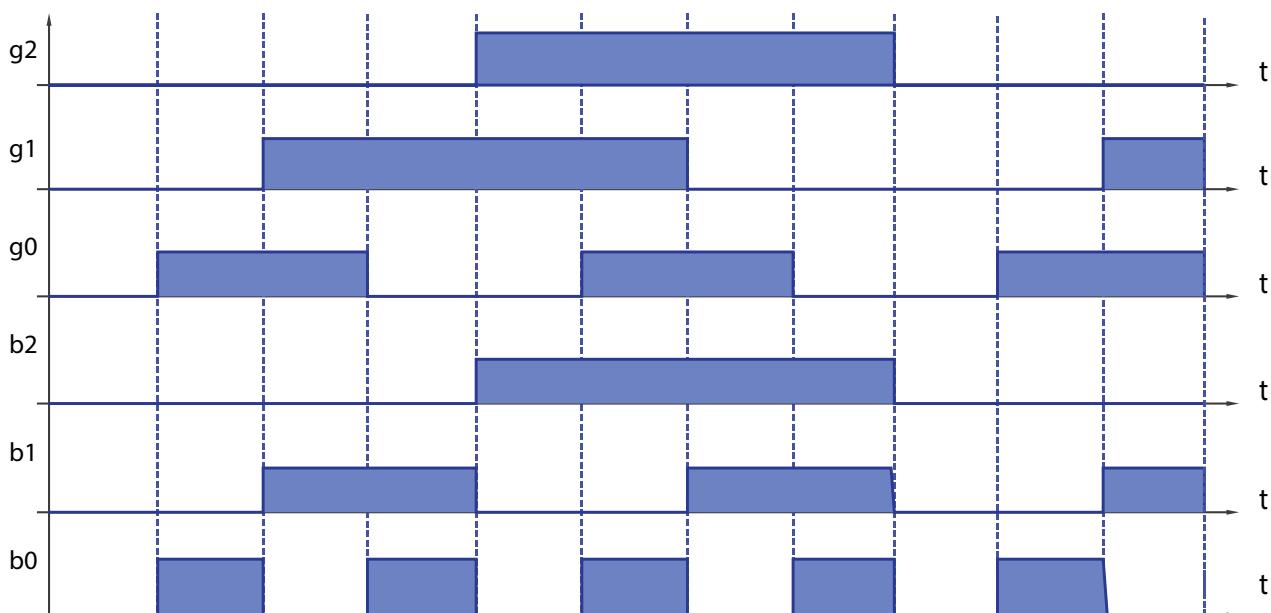
- Pour b_2 : directement : $b_2 = g_2$
- Pour b_1

$$\begin{aligned} b_1 &= \overline{g_2} \cdot g_1 \cdot g_0 + \overline{g_2} \cdot g_1 \cdot \overline{g_0} + g_2 \cdot \overline{g_1} \cdot g_0 + g_2 \cdot \overline{g_1} \cdot \overline{g_0} \\ &= \overline{g_2} \cdot g_1 \cdot (g_0 + \overline{g_0}) + \overline{g_1} \cdot g_2 \cdot (g_0 + \overline{g_0}) = \overline{g_2} \cdot g_1 + \overline{g_1} \cdot g_2 = g_2 \oplus g_1 \end{aligned}$$

- Pour b_0

$$\begin{aligned} b_0 &= \overline{g_2} \cdot \overline{g_1} \cdot g_0 + \overline{g_2} \cdot g_1 \cdot \overline{g_0} + g_2 \cdot g_1 \cdot g_0 + g_2 \cdot \overline{g_1} \cdot \overline{g_0} \\ &= \overline{g_2} \cdot (\overline{g_1} \cdot g_0 + g_1 \cdot \overline{g_0}) + g_2 \cdot (g_1 \cdot g_0 + \overline{g_1} \cdot \overline{g_0}) = \overline{g_2} \cdot (g_1 \oplus g_0) + g_2 \cdot g_0 \otimes g_1 \end{aligned}$$

Q 3 : Le disque tourne dans le sens horaire et il y a un changement d'état à chaque unité de temps. Compléter les chronogrammes des informations logiques g_2 , g_1 et g_0 puis ceux de b_2 , b_1 et b_0 .



2 Corrigé : Commande logique d'un robot aspirateur

Q 4 : Dans le cas du chronogramme de la figure précédente, déterminer quel est le code reçu par le robot. Le signal décodé par le robot est-il en logique négative (un état vrai est représenté par "0" et un état faux par "1") ou positive (un état vrai est représenté par "1" et un état faux par "0") ?

Q 5 : Déterminer en hexadécimal le code binaire 1010 0100 délivré par la led droite.

Le code reçu par le robot est $1010\ 0001_2$, ce qui constitue le code led tourelle. La logique utilisée est une logique négative.

Q 6 : Déterminer en hexadécimal le code binaire 1010 1000 délivré par la led gauche.

En hexadécimal, $1010\ 0100_2$ s'écrit $A4_{16}$.

Q 7 : Déterminer le résultat en binaire du recouvrement de ces 2 lobes. En déduire un résultat en décimal.

En décimal, $1010\ 1000_2$ s'écrit $2^3 + 2^5 + 2^7 = 8 + 32 + 128 = 168$.

On fait la somme :

$$\begin{array}{r}
 1010 \quad 0100 \\
 + \quad 1010 \quad 1000 \\
 \hline
 1 \quad 0100 \quad 1100
 \end{array}$$

Le premier bit est inutile car il vaut toujours 1 quel que soit la somme des signaux se recouvrant. Après élimination de ce premier bit, $0100\ 1100_2$ s'écrit en décimal $2^2 + 2^3 + 2^6 = 4 + 8 + 64 = 76$.

Q 8 : Déterminer les codes binaires reçus pour chacun des cas.

- Lobe led tourelle : $1010\ 0001$
- Lobe recouvrement led tourelle et led gauche : $0100\ 1001$
- Lobe led gauche : $1010\ 1000$
- Lobe recouvrement led gauche et led droite : $0100\ 1100$
- Lobe led droite : $1010\ 0100$
- Lobe recouvrement led droite et led tourelle : $0100\ 0101$

Q 9 : Écrire la table de vérité donnant les valeurs des bits de sortie S_0 , S_1 et S_2 en fonction des bits d'entrée a_0 , a_1 du mot A et b_0 , b_1 du mot B.

AB	b_1	b_0	a_1	a_0	S_2	S_1	S_0	S
00	0	0	0	0	0	0	0	0
01	0	0	0	1	0	0	1	1
02	0	0	1	0	0	1	0	2
03	0	0	1	1	0	1	1	3
10	0	1	0	0	0	0	1	1
11	0	1	0	1	0	1	0	2
12	0	1	1	0	0	1	1	3
13	0	1	1	1	1	0	0	4
20	1	0	0	0	0	1	0	2
21	1	0	0	1	0	1	1	3
22	1	0	1	0	1	0	0	4
23	1	0	1	1	1	0	1	5
30	1	1	0	0	0	1	1	3
31	1	1	0	1	1	0	0	4
32	1	1	1	0	1	0	1	5
33	1	1	1	1	1	1	0	6
	2^3	2^2	2^1	2^0	2^2	2^1	2^0	

Q 10 : Donner les expressions simplifiées des sorties S_0 , S_1 et S_2 .

		a ₁ a ₀				
		00	01	11	10	
S ₀		00	0	1	1	0
b ₁ b ₀	01	1	0	0	1	
	11	1	0	0	1	
	10	0	1	1	0	

$$S_0 = a_0 \cdot \overline{b_0} + b_0 \cdot \overline{a_0}$$

		a ₁ a ₀				
		00	01	11	10	
S ₁		00	0	0	1	1
b ₁ b ₀	01	0	1	0	1	
	11	1	0	1	0	
	10	1	1	0	0	

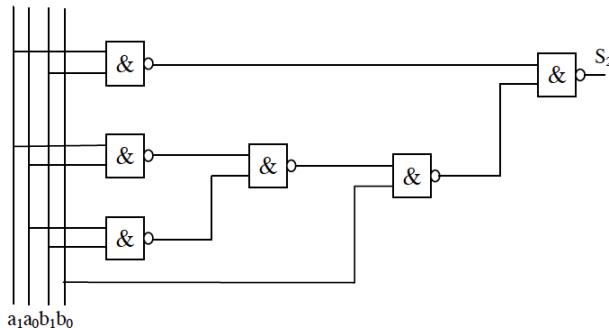
$$S_1 = a_1 \cdot \overline{b_0} \cdot \overline{b_1} + a_0 \cdot \overline{a_1} \cdot b_0 \cdot \overline{b_1} + \overline{a_0} \cdot a_1 \cdot \overline{b_1} + \overline{a_0} \cdot \overline{a_1} \cdot b_1 + a_0 \cdot a_1 \cdot b_0 \cdot b_1 + \overline{a_1} \cdot \overline{b_0} \cdot b_1$$

		a ₁ a ₀				
		00	01	11	10	
S ₂		00	0	0	0	0
b ₁ b ₀	01	0	0	1	0	
	11	0	1	1	1	
	10	0	0	1	1	

$$S_2 = a_1 \cdot b_1 + a_0 \cdot b_0 \cdot b_1 + a_0 \cdot a_1 \cdot b_0$$

Q 11 : Tracer le schéma de S_2 en utilisant des cellules NON – ET à deux entrées.

$$\begin{aligned}
 S_2 &= a_1 \cdot b_1 + a_0 \cdot b_0 \cdot b_1 + a_0 \cdot a_1 \cdot b_0 = a_1 \cdot b_1 + b_0 \cdot (a_0 \cdot b_1 + a_0 \cdot a_1) = \overline{\overline{a_1 \cdot b_1} \cdot \overline{b_0} \cdot (a_0 \cdot b_1 + a_0 \cdot a_1)} \\
 &= \overline{\overline{a_1 \cdot b_1} \cdot \overline{b_0} \cdot \overline{(a_0 \cdot b_1 + a_0 \cdot a_1)}}
 \end{aligned}$$



Q 12 : Donner l'équation de la fonction indiquant un résultat supérieur ou égal à 4.

$$S_{>4} = S_2$$