C4 : Modélisation cinématique structurelle des systèmes composés
C4-2 : Modélisation structurelle des systèmes composés de chaines de solides

Émilien DURIF

Lycée La Martinière Monplaisir Lyon

Classe de MPSI

4 Janvier 2022

Plan

Plan

représentation graphique des liaisons

Définition

On appelle **classe d'équivalence** un ensemble de pièces liées entre elles par des liaisons encastrement.

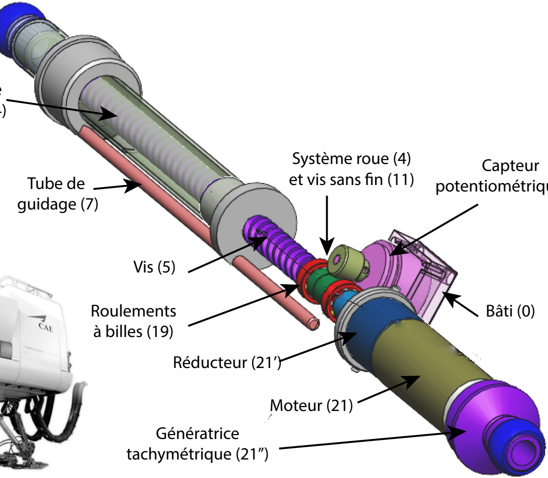
On notera que toutes les pièces d'une même classe d'équivalence ont alors un même mouvement. L'énumération des différentes classes d'équivalence est un **étape obligatoire** pour l'étude du fonctionnement d'un mécanisme. On les nomme par un numéro.

Définition

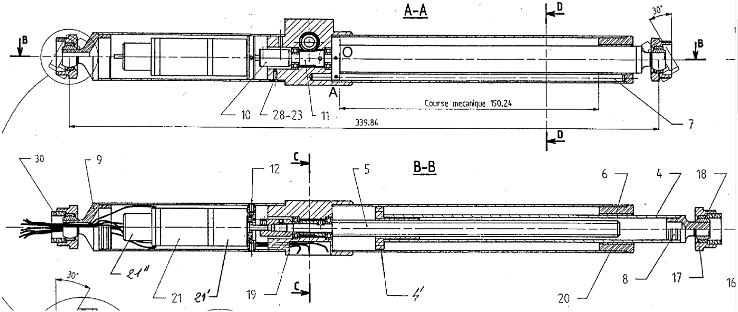
Le **graphe de structure** est une représentation schématique de la cinématique d'un mécanisme. Il fait apparaître :

- **Les classes d'équivalence**, représentées par leur numéro, dans un petit cercle,
- **Les liaisons** entre les classes d'équivalence, représentées par des fils reliant les cercles, et renseignés par la définition (complète) de la liaison.

représentation graphique des liaisons



représentation graphique des liaisons



Représentation graphique des liaisons

Q 1 : Définir les classes d'équivalence

Représentation graphique des liaisons

Q 1 : Définir les classes d'équivalence

$$\text{carter : } ① = \{6; 7; 9; 20; 21; 21'; 21''$$
$$12; 14; 17; 18; 19\}$$
$$\text{tige (écrou) : } ② = \{4; 4'; 8\}$$
$$\text{vis : } ③ = \{5; 10; 11; \}$$

Représentation graphique des liaisons

Q 1 : Définir les classes d'équivalence
Q 2 : Donner le graphe des liaisons

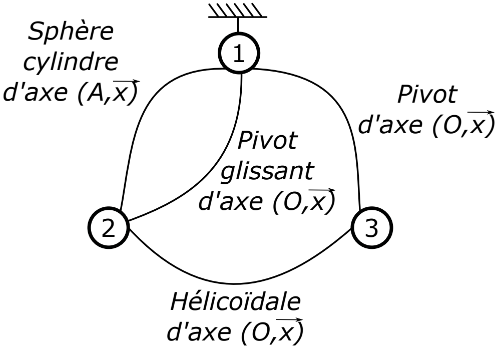


Schéma cinématique

Schéma cinématique

On appelle **schéma cinématique** la représentation graphique du mécanisme, vu au travers de ses liaisons cinématiques.

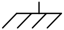
1. Tracer **les axes** et placer **les points caractéristiques** du système,
2. Prévoir **une couleur par classe d'équivalence** *dans la mesure du possible*,
3. Tracer les liaisons aux points concernés **et selon les bons axes**,
4. Relier les éléments de liaisons par des traits (si possible parallèlement aux axes)
5. Repérer le bâti ou le carter par le symbole de *masse* : 
6. Repérer les classes d'équivalence par **leur numéro**.

Schéma cinématique

Q 3 : Réaliser le schéma cinématique en 3D du vérin de la plate-forme

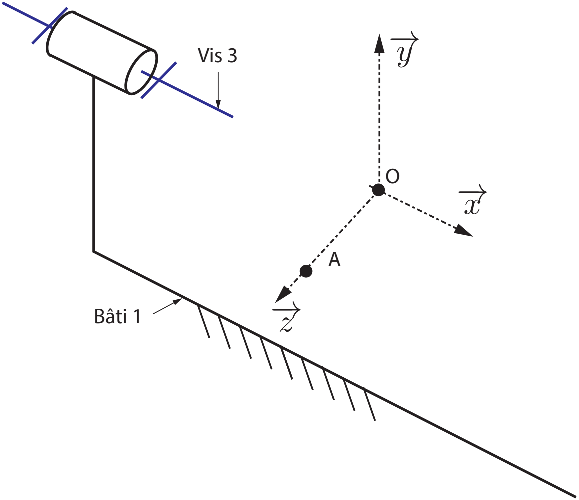
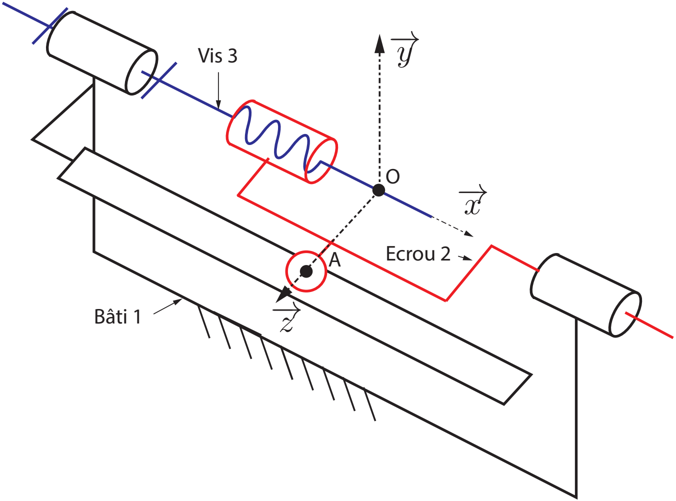


Schéma cinématique

Q 3 : Réaliser le schéma cinématique en 3D du vérin de la plate-forme



Plan

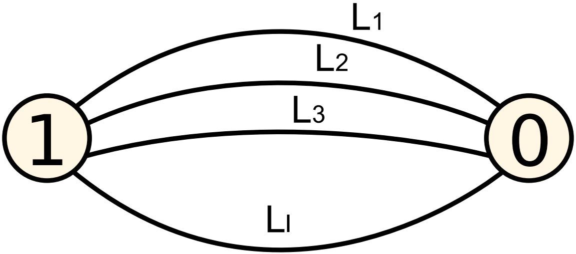
1. Représentation graphique des liaisons
   - Graphe de structure (ou graphe de liaisons)
   - Schéma cinématique
2. Liaisons équivalentes
   - Liaisons en parallèles
   - Liaisons en séries
3. Chaînes de solides
   - chaînes ouvertes, fermées, complexes
   - Exemples

Liaisons équivalentes : en parallèles

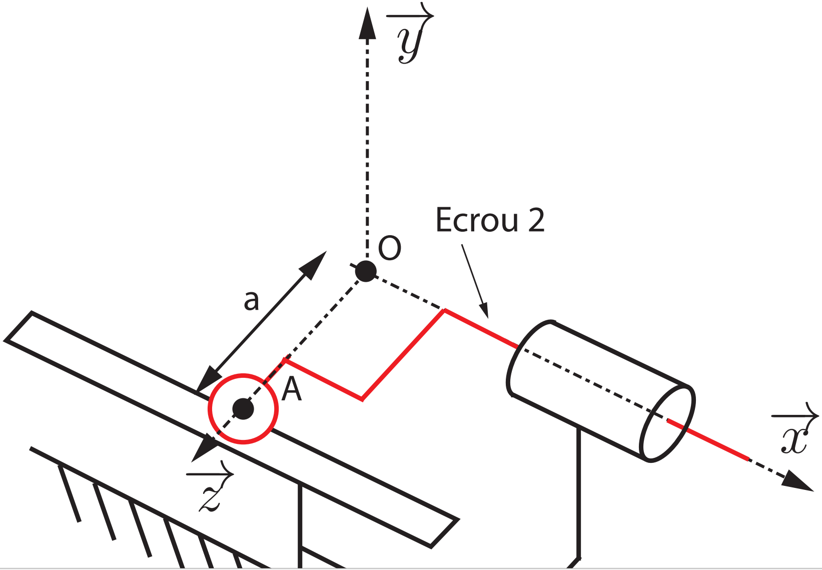
Liaisons en parallèles

Des liaisons sont en **parallèles** lorsqu'elles relient deux mêmes solides.
On peut alors écrire l'égalité des torseurs cinématique :

$$\boxed{\left\{\mathcal{V}_{(S_1/S_0)}^{\text{équivalent}}\right\} = \left\{\mathcal{V}_{(S_1/S_0)}^{L_1}\right\} = \left\{\mathcal{V}_{(S_1/S_0)}^{L_2}\right\} = \cdots = \left\{\mathcal{V}_{(S_1/S_0)}^{L_l}\right\}} \tag{1}$$



Liaisons équivalentes : en parallèles



Liaisons équivalentes : en parallèles

Q 4 : Donner le torseur cinématique de la liaison sphère-plan au point A

$$\left\{\mathcal{V}^A_{(2/1)}\right\} = {}_A\left\{\begin{array}{cc} p^A_{21} & u^A_{21} \\ q^A_{21} & 0 \\ r^A_{21} & w^A_{21} \end{array}\right\}_R$$

Q 5 : Donner le torseur cinématique de la liaison pivot-glissant en O puis en A

$$\left\{\mathcal{V}^O_{(2/1)}\right\} = {}_O\left\{\begin{array}{cc} p^O_{21} & u^O_{21} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array}\right\}_R = {}_A\left\{\begin{array}{cc} p^O_{21} & u^O_{21} \\ 0 & -a\ p^O_{21} \\ 0 & 0 \end{array}\right\}_R$$

Car,

$$\begin{aligned}\overrightarrow{V}(A \in 2/1) = \overrightarrow{V}(O \in 2/1) + \overrightarrow{AO} \wedge \overrightarrow{\Omega_{(2/1)}} &= u^O_{21}\,\overrightarrow{x} - a\,\overrightarrow{z} \wedge p^O_{21}\,\overrightarrow{x} \\ &= u^O_{21}\,\overrightarrow{x} - a\ p^O_{21}\,\overrightarrow{y}\end{aligned}$$

Liaisons équivalentes : en parallèles

Q 6 : Traduire l'égalité des torseurs et déduire la liaison équivalente

Égalité de la résultante cinématique :

$$\begin{cases} p_{21}^A = p_{21}^O \\ q_{21}^A = 0 \\ q_{21}^A = 0 \end{cases}$$

Égalité des vitesses :

$$\begin{cases} u_{21}^A = u_{21}^O \\ 0 = -a\ p_{21}^O \\ 0 = w_{21}^A \end{cases}$$

Ainsi, $p_{21}^O = p_{21}^A = q_{21}^A = r_{21}^A = w_{21}^A = 0$.

On obtient alors le torseur cinématique équivalent :

$$\left\{\mathcal{V}_{2/1}^A\right\} = {}_A\left\{\begin{array}{cc} 0 & u_{21}^A = u_{21}^O \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array}\right\}_R$$

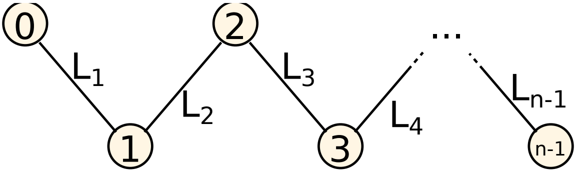
Ce torseur équivalent correspond au torseur cinématique d'une **liaison glissière de direction** $\overrightarrow{x}$.

Liaisons équivalentes : en séries

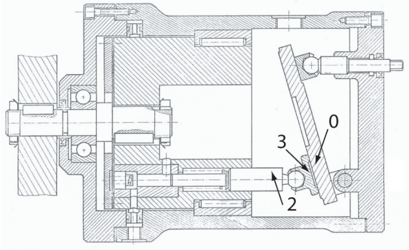
Liaisons en séries

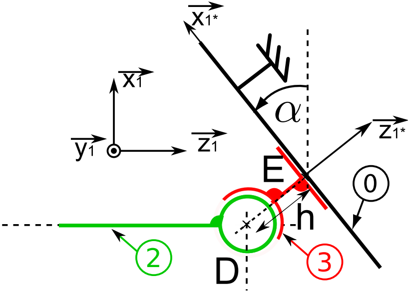
Des liaisons sont en **series** lorsqu'elles relient des solides successifs.
On utilise alors la fermeture cinématique (composition de tous les torseurs cinématiques sur la chaîne) :

$$\boxed{\left\{\mathscr{V}_{(n-1/0)}\right\} = \left\{\mathscr{V}_{(n-1/n-2)}\right\} + \left\{\mathscr{V}_{(n-2/n-3)}\right\} + \cdots + \left\{\mathscr{V}_{(1/0)}\right\}} \quad (2)$$

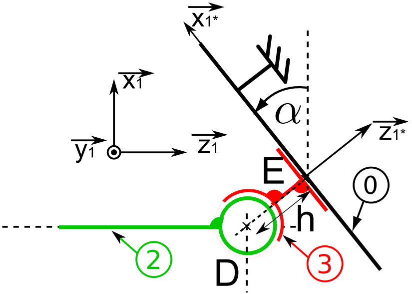


Liaisons équivalentes : en séries





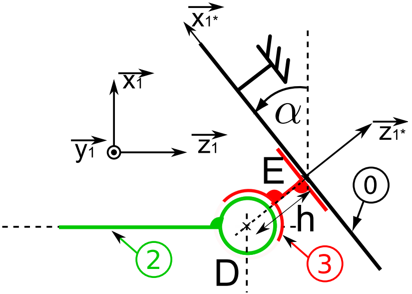
Liaisons équivalentes : en séries



- **Composition du torseur cinématique :**

$$\left\{\mathscr{V}_{(2/0)}\right\} = \left\{\mathscr{V}_{(2/3)}\right\} + \left\{\mathscr{V}_{(3/0)}\right\}$$

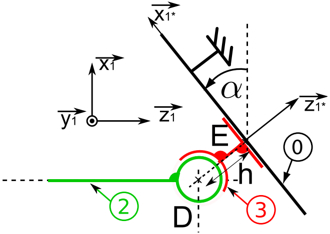
Liaisons équivalentes : en séries



- **Composition du torseur cinématique :**

$$\left\{\mathscr{V}_{(2/0)}\right\} = \left\{\mathscr{V}_{(2/3)}\right\} + \left\{\mathscr{V}_{(3/0)}\right\}$$

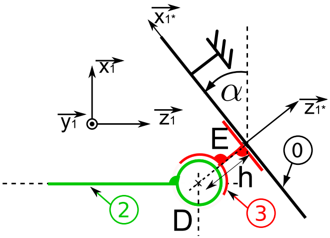
Liaisons équivalentes : en séries



- **Liaison rotule de point D :**

$$\{\mathcal{V}_{(S_2/S_3)}\} = {}_{D}\left\{\begin{array}{cc} p_{23} & 0 \\ q_{23} & 0 \\ r_{23} & 0 \end{array}\right\}_{R_1} = {}_{D}\left\{\begin{array}{cc} p*_{23} & 0 \\ q*_{23} & 0 \\ r*_{23} & 0 \end{array}\right\}_{R_1*}$$

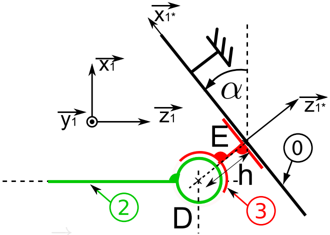
Liaisons équivalentes : en séries



- **Liaison rotule de point** D **:**

$$\{\mathcal{V}_{(S_2/S_3)}\} = {}_D\left\{\begin{array}{cc} p_{23} & 0 \\ q_{23} & 0 \\ r_{23} & 0 \end{array}\right\}_{R_1} = {}_D\left\{\begin{array}{cc} p*_{23} & 0 \\ q*_{23} & 0 \\ r*_{23} & 0 \end{array}\right\}_{R_1*}$$

Liaisons équivalentes : en séries



- **Liaison plane de normale $\overrightarrow{z_1^*}$:**

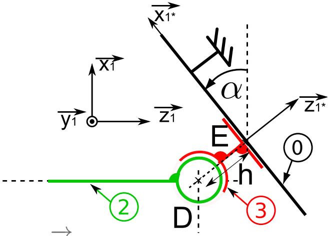
$$\left\{\mathcal{V}_{(S_3/S_0)}\right\} = {}_{\forall P \text{Donc en D}}\left\{\begin{array}{cc} 0 & u_{30} \\ 0 & v_{30} \\ r_{30} & 0 \end{array}\right\}_{R_{1*}}$$

- **Finalement on obtient le torseur cinématique équivalent :**

$$\boxed{\left\{\mathscr{V}_{(2/0)}\right\} = {}_{D}\left\{\begin{array}{cc} p*_{23} & u_{30} \\ q*_{23} & v_{30} \\ r*_{23} + r_{30} & 0 \end{array}\right\}_{R_1*}}$$

- Ce qui correspond à **une liaison de type ponctuelle de centre E et de normale** $\overrightarrow{z_{1*}}$.

Liaisons équivalentes : en séries



- **Liaison plane de normale $\overrightarrow{z_1^*}$:**

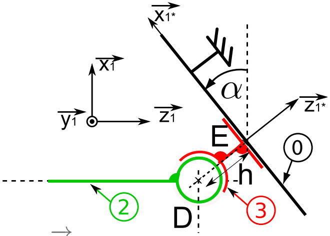
$$\left\{\mathcal{V}_{(S_3/S_0)}\right\} = _{\forall P \text{Donc en D}}\left\{\begin{array}{cc} 0 & u_{30} \\ 0 & v_{30} \\ r_{30} & 0 \end{array}\right\}_{R_{1*}}$$

- **Finalement on obtient le torseur cinématique équivalent :**

$$\boxed{\left\{\mathscr{V}_{(2/0)}\right\} = \left\{\begin{array}{cc} p*_{23} & u_{30} \\ q*_{23} & v_{30} \\ r*_{23}+r_{30} & 0 \end{array}\right\}_{D\ R_1*}}$$

- Ce qui correspond à **une liaison de type ponctuelle de centre E et de normale** $\overrightarrow{z_{1*}}$.

Liaisons équivalentes : en séries



- **Liaison plane de normale $\overrightarrow{z_1^*}$:**

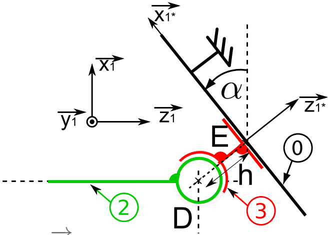
$$\left\{\mathcal{V}_{(S_3/S_0)}\right\} = {}_{\forall P \text{Donc en D}} \left\{ \begin{array}{cc} 0 & u_{30} \\ 0 & v_{30} \\ r_{30} & 0 \end{array} \right\}_{R_{1*}}$$

- **Finalement on obtient le torseur cinématique équivalent :**

$$\boxed{\left\{\mathscr{V}_{(2/0)}\right\} = {}_{D}\left\{ \begin{array}{cc} p*_{23} & u_{30} \\ q*_{23} & v_{30} \\ r*_{23} + r_{30} & 0 \end{array} \right\}_{R_1*}}$$

- Ce qui correspond à **une liaison de type ponctuelle de centre E et de normale** $\overrightarrow{z_{1*}}$.

Liaisons équivalentes : en séries



- **Liaison plane de normale $\overrightarrow{z_1^*}$:**

$$\left\{\mathcal{V}_{(S_3/S_0)}\right\} = {}_{\forall P \text{Donc en D}}\left\{\begin{array}{cc} 0 & u_{30} \\ 0 & v_{30} \\ r_{30} & 0 \end{array}\right\}_{R_{1*}}$$

- **Finalement on obtient le torseur cinématique équivalent :**

$$\boxed{\left\{\mathscr{V}_{(2/0)}\right\} = {}_D\left\{\begin{array}{cc} p*_{23} & u_{30} \\ q*_{23} & v_{30} \\ r*_{23} + r_{30} & 0 \end{array}\right\}_{R_1*}}$$

- Ce qui correspond à **une liaison de type ponctuelle de centre E et de normale** $\overrightarrow{z_{1*}}$.

Plan

1. Représentation graphique des liaisons
   - Graphe de structure (ou graphe de liaisons)
   - Schéma cinématique
2. Liaisons équivalentes
   - Liaisons en parallèles
   - Liaisons en séries
3. Chaînes de solides
   - chaînes ouvertes, fermées, complexes
   - Exemples

Chaînes ouvertes, fermées, complexes

Systèmes et Chaînes de solide

Un **système et composé de Chaînes de solides** : solides liés par des **liaisons mécaniques**. On peut rencontrer différentes architectures de chaînes de solides :

- **Chaîne ouverte :** Une chaîne de solides $S_1, S_2, S_3, \cdots, S_n$ est ouverte si les solides des extrêmes sont différents.
- **Chaîne fermée :** Une chaîne de solides $S_1, S_2, S_3, \cdots, S_n$ est fermée si le solide initial est le même que le solide final.
- **Chaîne complexe :** Une chaîne de solides $S_1, S_2, S_3, \cdots, S_n$ est complexe si elle comporte plusieurs chaînes ouvertes ou fermées.

Chaînes ouvertes, fermées, complexes

Systèmes et Chaînes de solide

Un **système et composé de Chaînes de solides** : solides liés par des **liaisons mécaniques**. On peut rencontrer différentes architectures de chaînes de solides :

- **Chaîne ouverte :** Une chaîne de solides $S_1, S_2, S_3, \cdots, S_n$ est ouverte si les solides des extrêmes sont différents.
- **Chaîne fermée :** Une chaîne de solides $S_1, S_2, S_3, \cdots, S_n$ est fermée si le solide initial est le même que le solide final.
- **Chaîne complexe :** Une chaîne de solides $S_1, S_2, S_3, \cdots, S_n$ est complexe si elle comporte plusieurs chaînes ouvertes ou fermées.

Chaînes ouvertes, fermées, complexes

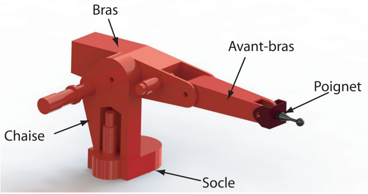
Systèmes et Chaînes de solide

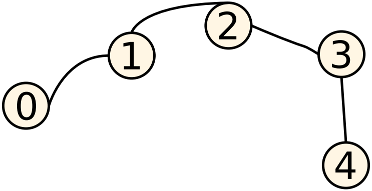
Un **système et composé de Chaînes de solides** : solides liés par des **liaisons mécaniques**. On peut rencontrer différentes architectures de chaînes de solides :

- **Chaîne ouverte :** Une chaîne de solides $S_1, S_2, S_3, \cdots, S_n$ est ouverte si les solides des extrêmes sont différents.
- **Chaîne fermée :** Une chaîne de solides $S_1, S_2, S_3, \cdots, S_n$ est fermée si le solide initial est le même que le solide final.
- **Chaîne complexe :** Une chaîne de solides $S_1, S_2, S_3, \cdots, S_n$ est complexe si elle comporte plusieurs chaînes ouvertes ou fermées.

Chaînes ouvertes, fermées, complexes

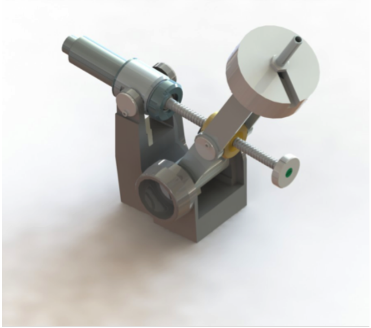
chaîne ouverte : Robot Ericc

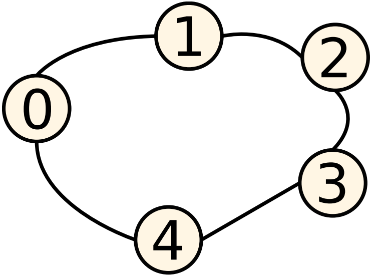




Chaînes ouvertes, fermées, complexes

chaîne fermée : Robot Maxpid





Chaînes ouvertes, fermées, complexes

chaîne complexe : Robot hexapod