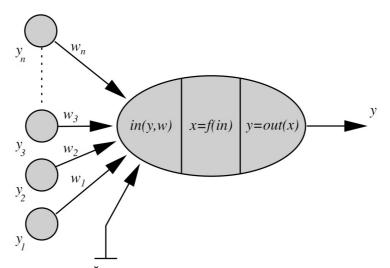
## Dopredné neurónové siete s kontrolovaným učením

Umelé neurónové siete (NS) sú uznávaným spôsobom riešenia širokého spektra problémov, ako sú napríklad problémy aproximácie funkcií, klasifikácie do tried, asociačné problémy, simulácia pamäte, tranformácia signálov a mnohé iné. Kým na jednej strane je pri implementácii NS zaujímavá jej biologická podstata, na strane druhej je robustnou alternatívou ku konvenčným deterministickým a programovateľným metódam [1]. Nasledujúce podkapitoly obsahujú poznatky z prevažnej časti prevzaté z Puheim [1] pôvodne spracované podľa Sinčák [2].

### Všeobecná charakteristika neurónových sietí

Neurónová sieť je masívne paralelný procesor, ktorý má sklon k uchovávaniu znalostí a ich ďalšiemu využívaniu. Veľkou výhodou je jej schopnosť aproximácie ľubovoľnej funkcie pomocou vzoriek vstupných a výstupných dát bez ohľadu na znalosť matematického modelu problému [1][2].



Obr. 1 Štruktúra neurónu. Prevzaté zo Sinčák [2].

Základnou procesnou jednotkou NS je tzv. umelý neurón, zobrazený na obr. 1, ktorý sa skladá z nasledujúcich častí [1][2]:

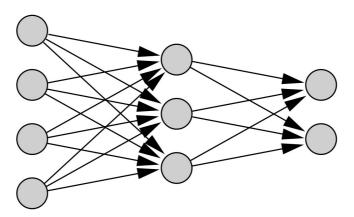
- *Synaptické váhy* (SV) ich hodnoty sú nositeľkami znalostí NS. SV sú naviazané na spojenia medzi neurónmi (synapsie), ktoré majú presne určený smer toku signálu. Podľa toku tohto signálu vieme neuróny rozdeliť na:
  - Predsynaptické (zdrojové),
  - Postsynaptické (cieľové).
- Prah neurónu hodnota  $\Theta_i$ , ktorá prispieva ku vstupu z vonkajšieho sveta.
- *Vstup do neurónu* (dendrit) vstupnou funkciou je obvykle súčet prahovej hodnoty a sumy súčinov výstupov z predchádzajúcich neurónov a príslušných váh.

$$in_i = \sum_{i=1}^{N} w_{ij} o u_j + \Theta_i \tag{1}$$

- Aktivačná funkcia  $f(in_i)$ , ktorej výsledkom je aktivačná hodnota neurónu  $x_i$ . Najčastejšie sa používa funkcia signum, ďalej sigmoidálna alebo lineárna (resp. po častiach lineárna) funkcia.
- Výstupná funkcia out(xi), ktorá určuje výstupnú hodnotu neurónu. Zvyčajne sa používa funkcia identity.

Neuróny sa v NS skladajú do zložitejších štruktúr, ktoré majú svoju určenú topológiu. Vo všeobecnosti môže mať NS ľubovoľnú štruktúru popísateľnú orientovaným grafom, avšak vlastnosti takejto siete sa ťažko analyzujú a preto sú najčastejšie využívané siete s pravidelnými štruktúrami. Jednou z najpoužívanejších topológií je viacvrstvová štruktúra s jednou vstupnou, jednou výstupnou a jednou alebo viacerými skrytými vrstvami. Vo všeobecnosti rozdeľujeme topológie NS do dvoch základných skupín [1][2]:

- Dopredné NS (feed-forward FF NS) kde sa signál šíri po synaptických prepojeniach len jedným smerom, a to dopredu.
- *Rekurentné NS* (recurrent RC NS) pripúšťajú šírenie signálu oboma smermi a rozdelenie neurónov na vrstvy je tým pádom často nejednoznačné.



Obr. 2 Štruktúra doprednej NS. Prevzaté zo Sinčák [2].

V ďalšej časti práce sa obmedzíme na využitie NS dopredného charakteru.

## Učenie neurónových sietí

Činnosť NS je možné rozdeliť do dvoch fáz [1][2]:

• *Fáza učenia* (adaptácie) – počas ktorej sa do hodnôt váh NS ukladajú znalosti. Je to teda stav NS, kedy sa SV menia.

 Fáza života – počas ktorej sa poznatky získané v procese učenia využijú v prospech riešenia nejakého problému (napr. klasifikácia, optimalizácia, zhlukovanie a pod.). V tejto fáze sa už SV nemenia.

Učenie je proces, v ktorom sa synaptické váhy (SV) menia na základe nejakých pravidiel. Pravidlá vyvolávajúce zmeny SV sú podmienené typom učenia NS. Pod učením rozumieme adaptáciu NS, ktorá po ukončení učenia bude nositeľkou znalostí získaných počas učenia [1][2].

Učenie rozdeľujeme do dvoch hlavných skupín [1][2]:

- Kontrolované učenie učenie s učiteľom (supervised learning), kde pre dané vstupné dáta sú určené odpovedajúce výstupné dáta. Výsledky NS pri procese učenia je teda možné s týmito dátami porovnávať.
- Nekontrolované učenie učenie bez učiteľa (unsupervised learning), kde pre dané vstupné dáta nie sú určené odpovedajúce výstupy. Pri tomto type učenia teda nie je možné kontrolovať výstup z NS.

#### Kontrolované učenie neurónových sietí

Hlavnou paradigmou kontrolovaného učenia (teda zmeny hodnôt synaptických váh) je prítomnosť učiteľa v procese učenia. V praxi to znamená, že NS musíme v procese učenia ponúknuť [2]:

- vstupy do NS,
- výstupy z NS prislúchajúce daným vstupom.

Existujú rôzne prístupy ku zmene synaptických váh (učeniu). V prípade kontrolovaného učenia ich môžeme rozdeliť na tri skupiny [2]:

- stochastické učenie (stochastic learning),
- učenie na základe hodnotenia činnosti (reinforcement learning),
- učenie na základe opravy chyby (error correction learning).

Vzhľadom k tomu, že prvé dve metódy neboli v tejto práci využité, obmedzíme sa iba na vysvetlenie princípov učenia na základe opravy chyby. Podľa tohto prístupu je možné zmenu synaptickej váhy definovať ako funkciu premennej  $e_i$ , ktorá predstavuje rozdiel medzi očakávaným stavom i-teho neurónu  $ev_i$  a jeho vypočítaným stavom  $x_i$ . Teda [2]:

$$e_i = ev_i - x_i. (2)$$

Teraz môžeme zadefinovať všeobecnú rovnicu výpočtu zmeny synaptickej váhy  $\Delta w_{ij}$  pre spojenie medzi výstupným neurónom i a predchádzajúcim neurónom j, ktorého výstup vstupuje do neurónu i. Tento vzorec má tvar [2]:

$$\Delta w_{ii} = \gamma e_i x_i, \tag{3}$$

kde  $\gamma$  je parameter učenia, ktorého hodnota môže byť z intervalu (0,1), a  $x_j$  je stav neurónu j. V prípade viacvrstvovej siete sa na výpočet zmeny váh neurónov na skrytých vrstvách používa rekurentný vzorec, ktorý sa odvíja od výstupnej vrstvy NS a smeruje smerom k vstupnej vrstve [2]. Tento spôsob sa nazýva metóda spätného šírenia chyby (BP – backpropagation of error) a je bližšie popísaná v kapitole .

Pri kontrolovanom učení má význam zadefinovať pojem konvergencia neurónovej siete. Môžeme ju definovať ako existenciu takého čísla  $n_0$ , že platí  $n_0 \le n$  pre všetky n a súčasne:

$$\left|x_{n}^{i}-x\right|\leq\varepsilon,\tag{4}$$

kde  $x_n^i$  je n-tý stav neurónu i, x je očakávaný stav tohto neurónu a  $\varepsilon$  je tolerancia odchýlky. Vo väčšine prípadov nás zaujíma konvergencia výstupných neurónov neurónovej siete [2].

#### Metóda najmenšej kvadratickej chyby

Najčastejšie používanou metódou zmeny synaptických váh (SV) je metóda najmenšej kvadratickej chyby (LMS – least mean square). Ak máme jednoduchú sieť s *M* vstupnými neurónmi a jedným výstupným neurónom (topológia Wienerovho filtra<sup>1</sup>), tak zmena SV je určená vzťahom [2]:

$$w_i(t+1) = w_i(t) + \gamma \left(ev(t) - ou(t)\right) in_i(t), \tag{5}$$

kde  $w_i(t+1)$  je váha od i-teho vstupného neurónu v čase t+1,  $w_i(t)$  je váha od toho istého neurónu v čase t,  $\gamma$  je parameter učenia, ev(t) je predpokladaná hodnota výstupného neurónu, ou(t) je jeho vypočítaná hodnota a  $in_i(t)$  je hodnota i-teho vstupného neurónu [2].

#### Delta pravidlo

Na metódu najmenšej kvadratickej chyby nadväzuje tzv. delta pravidlo (DP). Toto pravidlo predstavuje dôležitý postup pri výpočte zmeny synaptických váh  $\Delta w_{ij}(t)$  a rozširuje LMS na prípad ne-McCullochových neurónov<sup>2</sup>. Pre jednoduchú sieť s M vstupnými neurónmi a jedným výstupným neurónom i platí [2]:

$$x_i = f(in_i) = in_i = \sum_{j=1}^{M} x_j w_{ij}(t) + \theta_i$$
, (6)

kde i označuje výstupný neurón a j vstupné neuróny, pričom je zrejmé, že aktivačná funkcia  $f(in_i)$  je lineárna. Ak zmenu váh  $\Delta w_{ij}(t)$  medzi vstupnými neurónmi j a výstupným neurónom i platí [2]:

$$\Delta w_{ij}(t) = w_{ij}(t+1) - w_{ij}(t), \tag{7}$$

<sup>1</sup> Pre bližšiu definíciu viď [2].

<sup>2</sup> Niekedy ich nazývame spojité, kontinuálne neuróny.

potom delta pravidlo určuje túto zmenu váh nasledovne [2]:

$$\Delta w_{ij}(t) = \gamma \delta(t) x_{j}(t) , \qquad (8)$$

pričom  $x_j(t)$  je stav vstupného neurónu j a  $\delta(t) = -(ev_i(t) - x_i(t))$ .

Takto vypočítaná<sup>3</sup> zmena synaptických váh podľa chybového signálu  $\delta(t)$  dala základ ďalším modifikáciám delta pravidla, čo prispelo k jeho rozšíreniu a aplikácii pri učení neurónových sietí [2].

#### Metóda spätného šírenia chyby

Najznámejším rozšírením delta pravidla je metóda spätného šírenia chyby (BP – backpropagation of error). Táto metóda umožňuje použiť takmer ľubovoľnú aktivačnú funkciu (aj nelineárnu, tj. nemusí platiť x = f(in)) za predpokladu, že je spojito diferencovateľná [2]. Ďalšou výhodou je, že NS môže mať ľubovoľný počet vrstiev a tiež ľubovoľný počet neurónov i na každej vrstve.

Znova ide o výpočet zmeny synaptických váh počas učenia NS. Zmena sa počíta podobne ako pri DP [2]:

$$\Delta w_{ii}(t) = \gamma \delta_i(t) x_i(t) . \tag{9}$$

Základným problémom je teraz stanovenie príslušného chybového signálu  $\delta_i(t)$  pre každý neurón i. Na ich výpočet existuje jednoduchý rekurzívny vzťah, ktorý predstavuje šírenie chyby smerom od výstupu NS k vstupu NS. Ak  $f'(in_i(t))$  je derivácia aktivačnej funkcie, potom [2]:

pre neuróny na výstupnej vrstve platí<sup>4</sup>:

$$\delta_i(t) = f'(in_i(t))(ev_i(t) - x_i(t)),$$
 (10)

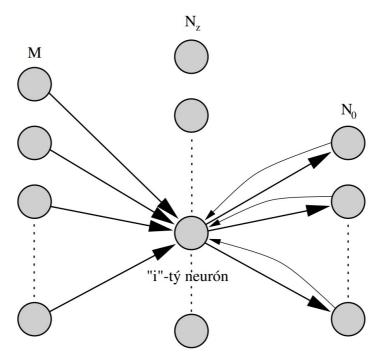
pre neuróny na všetkých ostatných vrstvách platí<sup>4</sup>:

$$\delta_{i}(t) = f'(in_{i}(t)) \sum_{h=1}^{N_{0}} \delta_{h}(t) w_{hi}(t) , \qquad (11)$$

pričom  $N_0$  je počet neurónov na výstupnej vrstve, resp. vo vrstve napravo od neurónu i. Je dobré všimnúť si rekurzívnosť vzťahu (11). Ide o výpočet chybového signálu  $\delta_i(t)$  neurónu i, ktorý nie je výstupným neurónom. Vypočítame ho za pomoci chybových signálov  $\delta_h(t)$ , ktoré prichádzajú od neurónov h napravo od neurónu i a ich počet je  $N_0$  (viď obr. 3).

<sup>3</sup> Detailné odvodenie delta pravidla možno nájsť v Sinčák [2].

<sup>4</sup> Pre odvodenie vzorcov (10) a (11) viď Sinčák [2].



Obr. 3 Spätné šírenie chyby v neurónovej sieti. Obrázok zobrazuje tok chybového signálu k *i*-tému neurónu. Prevzaté zo Sinčák [2].

# Zoznam použitej literatúry

- [1] PUHEIM, Michal: *Mapovanie priestoru pomocou zhlukovania obrazov Kohonenovou sieťou*. Bakalárska práca. Košice: Technická univerzita v Košiciach, Fakulta elektrotechniky a informatiky, 2011. 50 s.
- [2] SINČÁK, Peter ANDREJKOVÁ, Gabriela: Neurónové siete Inžiniersky prístup (Dopredné neurónové siete), č. 1. Košice: Elfapress, ISBN 80-88786-38-X, 1996.